



Universitat Autònoma de Barcelona
DEPARTAMENT DE DIDÀCTICA DE LA MATEMÀTICA I DE LES CIÈNCIES
EXPERIMENTALS. PROGRAMA DE DOCTORAT EN DIDÀCTICA DE LES
MATEMÀTIQUES

Memoria de tesis doctoral

Los procesos interactivos como medio de formación de profesores de matemáticas en un ambiente virtual.

Autor. Atanacio Nava Casarrubias

Director

Dr. Josep María Fortuny Aymemí

Bellaterra (Cerdanyola del Vallés)-Barcelona. Diciembre 2009

Dedicatoria:

A Pao

Compañera, esposa y amiga de la vida...

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Josep María Fortuny Aymemí por su valioso apoyo en la dirección de la investigación, en la elaboración de la memoria y por su paciencia en el desarrollo del trabajo de investigación que finalizó a pesar de todo.

A los Drs. Joaquín Giménez, Philippe R. Richard y Nuria Iranzo por su apoyo en la revisión de la memoria y sus valiosas observaciones.

Un reconocimiento especial al Programa de Mejoramiento del Profesorado (PROMEP) del Ministerio de Educación (Secretaría de Educación Pública) de México por el apoyo con la beca UAGUER-64-PROMEP para realizar estudios de doctorado en Barcelona, España.

A los colegas y amigos José Luis, Jorge Edgardo y Edgar por su apoyo académico y moral.

A los Drs. Celia Rizo y Luis Augusto Campistrous por su apoyo en la lectura de la memoria y sus valiosas observaciones.

A los que de una u otra forma contribuyeron al desarrollo de la investigación y en la mejora de la redacción de la memoria de la tesis y que no he mencionado, a todos ello pido una disculpa, ya que la lista seguramente, sería interminable, mi más sincero agradecimiento.

INDICE

INTRODUCCIÓN	13
I.1 Motivación	13
I.2 El contenido matemático para el desarrollo de las actividades	19
I.3 Contribuciones	20
I.4 Problema de Investigación	22
I.5 Objetivo general e interrogantes de la investigación	22
I.6. Unidad de análisis	23
I.7 Estructura de la tesis	23
CAPÍTULO I. Planteamiento, justificación del problema y objetivo de la investigación	27
1.1 Introducción	27
1.2 Necesidad de la investigación	34
1.3 Justificación del estudio	37
1.4 Objetivos y tareas de la investigación	41
1.4.1 Objetivos específicos del trabajo	41
1.4.2 Tareas del trabajo de investigación	42
1.5 Alcances del trabajo	42
CAPÍTULO II. El estado actual de la formación de profesores de matemáticas en contextos virtuales	43
2.1 Introducción	43
2.2 Antecedentes de la formación de profesores de matemáticas	43
2.3 La formación de profesores de matemáticas con el uso de la tecnología	45
2.4 La formación de profesores de matemáticas en el uso de Instrumentos y herramientas tecnológicas	49

2.4.1 El uso de programas interactivos en la enseñanza de las matemáticas.	53
2.4.2 Las herramientas cognitivas	54
2.5. El uso de foros por profesores	55
2.6 El uso de foros por profesores de matemáticas	57
2.7. El mundo de las interacciones	57
2.7. Características y definición de Interacción	59
2.7.1 Tipos de interacción.....	59
2.7.2. Interacciones en contexto de aula	61
2.7.3 Interacciones en contextos matemáticos	61
2.7.4. Definición de proceso interactivo	62
2.7.5. Algunos tipos de interacciones	63
2.7.6 Las interacciones y los medios	66
2.7.7 Interacciones en ambientes en línea de formación de profesores. ...	68
2.7.8 Algunas interacciones en contextos educativos sobre aprendizaje de la matemática.	68
2.7.9 Interacciones y los profesores de matemáticas	69
2.7.10 Las interacciones en foros virtuales y la formación de profesores de matemáticas	70
2.7.11 Las interacciones en foros virtuales	70
CAPÍTULO III. Marco teórico.....	73
3.1 Introducción	73
3.2 Una concepción de la investigación en educación matemática	75
3.3 Tendencias teóricas sobre la educación matemática.....	80
3.3.1 La perspectiva sociocultural: orígenes y características	83
3.3.2 La formación de profesores desde un punto de vista sociocultural ..	85
3.3.3 La perspectiva interaccionista: orígenes y características	87
3.3.4 El interaccionismo y la formación de profesores de matemáticas. ..	89

3.3.5 La perspectiva instrumentalista.....	91
CAPÍTULO IV. Naturaleza de la investigación	95
4.1 Introducción	95
4.2 Características teóricas de la perspectiva en la que se sustenta el tipo de investigación	97
4.3 El tipo de de investigación	98
4.3.1. El estudio de casos: concepción y clasificación.....	98
4.3.2. Los casos estudiados y algunas características generales	100
4.4 El Ambiente Virtual Educativo: concepto y algunas características	103
4.4.1 Estructura de la plataforma.....	105
4.4.2 Estructura de la web	106
4.5 Técnicas de recogida de datos.	108
4.5.1 El cuestionario en línea.....	109
4.5.2 La observación participante	109
4.5.3 La interacción encauzada	110
4.5.4 Tablas y redes conceptuales	110
CAPÍTULO V. Metodología de la investigación: sus antecedentes	111
5.1 Introducción	111
5.2. Primera etapa de la Investigación	111
5.3. Segunda etapa de la Investigación: principales tareas	118
5.4. Características de la propuesta realizada para introducir el concepto de parábola y de las tareas propuestas a los participantes en el foro.	118
5.4.1. Aspectos considerados en la propuesta para la introducción del concepto de parábola y de sus propiedades esenciales	119
Capítulo VI: Diseño de la plataforma interactiva: su uso por los participantes	127
6.1. Conocimientos previos necesarios para operar una Web interactiva..	127

6.2. Consultas en otras Webs con material dinámico e interactivo para el aprendizaje de las matemáticas.....	128
6.3. Descarga de applets y software para configuración de un foro.....	128
6.3.1 Criterios para la selección de los applets.....	129
6.3.2 Selección del software para configurar el FORO virtual	130
6.4. Diseño de tareas y actividades	130
6.5. Diseño de la web interactiva	131
6.6. Acciones que se organizaron y ejecutaron para el desarrollo de la experiencia.....	131
6.6.1 Encuesta previa	132
6.6.2 Actividad inicial: conocimiento del portal por los profesores de matemáticas incluidos en el estudio	132
6.7 Realización de tareas e interacciones.....	132
6.7.1 El uso del foro virtual	133
6.7.2 Participaciones, réplicas y contrarréplicas	133
6.8 Obtención de datos	134
6.8.1. Las participaciones en el foro: su contenido	135
6.8.2 Participación total por semanas.....	137
6.10.3 Participación por profesor de matemáticas.....	171
CAPÍTULO VII. Interpretación de participaciones, réplicas y contrarréplicas.	191
7.1 Introducción	191
7.2 Análisis de participaciones, interacciones y replicas de la discusión de actividades por parte de profesores de matemáticas.....	194
7.3 Interpretación de los datos (participaciones, interacciones y réplicas)..	194
7.4 Interpretación de participaciones e interacciones por periodos de una semana.	196
7.4.1 Las participaciones.	196
CAPÍTULO VIII. Resultados	201

8.1 Introducción	201
8.2 Algunos resultados.....	201
8.4 Resultados colaterales.....	206
8.5 Algunas deficiencias detectadas.....	207
CAPÍTULO IX. Conclusiones y recomendaciones.....	209
9.1 Introducción	209
9.2 Conclusiones que se pueden derivar del trabajo realizado.....	211
9.3 Cumplimiento de los objetivos y tareas de la investigación	216
9.5 Limitaciones, prospectivas y recomendaciones	219
Bibliografía	221

INTRODUCCIÓN

I.1 Motivación

El desarrollo de la ciencia y la tecnología y la repercusión en la sociedad actual plantean a la educación nuevos retos, en especial, tanto a la matemática como a la educación matemática disciplinas que están siendo fuertemente impactadas desde diferentes ángulos por el desarrollo científico y tecnológico. Por un lado el desarrollo que la matemática está teniendo, se manifiesta, en la presencia de nuevas ramas de esta disciplina, como es el álgebra simbólica, el desarrollo de la teoría de algoritmos, el estudio de la geometría fractal, entre otras, y por otro su presencia cada vez más frecuente en la interacción con otras disciplinas (matemática aplicada, educación matemática, la física entre otras). Estos cambios hacen que la educación matemática no pueda quedar estática y deba incorporar nuevos conocimientos que van generando estas disciplinas, así como apoyarse de las tecnologías de la información y la comunicación para el logro de mejores resultados en los procesos de enseñanza aprendizaje que se producen en dicha educación.

En los últimos 30 años la formación inicial y permanente de los profesores en educación matemática ha cobrado importancia, hemos visto como ha pasado de la idea que tenían los profesionales de la educación, de una visión técnica, de que era suficiente con conocer la disciplina para poderla enseñar a que el profesor deberá tener un doble perfil, ser especialista en su campo y a la vez ser un profesional en los procesos de enseñanza y aprendizaje. A partir de los trabajos de Shulman (1986), con su planteamiento de que los profesores de cualquier disciplina no les era suficiente conocer la disciplina para poderla enseñar, se ha propuesto que los profesores deben tener “conocimientos pedagógicos de los contenidos que enseñan”. Lo antes planteado marca el inicio de una nueva era en la que surge la preocupación de conocer no nada más los conocimientos pedagógicos, sino también cobra relevancia la forma en que se forma el conocimiento en los estudiantes y surge la necesidad de conocer los procesos cognitivos que rigen la forma de conocer y de aprender.

Los profesores en su quehacer cotidiano ponen en práctica conocimientos teóricos, prácticos, su experiencia y sus creencias, con el propósito de obtener mejores resultados. En este quehacer pedagógico utilizan medios, herramientas, así como se insertan en nuevos contextos con la intención de lograr mejores resultados.

La formación inicial y permanente de los profesores de matemáticas, sin embargo, no está teniendo los resultados esperados, lo que se ha identificado como serias deficiencias. Respecto a esta formación se puede comprobar que muchos de los currículos carecen de enfoques teóricos congruentes con el trabajo de aula, así como muchas veces existe un distanciamiento entre los conocimientos de su formación y los del desarrollo profesional. Esta insuficiencia hace que el profesor de matemáticas se vea obligado a complementar su formación de manera personal, como pueda, a fin de suplir las deficiencias para lo que requiere, en muchas ocasiones de una buena cantidad de tiempo para la preparación de sus clases sin obtener, desde luego, los mejores resultados. Por otra parte, los programas y planes de estudio no son lo suficientemente flexibles para que puedan ir incorporando nuevos conocimientos, nuevas competencias, nuevos métodos y nuevas tecnologías a su alcance.

Con respecto al empleo de la tecnología en las clases, en muchos casos se poseen los medios y no se aprovechan porque no se sabe cómo hacerlo. Este déficit de conocimientos en ocasiones se agrava por la falta de coordinación para el trabajo en equipo, cada profesor tiene que aprender a usar la tecnología y crear sus propios materiales de clase de forma individual, con lo que duplica o triplica su esfuerzo y de esta manera el esfuerzo realizado no es optimizado. La formación continua del profesorado de matemáticas presenta por igual grandes carencias, prácticamente es inexistente, no existen programas de actualización profesional permanente, lo que pone al profesional de la educación matemática en una situación de gran desventaja al no poder actualizar sus conocimientos sobre nuevos métodos y nuevas formas de organización, ni con el uso de medios y herramientas que surgen cada día.

Sobre este aspecto del uso de las tecnologías de la información y comunicación en la clase de matemáticas Figueras, O. (2008) considera que en ese planteamiento general subyace una serie de cambios necesarios para llevar a cabo la labor docente. Continúa la referida autora que entre esos cambios se pueden mencionar aquellos que están vinculados con la propia concepción de la función de la escuela, la forma de estructurar y organizar la enseñanza en el aula, la manera de obtener información, la forma de proponer actividades y tareas, las habilidades y competencias de los estudiantes. Concluye con una afirmación, que se comparte plenamente en esta memoria, de que en consecuencia el maestro de matemáticas del siglo XXI tiene que desarrollar competencias no incluidas en los objetivos de su formación inicial. Obviamente eso significa, en la práctica, cambios en la concepción de su formación inicial y permanente y este es un aspecto que debe analizarlo para decidir cuál puede ser una de las formas de hacerlo.

Ante este breve panorama surge la siguiente interrogante: ¿Cómo hacer para que la formación inicial y permanente permita un mejor desarrollo, sin tener a los profesores de matemáticas permanentemente en las aulas? Una posible forma es utilizar los medios y las herramientas tecnológicas, aunque aún no se tiene suficiente claridad de cuál o cuáles pueden ser las mejores formas de utilización, tanto de medios como de herramientas. Para lograr la claridad necesaria se requiere realizar investigaciones que involucren a los recursos anteriores, tanto en contextos presenciales como en ambientes virtuales. Ya existen algunas voces de que estos nuevos contextos están redefiniendo la educación en sus distintas modalidades, lo que permitiría el trabajo colaborativo, como es el caso de Casanova y Pacheco (2005) con una experiencia sobre el aprendizaje colaborativo mediante el uso de las NTIC e interacción entre profesores de ciencias.

Estos nuevos contextos, conocidos como educación OnLine, educación virtual, educación a distancia virtual, ambientes virtuales o educación tecnológica, entre otras denominaciones, se apoyan en las tecnologías de la información, lo que permite la interacción y comunicación sin necesidad de estar presentes en el mismo lugar, ni en un mismo tiempo. Estas nuevas formas permitirían a los profesores de matemáticas discutir infinidad de temas y se podría hacer que

varios profesionales de otras disciplinas abordaran un mismo problema, digamos psicólogos, didactas y profesores en servicio o con mayor experiencia (Algunas experiencias, como las redes académicas). Un software que se ha desarrollado en esta línea y que promete conjuntar esta variedad de elementos es la plataforma Moodle, que cuenta con presencia en varias instituciones de educación superior principalmente.

La parte de la educación matemática, vinculada con la formación de profesores, donde las tecnologías pueden ofrecer ventajas es al menos en tres vertientes:

- ✓ como soporte de apoyo en las clases de matemáticas (Uso del maple, Mathematica, Cabri, etc.),
- ✓ como una herramienta en la educación semi presencial (el caso del moodle y la utilización de foros virtuales, redes académicas) y
- ✓ como un recurso en la educación a distancia (Universidades virtuales).

Los programas de formación inicial de profesores de matemáticas deben poner especial énfasis en el desarrollo de habilidades y competencias profesionales que les permitan a los profesores identificar problemas sociales actuales y futuros, hacerse de información y generar estrategias de trabajo individual y colectivo para resolver problemas educativos y sociales. La formación permanente, sin necesariamente retornar a las aulas, deberá poder adelantar al profesional a los problemas que enfrentará en los años siguientes, para ello se deben desarrollar competencias profesionales acordes a las exigencias sociales y profesionales del futuro inmediato, con lo que es necesario hacer cambios prácticamente en todo el ámbito educativo, específicamente en la formación de profesores de matemáticas. Los cambios deberán hacerse en el renglón ya mencionado, con el apoyo de las tecnologías y de búsqueda de nuevos métodos que involucren la tecnología que, a su vez, desarrollen nuevas competencias profesionales acordes con las nuevas exigencias sociales y de la educación matemática.

El profesor de matemáticas debe ser un profesional con capacidad para adecuar los programas de estudio a las nuevas condiciones y exigencias sociales y en lo relativo a los problemas de educación matemática que se presentan en el aula y en su entorno. De igual modo debe entender la problemática del estudiantado, tener la capacidad de interactuar con colegas en la solución de problemas de su entorno, de su disciplina y de problemas referentes a la enseñanza y aprendizaje de la matemática, debe conocer y saber utilizar las tecnologías actuales, así como aquellas con las que cuenta su entorno y prever su posible tendencia y desarrollo. Lo anterior plantea nuevos retos de adecuación de los planes de estudio, para lo que debe tenerse en cuenta una visión de actualidad y tomar en cuenta el tipo de sociedad en la que se vive y las formas en cómo ésta cambia.

Una de las líneas de investigación específicas sobre formación de profesores es, la comparación de características entre profesores en formación y los profesores en servicio, como reportan Putnam y Borko (2000). En cambio, en la formación permanente del profesorado, la mayoría de los países le dedica poca atención, falta una adecuada infraestructura, faltan programas de formación permanente y son deficientes los conocimientos tanto científicos, técnicos como prácticos. Sobre esta situación, Talizina (1984) ha planteado la necesidad de que la educación actual permita a los profesionales continuar autoformándose y actualizándose en las diferentes disciplinas que le exige su profesión. Por otro lado, si se considera que parte de la solución puede estar en programas para la superación permanente de los profesores, las tecnologías y herramientas mediadoras pueden jugar un papel de primer orden siempre que se conozca hasta donde pueden ser útiles y precisar en qué pueden ayudar.

El problema educativo que se aborda en la presente memoria, está centrado principalmente en la formación de profesores de matemáticas y en la utilización de tecnologías de la información y comunicación y de cómo se pueden utilizar en entornos educativos, particularmente en ambientes virtuales. Se abordan algunas ventajas y desventajas y se señalan algunas limitaciones.

Concretamente se estudió un proceso interactivo que realizó un grupo de profesores de matemáticas en formación, al realizar un conjunto de tareas para el aprendizaje de un tema de matemáticas de nivel preuniversitario. El grupo de profesores de matemáticas en formación que participó en la actividad fue de tercer año de su carrera (La carrera comprende 4 años).

Para el estudio de las interacciones se utilizó una página web con applets para graficación de funciones matemáticas, que incluyó un foro virtual donde se recogieron las participaciones e interacciones de los profesores de matemáticas.

El *foro* ofrece varias posibilidades de comunicación y posibilita la Interacción entre personas de distinto lugar y mantiene un registro de cada uno de los participantes, lo que permite que otras personas interesadas de distintos lugares puedan consultar lo realizado incluyendo posibilidades investigativas. Esta herramienta de tipo mediadora no fue pensada para la educación matemática ni para la formación de profesores de matemáticas, pero sí un recurso que puede ser aprovechado por las nuevas exigencias que actualmente se le plantean a los profesionistas de la enseñanza de la matemática, al conocer una nueva vía de aprovechamiento en la mejora de su actividad profesional.

El problema que se aborda es un tema que se plantea en el contexto de los cambios para las nuevas generaciones de profesores de matemáticas, como es el uso de las tecnologías y la búsqueda de nuevos métodos para el desarrollo de habilidades y competencias profesionales. Sobre esta problemática en la literatura aún hay escasos resultados al respecto, sin embargo, en los eventos de educación matemática y en los foros internacionales es posible encontrar algunos materiales.

Es posible que las instituciones educativas de educación superior, particularmente las encargadas de formar profesores de matemáticas, puedan aprovechar los resultados de la presente investigación para trabajos futuros en formación de profesores, sobre todo ahora que varias instituciones han

ampliado la oferta educativa a cursos en la modalidad de educación a distancia, semipresencial y abierta.

I.2 El contenido matemático para el desarrollo de las actividades

Las actividades que los profesores desarrollaron utilizando como medio el foro, fue un conjunto de tareas que involucraron actividades de aprendizaje utilizando applets, que permiten la graficación del subtema “la parábola”. Dicho subtema aparece en los contenidos de matemáticas del programa de estudios del preuniversitario (preparatoria) de la Universidad Autónoma de Guerrero, conocido como nivel medio superior y se corresponde con el segundo semestre del primer año y forma parte del área Físico - Matemáticas.

Entre las tareas planteadas a los profesores de matemáticas, estuvo la discusión y propuesta de actividades de aprendizaje del subtema la parábola, antes referido.

Las materias de Matemáticas I y Matemáticas II corresponden al bloque de contenidos básicos, donde se abordan temas de aritmética y álgebra. Los contenidos prerrequisitos al tema de la parábola son aquéllos abordados en Matemáticas I y los correspondientes al ciclo secundario como la ecuación cuadrática y la función lineal.

El contenido referente a la parábola inicia desde el tercer grado del nivel secundario, con productos notables, operaciones con polinomios y funciones y sus gráficas. Aunque la graficación solo se aborda para una ecuación de segundo grado empleando el método de tabulación para la ubicación de los puntos de la gráfica.

La parábola forma parte del capítulo de graficación. Se escogió este tema por ser de mayor dificultad que el de la ecuación de la recta y el tratamiento es de mayor complejidad que el objeto matemática anterior, también porque ofrece elementos significativos que combinan el álgebra y la graficación y es uno de los primeros temas que se abordan en precálculo.

La parábola es un tema que modifica cuantitativa y cualitativamente las características respecto a temas previos de matemáticas como es la recta y, a su vez, forma parte de los inicios de la graficación, temas básicos del precálculo, el cálculo y en temas de mayor profundidad como es el análisis matemático. Por otra parte, es un tema que puede ser aprendido en un tiempo breve si se desarrollan actividades con recursos dinámicos como son los applets. Los foros y los applets permiten que los docentes interactúen con compañeros en la discusión de actividades de aprendizaje.

El medio propuesto para realizar este tipo de trabajo es la utilización de un foro virtual interactuando de forma remota.

I.3 Contribuciones

La amplia penetración de los medios tecnológicos de información y comunicación ha modificado prácticamente todas las actividades del hombre, lo que hace necesario replantear la formación de profesores de matemáticas e implica cambiar los programas de estudio, como lo recomiendan los estándares de NCTM (1989, 2000). Los referidos estándares plantean al alumnado el desarrollo de habilidades para aprender a resolver problemas y a utilizar las tecnologías que permitan acelerar la formación de habilidades de matemáticas, acorde a los tiempos actuales.

El anterior reto obliga a hacer cambios en la forma en que se realizan las actividades y tareas en todas las esferas de la actividad profesional, de estudio, de trabajo y hasta en el ocio, para lo que deben producirse cambios en sus respectivas instituciones de modo que se adapten a los nuevos tiempos. Para lograr lo antes planteado, debe tenerse en cuenta que, dentro de estas instituciones, la educación matemática y la formación de profesores son ramas que forman parte de la educación en general y del sistema educativo, por ello, los cambios que se realicen deben pasar por cambios curriculares y por la formación de profesores, así como deben tomar en cuenta las necesidades sociales entre las que se destacan:

- ✓ Lograr una mejor preparación del profesorado.
- ✓ Adecuar los contenidos, técnicas, métodos y objetivos del currículo.

- ✓ Conocer los procesos cognitivos de los estudiantes y los mecanismos que le permitan mejorar su aprendizaje.
- ✓ Conocer los medios y los recursos tecnológicos que más se adecuen a los objetivos particulares y específicos de cada materia en particular de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.
- ✓ Implementar acciones para lograr que los estudiantes aprendan a resolver problemas y a utilizar la tecnología como lo destaca la NCTM. (1989, 2000), las recomendaciones de la UNESCO y en documentos educativos de la Unión Europea (Libro blanco).

Para el logro de los anteriores propósitos, no se puede desconocer que la formación de profesores de matemáticas es un tema básico en la mejora de la calidad de la educación matemática. La justificación del anterior planteamiento se basa en que, en primer lugar, es el profesor quien debe conocer las tecnologías con que dispone su centro de trabajo y saberlos utilizar en los procesos de aprendizaje y de enseñanza de la matemática. En segundo lugar, hay que tener en cuenta que la incorporación de la tecnología al currículo de formación de profesores de matemáticas, exige una revisión estructural del proceso educativo para lo que se requiere cambios profundos en la estructura educativa así como investigaciones que proporcionen información detallada sobre los efectos en los entes participantes.

Con este trabajo se espera contribuir al desarrollo de habilidades y competencias profesionales por parte de profesores de matemáticas en formación, al desarrollar actividades profesionales como las de:

- ✓ trabajar en equipo,
- ✓ utilizar tecnologías en la preparación de actividades matemáticas en la clase,
- ✓ mantener registradas sus experiencias para compartirlas a través de Internet con otros colegas de otras latitudes e inclusive en otro momento.

El trabajo que se presenta, pretende contribuir a enriquecer el tema de la formación de profesores, con elementos empíricos y con una sistematización

de la revisión de algunos aportes teóricos relacionados con el tema que hasta la fecha se han registrado. Se identifican algunos puntos de vista teóricos y experiencias que se irán ampliando a medida que van proliferando este tipo de entornos en contextos educativos, posibilitando acercamientos teóricos con la práctica de los profesores, de modo tal, que ello se incorpore a dicha práctica, así como lograr que formen parte activa de su propio aprendizaje profesional y pueda ser puesto al alcance de cualquier estudiante o profesor interesado en el tema, las actividades profesionales que se llevaron a cabo, junto con las interacciones y la experiencia en su conjunto.

I.4 Problema de Investigación

El problema de investigación que se aborda es:

La formación de profesores de matemáticas en un ambiente virtual

De manera particular se seleccionó el tema de investigación:

El estudio de las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas en formación en un ambiente virtual cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas del nivel preuniversitario.

Específicamente se discutió la elaboración de actividades de aprendizaje de la parábola, cuando los profesores desarrollan un conjunto de tareas y se describe el ambiente educativo donde se desarrolla un grupo de tareas entre las que se destacan habilidades y actividades profesionales, cuando discuten actividades de aprendizaje.

I.5 Objetivo general e interrogantes de la investigación.

El objetivo general del estudio es: **hacer una caracterización de las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas en formación en un ambiente virtual cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas (el caso de la parábola) e identificar algunos aspectos que pueden influir en el desarrollo de habilidades y competencias**

profesionales en la formación de profesores de matemáticas, cuando se utiliza un foro (virtual) como medio de comunicación.

De donde se desprenden las siguientes interrogantes de investigación:

1. ¿Cómo instrumentar las acciones a desarrollar en la investigación y con qué recursos tecnológicos se va a trabajar?
2. ¿Cuáles son las características del ambiente virtual educativo para el desarrollo de la experiencia?
3. ¿Cómo se caracterizan las interacciones que ocurren en un foro entre profesores de matemáticas en formación?
4. ¿Qué características se observan en los profesores de matemáticas cuando interactúan en un ambiente virtual con compañeros, con medios y herramientas, con tareas y actividades?

I.6. Unidad de análisis

La unidad de análisis seleccionada fue: El proceso interactivo que ocurre entre profesores de matemáticas cuando discuten actividades de aprendizaje al utilizar un foro en un ambiente virtual.

I.7 Estructura de la tesis

La memoria de la tesis se compone de nueve capítulos, una introducción, bibliografía y anexos.

En la introducción se da una panorámica general del trabajo, se plantea la motivación, la contribución, el problema de investigación, el tema, las interrogantes científicas y la unidad de análisis de trabajo de investigación. Además se hace una breve descripción de los capítulos que componen la memoria.

En el capítulo I se plantea la necesidad y justificación del problema, los objetivos, tareas, alcances y limitaciones de la investigación.

En el capítulo II se detalla el estado actual de la formación de profesores de matemáticas tanto en el país, como en la provincia de Guerrero (Estado). De igual modo se hace referencia a la utilización que hacen los profesores de la

tecnología y de los ambientes virtuales, se mencionan algunas experiencias, se describen las condiciones físicas y tecnológicas particulares en la Unidad Académica de matemáticas, lugar donde se llevó a cabo la experiencia. Para finalizar se hace referencia a las características particulares de los profesores que participaron en la experiencia, se identifica una posición respecto al uso de los medios e instrumentos tecnológicos utilizados en el desarrollo de actividades, el medio utilizado (foro) y de las herramientas tecnológicas de tipo dinámico conocidas como applets, para el desarrollo de actividades que se abordan y se analizan las interacciones ocurridas en el foro, para finalizar con algunas experiencias en contextos educativos sobre el aprendizaje de las matemáticas.

En el capítulo III se hace referencia a una orientación teórica acerca de la formación de profesores de matemáticas, que permite la utilización de medios y herramientas tecnológicas, artefactos en la enseñanza de la matemática. Esta orientación está fuertemente influenciada por los trabajos que tienen su origen en la escuela de la psicología soviética iniciada por L. Vygotsky y de su aplicación a ejemplos concretos en torno a la enseñanza aprendizaje de la matemática, sobre la formación de profesores de matemáticas. De igual modo se hace referencia a otras posiciones teóricas que se utilizan para complementar el trabajo que se hace en esta memoria y que se relacionan con la formación de profesores y con el uso de instrumentos, como son el interaccionismo simbólico y la perspectiva teórica conocida como instrumentalismo.

En el capítulo IV se aborda el tipo y naturaleza de la investigación, algunos elementos que dan sustento y justifican el tipo de investigación, se destaca el uso de instrumentos de recogida y análisis de datos que se emplean en este tipo de contextos (virtuales), como es la etnografía virtual, y los instrumentos como el cuestionario, la observación participante y la interacción encauzada. Para el análisis de datos se utilizó tablas y mapas conceptuales.

En el capítulo V se detalla la metodología utilizada en la investigación, que abarca desde la puesta en marcha de un sitio web, la elaboración de tareas para la realización de actividades, el proceso de las interacciones, la forma en

que se seleccionó el grupo de profesores de matemáticas que participaron en el experimento, la familiarización con la plataforma y el uso del foro virtual. Se describe la forma en que se plasman los datos en las tablas y en los mapas conceptuales, el proceso de interacción se analiza desde dos puntos de vista, por periodos de una semana y de forma individual, de tal forma que el análisis se complementa mediante estas dos formas.

En el capítulo VI se describe la primera tarea consistente en la elaboración de la plataforma para su utilización en el ambiente virtual compuesto por tareas para los profesores, actividades de aprendizaje, el programa de estudio, las herramientas tecnológicas dinámicas (applets) y el foro, descripción de los instrumentos de recogida de datos, cuestionario y foro.

En el capítulo VII se hace una primera interpretación del proceso interactivo, se identifican las participaciones e interacciones, se establecen relaciones e identifican algunas regularidades en el tipo de discusión y sobre los contenidos abordados durante el proceso interactivo y se proponen una primera caracterización del proceso llevado a cabo.

En el capítulo VIII se muestran algunos resultados, tomando como base la interpretación de los datos y un análisis general del proceso con lo obtenido en los capítulos VI y VII.

Por último se dedica el capítulo IX para las conclusiones finales, apoyado en los resultados del capítulo VIII, se agregan prospectivas y algunas recomendaciones para futuras investigaciones.

Al final del trabajo se agrega la bibliografía y los anexos correspondientes.

CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO, JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA Y OBJETIVO DE LA INVESTIGACIÓN.

"La enseñanza adquiere tal o cual significación según la clase que la dirige, el tiempo, el lugar las condiciones concretas"

Gogniot, G. (1973).

1.1 Introducción

El desarrollo de la ciencia y la tecnología ha permitido cambios que han repercutido en todas las esferas de la sociedad actual, estos avances están modificando aspectos tales como el tipo de vida social, cultural, de recreación, de estudios y de formación profesional, entre otros aspectos. En pocas palabras se puede afirmar que este desarrollo tecnológico ha invadido todas las esferas de la actividad, produciéndose cambios cada vez más frecuentes, en periodos cada vez más cortos. El desarrollo impacta las instituciones, entre las que se encuentra la educación superior, aún cuando en muchos países emergentes como el nuestro (México) esta educación se mantiene descuidada en varios renglones. La universidad presenta un sin número de problemas que hacen que este tipo de educación no esté a la altura que la sociedad actual reclama, mientras tanto, en varios países desarrollados con mayores recursos, ya se habla de un nuevo tipo de sociedad, como es la denominada **sociedad de la información, sociedad del conocimiento o la carretera de la información**. En cambio existen otros lugares que apenas cuentan con escuelas y en muchas ocasiones se carece de los profesores suficientes. Sin embargo, a pesar de los infortunios, creemos que las actuales tecnologías pueden contribuir a la mejora de la formación de profesores de matemáticas si éstas se utilizan adecuadamente.

Pero a pesar de esas grandes diferencias, existe en la comunidad de educación matemática y de profesores la inquietud de la mejora del

profesorado, del currículo y de los procesos de enseñanza aprendizaje. En esa misma dirección, varios autores de diferentes tendencias señalan, que en estos cambios, la tecnología jugará un papel importante. Por ejemplo, la NCTM (2000) plantea el uso de la tecnología para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en una de sus seis prioridades.

Los medios de información y comunicación están jugando hoy un papel como nunca antes lo habían tenido, lo que ha permitido que en la actualidad cualquier evento de la naturaleza que sea, pueda conocerse en cualquier parte del mundo, mediante texto, sonido, video, entre otros recursos tecnológicos. Esto contrasta con las técnicas utilizadas apenas a inicio del siglo anterior.

Por otra parte, las exigencias que la sociedad actual plantea a la educación se manifiestan en dos vertientes, por un lado la actualización y reformulación de los planes de estudio y por otro lado la formación de profesores. Ambos planteamientos se verán beneficiados si se incorporan los medios de comunicación mediante las actuales tecnologías, las que van desde herramientas e instrumentos tecnológicos hasta medios como los contextos virtuales y la educación en línea y a distancia.

Sin embargo, en educación los cambios ocurren con menor frecuencia y en una escala baja. La anterior situación está dada por ejemplo, en el currículo y en la formación de profesores. En donde en muchas ocasiones los cambios dependen de las políticas educativas estatales y de la estabilidad y madurez de los nuevos contenidos en los que, como lo señala Freudental (1983), ocurren todavía con años de diferencia de por medio. En la formación de profesores los cambios son todavía poco frecuentes, las nuevas perspectivas teóricas, los resultados de investigaciones y las nuevas tecnologías de la comunicación no son incorporados al ritmo como ocurre en el resto de la sociedad, provocando con ello un desfase entre la formación de profesores y la práctica profesional.

En el caso de México el problema es aún mayor. En el nivel superior la formación de profesores es prácticamente inexistente, aún existe la marcada tendencia de que es suficiente con los conocimientos del área para poder impartir clases, son pocos los programas de formación de profesores. En

Educación Matemática la situación es similar, en el nivel medio se puede encontrar una mayor incidencia en cuanto a la formación de profesores aunque los programas son de índole general. En realidad, en las instituciones que han incluido entre sus carreras la formación de profesores de matemáticas de nivel medio, como es el caso de la Universidad Autónoma de Guerrero que tiene desde hace varios años la carrera de Licenciado en Matemática con una especialización en Matemática Educativa, el enfoque didáctico se ha ido perdiendo y lo que se hace en esa dirección es muy general, que no le es útil al egresado para su actividad fundamental, que es la de impartir clases de matemática. Por otra parte no se ha planteado hasta el momento en que se trabaja en un nuevo plan de estudios para esa carrera, la formación de ese egresado con una preparación actualizada y eficiente para que esté apto para incluir la tecnología en su actividad pedagógica sistemática.

En relación con las investigaciones en el campo de la formación de profesores de matemáticas, también hay poco trabajo. En el pasado reciente ha habido algunas experiencias como la desarrollada por Flores, A. (1991) en la provincia de Guanajuato, hace algunos años hizo una propuesta sobre un marco que sirviera de guía para aquellas instituciones de enseñanza superior que quisieran modificar o establecer un programa de formación de maestros de matemáticas para el nivel medio superior. En el mismo tema sobre el papel de maestro de matemáticas, sus propósitos y las expectativas que se tienen para los mismos. El autor referido consideró que las capacidades y conocimientos con las que debe contar un profesor de matemáticas estaban dirigidas a las siguientes áreas:

- Contenido matemático y relevancia de las matemáticas
- Capacidad de enseñar matemáticas
- Capacidad para mantenerse actualizado
- El papel del maestro en el currículum de matemáticas

Con respecto al contenido matemático, posición que se comparte en este trabajo, es que los maestros de matemáticas debían dominar cierto contenido matemático propio del nivel que enseñan y tener un conocimiento más amplio y una comprensión más profunda de las matemáticas para poner el contenido que están enseñando en una perspectiva apropiada.

Además del dominio de las matemáticas como se indica antes, este autor consideraba que el maestro debía tener una comprensión del significado cultural de las matemáticas, de la naturaleza intelectual y filosófica de las matemáticas y estar consciente de la relevancia creciente de las matemáticas en la ciencia y la tecnología.

Por otra parte deberían estar capacitados para enseñar matemáticas, ser capaces de estimular a los alumnos a entender y usar las matemáticas, y a apreciar el significado de los conceptos matemáticos. A los futuros profesores les conciernen no sólo las ideas matemáticas sino también la comunicación de esas ideas a los alumnos. Ya desde esa época, Flores, A. consideró que dentro de estas capacidades para enseñar, el docente debía conocer la relación de la computadora con las matemáticas y su enseñanza.

Otro aspecto muy importante de esta propuesta, es lo referido a lo que el autor denominó “capacidad de mantenerse actualizado”, tanto en el aspecto matemático (seguir aprendiendo y utilizando las matemáticas), como en los aspectos pedagógicos, es importante que el maestro, una vez egresado del programa continúe desarrollándose profesionalmente. En este sentido consideró en esa época, algo aún de mayor vigencia, que en los próximos años los cambios continuarán debido a múltiples factores, entre ellos dio mayor énfasis al incremento de las aplicaciones de las matemáticas, en la solución de problemas, la evolución de los contenidos matemáticos en la universidad, así como la mayor disponibilidad de computadoras y calculadores con posibilidades de graficación y manipulación simbólica. La posición de este autor coincide plenamente con la que se asume en esta investigación y es que el maestro de matemáticas debe ser capaz de responder positivamente a estos cambios, pero obviamente la formación permanente de esos profesores tiene que tener en cuenta esas circunstancias.

En la componente del desarrollo de habilidades, los futuros maestros deben aprender el cómo hacer, entre los que el autor considera usar la computadora para enseñar conceptos y calculadoras para enseñar matemáticas. Considera además, entre las cosas esenciales que debe poseer un maestro en su escuela está el Centro de Cómputo, dotado de computadoras para uso de los alumnos,

software con aplicaciones de uso general tales como paquetes gráfico procesadores de textos, bases de datos, paquetes de estadística, álgebra lineal, entre otros temas.

Con respecto a paquetes de software educativo, planteó también la conveniencia de contar con una muestra seleccionada de los mejores paquetes comerciales y diseñados por instituciones académicas para la enseñanza de las matemáticas.

El investigador español Flores, P. (1998), ha centrado su atención en las concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje. Actividad que realizó durante las propias prácticas de enseñanza dentro de su formación. En el caso particular de este autor, realiza una clasificación de las concepciones de los estudiantes para profesores, de las cuales resultan muy interesantes que denomina concepciones subjetivas o cognitivas y las concepciones epistemológicas. Las primeras se refieren al conocimiento o creencia que son sostenidas por los sujetos de manera individual y las segundas se ajustan a las que están determinadas por los propios textos o programas de cierto nivel de enseñanza. Según este autor, estas creencias en muchas ocasiones influyen posteriormente en sus decisiones como docente, por lo que hay que tenerlas en cuenta también en su formación.

Otras experiencias han sido desarrolladas con profesores de matemáticas y física por la investigadora Rojano (2003) en las que utiliza la tecnología como medio y como herramienta para desarrollar actividades con profesores de estas dos áreas. Existen también algunas instituciones que se han dedicado a la formación de profesionales docentes, como es el caso de la Universidad Pedagógica Nacional, los centros de Capacitación al Magisterio (CAM) y a partir del año 1999 inicia la Licenciatura en Educación Secundaria en la especialidad de matemática en todas las instituciones públicas y privadas que ofrecen la formación inicial para profesores de secundaria en México. El objetivo del plan según González, T. (2004) "...es que los futuros profesores de educación secundaria con especialidad en matemáticas cuenten con un conocimiento sólido de la disciplina y su didáctica, así como de las

características generales de la propuesta curricular para la educación básica y las características intelectuales y afectivas de los alumnos que cursan este nivel educativo”.

En años recientes en las reuniones en seminarios nacionales de Investigación en didáctica de las matemáticas organizadas en el país, se han dedicado espacios a la discusión en torno a la formación de profesores de matemáticas en los niveles básico y medio básico (secundaria) y en las publicaciones sobresalen los trabajos de Mario Martínez (Nivel básico) y Ramiro Ávila (Sonora) en el nivel medio superior, que por cierto, éste último autor involucra a la tecnología en la formación de profesores de matemáticas.

Sin embargo, tal como lo evidencian muchos reportes de investigación, las tecnologías pueden contribuir a la formación de profesores de matemáticas al posibilitar ampliar la comunicación entre los distintos actores de la escena educativa con actividades de enseñanza y aprendizaje bien elaboradas y que los cambios ocurran con más frecuencia. Lo anterior se puede lograr en dos vertientes:

Por un lado se familiariza al profesorado con una herramienta tecnológica que le permite mejorar su actividad docente en distintos aspectos, que puede ser desde llevar la lista de estudiantes, sus calificaciones, la elaboración de materiales y compartirlos, comunicarlos, entre otras actividades que se pueden realizar con la tecnología, por otro lado permitir a los profesores de matemáticas en servicio compartir sus experiencias con profesores en formación, de esta forma se puede establecer un puente entre ambos tipos de profesores.

La presente investigación pretende identificar algunos elementos que contribuyan al desarrollo profesional del profesorado de matemáticas en formación, al proponer la utilización de dos tipos de usos de la tecnología; por un lado un contexto virtual donde se empleó un foro y por otro lado la utilización de herramientas cognitivas como son los applets y mathlets, manipulados a distancia a través de Internet. El primer medio se utilizó para que los profesores de matemáticas discutieran y se pusieran de acuerdo (consenso) en un

conjunto de actividades para el aprendizaje de un tema de matemáticas, en el caso particular, se eligió el tema de la parábola. Para la segunda etapa que tiene que ver con la primera, se propuso un conjunto de applets con la intención de facilitar la realización de actividades propuestas para el aprendizaje de la parábola. En ambas actividades el proceso interactivo y las interacciones se proponen como el elemento que potencia el aprendizaje y como un medio de comunicación directa entre iguales (profesores o estudiantes) y entre estudiantes y un profesor.

Con respecto a las denominadas **interacciones**, las mismas juegan un papel importante en el aprendizaje ya que a través de ellas los estudiantes se relacionan con su medio, aprenden de él y a su vez lo modifican. Este enfoque surge de los planteamientos iniciados por Vigotsky (2005) y continuada por sus colaboradores. Un elemento importante a destacar en las posiciones de Vigotsky es la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Sobre este concepto, Linaza (1986), Wertsch (1988), consideran que el contexto y los medios como es el lenguaje, propician las interacciones y contribuyen en gran medida al desarrollo del hombre como ser social. En la época actual, los medios simbólicos con representaciones dinámicas como los applets, juegan también un papel importante en el aprendizaje pues propician la dirección de un proceso de enseñanza aprendizaje muy activo, con mucha colaboración e intercambio entre los alumnos, aunque este es un aspecto que requiere aún de investigaciones para valorar cómo se producen esas interacciones y el papel que lo social juegan en ellas.

La psicología cognitiva, el interaccionismo social y constructivismo social sostienen que la interacción que se da entre personas o con una persona de un nivel de conocimiento mayor, son elementos que contribuyen al aprendizaje. Brunold et al. (2002) afirma que las interacciones son una parte central en estos ambientes, criterio que se comparte en esta memoria, así como que juegan un papel central en su concepción y desarrollo.

1.2 Necesidad de la investigación

La educación matemática es un fenómeno social complejo con varias aristas y que, de acuerdo a distintos autores, está vinculada al contexto y a las condiciones específicas donde esta se desarrolla, como lo destaca Díaz (2006) cuando se refiere al enfoque psicológico “cognición situada” que propone, según este autor: “...las personas actúan y construyen significados dentro de comunidades de práctica y todo pensamiento, aprendizaje y cognición se encuentran situados dentro de contextos socioeducativos y culturales particulares,...”. En estos contextos socioeducativos es que se desenvuelven los profesores de matemática y ejercen su actividad como tal, de ahí la necesidad de una adecuada formación, aspecto central en el que se ubica el trabajo que se recoge en esta memoria.

De acuerdo a la literatura revisada, la formación de profesores de matemáticas es un tema relativamente nuevo, los primeros estudios han sido recientes, no van más allá de 30 años. Los primeros trabajos en este terreno que se han reportado de manera sistemática son las aportaciones de Shulman (1986) y colaboradores, que a partir del análisis que hace de la nueva reforma curricular en los Estados Unidos, en esos años, aplica los tipos de percepción que Piaget aportó como resultado de sus investigaciones sobre el desarrollo del conocimiento, al someter a estudio a aquéllos que están aprendiendo a enseñar. Según este autor, el proceso de desarrollo de estudiantes a profesores, desde un estadio de pericia como aprendices hasta su noviciado como profesores, revela e ilumina los complejos cuerpos de conocimientos y habilidades que se necesitan para ser un profesor competente. Concluye Shulman que el resultado es que el error, el éxito y el refinamiento —en una palabra, el desarrollo del conocimiento del profesor— deben ser observados privilegiadamente y a cámara lenta y afirma que “el tropezón del principiante se convierte en una ventana para el investigador”, lo que reafirma la importancia de realizar investigaciones en esa dirección.

De igual modo en educación matemática en España se reportan trabajos de Blanco L. (2004), sobre la solución de problemas y la práctica inicial y formación teórica de los profesores, de Llinares, S. (2000) sobre la generación y uso de instrumentos para la práctica de enseñar matemáticas en educación primaria, Godino, J. (2002) aporta un libro de didáctica de la matemática específico para los docentes en formación y de Almeida, M. (2002) que en el marco de su tesis doctoral hizo un análisis del desarrollo profesional docente en Geometría, en un proceso de formación a distancia, donde estudió las interacciones entre profesores a las que llamó “tele interacciones”.

En México se destacan los trabajos realizados por Flores, A. (1991) y Rojano (2003). En el caso de la formación de profesores en ambientes virtuales se destacan los trabajos de De Silva y Grossen y en México los desarrollados por Rojano (2003) ya antes mencionado, donde destaca la formación de profesores para la enseñanza de la matemática y la física así como trabajos más recientes como los de Ávila (2008), quien ha trabajado la formación de profesores de matemáticas en ambientes virtuales y quien pronostica consecuencias en la totalidad de todo el proceso educativo. De igual modo están los trabajos de Sánchez y Farfán (2005) sobre interacciones y comunicación en educación matemática y en los que se estudian los procesos interactivos entre estudiantes al trabajar con objetos matemáticos como la graficación de $y = Ax^2 + Bx + C$.

Como se evidencia en el caso de la formación de los profesores de matemática hay muchos aspectos todavía que investigar. Un primer aspecto que hay que tener en cuenta en su formación, es su **preparación para ejercer la docencia en condiciones óptimas de preparación pedagógica**. Los trabajos que de manera sistemática se manifiestan en esta dirección empiezan con los aportes reportados por Shulman (1987) que propone que los contenidos curriculares correspondientes a la formación de profesores deberán incluir conocimientos pedagógicos acerca de los contenidos, hasta propuestas más recientes de incluir el estudio de las tecnologías que involucran a la comunicación como lo plantea la NCTM (2000). No obstante, aunque los trabajos de Shulman se han considerado unos de los primeros en abordar este tipo de estudios, en educación matemática existen algunas ideas y recomendaciones por parte de Henry Poincare (1984) desde inicios del siglo anterior.

Otro aspecto a tener en cuenta en la formación de profesores es **el propio desarrollo de la sociedad, particularmente con el avance de la ciencia y la tecnología que repercute en ella**. Esta formación, es actualmente abordada desde muy diferentes marcos teóricos, distintos enfoques y muchas veces desde diferentes necesidades específicas correspondientes a cada región, todo lo cual influye en la calidad de la formación y mejora del profesorado. Por otro lado están las exigencias de índole general, que a su vez plantean exigencias en la educación matemática, pero muchas de estas exigencias se ven identificadas y se plasman en propuestas en muchas ocasiones tardías, lo que se expresa en modificaciones a los programas de formación de profesores de matemáticas que en la práctica no son efectivos.

Como parte de este fenómeno también hay que tener en cuenta en su formación, **los procesos cognitivos de los estudiantes y la necesidad de su desarrollo**. En ello influye también con mucha fuerza el desarrollo curricular, que de igual modo se realiza bajo distintos enfoques y perspectivas teóricas, con ausencia de las tecnologías de la información y la comunicación, como se ha ido antes refiriendo en esta memoria. Esta situación es muy aguda especialmente en el caso de México, donde las transformaciones necesarias en las aulas, en muchas regiones de la provincia de Guerrero y del país, aún están por ocurrir y al igual que en el caso de la formación de profesores de matemáticas, está en vía de desarrollo, de estudio y de reformulación.

En relación con lo considerado en el párrafo anterior, las exigencias que también plantean cambios en la formación del profesorado y modificaciones al currículo son los planteamientos hechos en los estándares de NCTM de 1998 y del 2000, al respecto los cambios que se proponen se refieren a la introducción de las tecnologías en los programas de estudios y en la formación y preparación de los maestros de acuerdo a lo señalado por Heid (1998) y Flores (1998).

A partir de los aspectos antes considerados, hay que tener en cuenta que **las nuevas exigencias en la formación inicial y continua de profesores de matemáticas** deben partir de la comprensión de que esta formación comprende el desarrollo de competencias profesionales que les permita una

sólida formación que a lo largo de su vida profesional continúen formándose (autoformación continua), lo que debe desarrollarse cuando se encuentran en las aulas y buscar mecanismos para que continúen con sus formación cuando se encuentren en servicio.

En la actualidad las tecnologías de la información y la comunicación han estado siendo utilizadas por el comercio, la industria y la investigación, aprovechando las potencialidades interactivas de las plataformas comerciales.

Surge entonces la interrogante de por qué no investigar cómo utilizarlas en la formación de profesores. Desde el punto de vista que se asume en esta memoria, ante la necesidad de la formación permanente de los profesores de matemáticas, **las tecnologías adecuadamente utilizadas** abren posibilidades para su formación continua, existiendo la posibilidad de que los profesores de matemáticas interactúen comunicando sus ideas y problemas, así como los resultados de probar técnicas nuevas o material didáctico. De igual modo se potencia la vinculación de la escuela con los profesores en ejercicio, compartiendo experiencias del trabajo de campo, como por ejemplo acercar los contenidos que recién se plantean a los estudiantes con las experiencias de los profesores en ejercicio profesional, enriqueciendo su quehacer pedagógico.

Por las razones antes expuestas, el tema propuesto es oportuno y necesario para los propósitos de las escuelas e institutos formadoras de profesores de matemáticas, al proponer nuevas formas de utilización de herramientas tecnológicas y ponerlas a disposición de los profesores de matemáticas con la intención de mejorar su actividad profesional al hacer aportes mediante los resultados obtenidos en la investigación.

1.3 Justificación del estudio

La justificación del estudio está en correspondencia con lo abordado en el punto anterior que justifica la necesidad de la investigación.

En la educación matemática actual, en los nuevos escenarios que involucra la comunicación y la tecnología donde el profesor de matemáticas y los nuevos

estándares curriculares, deben hacer cambios en las distintas actividades que realiza, es necesario determinar el nuevo rol del profesor en el proceso enseñanza aprendizaje, Gil y Guzmán (1993) al interactuar con estudiantes de diferentes avances y con intereses particulares diferenciados.

La utilización de medios electrónicos de comunicación y de información por parte de los profesores de matemáticas en formación puede ser una alternativa muy prometedora, ya que con esos medios se pueden realizar tareas y actividades que pueden compartir con sus colegas y con profesores en formación y con profesores que llevan años en el servicio.

El presente trabajo de investigación se justifica por estar en concordancia con la tendencia social actual de incorporar las tecnologías de la información y la comunicación a la educación en general y de la importancia que tiene en la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas, así como conocer con mayor detalle lo que ocurre cuando profesores de matemáticas se enfrentan con este tipo de herramientas y cómo pueden utilizarlas para la mejora de su propio aprendizaje profesional.

Al incorporar este tipo de herramientas y usarlas como medio para realizar interacciones cada vez más amplias en lugares distantes (remotas) en colaboración con profesores en formación y que ellos puedan mejorar su aprendizaje y más tarde cuando sean profesionales continuar preparándose como lo exige la sociedad actual, de esta manera, el profesor de matemáticas podrá tener acceso a los logros que se reportan en congresos, en foros, en ediciones recientes, y a los comentarios que se realizan en torno a los eventos anteriores, pudiendo al mismo tiempo ser parte de las comunidades virtuales que hoy se forman y donde se discuten problemas de enseñanza y de sus posibles soluciones.

Según reportes de trabajos de investigación similares son muy pocos estudios que tratan del uso de tecnología con profesores como lo señalan Confrey y Castro (2000) y Juárez y Waldegg (2005) que subrayan que en la formación de profesores de matemáticas aún es menor. Sin embargo, es posible encontrar algunas referencias como las que reporta Becker y Riel (2000), quienes, en una

investigación hacen una comparación de los tipos de profesores e incluyen aquellos que usan la tecnología y caracterizan el tipo de profesores interactivos, como un profesor con mejores resultados en el aula. Adell (1997) plantea que la formación del profesorado en línea, requiere de un replanteamiento estructural con modificaciones a los contenidos de los programas de estudio, sobre la forma como debe abordarse y los medios a utilizarse, teniendo en cuenta el uso de los medios de comunicación en entornos de comunicación, además señala que los profesores formados con conocimientos en tecnología deberán enfrentarse al rediseño del currículo, elaboración de nuevos contenidos y elaboración de tareas y actividades en entornos virtuales. Arcavi (2000) por su parte, en esta misma línea, argumenta la necesidad de rediseñar el currículum y a partir de la existencia de herramientas como el computador se plantea a los educadores matemáticos el diseño de actividades en las cuales los estudiantes aprovechen las características de estos medios y su potencial para apoyar nuevas maneras de enseñanza.

En la formación de profesores de matemática se destacan los aportes de Putnam y Borko (2000), quienes señalan la importancia que tiene el conocimiento y las creencias de los profesores como elementos que determinan en gran medida la forma de enseñar de ese profesor. Los referidos autores agregan que “Como los estudiantes, los profesores pueden dar sentido a nuevas prácticas o ideas de instrucción simplemente a través de la perspectiva de lo que ya saben y creen”.

Otros autores en el terreno de la educación matemática como Castro y Confrey (2000) sostienen que “hay muy pocos estudios que tratan del uso de tecnologías con profesores”, también señalan que “...necesitamos saber qué tecnologías deben ser eficaces para el aprendizaje de profesores y estudiantes”. Los autores antes referidos, han realizado investigaciones utilizando applets conocidos como diagramas interactivos para desarrollar en sus estudiantes ideas intuitivas sobre como acumular cantidades para producir gráficos.

En un estudio anterior Confrey, Castro y Maloney (1997) también trabajaron con diagramas interactivos al relacionar coeficientes de la forma general de la ecuación de segundo grado a su gráfica. Estos autores definen un diagrama interactivo como: "...una representación basada en computadora que permite a los usuarios investigar en presentaciones en pantalla al seleccionar y variar ciertos parámetros", donde los estudiantes eligen las acciones para modificar algunos parámetros. Blanco (1997) por su parte sostiene que:

"...contemplar la posibilidad de que estos estudiantes para profesores generen destrezas meta cognitivas, que les permitan analizar/pensar sobre su propio proceso de aprendizaje según se esté dando en esos momentos",

agrega al respecto que:

"... las orientaciones profesionales nos sugieren la creación de ambientes para que los profesores en formación puedan explorar ideas matemáticas, sugiriendo que deberán ser enseñados de forma parecida a como ellos habrán de enseñar explorando, elaborando conjeturas, comunicándose, razonando y todo lo demás".

En relación con el conocimiento que debe poseer el profesor de matemáticas, Rico (1997) sostiene que debe poseer un conocimiento didáctico, como el conocimiento que el profesor pone en juego (y construye) a la hora de planificar, realizar y evaluar unidades didácticas.

Plantearse las condiciones que deben enfrentar los futuros profesores de matemáticas, sobre nuevos contenidos, nuevas condiciones, con tecnologías que se enfrentarán, nos ayuda a identificar el tipo de complejidad a que habrán de enfrentarse los profesores de matemáticas en formación y lo que puede suponerse como invariante, son los medios de comunicación y el uso de las tecnologías, por ello debe proporcionarse a los profesores en formación técnicas, medios tecnológicos y estrategias que les permita por cuenta propia abordar nuevas estrategias y métodos que incorporen tecnologías de ese momento. Godino, J. (2003) sostiene que los profesores de matemáticas deben de conocer los usos de las tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, siendo una tendencia actual. En muchos casos se introduce la

tecnología de forma apresurada y en ocasiones se utilizan sin más soporte que ser una especie de moda.

El análisis realizado permite concluir que el trabajo es oportuno en el momento actual por el nivel de desarrollo que la tecnología, implementada en el ámbito educativo, ha alcanzado y la consecuente necesidad de preparar al principal actor de estos cambios que ya son una realidad.

1.4 Objetivos y tareas de la investigación

El objetivo general del trabajo consiste en: hacer una caracterización de las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas en formación en un ambiente virtual cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas (el caso de la parábola) y que indicadores se recogen que mejoren la formación profesional del profesor de matemáticas.

A partir del mismo se pueden identificar objetivos específicos y las tareas correspondientes.

1.4.1 Objetivos específicos del trabajo

Se identifican los siguientes cuatro objetivos particulares:

Objetivo 1	Elaborar un conjunto de tareas para profesores de matemáticas y actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas (la parábola), una plataforma y una web donde colocar las tareas, las actividades y las herramientas.
Objetivo 2	Caracterizar el ambiente virtual educativo donde se desarrollo la experiencia.
Objetivo 3	Caracterizar las interacciones que ocurren en un foro entre profesores de matemáticas en formación cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas (caso de la parábola).
Objetivo 4	Caracterizar el comportamiento de los profesores de matemáticas cuando interactúan en un ambiente virtual con compañeros, con medios y herramientas, con tareas y actividades

1.4.2 Tareas del trabajo de investigación

De acuerdo a los objetivos propuestos se determinaron las siguientes tareas:

Tarea 1	La elaboración de una plataforma con medios y recursos tecnológicos y un conjunto de tareas y actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas (la parábola)
Tarea 2	Mediante técnicas de representación de datos como mapas conceptuales y gráficos, identificar componentes y relaciones que se dan en el ambiente virtual.
Tarea 3	Mediante técnicas de representación de datos como tablas y mapas conceptuales, identificar interacciones que se dieron entre profesores de matemáticas.
Tarea 4	Identificar algunas características que se observan cuando los profesores de matemáticas interactúan en un ambiente virtual con medios y herramientas, con tareas y actividades.

1.5 Alcances del trabajo.

Los resultados del trabajo puedan mostrar ventajas al usar herramientas electrónicas como es el foro virtual y de herramientas dinámicas como son los applets, para la mejora de la actividad profesional del profesorado de matemáticas, para ser utilizadas con sus alumnos, discutidas con sus colegas y con otros profesionistas de disciplinas afines.

El profesor de matemáticas podrá reconocer algunas posibilidades del uso de Internet a través de tres elementos que se abordan en el trabajo que son: las interacciones entre profesores, utilización de un foro virtual, la realización de tareas en un contexto virtual, la introducción de medios tecnológicos en el desarrollo de la Matemática y en la Educación Matemática y de cómo impacta en otras esferas de la sociedad, empieza a ganar terreno, como es el comercio electrónico, las tecnologías de la información y la comunicación, la telerrobótica y la educación a distancia, entre otros medios tecnológicos.

CAPÍTULO II. EL ESTADO ACTUAL DE LA FORMACIÓN DE PROFESORES DE MATEMÁTICAS EN CONTEXTOS VIRTUALES.

"La valoración que todo país hace a la formación de profesores se corresponde con la concepción que sobre la educación tiene, haciendo del profesorado reflejo y condición de esa educación y de esa sociedad"

Fernández, R. (1999)

2.1 Introducción

Este capítulo está compuesto de tres partes: la primera aborda la formación de profesores de matemáticas y el uso de tecnologías de la información y la comunicación, la segunda parte se refiere a la formación de profesores de matemáticas y el uso de Instrumentos y herramientas tecnológicas, y una tercera parte, comprende el uso de herramientas dinámicas, en especial, el uso de applets para el aprendizaje de estudiantes y el uso de un foro virtual como medio por parte de los profesores de matemáticas.

Al final del capítulo se presentan dos secciones: la primera se refiere al uso de applets para la enseñanza de un tema de matemáticas en el caso de la parábola y la segunda en el uso de un foro para el aprendizaje profesional de profesores de matemáticas.

2.2 Antecedentes de la formación de profesores de matemáticas

Los primeros antecedentes acerca de la formación de profesores, se remontan a los planteamientos sobre la necesidad de mejorar la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Uno de los primeros investigadores en abordar el problema fue Shulman (1987) quien enfatizaba que los contenidos de cualquier disciplina deberían ser abordados no solo con un conocimiento de la disciplina y afirmó

que se debería tener además del conocimiento de la disciplina, el conocimiento pedagógico de la misma.

En torno a la enseñanza de la matemática, Poincare (1984) a inicios del siglo anterior hace varias recomendaciones empezando con la definición de lo que es comprender y entender, también hace recomendaciones para la enseñanza de la aritmética, la geometría, la mecánica y acerca del razonamiento matemático.

Un segundo momento fue cuando se crearon comunidades de educadores de matemáticas con el propósito de discutir problemas en torno al aprendizaje y enseñanza de la matemática a lo largo del mundo y que han dado como resultado una riqueza tanto en la investigación como en las aplicaciones de resultados en el aula de matemáticas.

La formación del profesor de matemática es un tema complejo por las características propias del contenido de esa disciplina, así como por lo que enseñar implica en sí mismo. Sobre esto hay muchas posiciones y opiniones que pueden ayudar a asumir una posición al respecto.

En relación con lo anterior, Guerrero, S. (2004) considera una serie de aspectos a tener en cuenta en esa formación de los cuales nos interesan tres a los efectos de esta memoria:

El primero de ellos es el **carácter flexible** que ha de tener esa formación para que se pueda corresponder con los objetivos de la educación que están sometidos a cambios constantes y profundos. Lo antes planteado significa que a lo largo de los años el profesor va a tener que ampliar y cambiar su formación, como ha sucedido ahora con el impacto de la tecnología, por lo que debe tener asumido que su formación ha de ser así, y tener en el diseño de ella la posibilidad efectiva de esos cambios, para lo cual se dispone de la denominada formación continua, variante que se asume en este trabajo.

El segundo aspecto relativo a la formación del profesorado de matemáticas es que se tenga en cuenta que el **conocimiento que adquiera** no ha de ser un conocimiento “expositivo”, **sino adquirido significativamente y organizado**

racionalmente y además ha de ser un conocimiento “proyectivo”, un conocimiento para la acción sobre otra persona, un conocimiento cuya práctica sea conseguir que otra persona obtenga un aprendizaje. Esto es esencial en el trabajo con la tecnología, al igual que el otro aspecto a considerar que se expresa a continuación.

El tercero es que **la tarea fundamental del profesor de matemáticas**, la que no puede olvidar, no es explicitar lo que sabe sino **es construir situaciones apropiadas de aprendizaje para el alumno**, es decir que además de “matemáticas” el profesor debe conocer los procesos de aprendizaje de la matemática en la mente humana.

Este autor considera además, para tener en cuenta en la formación de los profesores de matemática, lo relacionado con los recursos empleados para la construcción del pensamiento, es decir, el papel de lo concreto, de los recursos manipulables, o desde hace poco la utilización de los recursos informáticos o audiovisuales. En especial se plantea interrogantes a tener en cuenta sobre ¿cómo se usan esos medios, para qué y qué es lo que se obtiene con ellos? Estas mismas interrogantes se tienen en cuenta en el trabajo de campo que se realiza en este trabajo.

2.3 La formación de profesores de matemáticas con el uso de la tecnología

Las recomendaciones realizadas en distintos foros, en especial las propuestas por la NCTM (2000) y la UNESCO (1996) en distintos documentos, enfatizan la importancia del uso de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática.

Las primeras experiencias que se tuvieron con el uso de la tecnología fue el la utilización de “máquinas de enseñar” que se sustentaron en los modelos de enseñanza programada de Skinner. En su libro de 1954, Skinner ya señalaba que dividiendo las etapas de aprendizaje de una tarea en pequeños pasos, y que estos recibieran reforzamiento contingente, podrían incrementar la frecuencia de respuestas correctas y por tanto facilitar el proceso de

aprendizaje con los mínimos errores posibles. Para ello sugirió las “máquinas de enseñanza”, las que podrían presentar este material en pequeños pasos y proporcionar reforzamiento inmediato sobre cada respuesta del alumno. Sobre esto hay que tener en cuenta que en aquellos momentos la tecnología de ordenadores no se había iniciado siquiera. Estas ideas las lleva a la práctica, estimulado por las dificultades de aprendizaje de una de sus hijas y construye para ella una “máquina para enseñar” que con el tiempo fue perfeccionando hasta introducirla como objeto en la docencia de una de sus clases en la Universidad. Esta idea fue tomando auge y se extendió en diferentes institutos para la enseñanza del álgebra y la gramática. (Skinner, 1967). En ese sentido se considera que Skinner fue un precursor del uso de la tecnología en los procesos educativos, particularmente en la Enseñanza Asistida por el Ordenador.

En la actualidad, hay que reconocer que la matemática y su enseñanza están cambiando debido al desarrollo de ciencia y la tecnología, su impacto social y educativo, al respecto Baldin (2002) señala el desafío que ello significa para los profesores:

"One great challenge that a mathematics teacher faces when he/she plans to introduce the technology in his/her classes is that, in general, he/she does not know when, what and how to use (sometimes why), even when he/she has previous knowledge about equipments and several educational software".

En relación con lo planteado antes por Baldin, en nuestro país es una realidad que para una buena parte de los profesores, incluidos los de matemáticas, es un gran desafío introducir la tecnología en sus clases, pues no saben generalmente cuándo, qué, cómo utilizarla y porqué deben utilizar dicha tecnología. No obstante, muchos profesores, en la búsqueda de mejorar su actividad profesional, han utilizado algún tipo de tecnología, desde el mismo pizarrón, los rotafolios, los proyectores de cuerpos opacos, entre otros. Otras iniciativas de mayor magnitud también lo ha sido el uso de la radio y la televisión, escenarios donde se ha utilizado el ordenador y más tarde el uso de la Internet que han aportado elementos de la importancia del uso de estas tecnologías, aunque en muchas ocasiones se cae en demasiado optimismo y

se magnifican sus efectos en el terreno educativo, por ello es necesario realizar tareas de investigación que nos permitan tener una mayor objetividad al respecto.

Con respecto al uso de las tecnologías en la educación, utilizadas desde la perspectiva constructivista, no siempre han sido bien interpretadas pues se le asigna un gran peso a las bondades de su utilización pero se considera que las tecnologías, por sí mismas, mejoran los procesos de enseñanza y aprendizaje relegando su utilización a la ejercitación y al entrenamiento.

Sin embargo, existen otras perspectivas de su utilización, por ejemplo aquellas que consideran al proceso de enseñanza aprendizaje como un sistema, o como un plan de acción para alcanzar objetivos en el menor tiempo posible y en las que el papel que se le asigna a los recursos tecnológicos está en función del sistema o del proceso.

Otros puntos de vista, como el de Marinko (1990), y Echeverría (2005) incluso se separan del término tecnología utilizando el de técnica, y la vinculan al desarrollo científico. Desde esta perspectiva se habla de desarrollo científico-técnico como es el caso del primer autor antes referido o de tecnociencia como es el caso del segundo, con sus respectivas implicaciones en la sociedad.

Como se puede comprender, todo este auge de la tecnología eleva la importancia de la formación de los profesores con estas nuevas perspectivas. La formación de profesores es vista por varios autores, por ejemplo Pepin (1999), como una tarea compleja que requiere de tiempo y de reflexión y de analizar acerca de las acciones y decisiones requeridas en la toma de decisiones. Este autor sostiene que los cambios han sido en la investigación, reconociendo la naturaleza interactiva del conocimiento de los profesores. Las investigaciones en formación de profesores de acuerdo con Chapman (2004) están centradas en examinar el conocimiento del contenido, las creencias, las concepciones, las prácticas en el aula, el aprendizaje y el desarrollo y cambio profesional, este último punto es lo que se aborda en la presente investigación. También es importante considerar la experiencia del profesor y su formación epistemológica que determina su vida profesional.

Otros autores sobre el tema, como Krawford (1996), Confrey (2000) y Ludwing (2003) abordan el papel de las herramientas y la tecnología y su papel en determinados ambientes y contextos.

Para Krawford (1996), los cambios presentados por el surgimiento de nuevos artefactos tecnológicos dentro de la actividad humana hacen que cambien las maneras en que las matemáticas se hacen y son usadas dentro de una comunidad, además de la forma en que debe darse la enseñanza y aprendizaje.

El autor antes citado también hace referencia a que dentro de las matemáticas existe una rama que involucra el uso de la tecnología, como es el desarrollo del álgebra simbólica y los sistemas de álgebra computacional (CAS), pero critica que los cambios tecnológicos que ocurren no se dan con la misma frecuencia en las instituciones educativas, en el mismo orden curricular. En especial, en la naturaleza de la matemática escolar Krawford destaca que en los últimos 20 años no ha habido cambios en la mayoría de los países.

Con respecto al uso de la tecnología, Krawford sostiene que las tensiones que se dan entre la práctica educativa y una comunidad que usa tecnologías de la información ha sido particularmente profundo, especialmente a partir del reciente desarrollo y accesibilidad de la Internet, por lo que ve la necesidad de hacer cambios en la educación matemática, recomendando actividades como: asesoramiento por miembros de la comunidad, consulta y resolución de problemas de forma cooperativa.

Por otra parte, Confrey (2000) destaca la existencia de pocos trabajos relacionados con la formación de profesores usando tecnologías, recomienda investigar sobre que tecnologías pueden ser eficaces para el aprendizaje y la enseñanza por parte de estudiantes y profesores. En el caso de Ludwing et al. (2003) proponen que:

"Los estudiantes para profesores de matemáticas deben familiarizarse con las variedades tecnológicas y entender cómo se relacionan con la enseñanza aprendizaje de las matemáticas".

También sostienen que:

“las nuevas tecnologías ofrecen oportunidades de abordar, tratar no solamente propósitos anteriores, sino que objetivos y medios de nuevas formas, sino también definir nuevos propósitos, nuevas metas y nuevos medios que no se han considerado antes”

Confrey también enfatiza la falta de resultados que se han producido en esta línea de investigación y señala que, “a pesar del gran número de sitios de Internet de contenidos matemáticos, muy poco se conoce sobre el aprendizaje de las matemáticas utilizando este tipo de tecnologías, y solo se puede encontrar muy pocos estudios empíricos al respecto”.

Con respecto a los anteriores criterios expuestos por Confrey, acerca de la falta de resultados investigativos, hay que decir que bajo enfoques constructivistas pueden encontrarse un mayor número de sitios desde donde se aborda fundamentalmente cuestiones de visualización, graficación, interacciones dinámicas, graficación con interacciones sociales donde se destaca el desarrollo individual. Por ejemplo, Kyriazis y Korres (2002) proponen que los maestros deben pensar en cómo trabajar con las tecnologías, especialmente con el uso de los ordenadores y hacen recomendaciones como la siguiente:

“adquirir una actitud positiva hacia las nuevas tecnologías, aprender cómo organizar la enseñanza, tener prioridad en el rol pedagógico y tener una educación en el uso de medios tecnológicos. “

2.4 La formación de profesores de matemáticas en el uso de Instrumentos y herramientas tecnológicas

Para referirnos a la formación de profesores de matemática en el uso de instrumentos y herramientas tecnológicas, hay que abordar cuál es la situación actual de desarrollo de la tecnología y el impacto que esto tiene en la preparación del hombre para poder usar adecuadamente esa tecnología. En el caso de los docentes, es aún más significativo porque su misión es preparar al hombre para enfrentarse a una sociedad cada vez más “tecnologizada”.

Con respecto a lo antes planteado, baste decir que el uso de las tecnologías, sobre todo con la expansión de los ordenadores y de la Internet, se ha logrado programas (software) cada vez más sofisticados, que permiten simular acciones que anteriormente solo se podían realizar con la presencia de profesores. En la actualidad, el diseño de instrumentos y herramientas informáticas con cada vez mayor versatilidad, como las simulaciones, la producción de videos educativos, y el desarrollo de applets con funciones para ser usados desde la red, permiten que actividades y acciones dinámicas se realicen en línea, enriqueciendo de forma interactiva en contextos virtuales donde existe la posibilidad de que una comunidad sea involucrada, para lo cual el papel del profesor, y en especial el de matemática, es esencial pues ese hombre que se va a enfrentar a ello, debe estar previamente preparado.

Las herramientas, instrumentos, artefactos y símbolos han sido creados por el hombre para que amplíe y potencie su actividad y campo de acción. Las herramientas han sido una prolongación de los sentidos del hombre, como ya lo señalaba el filosofo de la técnica Ernst Kapp (1877) referido por Méndez (1998). Según Cole (2003), cada vez los instrumentos y artefactos son de mayor complejidad e integridad, de tal forma que la presencia del ser humano se hace imprescindible pues, por ejemplo, las complejidades de operar aquellos instrumentos compuestos por herramientas que involucran símbolos no serían posibles de superar sin la actividad humana en la realización de las tareas que ello exige. Lo antes planteado tiene otra implicación importante y es que el uso de herramientas y artefactos está condicionado por el contexto y la cultura donde son utilizadas, por ello al utilizarlas deberá de tomarse en cuenta el contexto donde se empleen.

Una clase de herramientas muy importante en el estudio que se hace en esta memoria, especialmente desde el punto de vista de su empleo en la educación, son las denominadas herramientas cognitivas que tienen su sustento teórico en las perspectivas de la psicología cognitiva y el interaccionismo social, como lo señalan Williamson y Kaput (1999). Ejemplos de herramientas cognitivas en matemáticas son los scripts, en casos como el Geometer's Sketchpad, y procedimientos de programación como el LOGO,

donde se genera la posibilidad de representar algoritmos externos que los estudiantes pueden construir, probarlos, discutirlos y cambiarlos. Otra corriente que aborda la utilización de las herramientas cognitivas es el constructivismo, en donde autores como Nanjappa y Grant (2002) señalan que los participantes de una cultura se apropian de las herramientas de esa cultura para sus propósitos, y transforman su participación en esa cultura. Para ello de nuevo es esencial la formación del profesor de matemática.

Para Williamson y Kaput (1999) los medios computacionales crean nuevas formas de representación, tales como ambientes de Geometría dinámica, la manipulación de graficas cartesianas o notación algebraica como los Sistemas de Algebra Computacional (SAC). Los mismos autores sostienen que los cambios en educación matemática tendrán que ver con los algoritmos y con los sistemas de representación. Y en referencia a las culturas virtuales considera que la pedagogía de las matemáticas tendrá que ver con la representación de situación de problemas en una variedad de situaciones. Con respecto a esta nueva aplicación de la tecnología, ya se mueve una corriente alrededor de enseñar (y aprender) la geometría con un enfoque dinámico. Sobre ello Rizo C. y Campistrous, L. (2008) han elaborado una didáctica para el trabajo con lo que ellos denominan “situaciones de aprendizaje” que se sustenta en el empleo de la geometría con un enfoque dinámico mediante el uso de la tecnología.

Otros autores como Crowe y Zand (2000) consideran que la tecnología permite crear comunidades de aprendizaje y prácticas y sostienen que pueden facilitar las interacciones y actividades necesarias para resolver problemas del mundo real. Estos autores han clasificado en una larga lista, sitios con software de matemáticas y su enseñanza, muchos de ellos con posibilidad dinámica e interactiva, destacando aquellos sitios que almacenan applets para actividades de aprendizaje de la matemática. De nuevo esto nos indica la necesidad de la formación de los profesores de matemática en el uso de la tecnología porque los applets, por ejemplo, son medios construibles por el propio profesor pero en los que se emplean paquetes como el Geometer's Sketchpad y que de nuevo, para poder hacerlos hay que estar preparados.

Lo antes planteado tiene relación con lo que señalan Crowe y Zand (2000) y Godino (2003), en lo que se refiere a la gran variedad de tales recursos y observan que la ampliación es cada vez más rápida, en parte debido al aumento del lenguaje de programación Java, como un lenguaje para facilitar las interacciones, sin embargo, hacen notar de la necesidad de probar y constatar en el aula las verdaderas ventajas y también sus posibles limitaciones, para lo cual hay que investigar y, de nuevo, aparece la necesidad de formar al profesor de matemática para ello.

Un punto de vista que concreta el papel de la tecnología específicamente en la clase matemática, y por tanto a tener en cuenta en la formación del docente, es el expresado por Figueras, O. (2008) la que considera un aspecto didáctico esencial al plantear que lo que cambia con la tecnología es el conjunto de problemas entre los que se puede escoger y la forma en que se pueden presentar. En ese sentido una ventaja es que facilita el planteamiento de problemas al incluir algunos que son muy difíciles de plantear en las aulas cuando se utiliza solo lápices, biromes, pizarrón y tizas. Si las clases son planificadas y/o utilizan programas con concepciones de un aprendizaje constructivo, las tecnologías pueden incrementar la cantidad de problemas que pueden pensar y resolver los estudiantes. Lo anterior permitirá que en las clases se logre experimentar sobre búsqueda de regularidades, estructuras y patrones, y comportamientos de los objetos matemáticos, conjeturando sobre ellos e iniciándose en un camino de argumentaciones tendientes a la demostración, lo que cambia por completo la concepción clásica de la clase y por ende, la formación de maestro.

Para finalizar este aspecto cabe señalar que con la presencia de herramientas de amplia versatilidad como es el ordenador (con conexión a redes), se amplía en gran medida las posibilidades de comunicación a distancia (el caso de la Internet). Esto abre una perspectiva nueva en el desempeño de la docencia que algunos profesores ya están utilizando y que es la denominada educación a distancia, como una variante para aquellos casos donde la enseñanza presencial no sea posible, sobre todo en regiones de mayores carencias de infraestructura.

Para concluir, se puede apreciar que es imperiosa la necesidad de buscar alternativas para la formación de profesores en el uso de medios tecnológicos en su propio desempeño como docentes, por ello en este trabajo se muestra un ejemplo de cómo, a través del propio empleo de la tecnología, como medio de comunicación, se puede contribuir a esa formación.

2.4.1 El uso de programas interactivos en la enseñanza de las matemáticas.

Los primeros intentos de artefactos interactivos usados en la educación los encontramos en la enseñanza programada, como antes se planteó, a partir de las investigaciones desarrolladas por Skinner vinculadas al condicionamiento operante bajo la perspectiva del constructivismo, como lo destaca Wertsch (1993), y ya desde estas experiencias se involucran recursos tecnológicos en el contexto educativo.

En el caso de la enseñanza de la matemática los primeros programas (software) con funciones interactivas desarrollados para su aprendizaje fueron los trabajos en torno al LOGO, desarrollados por Seymour Papert (1980) y su equipo de trabajo en el Instituto Tecnológico de Massachussets (MIT) en EEUU. LOGO es un software de programación construido por Seymour Papert, con la intención de desarrollar en los estudiantes la creatividad y la imaginación asociadas a las matemáticas. Más tarde Richard Noss y Celia Hoys (1997) trabajaron en micromundos que ampliaba la concepción de Papert, en especial en lo relativo a lo que denominan “ventanas sobre los significados matemáticos: culturas del aprendizaje y computadoras”. En este libro los autores presentan una visión de conjunto de sus investigaciones y se cuestionan sobre las capacidades matemáticas necesarias en una sociedad tecnologizada. Su conclusión es que hoy se hallan presentes nuevas culturas laborales y nuevas formas de expresión, que requieren nuevas formas de enseñar y de aprender las matemáticas para el siglo venidero.

David Tall (1997) trabajó con graficación de funciones mediante el programa GCF que permitía trabajar de forma dinámica. Más tarde el desarrollo de

programas dinámicos e interactivos como el CABRI para el aprendizaje de geometría y los sitios actuales con infinidad de programas Crowe y Zand (2003) con prácticamente para cualquier tema de aprendizaje de las matemáticas.

2.4.2 Las herramientas cognitivas

Desde una perspectiva de la psicología cognitiva, del interaccionismo social y del constructivismo, las herramientas, los instrumentos y los artefactos juegan un papel mediador en el aprendizaje. Estas perspectivas sostienen que el aprendizaje se da a través de la función mediadora de las herramientas y que van a depender del contexto y la cultura donde son utilizadas. Sobre herramientas cognitivas mucho se ha escrito, incluyendo la utilización de scripts y lenguajes de programación como una forma de desarrollar algoritmos que muestran el resultado del aprendizaje, a través del correcto funcionamiento de un algoritmo.

Las herramientas cognitivas son tema principalmente de la psicología cognitiva y de la psicología social que son vistas por Vygotsky como objetos o medios, provistos por el entorno de aprendizaje que permiten al alumno incorporar nuevos saberes, como lo destacan Bastan y Rosso (2006). Este tipo de herramientas cumple con la función de ser medios para el aprendizaje, las herramientas cognitivas en educación se componen por un conjunto de actividades, una herramienta propiamente dicha y un conjunto de técnicas con el propósito de que ocurra el aprendizaje.

En matemáticas se han desarrollado tecnologías que amplían su desarrollo como es el caso de los sistemas de álgebra simbólica. En el caso de la educación matemática existe ya una tradición de trabajo con herramientas cognitivas, desde los trabajos iniciados con el lenguaje LOGO, la geometría dinámica hasta el desarrollo de applets y mathlets para el aprendizaje de temas específicos de matemáticas. Cuando se tiene una herramienta, un guión de actividades y el propósito del aprendizaje de un tema, es lo que se identifica como una herramienta cognitiva.

En este renglón los aportes de Confrey (1997), Roschell, J. (2000), Trouche (2004) han permitido, dar mayor énfasis al desarrollo y utilización de este tipo de herramientas en la educación matemática.

Los applets son pequeños programas elaborados en lenguaje JAVA y su naturaleza cubre con las características de ser herramientas de tipo cognitivo, o de un instrumento según la visión de Guin y Trouche (1999), el sistema en el cual se usa, se corresponde con la génesis instrumental postulada por Trouche (2004), donde está asociada con la noción de esquema y de un conjunto de tareas y actividades.

2.5. El uso de foros por profesores

Actualmente el uso de foros se ha incrementado a partir de las posibilidades que dan los recursos de internet. Por ello, el concepto de foro de discusión se ha ido ampliando para dar paso a este concepto en un entorno virtual. No obstante es un concepto que pudiera decirse que es simple en su acepción primaria.

En relación con lo antes planteado, para algunos autores como Gallego M. J. (2003) un foro de discusión es “un espacio para el intercambio de ideas, al mismo tiempo que una fuente de información sobre temas específicos”. Por otra parte, esta misma autora Gallego, M.J. y Gamiz, V. (2007) considera al foro también como un espacio virtual de comunicación para emplear en la docencia universitaria, en el caso especial de los estudios universitarios de educación. Sobre esto considera que “es un tipo de comunicación que permite y favorece la interacción entre docentes y estudiantes más allá de los límites físicos y académicos del centro educativo (aula, despacho...) al que pertenecen”. Con respecto a este uso considera que el foro se emplea para la atención colectiva al conjunto de los estudiantes de un grupo o materia. Según ella, la estrategia más adecuada es iniciarlo con un material escrito (artículo, tema...) para que las intervenciones de los estudiantes vayan dirigidas al contenido o contenidos planificados por el docente. La autora también identifica algunas dificultades que se ponen de manifiesto en los foros virtuales como son la escasez de intervenciones por parte de los estudiantes; no distinguir las

cuestiones individuales de las que interesan al grupo y mezclar cuestiones organizativas y de contenido. También da algunos consejos como:

- 1) Animar el foro indicando a los estudiantes la lectura previa de un documento (controvertido, de actualidad, con distintos puntos de vista, etc.)
- 2) No dejar que cuestiones de gestión o del programa de la asignatura o mensajes individuales “distrayan” del objeto de trabajo-clave (contenidos)
- 3) No olvidarse de los que no intervienen.

Otros autores también se refieren a los foros de discusión virtuales y las interacciones que se producen en ellos. En este caso Silva, J. (2006) plantea que una contribución importante que proporcionan las tecnologías de la información y la comunicación (TIC), es la creación de Espacios Virtuales de Aprendizaje (EVA) a través de espacios de trabajo común, que permite la interacción entre los participantes y tutores, elemento clave en los procesos educativos enmarcados en la construcción social del conocimiento.

Para Silva, J. el contenido de las interacciones en foros virtuales permite estar disponibles electrónicamente, para que puedan ser analizados desde distintos puntos de vista, por parte de investigadores, de profesores, por tutores y por todos aquellos que desarrollan experiencias de índole formativa. De igual modo permite que de manera permanente pueda ser accedido en el momento o en el futuro luego de cierto tiempo, mediante mensajes que pueden ser de tipo sincrónico o asincrónico y destaca que incluso la participación se puede dar por días o meses de por medio. El autor sostiene que la comunidad On Line es una variable importante aún no se ha investigado lo suficiente sobre, como esto ocurre.

Silva también se refiere a algunos inconvenientes que se pueden presentar en este tipo de foros virtuales, en cuanto a las metodologías utilizadas para el análisis de las intervenciones pues en ocasiones contemplan una variedad de propuestas que difieren desde qué analizar y el cómo analizarlo.

2.6 El uso de foros por profesores de matemáticas

Las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas tienen su origen en las listas de correos, soportados por correo electrónico, estas fueron las primeras formas de foros virtuales e interactivos, se empezaron a utilizar para la discusión diversos temas, lo que enviaba cualquiera de los miembros de las listas era recibido por el resto de los subscriptores, los que a su vez contestaban alguno o varios de los mensajes. Más tarde surgieron los primeros foros, con mejor presentación y una mayor sistematicidad ordenando las discusiones por temas de forma jerarquizada.

Las listas de correos de profesores e investigadores fue un grupo muy reducido, sobre todo porque a ellos no les interesó recibir todo un alud de correos como lo comentan Crowe y Zand (2003). En este grupo se encuentran los foros de profesores de matemáticas que aún son más reducidos, como ejemplo el grupo EduMat coordinado por J. Godino y colaboradores que se ha convertido en un foro virtual de gran importancia.

Otras experiencias sobre el uso de foros virtuales por internet por profesores de matemática son referidos por Altas et al. (2002), grupo que ha realizado investigaciones donde utilizan la tecnología de Internet, especialmente foros para tratar temas de matemáticas con estudiantes universitarios. Dentro de los aportes señalan una colección de preguntas frecuentes de temas de matemáticas, interacción en grupos, lectura de preguntas y respuestas enviadas por otros estudiantes, también se registran las estadísticas de las interacciones, y señalan la importancia de los alumnos que visitan el foro y que no se registran. Pero a pesar de ello, comparando con la cantidad de foros existentes en la red, los foros que están dedicados a temas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas es muy reducido, aunque esto seguramente pronto habrá de cambiar.

2.7. El mundo de las interacciones

Las interacciones forman y han formado parte de la actividad humana, el ser humano se desarrolla en una sociedad y en una cultura en determinada época,

interactúa con otros hombres, convive en sociedad, gran parte de su educación y cultura la adquiere dentro de esa sociedad. Las interacciones están presentes en todo momento de la existencia de los hombres, con ellas se forma su cultura, su conocimiento, convive en una sociedad y gran parte de su formación y educación es adquirida por este medio y le condiciona para su posterior desarrollo. Las interacciones juegan un papel mediador en los procesos de aprendizaje, en la escuela, en el aula, los estudiantes interactúan con sus profesores, con sus compañeros y las herramientas e instrumentos que existen en su entorno educativo.

Una de las más grandes experiencias de las que se tiene noticia es un pasaje de platón referido por Geoffrey (1998) donde dice:

“In the third century B.C., Plato described a geometry lesson where the interaction between Socrates, the teacher, and a slave boy pupil”.

En ese pasaje se puede observar el papel de la interacción entre el esclavo y el maestro mediante la acción interactiva para que se produzca el aprendizaje en el esclavo, mediante una técnica que después se ha reconocido en el mundo como la “conversación socrática”.

En el caso de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas las herramientas e instrumentos que se han desarrollado desde los ordenadores con software dinámico con un perfil constructivista como el lenguaje LOGO, y más tarde con el desarrollo de la geometría dinámica, que proporciona ventajas en temas como la visualización, la graficación, la ejercitación y el análisis y deducción de nuevos objetos matemáticos, tanto de la propia matemática como del aprendizaje de la misma.

Los primeros estudios sobre interacciones fueron realizadas por Blumer en 1938 (Blumer, H. 1982) al plantear en el campo de la educación, la perspectiva teórica “interaccionismo simbólico”. No obstante, son pocos los trabajos que se han reportado sobre interacciones como lo señala Gao (2003). Este autor reporta un estudio de los niveles de interacción que realizan estudiantes con el contenido. De igual modo algunos trabajos de interacciones en el aula escolar han sido reportados por Coll (2004a). Este autor considera que en vista de que

el uso de la tecnología está enraizado en contextos particulares de enseñanza y aprendizaje, y que este uso debe responder a las necesidades de interacción de los participantes, de acuerdo con el diseño instruccional propuesto, resulta fundamental desarrollar propuestas metodológicas para analizar las tareas y los roles de los participantes en estos entornos. Para Coll, el éxito de las actividades educativas dependerá tanto de lo que ha denominado el diseño “tecno-pedagógico”, como de las habilidades de los participantes para usar las herramientas tecnológicas.

Otros estudios realizados por Lewis (2001) describen una estructura de las interacciones bajo la perspectiva de la teoría de la actividad. Sutton (1999), trabaja estas interacciones en el terreno de la educación matemática al igual que los trabajos reportados por Sierpinska (1996). Con respecto a la posibilidad de utilizar las interacciones, los trabajos de Chapman (2004) , reportan una experiencias de trabajo interactivo entre pares de estudiantes y la dirección de un profesor de matemáticas y Godino y Llinares (2000), han reportado que en la actualidad una experiencia exitosa en la que una parte de un sector de la comunidad de profesores e investigadores en educación matemática ha utilizado esta perspectiva para explicar la incorporación de los medios de comunicación e información y su utilización en ambientes educativos y de la educación matemática en contextos virtuales.

2.7. Características y definición de Interacción

A continuación se profundizará en el concepto de interacción y de algunos tipos que se recogen en la literatura estudiada. Por otra parte se analiza la utilización de las mismas en un contexto de aula.

2.7.1 Tipos de interacción

En el presente trabajo se entenderá por interacción a la acción física o hablada entre personas que se influyen de manera recíproca, esto es, que al menos en la primera acción exista por parte de la segunda persona o grupo de personas de una o más respuestas.

Las interacciones que nos interesan son aquellas de tipo social, que ocurren en ambientes virtuales. Esto es, interacciones que se dan entre personas, mediadas por tecnologías de redes, como es caso del Internet y de las interacciones que ocurren al utilizar el correo electrónico y un foro virtual.

De acuerdo a Roblyer y Ekhaml (2000) interacción es: intercambio en los cuales los individuos y los grupos se influncian.

Para Pérez (2002):

“...las relaciones sociales, la interactividad, supone una relación interpersonal que se establece, como mínimo, entre dos individuos y por la que el comportamiento de estos individuos se influyen mutuamente y se modifican de forma consecuente”.

Gao y Lehman (2003) sostienen que la interacción es un proceso de comunicación de dos vías, donde destacan la perspectiva del aprendizaje y distinguen tres tipos de interacción que involucran procesos de aprendizaje:

- a) Interacción con el contenido
- b) Interacción con el instructor
- c) e interacción con otros estudiantes.

Cada tipo de interacción puede tener diferentes efectos en los estudiantes y actitudes hacia el aprendizaje.

El mismo autor señala que las interacciones más importantes son las que ocurren entre los estudiantes y los materiales.

Agrega también que el término interacción e interactividad en la literatura se usa indistintamente para referirse a la comunicación entre estudiantes y contenidos, estudiantes e instructor y entre estudiantes.

Según Hannafin (1989) citado por Gao y Lehman (2003) existen dos perspectivas sobre la interacción, una cuantitativa referida a aquellos factores externos tales como respuesta de respuesta, número de preguntas durante el

módulo de aprendizaje y el enfoque cualitativo de la interacción que consiste en que enfatiza el rol del aprendizaje y la interacción mediada.

Para Wenger (1994, 1997) citado por Roblyer y Ekhaml (2002) define a la interacción como:

“an interplay and exchange in which individuals and groups influence each other”.

Como se ve entonces, aquí entenderemos por interacción en contextos virtuales a la influencia mutua y recíproca entre dos o más personas mediada por instrumentos tecnológicos.

2.7.2. Interacciones en contexto de aula

El estudio y análisis de las interacciones en el aula ha sido ampliamente estudiadas en la investigación educativa en los años 80 según lo destaca Pérez (2002), otros estudios realizados en este sentido son los Coll (2005), Lewis (2001), este último lo hace desde una perspectiva de la teoría de la actividad. El estudio de las interacciones en aula, principalmente entre el profesor y los alumnos eran situaciones complejas con un observador y en el mejor de los casos las sesiones eran grabadas en video para su estudio posterior. Con el paso de las interacciones en el aula a contextos virtuales, las interacciones ofrecen una forma de estudio más accesible ya que los mensajes en forma escrita quedan almacenados en soporte como el foro virtual y su análisis se centra en el estudio de dichos mensajes.

2.7.3 Interacciones en contextos matemáticos

Según Godino (2003), “...las interacciones entre los miembros de un grupo de alumnos pueden dar lugar a acuerdos en el seno del grupo, produciendo maneras de actuar y hablar compartidas, que pueden recibir un cierto grado de regulación interna al grupo”. Otros estudios identifican estilos de escritura e identidad social como los reportados por Fayard y DeSanctis (2005). Las interacciones en las aulas de matemáticas las podemos ver desde la utilización

de un diccionario, hasta complicados programas interactivos, creados para el aprendizaje de algún concepto, el desarrollo de ciertas habilidades o competencias, entre otras. Las interacciones entre profesores ocurren de forma presencial en los colectivos, en la enseñanza que realiza en un grupo con sus alumnos. Las interacciones que ocurren en un foro virtual se pueden distinguir desde el uso de las listas de correos, hasta los foros virtuales actuales con adelantos técnicos de estructuración y organización.

En las interacciones juega también un papel importante el lenguaje, específicamente en el lenguaje escrito, ya que en las interacciones que nos interesan se utiliza el lenguaje escrito. El lenguaje para algunos autores es un medio que juega un papel importante vinculado directamente con la formación del pensamiento, particularmente en la formación de los procesos mentales superiores como lo propuso Vigotsky (2005) y parte de los estudios sobre el tema realizados por Wittgenstein y plasmados en su obra “Tractatus”, estos aportes han sido tomados por estudiosos de varias disciplinas entre ellas las ciencias sociales, educativas y en educación matemática.

2.7.4. Definición de proceso interactivo

Por proceso interactivo se entenderá a las interacciones que ocurren en un periodo de tiempo tomando en cuenta el contexto, el medio y las herramientas así como las tareas y actividades que se realizan en un determinado ambiente.

Las interacciones ocurren con otras personas, con compañeros o con alumnos, no se dan de forma aislada, están determinadas por el contexto y en una cultura. Los alumnos traen una formación previa y una cultura que influye en su forma de aprender, lo mismo ocurre con los profesores, sus creencias determinan en gran parte su actividad profesional.

Las interacciones adquieren relevancia cuando se observan en su desarrollo y en su dinámica en un lapso de tiempo, para poder diferenciar y apreciar la evolución de aprendizaje, como ocurren con evidencias en trabajos que se han reportado como los de Vayreda (2000), Lewis (2000), Confrey, Castro y Maloney (1997), Cobo y Fortuny (2000).

Las primeras interacciones que se registran en contextos educativos, los ubicamos en la utilización de tecnologías dinámicas y de forma presencial como son los trabajos desarrollados por Papert y su grupo (1984) con el lenguaje LOGO, los trabajos de Noss y Hoyles en experiencias en micromundos utilizando programación con el lenguaje LOGO, los trabajos con geometría dinámica con el Geómetra y los últimas experiencias en la aplicación de applets como lo refiere Crowe y Zand (2000) y Godino (2003).

Las interacciones en contextos virtuales de aprendizaje matemático estudiadas por Fortuny y colaboradores (2000, 2003, 2005, 2006) muestran que los contextos de aprendizaje de la matemática virtuales se ven enriquecidos tanto por el uso de herramientas e instrumentos tecnológicos como por las interacciones que ocurren entre individuos e instrumentos y entre individuos e individuos de forma remota. Para Cobo y Fortuny (2000) al estudiar el aprendizaje de las matemáticas en ambientes virtuales interactivos los estudiantes que colaboran en pares para resolver problemas, al analizar las interacciones establecen un modelo de estructura dinámica caracterizada por procesos y productos. Para Murillo (2002) las herramientas telemáticas constituyen un recurso importante que favorece la interactividad entre profesores y alumnos. En la enseñanza de las matemáticas, las interacciones constituyen un elemento que favorece el desarrollo cognitivo, la adquisición de conocimientos y habilidades.

En otra investigación Rodríguez y Fortuny (2003) analizan las Interacciones entre estudiantes de matemáticas y entre el profesor/tutor y estudiantes de matemáticas, donde consideran a las interacciones como construcciones y negociaciones de conceptos de aprendizaje matemático entendidas como participaciones con el contenido y con el sistema interactivo de participación.

2.7.5. Algunos tipos de interacciones

Las interacciones se pueden clasificar en distintos tipos de ellas:

a) De acuerdo al medio físico:

Interacciones cara a cara

Interacciones hombre-ordenador

Interacciones remotas

b) Apoyados en la característica de la presencia o no, se pueden identificar los siguientes tipos:

Presenciales persona a persona

Presenciales Hombre-máquina

Virtuales o remotas (hombre-máquina-máquina-hombre)

c) En la escuela se pueden distinguir al menos tres tipos de interacciones, de acuerdo a los participantes en el aula.

Interacciones entre profesores y estudiantes,

Interacciones entre estudiantes

Interacciones entre profesores.

Interacciones entre profesores en contextos virtuales

La última categoría ha sido agregada por Coll (2005), interacciones entre profesores y estudiantes en el contexto del aula y virtuales.

d) Interacciones por niveles.

Estos niveles se dan tomando en cuenta cómo van apareciendo históricamente hasta llegar a las interacciones que nos ocupan.

Nivel I: Relación individuo cognoscente y objeto del conocimiento

El primer nivel que reconocemos es el de un individuo cognoscente y un objeto cognoscitivo Gao y Lehman (2003). Aquí los individuos realizan acciones y operaciones con los objetos, realizan actividades con ellos, las cuales están dirigidas a un propósito y son propuestas por otras personas con más experiencia y más tarde serán propuestas por los mismos individuos. El individuo forma su conocimiento mediante las interacciones entre individuos y los objetos en un contexto.

Nivel II: Relación entre un individuo, un objeto y una herramienta cognitiva.

La incorporación de herramientas cognoscitivas, como las calculadoras, las computadoras, el software, las tareas y actividades. Se entenderá por herramienta cognitiva a una herramienta que permite mediante acciones y operaciones la formación de un concepto, un procedimiento o la solución de un problema, a partir de actividades previamente diseñadas para tal propósito. Un ejemplo es el uso del lenguaje LOGO, donde los estudiantes se encuentran en un ambiente tecnológico, constituido por estudiantes, un robot (tortuga) un lenguaje de programación (IA), y un conjunto de actividades dirigidas al aprendizaje de conceptos matemáticos. Aquí el lenguaje LOGO cumple con las características de una herramienta cognitiva, otro ejemplo son los programas de geometría dinámica como el Cabrí, el Geometer's Sketchpad o el Cinderella, este último programa además de hacer geometría dinámica de escritorio permite exportar un archivo junto con el applet a una página web dinámica, la que puede subirse a internet y desde ahí tener una página dinámica con contenido para educación matemática.

En la actualidad muchos profesores e investigadores con la ayuda de programadores han desarrollado en el lenguaje JAVA, applets dinámicos e interactivos como herramientas cognitivas para el aprendizaje de la matemática según Krainer (1999), Crowe y Zand (2000) y Godino (2003).

En este nivel se desarrollan acciones, operaciones y actividades con el propósito de que los estudiantes utilicen las herramientas y elaboren conceptos matemáticos, procedimientos o resuelvan problemas.

Nivel III: Relación de al menos dos individuos, un objeto y una herramienta cognitiva.

El tercer nivel está compuesto por al menos dos individuos, un objeto y una herramienta cognoscitiva. Se establecen relaciones entre los individuos y la herramienta. Aquí se distinguen dos tipos de relaciones, aquellas que se establecen entre cada uno de los individuos y la herramienta cognitiva y las que se establecen entre ellos.

Los individuos no aprenden solos, el conocimiento no se desarrolla entre el individuo y el objeto y la herramienta cognoscitiva. El individuo aprende en sociedad, en interacción permanente con otros individuos y actúa sobre los objetos del conocimiento, realiza acciones, operaciones y actividades con estos objetos.

Las primeras relaciones ya las hemos denominado como acciones, operaciones y actividades, las segundas se conocen como interacciones.

Nivel IV: Relación de al menos dos individuos distantes, un objeto y una herramienta cognitiva.

En el cuarto nivel reconocemos a dos individuos que se encuentran distantes (interacciones remotas), un objeto y una herramienta cognitiva. Los individuos interactúan a distancia a través de algún medio de comunicación como puede ser internet, y frente a una herramienta cognitiva, para este caso se trata de Applets para el aprendizaje de tema de matemáticas, concretamente la parábola. En este caso se presentan los niveles anteriores, el individuo interactúa con una Herramienta cognitiva virtual.

2.7.6 Las interacciones y los medios

Los medios juegan un papel importante en el aprendizaje, los medios permiten las interacciones que logran la formación de significados, el medio más importante es el lenguaje hablado, pero las interacciones también ocurren de forma gráfica, a través de señales de forma directa y de aquellas que viajan por el aire como la radio, la televisión, la telefonía y la Internet.

A medida que la sociedad ha evolucionado el hombre ha creado e inventado nuevas herramientas y signos, que ha utilizado, al grado que las nuevas interacciones del hombre se amplían al uso de las nuevas herramientas, y entonces podemos hablar de las interacciones con herramientas y más tarde con las herramientas y artefactos considerados como medios que se amplían a actividades remotas o a distancia.

Los documentos escritos fueron una de las primeras herramientas interactivas sobre todo aquellos donde el ingenio y las destrezas debieron estar presentes. Con la invención de la imprenta los libros fueron una de las primeras herramientas interactivas. En el caso de los libros de adivinanzas, de acertijos, de pensamiento lógico, de geometría o de matemática, o de cualquier otro que planteara problemas o modelos para resolución de problemas que requerían que el lector tuviera que realizar algunas destrezas, estaban ya presentes el primer tipo de interacciones, que se manifestaban desde el mismo momento de consultar el libro para saber si se había encontrado la solución correcta, en cada una de estas acciones.

En esos primeros libros ya se pueden identificar las primeras interacciones con objetos, más tarde las interacciones se identifican con la utilización del lenguaje cara a cara. Más tarde las interacciones se dieron mediadas por herramientas y artefactos, tal como lo plantean Guin y Trouche (1999). En particular Trouche (1999) considera que la integración de herramientas en la enseñanza y aprendizaje de la matemática deben tener al menos los siguientes cuatro aspectos:

- “a) Un aprovechamiento teórico, al explicarnos la influencia de las herramientas en la actividad humana, en particular en los profesionales de la educación en los procesos educativos.
- b) Un análisis de los ambientes de aprendizaje, al mostrar la importancia del control en las actividades de los estudiantes
- c) Algunos elementos que permiten la organización espacio temporal del estudio de ambientes con guías para estudiantes.
- d) Una reflexión acerca de los recursos pedagógicos que es necesaria para que facilite la evolución de las prácticas de los profesores.”

Por otro lado sostiene que la génesis instrumental combina dos procesos:

un proceso de instrumentación a través del cual el individuo se adapta al instrumento por la acomodación de sus esquemas y,

un proceso de instrumentalización a través del cual el individuo desarrolla su aprendizaje.

2.7.7 Interacciones en ambientes en línea de formación de profesores.

Uno de los pocos trabajos que se pueden encontrar de manera específica abordando tanto las interacciones en un ambiente en línea como la formación de docentes es el trabajo de Silva (2006), aunque la naturaleza de su trabajo lo hace desde la perspectiva del constructivismo social, este autor que identifica a las interacciones como cruciales en el logro del aprendizaje en este tipo de ambientes, por ello considera de relevancia analizar los contenidos de las interacciones.

2.7.8 Algunas interacciones en contextos educativos sobre aprendizaje de la matemática.

Las actividades interactivas que ocurren en el contexto de aula, tanto en el terreno educativo como en educación matemática, se encuentran en:

- 1) Los trabajos interactivos en el aula entre profesores y estudiantes estudiados por Soury-Lavergne (1998) quien en un escenario alterna fases para el trabajo autónomo del estudiante y fases de interacciones a distancia con un profesor, propone herramientas de modelado para describir y entender tareas de los profesores en interacción didáctica y estudia las intervenciones del maestro en la actividad matemática del alumno.
- 2) El estudio de las interacciones entre estudiantes y sus representaciones realizado por el Dr. Lewis (2001) de la Universidad de Lancaster, el que utiliza como fundamento la teoría de la actividad (sociocultural) y hace representaciones de las interacciones de sus estudiantes.
- 3) Las interacciones realizadas en un sistema didáctico en escenarios virtuales, Montiel (2005), en el que participaron profesores de matemáticas en servicio, confrontando nociones de la derivada en situación escolar, utilizando la

plataforma BSCW (Basic Support for Cooperative Work), donde los medios de interacción entre profesores y estudiantes fueron el correo electrónico y los foros de discusión.

4) El estudio de las interacciones entre profesores y alumnos realizado por Rodríguez y Fortuny (2003) y de las interacciones entre pares en la solución de problemas de matemáticas estudiadas por Cobo y Fortuny (2002). Estos autores, al analizar las interacciones, establecen un modelo de estructura dinámica caracterizada por los procesos y productos, destacan episodios sociales como intervalos de tiempo en que los estudiantes participan y finalizan una fase del proceso seguido por la resolución real.

2.7.9 Interacciones y los profesores de matemáticas

Los cambios que están ocurriendo en educación con respecto al uso de las tecnologías están generando cambios en los procesos de enseñanza y aprendizaje, muchas de las investigaciones reportadas reconocen la naturaleza interactiva de la enseñanza por parte del conocimiento de los profesores como lo destaca Pepin (1999). Este autor reconoce a la enseñanza como un fenómeno complejo que requiere de tiempo y reflexión, sostiene que la visión acerca de los medios tecnológicos han cambiado de una enseñanza “pasiva” a una enseñanza “activa”, según se aprecia en los reportes de investigación referidas a ese tema. Esta nueva situación hace aún más vigente lo planteado por Shulman (1987) con respecto a que el profesor de matemáticas debe tener conocimientos pedagógicos referentes a su materia y en la formación de profesores debe tenerse en cuenta también las creencias y actitudes, tal como plantea Pepin (1999), además de que debe conocer las nuevas tecnologías entre ellas, el ordenador y su uso en ambientes virtuales, específicamente sobre herramientas cognitivas como el uso de applets.

2.7.10 Las interacciones en foros virtuales y la formación de profesores de matemáticas

Las interacciones forman parte esencial de las comunidades virtuales, una comunidad virtual se identifica de acuerdo a Godino y Enfedaque (2002) como: “Una comunidad virtual aparece cuando una comunidad real usa la telemática para mantener y ampliar la comunicación”.

Para el año 2002, según los autores antes referidos, existían dos foros de discusión sobre educación matemática, EDUMAT (Educación Matemática) e INDIMAT (Investigación en Didáctica de la Matemática). Los autores y coordinadores de estos sitios mantienen la esperanza de que la comunidad de educación matemática se integre, tanto en los foros como en los distintos eventos que organizan sus respectivas comunidades.

2.7.11 Las interacciones en foros virtuales

Los foros virtuales están siendo utilizados por los negocios y por los comercios, en ellos los participantes interactúan de distintas formas según lo anotan Fayard y GDeSanctis (2005). Son excelentes sitios para interactuar con otras personas, en algunos casos están siendo utilizados por profesionistas de distintas ramas, y particularmente los profesores de matemáticas los utilizan en menor medida. Sin embargo el potencial que ofrece por ser un medio de comunicación puede si las evidencias lo señalan elementos muy importantes para la formación y actualización de los profesores de matemáticas.

Una primera constatación con profesores de matemáticas en formación en un estudio de los procesos interactivos realizada por Nava (2005) en un ambiente virtual donde se utilizó el correo electrónico, listas de correo y en menor medida el uso de un foro virtual, se pudo apreciar mejoras en la formación del pensamiento de los profesores que participaron en la experiencia. No obstante, en cuanto a la literatura revisada en la utilización de este tipo de recursos se encontró muy pocos trabajos en esta línea.

Muchos de los profesores que laboran en el medio donde se desarrolló la experiencia no utilizan los medios tecnológicos para apoyar en sus clases, y es

probable que no ocurrirá hasta que se realicen cambios en los contenidos curriculares que incorporen aspectos de la tecnología, por lo que se hace necesario hacer cambios en los programas de formación de profesores de matemáticas como lo ha destacado Crawford (1996), para que forme parte de los profesores y de los estudiantes a un futuro próximo. Algunos estudiantes por su cuenta e iniciativa propia, incursionan en el uso del correo, en las listas de correo y emplean algunos foros y otras herramientas como blogs, e incluso diseñan sus propias páginas Web, como un entretenimiento o una forma de diseño, pero estas actividades las realizan de forma aislada e individual e independiente del contenido curricular.

La formación de profesores como se ha señalado, es un tema relativamente reciente, tendrá 20 o 25 años desde que de manera sistemática empezó a abordarse como un problema del contexto educativo. En relación a esta problemática, los trabajos de Shulman (1987) son un referente importante, él abordó el problema desde el momento en que planteó que en la formación de profesores no es suficiente que conocieran exclusivamente la disciplina propia de enseñanza, sino que los profesores deberían tener un conocimiento pedagógico del contenido. La investigadora rusa N. Talizina (1984), señala que el profesor debe tener un doble perfil, por un lado debe ser un especialista en el área de su competencia y por otro ser un didáctica o pedagogo a fin de enseñar a sus estudiantes la disciplina en cuestión.

Desde la década de los 80's se identifican los primeros trabajos en formación de profesores como exigencia notable, al observar tanto el desempeño de los profesores como los resultados de su actividad. En esta época surgen grupos de discusión de temas referentes a la formación de profesores, incluido la formación de profesores de matemáticas.

Aunque la formación de profesores de matemáticas es un tema más reciente, algunas referencias internacionales sobre el tema se encuentran en los trabajos ya antes referidos de Shulman (1987). En matemáticas los trabajos de Kilpatrick (1988) y Krainner (1999), estos dos últimos autores sostienen que la

formación de profesores de matemáticas son “procesos interactivos inmersos en lo social, organizacional, cultural y el contexto, y estas interacciones están dadas entre educadores y estudiantes para profesores”, en España los trabajos de Godino y Llinares y en México los aportes de Rojano.

CAPÍTULO III. MARCO TEÓRICO

Cada sociedad, en correspondencia con el tipo de relaciones de producción proyecta por necesidad determinadas relaciones sociales y modos de intercambio de actividad"

Pupo, R. (1990).

3.1 Introducción

En este capítulo se bosqueja una orientación teórica que fundamenta el presente trabajo de investigación, la naturaleza compleja de los problemas educativos hacen que se lleve la mirada a más de una perspectiva teórica, por ello, se han tomado elementos de perspectivas que se relacionan con el fenómeno motivo de estudio. Los procesos interactivos en la formación de profesores de matemáticas en contextos virtuales, de acuerdo a los trabajos reportados, son aún escasos y poco estudiados. Este problema abarca aspectos relacionados tanto con los procesos interactivos, como la formación de profesores de matemáticas y sobre el impacto de los contextos virtuales en la formación de profesores de matemáticas, sea formación inicial o permanente.

Hasta el momento hay un número reducido de trabajos sobre el estudio de los procesos interactivos en la formación de profesores de matemáticas, a pesar de ello se han identificado trabajos como los desarrollados por Fortuny (2000) y colaboradores, los trabajos con el uso de herramientas cognitivas desarrollados por Confrey (1997), Kaput (2002) y Trouche (1999, 2001), el trabajo con profesores de matemáticas del grupo de Godino, Rojano (2003), Silva y Gros, B. (2005), entre otros.

En este capítulo se hace una revisión de las propuestas de varios autores que se adscriben a las perspectivas mencionadas y de cómo los medios y las herramientas son utilizadas con profesores, destacando algunas ventajas que ofrecen los ambientes virtuales, de acuerdo a los resultados de sus trabajos.

Tanto la educación matemática como la formación de profesores de matemáticas son disciplinas relativamente nuevas y actualmente se encuentran en fase de desarrollo, lo que hace que la investigación esté encaminada a realizar aportes en lo inmediato y, en lo posible, aplicarlos al contexto del aula.

En este sentido, los aportes hechos por Shulman (1986), referentes a los conocimientos adicionales que deben poseer los profesores, marcan una primera gran separación entre los conocimientos de las disciplinas que enseñan los profesores y la necesidad de conocer otros elementos que se vinculan con un conocimiento didáctico, lo cual es necesario si los profesores desean tener éxito o mejores resultados en su profesión. Esto se hace aún más complejo con la introducción de la tecnología en la educación.

Los investigadores Becker y Riel (2000) reportan una categorización de los profesores en la que se destaca con mejores resultados a aquellos que utilizan las tecnologías. Los trabajos de Silva y Gros (2005), sobre la formación de profesores en espacios virtuales, también ofrecen resultados alentadores en esta misma dirección.

En el campo de la educación matemática, la formación de profesores ocupa un lugar de importancia. Al respecto Bishop (1995) sostiene que los profesores de matemáticas, en sus clases, transmiten hábitos y costumbres y que no es suficiente con aprender matemáticas sino también debe enseñar a los estudiantes el trabajo en grupo y a expresar sus ideas, donde las tecnologías pueden ofrecer una buena oportunidad, si se trabaja adecuadamente con ellas.

El uso de herramientas por parte de profesores de matemáticas, en especial las herramientas cognitivas, estudiadas entre otros por Castro y Confrey (2000), exige hacer estudios sobre el uso de tecnologías para la formación profesional de los profesores, ya que serán ellos los primeros que se involucren con su uso y con el desarrollo de actividades de aula sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, lo que plantea cambios inmediatos en los currículos de formación de profesores de matemática. En este sentido se orienta el trabajo de investigación que se presenta en esta memoria.

3.2 Una concepción de la investigación en educación matemática

La investigación en educación matemática es ubicada por varios autores como parte de las ciencias sociales. Estas ciencias comprenden varias disciplinas, entre las que se encuentra la psicología, la educación, la sociología de la educación, la pedagogía y la didáctica. En el caso de la educación matemática, dadas las transformaciones que se están produciendo de manera acelerada en la actualidad producto del desarrollo tecnológico, cada vez tiene mayores compromisos y exigencias en cuanto al empleo de nuevos métodos, técnicas y medios como los relacionados con la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación, tanto en su desarrollo como en los procesos de investigación. Las referidas exigencias implican que la formación profesional del profesorado deberá pasar por una modificación de sus programas de estudios, tanto en la fase inicial como en la permanente, sin dejar de lado la incorporación en esa formación, del uso de las tecnologías de la información y la comunicación actuales.

Por otro lado, la educación matemática reclama sus propios campos de acción proponiendo nuevos métodos de desarrollo y tomando en cuenta la experiencia acumulada. En la dirección anterior, varias comunidades de educadores de matemáticas hacen propuestas de desarrollo al seno de la misma y entre las ideas que han ganado terreno está la incorporación de las tecnologías de la información y la comunicación, a partir de tener en cuenta, el contexto donde se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática, con un énfasis especial en la contribución a la solución de problemas sociales y culturales propios del entorno.

En relación con lo planteado en el párrafo anterior, muchas de las iniciativas que se han tomado y se están implementando en la actualidad se encuentran aún en fase de desarrollo y sin una identidad propia, debido a un gran conjunto de opiniones y diferentes perspectivas sobre cómo hacerlo, ya que coexisten más de una concepción teórica, tanto en los grupos de trabajo independiente como con el trabajo que desarrollan instituciones dentro de un mismo país y

que asumen diferentes paradigmas. Tomas Khun (1962), en su libro “La estructura de las revoluciones científicas”, explica este tipo de fenómenos alrededor del concepto de paradigma que dicho autor sostiene. En el caso de la educación matemática, muchos trabajos están fuertemente influenciados por la psicología como es el estudio de los procesos cognitivos, la cognición situada, entre otras posiciones teóricas. En menor medida también la sociología incide en los trabajos sobre educación.

En general, la influencia de la psicología en muchos trabajos y reportes de investigación se manifiesta en la utilización como fundamento teórico de corrientes de índole psicológico como son el conductismo y el constructivismo, este último desarrollado con mayor relevancia en los trabajos de J. Piaget. En los últimos años no se puede tampoco desconocer la influencia que está teniendo en la educación, en muchas partes del mundo, las posiciones del denominado enfoque sociocultural que surge a partir de las ideas iniciales del psicólogo ruso L. Vigotsky y posteriormente desarrolladas por sus seguidores.

Muchos de estos trabajos orientan la investigación en educación matemática entre los que destacan los trabajos cognitivos de la significación, la educación situada, las tecnologías en la educación, así como la noción de “zona de desarrollo próximo” y “la formación de los procesos mentales superiores” propuestas por Vygotsky y sus colaboradores, en los que los procesos interactivos juegan un papel destacado. Estos aspectos serán ampliados posteriormente en este capítulo.

El tema motivo de estudio, como ya se ha señalado en el capítulo I, es: **Los procesos interactivos en la formación de profesores de matemáticas en contextos virtuales**, tema que tiene que ver con las aplicaciones de las tecnologías de la información y la comunicación en la formación de profesores de matemáticas, con los procesos interactivos que ocurren con un grupo de profesores y lo que ocurre en una microcultura identificada como contexto virtual. Las perspectivas que tienen mayor afinidad con el trabajo son: la perspectiva interaccionista, la sociocultural y en menor medida la teoría de la instrumentación desarrollada a partir de los trabajos de Popert y continuada por Dewey quien ha sido uno de sus representantes y en la educación matemática

se encuentran los trabajos de Trouche (2000) y colaboradores. Estas perspectivas toman en cuenta lo social, lo cultural, lo histórico y el contexto en que se da la formación de los individuos, lo que en esta investigación se centrará en la formación de profesores.

El estudio de la formación de profesores es un tema relativamente nuevo y trabajos sistematizados parten de los aportes de Shulman (1986) y sus colegas en el sentido de los conocimientos que deben poseer los profesores, particularmente, según Putnam y Borko (2000), actualmente el interés de los investigadores está centrado en el estudio de cómo cambian los diversos dominios de conocimiento y creencias de los profesores y se proponen conocer sobre lo que se sabe sobre el aprendizaje de los profesores en estos diversos dominios.

En el caso de la formación de profesores de matemática y cualquier plan que se diseñe relacionado con su formación en el ámbito tecnológico, también debe tener en cuenta las creencias de los profesores y su experiencia en el aula tal como lo destaca Blanco (1997), así como se debe considerar lo histórico como importante, al menos en lo que se refiere a experiencia que han acumulado los profesores de matemáticas y en este caso, sus experiencias y creencias acerca del uso de la tecnología en la enseñanza de la matemática.

En nuestro estudio lo primero que determinamos fue la unidad de análisis que nos permitió formarnos un esquema donde identificar aquellas características del elemento mínimo de estudio que se utilizará para el resto del trabajo.

La inclusión en la formación inicial y permanente de los profesores de matemática, del uso de tecnologías de la información y la comunicación, particularmente el uso de los procesos interactivos en ambientes virtuales, en cierta medida escapa a las diferentes posiciones teóricas referidas con anterioridad. Al respecto debemos señalar que se perciben dos tendencias sobre la introducción de las tecnologías y, particularmente, en la introducción de herramientas en la formación de profesores de matemáticas:

La primera de ellas se caracteriza por presentar una mayor carga técnica, asumiendo que por la simple introducción de este tipo de tecnologías se

mejoran los procesos de aprendizaje, tal como ocurre con disciplinas como las tecnologías educativas que centran como objeto a la tecnología propiamente.

La segunda asume que la introducción de la tecnología debe partir de la modificación de los planes de estudio e identificar en qué temas y bajo qué condiciones se plantea desarrollar dichos planes con los estudiantes a partir de los objetivos que se propongan, en especial aquellos de orden cognitivo relacionados con las tecnologías de la información y de la comunicación.

En relación con las dos tendencias anteriores, en esta tesis se asume que la formación del profesorado requiere de una concepción teórica sobre cómo desarrollar estos contenidos en la escuela, y si no la hay se debe buscar una orientación teórica que permita una explicación de los fenómenos educativos, tanto de carácter empírico como de carácter investigativo, que necesariamente se van a presentar en la dirección de este proceso en la escuela. Para ello se debe mirar algunas de las características que distinguen a la profesión del profesor de matemáticas cuando éste ya ejerce su profesión al igual que cuando están en un proceso de formación, aunque en la actualidad muchas investigaciones han centrado su objeto en caracterizar a los profesores que ya desarrollan su profesión.

Lo primero que se observa en los profesores en servicio, así como en los que están en formación, es que los mismos establecen relaciones con un grupo de personas. Lo antes planteado se manifiesta:

- ✓ en los **profesores en servicio** cuando se relacionan con sus alumnos, con otros profesores e inclusive muchas veces con padres de familia, tienen la necesidad de intercambiar experiencias que otros colegas, ya sean del claustro o en prácticas informales, y realizan comentarios en los pasillos, en las reuniones de profesores o en las reuniones de academia y
- ✓ en los **profesores en formación** cuando se relacionan con sus compañeros, con sus profesores, con el personal administrativo de la institución y en muchas ocasiones con otros grupos del personal

cuando realizan sus prácticas o cuando se involucran en tareas de investigación que en muchas ocasiones son colectivas.

Esta necesidad de establecer relaciones indica que el profesor es un individuo esencialmente social y para poder establecer relaciones necesita conocer, en primer lugar, la disciplina que enseña y el currículo del plan de estudios. Entre otros aspectos necesarios para el desarrollo de su profesión el mismo requiere tener conocimientos de varias disciplinas, entre las que se destacan la psicología, la pedagogía y la didáctica, así como poseer alguna experiencia en la realización de investigaciones. De igual modo debe conocer técnicas y métodos para abordar determinados contenidos, saber cómo jerarquizar los objetivos planteados en el currículo, conocer algunos medios y herramientas que le dan mejores resultados a la hora de abordar determinados contenidos. Además, su experiencia juega un papel importante sobre cómo tratar a los estudiantes y determinados contenidos.

Lo anteriormente señalado para cualquier profesor se puede aplicar a los profesores de matemáticas, pero cuando se habla de profesores de matemáticas que utilizan las herramientas dinámicas en contextos virtuales la situación ya no es la misma. En este último caso han de cambiar varias de las variables antes mencionadas, sobre todo se debe romper con la resistencia que muchos profesores ofrecen en la introducción de nuevas técnicas de aprendizaje, lo que ocurre muchas veces porque muchos de estos profesores desconocen el uso de las herramientas tecnológicas en la enseñanza de determinados temas y no están conscientes de que si se escogen actividades bien pensadas resultan ser una ventaja ganando tiempo y rapidez en su enseñanza. Sin embargo: “Fisher, Felps y Ellis (2000) encontraron que las causas de la mayor parte de los problemas en una situación de formación de profesores a distancia son imputables a la tecnología y a las fallas en el diseño curricular referido por Juárez y Waldegg (2005).

En la actualidad, es una realidad que la mayoría de los profesores de matemáticas que manejan herramientas dinámicas y contextos virtuales se han formado con otros profesores con mayor conocimiento y experiencia en el desarrollo de estos temas en la escuela, pero no se han preparado

adecuadamente para utilizarlos con las bases teóricas necesarias para ello. En síntesis, la mayoría de estos profesores ha aprendido a utilizar por su cuenta las herramientas y los medios tecnológicos por lo que se hace necesario conocer exactamente la situación y hacer investigaciones en esta dirección, y los resultados positivos de éstas, incorporarlos a los planes de estudio a fin de que las nuevas generaciones se vean beneficiadas con el uso de dichas herramientas en su vida personal y en su futura práctica profesional.

3.3 Tendencias teóricas sobre la educación matemática

Según Cobb (1994) en la década de los 80's se identificaron dos grandes tendencias teóricas en la educación en general, pero en particular en la Educación Matemática:

La primera de ellas ve a los estudiantes como constructores activos de sus formas de conocer, que según el autor antes referido el argumento teórico ha sido postulado por Glaserfeld y el sustento teórico esta dado por investigaciones empíricas entre las que destacan los trabajos de Confrey y Castro (2000), dentro del enfoque constructivista.

La segunda enfatiza lo social y lo cultural de la actividad matemática y su base teórica está sustentada inspirada por los trabajos de Vigotsky y sus seguidores (Leontiev, Luria, Galperin, Rubinstein, Talizina, entre otros). De acuerdo con Sierpinska (1996) y Cole (2003), esta tendencia sostiene que la actividad matemática de los individuos está profundamente influenciada por sus participaciones en un contexto y está determinada por sus prácticas culturales.

La segunda tendencia ha cobrado gran relevancia en los estudios de los procesos de aprendizaje que se conocen como socioculturales, tiene sus raíces en los trabajos de la escuela de la psicología soviética encabezado por Vygotsky y colaboradores. Otros autores consideran que los trabajos de Piaget y los desarrollados en la perspectiva sociocultural son complementarios y que en ambas perspectivas se toma en cuenta lo social, las actividades y las acciones y operaciones en el desarrollo del pensamiento. No obstante, hay una diferencia esencial y es que Piaget considera al componente biológico

primario en el proceso de aprendizaje y Vigotsky, sin desconocer el componente biológico, considera que lo social es primario en dicho proceso.

Sobre las dos tendencias teóricas antes referidas, hay posiciones actuales (Coll, 2004) que ante el problema que se le plantea a la concepción constructivista de identificar los mecanismos de influencia educativa y explicar cómo operan en el contexto escolar, las aportaciones de la teoría socio-cultural del desarrollo y del aprendizaje inspirada en las ideas de Vygotsky se revelan decisivas. En efecto, a partir de los trabajos e investigaciones de inspiración vygotskiana, la concepción constructivista postula la existencia de tres tipos de mecanismos de influencia educativa que operan en otros tantos niveles:

- ✓ el de la interacción que se establece entre el profesor y los alumnos en el transcurso de las actividades de enseñanza y aprendizaje,
- ✓ el de las interacciones entre alumnos y
- ✓ el de la organización y funcionamiento de la institución escolar.

Sobre las tendencias teóricas en la investigación en educación, existe una posición cada vez más generalizada a recurrir a más de una perspectiva teórica para dar sustento a este tipo de investigaciones e igual ocurre en educación matemática, lo que en algunos casos se conoce como triangulación. Este comportamiento de sustentar una posición investigativa en más de una postura teórica, en el caso de la educación matemática se justifica si se parte de considerar que la misma es un fenómeno social, y por tal es un fenómeno complejo y requiere de una participación interdisciplinaria y para lo cual precisa de otros campos para su desarrollo, como es la psicología, la filosofía, la antropología, la sociología, la lingüística, entre otras. Pero aún, cuando son estas disciplinas las que auxilian a la educación matemática en varios aspectos de su problemática, debe tenerse en cuenta que no todo el cuerpo disciplinario es tomado en cuenta completamente, sino que solo se toman algunos elementos de acuerdo a la interpretación de los investigadores y a las características y necesidades de la investigación que se realiza.

La situación planteada en el párrafo anterior hace todavía más compleja el campo de investigación de la educación matemática por lo que son muy pocos

los trabajos que adoptan una sola teoría y, en general, se basan en la opinión de varios autores aunque tengan posiciones teóricas encontradas.

En el caso de la presente investigación se **toman elementos de la teoría sociocultural, del interaccionismo y del instrumentalismo**, pues ninguna de ellas se adaptaba al cien por cien a la naturaleza del trabajo, por ello, y a riesgo de que se considere que se ha asumido una postura ecléctica, se ha tomado la opinión de varios autores que se consideran pueden dar sustento teórico al trabajo, fundamentalmente esto se hace desde las tres perspectivas teóricas antes referidas.

La primera de estas perspectivas nace de los trabajos del psicólogo soviético Vigotsky y colaboradores (Leontiev y Luria), psicología que se fundamente en la filosofía marxista (Radford, 1998) y que pone en el centro de atención lo histórico, lo cultural y social como primordiales en la visión en sus trabajos. La segunda perspectiva de acuerdo a autores como Sierpinska (1986) manifiesta que el interaccionismo social pone énfasis en la formación del conocimiento y este pasa por lo social y lo cultural, es decir reconoce la importancia del contexto y la cultura donde se desarrolla el acto de conocer. El instrumentalismo, por su parte, centra su atención en la formación de esquemas mentales y del pensamiento a través de la interacción con herramientas e instrumentos como recursos mediadores según asume Fortuny (2007), considerándole al profesor un papel protagonista en el proceso de enseñanza aprendizaje, como lo destaca Guin y Trouche (2005).

Como se ve, las perspectivas teóricas antes señaladas se caracterizan por que tienen en común lo social, lo histórico y lo cultural, es decir, ponen especial énfasis en un contexto, en una microcultura como es el aula, donde las interacciones juegan un papel mediador a través del uso de herramientas y signos en los procesos de aprendizaje.

En esta memoria nos apoyaremos principalmente en las dos primeras posiciones teóricas referidas anteriormente y no utilizaremos propiamente el término “teoría de la actividad”, sino perspectiva sociocultural que según otros autores también incluye los trabajos desarrollados por J. Piaget. Algunos de

esos autores que se han desarrollado en esta línea son las investigaciones realizadas por Lewis (2001) quien estudió las representaciones de interacciones entre estudiantes, tomando las estructuras de la actividad compuesta por acciones, operaciones y propiamente las actividades.

A continuación se ampliarán algunos fundamentos de las diferentes perspectivas teóricas que se asumen en esta memoria y que serán de utilidad en este trabajo.

3.3.1 La perspectiva sociocultural: orígenes y características

El origen de la perspectiva sociocultural, como antes se planteó se sitúa en los trabajos desarrollados por Lev Vigotsky (1896-1934) y seguidores como Leontiev, Rubinstein y Galperin. Los trabajos desarrollados en esta dirección han contribuido a modificar varias de las teorías desarrolladas en occidente (EE.UU. Gran Bretaña, Canadá). A partir de la publicación del libro “Pensamiento y Lenguaje” de Vigotsky en los Estados Unidos, en el año de 1962, no ha dejado de ser fuente de lectura y de estudio por autores como Coll, Bruner, Wertsch y Radford. Uno de los primeros aportes que dio la literatura sociocultural fue la noción de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) y su aplicación a la enseñanza de distintas disciplinas educativas.

Según Rico, P. (2003), Vigotsky considera que el **aprendizaje** se convierte en el proceso de apropiación por el sujeto de la cultura, comprendido como proceso de producción y reproducción del conocimiento bajo condiciones de **orientación e interacción social**. En esta teoría, cada individuo hará suya esa cultura, pero lo hará en un **proceso activo**, mediante el aprender, de forma gradual, acerca de los objetos, procedimientos, las formas de actuar, de pensar, del contexto histórico social en el que se desarrolla y de cuyo proceso dependerá su propio desarrollo.

Según la autora antes referida, lo anterior evidencia el papel relevante que en esta teoría se atribuye al medio social y **a los tipos de interacciones que realiza el sujeto con los otros**, lo cual para Vigotsky se constituye en la ley general de la formación y desarrollo de la psiquis humana de acuerdo a la cual,

los procesos internos, individuales, llamados por él intrapsicológicos van siempre precedidos por procesos de acciones externas, sociales denominados interpsicológicos.

Esta posición vigotskiana ha sido útil en el trabajo desarrollado con el grupo de docentes incluidos en el estudio, pues en el mismo se dieron interacciones importantes entre ellos y entre ellos y el instructor, y en esas interacciones influyeron mediadores que contribuyen a desarrollar las capacidades cognitivas en los participantes. En ese proceso también se consolidaron sus posiciones acerca del tema abordado y no sólo aportaron sino también aprendieron y desarrollaron algunos aspectos de su personalidad. Entre esos aspectos se encuentran aquellos relacionados con el ejercicio de la crítica constructiva en el marco de las discrepancias que se produjeron en las interacciones y en la aceptación de posiciones comunes cuando así lo entendieron.

En este caso se pone de relieve la vigencia de las posiciones de Vigotski en cuanto a lo que él denominó la “zona de desarrollo próximo” (ZDP) para explicar cómo se produce el desarrollo de las funciones psíquicas superiores del hombre. Para Vigotsky (1988, p.133) la ZDP es "la distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema independientemente y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz".

Rico, P. (2003), considera a la ZDP como el espacio de interacción entre los sujetos, que como parte del desarrollo de una actividad, le permite al maestro operar con lo potencial en el alumno, en un plano de acciones externas, sociales, de comunicación, que se convierten en las condiciones mediadoras culturalmente que favorecen el paso a las acciones internas individuales (lo interpsicológico pasa a un nivel intrapsicológico de desarrollo individual al decir de Vigotsky).

Con respecto al nivel real de desarrollo, Vigotsky considera que el mismo se refiere a funciones que ya han madurado, entonces, la ZDP “define aquellas funciones que todavía no han madurado, pero que se hallan en proceso de

maduración, funciones que en un mañana próximo alcanzarán su madurez y que ahora se encuentran en estado embrionario.” (Vigotsky, 1988, p. 133).

Para este autor entonces “el único tipo de instrucción adecuada es el que marcha adelante del desarrollo y lo conduce” (Vigotsky 1995, p. 143)

En la actualidad, la perspectiva sociocultural ha tenido gran influencia en varias disciplinas como son: la psicología, la pedagogía y la lingüística. Según Cole (2003), esta perspectiva sostiene que los individuos se forman, aprenden y se desarrollan de acuerdo a las condiciones socioculturales, en relación con otras personas, y dependiendo de las interacciones que se practican en determinado grupo en una determinada cultura y contexto. En el campo de la educación matemática, reconocidos estudiosos como Bishop (1995) y Paul Cobb (1994), se adscriben a estos enfoques.

Michael Cole (2003) y J. Bruner (2000) fueron algunos de los primeros investigadores interesados en estos estudios y aplicaciones en Estados Unidos. Otro autor que se ha identificado con esta línea de investigación es James Wertsch (1993), que retoma y precisa el concepto “sociocultural”.

Investigadores en otros países que también han adoptado este tipo de perspectiva son Luis Radford (2000) en Canadá y Lewis (2001) en Gran Bretaña. Radford plantea que dentro de la teoría vigotskiana, la relación sujeto – objeto aparece enmarcado dentro del planteamiento más general del enlace entre el sujeto y su entorno como proceso de interiorización de prácticas sociales. Lewis por su parte, ha realizado investigaciones donde ha representado interacciones remotas empleando esta teoría, a la que denomina “teoría de la actividad”, y más tarde los trabajos de Interacción Hombre-Máquina (HMI) con fundamento en la misma perspectiva.

3.3.2 La formación de profesores desde un punto de vista sociocultural

Para García, C. M. (1999, p. 26) “...la formación de profesores es el área de conocimientos, investigación y de propuestas teóricas y prácticas que, en el ámbito de la Didáctica y de la Organización Escolar, estudia los procesos a

través de los cuales los profesores - en formación o en ejercicio - se implican individualmente o en grupo, en experiencias de aprendizaje a través de las cuales adquieren o mejoran sus conocimientos, competencias y disposiciones, y que les permite intervenir profesionalmente en el desarrollo de su enseñanza, del currículo y de la escuela, con el objetivo de mejorar la calidad de la educación que los alumnos reciben."

Como se ve, para el autor, la formación posee un carácter sistemático y organizado que debe tomar en cuenta una adquisición o perfeccionamiento profesional que promueva cambios efectivos en la práctica. Este proceso debe tener un carácter reflexivo que posibilite el cambio de su práctica siempre que sea necesario.

Sin embargo, es necesario recordar que la reflexión, en lugar de generar cambios, puede también propiciar nuevas interpretaciones sobre lo que se hace o llevar a la consolidación de aquello que ya se hace, conforme señala SCHÖN (1983). En los dos casos, la reflexión contribuye a la acción futura del profesor.

Para comprender ese proceso de *reflexión* y de *cambio*, es muy importante considerar la perspectiva vygotskyana de que el hombre es un ser social, activo e histórico que se constituye como tal en la interacción con otros seres humanos. Así, el individuo, al interactuar con las personas a su alrededor, tiene acceso a la experiencia colectiva y puede entonces reorganizar, reformular y ampliar el propio conocimiento.

Vigotsky, mediante su teoría acerca de la zona de desarrollo próximo, considera también que es a partir de la acción compartida que se construye el conocimiento y valora el papel del otro como mediador entre el individuo y el conocimiento nuevo que va a construir. En otras palabras, la teoría de Vygotsky entiende que el desarrollo del psiquismo humano siempre está mediado por el otro, que "indica, delimita y atribuye significados a la realidad", como aclara REGO (1996, p.61).

En el estudio que se hizo en esta investigación, relacionado con los procesos interactivos en la formación de profesores de matemáticas en contextos

virtuales, se parte de asumir las anteriores posiciones vigotskianas, relacionadas con el papel que juegan las relaciones, vistas como interacciones, que se dan en el proceso de construir nuevos conocimientos. En este caso concreto se trataba de replantearse o de construir una nueva manera de desarrollar un contenido escolar con el uso de la tecnología, que a su vez constituía una vía diferente de formación de los futuros profesores de matemática en un ambiente virtual.

La formación de los profesores de matemáticas son individuos que reciben su formación en un aula, en un determinado lugar provisto de una mini ambiente virtual (MAV), de un conjunto de propósitos y de herramientas y de signos o como Cole (2003) les llama “artefectos”. En ese Mini Ambiente Virtual (MAV), los alumnos interactúan con sus profesores y con sus propios compañeros, en eventos de intercambio académico como seminarios, congresos, entre otros eventos de esa naturaleza, lo que le va a permitir su aprendizaje profesional. De acuerdo a Flores (1998), en la práctica de los profesores también es importante tomar en cuenta las creencias, las concepciones y las experiencias formadas a lo largo de su vida, al menos en su vida profesional.

Además de las características antes señaladas, el lugar que se ha seleccionado para la experiencia de investigación con profesores de matemáticas en formación, es un contexto virtual y las interacciones se realizan en este contexto. En este medio se estudian las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas, al desarrollar actividades con herramientas virtuales conocidas como applets.

3.3.3 La perspectiva interaccionista: orígenes y características

El interaccionismo tiene sus orígenes en el enfoque de investigación conocido como interaccionismo simbólico (Godino y Llinares, 2000) y postula que el conocimiento se forma en permanente interacción con otros individuos, y el centro de atención debe ser el estudio de las interacciones, el principal representante es Blumer de acuerdo a Briones (2002), H. Blumer sentó las bases del “interaccionismo simbólico”.

Para Briones (2002) el término interaccionismo simbólico se origina en los trabajos del sociólogo norteamericano Herbert Blumer en su libro *Symbolic Interactionism: Perspective and Method* publicado en 1969, en este material Briones sostiene que para Blumer y otros sociólogos, la sociología debe estudiar las interpretaciones que los actores que interactúan en una cierta situación le dan a ésta.

El mismo autor sostiene que mediante la interacción, los individuos construyen significados en un proceso de constante definición de la situación en la cual viven, mas adelante dice:

“Esas definiciones pueden cambiar y ser reemplazadas por otras, proceso que es de especial importancia para la investigación del interaccionismo simbólico”.

Briones destaca que gran parte de la investigación cualitativa que se realiza en varios países sigue los principios del interaccionismo simbólico.

Varios de los principios ya habían sido enunciados por George H. Mead en su obra *Mind, Self, and Society* publicada en 1934 según señala Briones (2002).

El mismo autor destaca algunos de los principios del Interaccionismo Simbólico

“Las personas aprenden el significado de los objetos en el proceso de interacción...para que exista una actividad conjunta es necesario que las personas involucradas en una relación social le asignen los mismos significados a los objetos y situaciones a los cuales se dirigen

En la interacción, las personas también aprenden símbolos que se utilizan para representar cosas de manera consensual. El lenguaje es un gran sistema de símbolos. Las palabras hacen posible todos los demás símbolos.

En el proceso de interacción, las personas comunican símbolos y significados a aquéllas con las cuales interactúan. Éstas los interpretan y orientan su conducta en función de la interpretación que le dan a la situación.

Las personas están en constante definición y redefinición de la situación en la cual actúan. La internalización de símbolos y significados como

también las expresiones del pensamiento a través del lenguaje aumenta el poder de reflexibilidad...”

En el siguiente capítulo abordaremos algunas características del tipo de investigación que se sustenta en esta perspectiva.

3.3.4 El interaccionismo y la formación de profesores de matemáticas.

La perspectiva interaccionista pone en el centro las interacciones que ocurren en un determinado contexto, donde se destaca que lo importante son las interacciones y ponen como ejemplo la utilización del lenguaje como una forma de formar significados, para Vygotsky el lenguaje mismo es un conjunto de símbolos, en educación matemática según Cobb (2005, p.5) referido por Sierpinska (1996) propone que:

“...el aprendizaje no es precisamente un compromiso de la mente individual que intenta adaptarse a un entorno, no se puede reducir a un proceso de enculturación a una cultura preestablecida. En la clase de matemáticas la construcción individual de los significados tiene lugar en la interacción con la cultura de clase mientras que al mismo tiempo contribuye a la constitución de esta cultura”

Para esta perspectiva el conocimiento se forma en las interacciones y por ello debe ponerse cuidado en la calidad de ellas a fin de que contribuyan a la formación del pensamiento.

Godino y Llinares (2000, p. 9) sostienen que el profesor y el alumno constituyen interactivamente la cultura en el aula, estos autores sostienen que las perspectivas interaccionistas:

“...enfatan tanto los procesos individuales de dotar de sentido como los procesos sociales, ya que se concibe el desarrollo de la comprensión personal de los individuos a través de su participación en la negociación de las normas del aula, incluyendo las generales y las que son específicas de la actividad matemática”

Parte fundamental de esta perspectiva es la formación de significados de forma interactiva, para el interaccionismo el lenguaje es visto como un ente separado, como una herramienta, es una herramienta de comunicación para señalar experiencias compartidas.

Según Sierpinska (1996) "los interaccionistas ven a la educación matemática como "un tipo particular de discurso", y agrega "... el tipo de conocimiento matemático que los estudiantes desarrollan depende de las características de las situaciones de comunicación en que ellos se desarrollan", en el mismo párrafo nos dice: "el conocimiento del profesor no puede ser transmitido a los estudiantes, la mente del profesor es inaccesible a los estudiantes y viceversa", y agrega, con respecto a la posición acerca del conocimiento de los profesores de matemáticas, "la noción de conocimiento de la comunidad de matemáticos tropieza con la imposibilidad de internalización por el individuo".

Como una aplicación concreta de la aplicación de esta perspectiva, se tienen las experiencias de Godino (2003) que utilizó software como recursos interactivos para el estudio de las fracciones.

Muchas de las ideas antes mencionadas las hemos encontrado en trabajos reportados por autores como: Sierpinska y Lerman (1996).

Estos autores hacen un análisis de la perspectiva interaccionista y su papel que ha jugado en la educación en general y en la educación matemática en particular, Sierpinska (1996), señala:

"...para un educador matemático interaccionista, la clase de matemáticas, la construcción individual de los significados tiene lugar en la interacción con la cultura de clase, mientras que al mismo tiempo contribuye a la constitución de esta cultura".

Llinares (2000) sostiene que en la perspectiva interaccionista "la matematización describe una práctica basada en convencionalismos sociales...".

Respecto a la formación de profesores de matemáticas Krainer (1999) sostiene que:

"We understand teacher education as an interaction process (embedded in a social, organizational, cultural...context), mainly between teacher educators and (student) teachers, but also including systematic interactions among teachers aiming at professional growth. At the same time, we can see teacher education as learning environment for all people involved in this interaction process."

El referido autor entiende la formación de profesores no sólo como un proceso de interacción, insertado o inmerso en lo social, organizacional, cultural, que se da entre los formadores de docentes y los maestros (estudiantes) , sino también considera las interacciones sistemáticas que se dan entre ellos con el fin de crecer en lo profesional. Al mismo tiempo ve la formación de docentes como un entorno de aprendizaje para todas las personas implicadas en este proceso de interacción.

Este autor sostiene que la formación de profesores de matemáticas son procesos interactivos que ocurren en contextos que involucran procesos interactivos, en compatibilidad con el interaccionismo y con la perspectiva sociocultural.

Muchos de los trabajos en educación matemática están desarrollando, asumiendo perspectivas de tipo interaccionista o toman elementos de ella que la hacen próxima a éste tipo de perspectiva.

3.3.5 La perspectiva instrumentalista.

La perspectiva instrumentalista tiene sus orígenes en una concepción epistemológica que ve a las teorías como instrumentos de predicción como aparece en el diccionario de filosofía contemporánea de Miguel de Quintanilla (1976).

Esta perspectiva teórica tiene su origen en los trabajos de Popert (1983) quien nos dice:

"Por instrumentalismo se entiende aquella doctrina según la cual una teoría científica como la de Newton, o Einstein debería ser interpretada como un instrumento, y nada más que como un instrumento, para la deducción de predicciones para futuros eventos y otras aplicaciones prácticas, y más

especialmente, que una teoría científica no debería interpretarse como un genuino intento para describir ciertos aspectos de nuestro mundo. La doctrina instrumentalista implica que las teorías científicas pueden ser más o menos eficientes, pero se niega que puedan ser verdaderas o falsas”.

Uno de sus principales postulados de los instrumentalistas es creer que el objetivo principal de la ciencia es desarrollar herramientas que sean capaces de proporcionar predicciones reales y útiles para el futuro. En esta concepción, los individuos conocen su realidad a través de las acciones e interacciones que realizan con su entorno donde los instrumentos y medios para el conocimiento de su realidad juegan un papel primordial

Bajo esta perspectiva se encuentran varios trabajos reportados que emplean esta perspectiva como fundamento teórico de aspectos de la enseñanza y aprendizaje de la matemática, como son los trabajos de Kaput (1996), Trouche (1999), Fortuny (2006).

Esta perspectiva hace una clara distinción entre los instrumentos, los artefactos y la génesis instrumental, muchas de estas ideas han sido propuestas por Williamson y Kaput (1999), Nanjappa y Grant (2002), Confrey (2000), Albano, Apice y Manzo (2005), Trouche (1999, 2005). Sus orígenes están en el uso de herramientas cognitivas Kaput (1999) y Confrey (2000) que proponen nuevas herramientas que mediante la interacción permiten la formación de significados en la mente de los alumnos. Para Trouche (2005) los artefactos e instrumentos y la génesis instrumental son situaciones complejas que necesariamente involucran la presencia de los individuos, de esquemas y procesos mentales, permitiendo una mejora en los resultados y rendimientos en los procesos de aprendizaje.

Los profesores de matemáticas deben conocer esta perspectiva teórica y los trabajos que se desarrollan en él, por la importancia que está cobrando el uso de herramientas tecnológicas en educación a distancia y en el desarrollo de ambientes educativos virtuales, sobre todo para quienes consideran que la matemática tiene mucho de comunicación.

Aún cuando esta perspectiva nos proporciona elementos para el trabajo de investigación, es importante señalar que no se debe caer y ver a los instrumentos como objeto de estudio únicamente, porque ello nos llevaría a asumir bondades que no tiene y verlas como lo hace la tecnología educativa, donde a la tecnología se le asigna una importancia mayor a la verdadera utilidad en los procesos de enseñanza aprendizaje. No debemos olvidar que los instrumentos y las herramientas deben utilizarse para propósitos claros, siempre y cuando nos ayude y aventaje en los procesos de enseñanza aprendizaje.

CAPÍTULO IV. NATURALEZA DE LA INVESTIGACIÓN

4.1 Introducción

En este capítulo se abordan el tipo y características de la investigación, la naturaleza de la misma, y se justificarán los instrumentos empleados de acuerdo al tipo de investigación seleccionada. El filósofo y educador matemático inglés Paul Ernest (1988), identifica cinco grandes temas de investigación en torno a la educación matemática que son:

- ✓ Las creencias de los profesores de matemáticas.
- ✓ Análisis del discurso de los profesores de matemáticas.
- ✓ Análisis de los procesos de enseñanza de la matemática.
- ✓ Análisis de la práctica de los profesores de matemáticas.
- ✓ Uso de la tecnología en la formación de profesores.

Silva (2008), agrega tres más que bien podrían estar comprendidas en la última categoría propuesta por Ernest, que son:

- Las interacciones en el aula
- Las interacciones en contextos virtuales.
- Interacciones entre profesores de matemáticas.

Que se podrían agrupar como interacciones en educación matemática.

Según este mismo autor Silva (2006), **en el marco de las interacciones** existen dos tipos de investigación: las descriptivas y las experimentales o cuasi experimentales. Este autor, al referirse a los anteriores tipos expresa que:

“Las descriptivas, organizan y resumen lo que ocurre en una discusión online. Las experimentales y cuasi experimentales permiten probar hipótesis inferenciales”.

El tipo de investigación que nos ocupa, **en el contexto de las interacciones**, es del primer tipo ya que de lo que se trata es de hacer una caracterización del

proceso interactivo con la participación de profesores de matemáticas. En el caso de esta investigación, pudiera ser considerada también como un estudio etnográfico, con la variante de que el contexto es en línea. Este tipo de investigaciones emplea técnicas en desarrollo como la etnografía virtual, trabajadas por Hine (2000), Ardévol y colaboradores (2002), Garrido (2003), quienes ven a los ambientes virtuales como microculturas donde se establecen relaciones en base a ciertas reglas que el grupo sigue. La etnografía virtual (Hine, 2000) permite un estudio detallado de las relaciones en línea, de hecho muchos de los resultados psicosociales y culturales de internet están centrados en la caracterización de estas nuevas formas de interacción social según lo destaca Ardévol et al. (2003).

El objetivo principal de estos estudios cualitativos es mostrar cómo se organiza la vida social a partir de la interacción y la comunicación mediada por el ordenador, algunos resultados de la aplicación de estas técnicas se reportan en Vayreda (2000) en Ardévol (2002). Estos métodos permiten un estudio detallado en línea y sus bases teóricas se encuentra en los estudios de interacción social y el interaccionismo simbólico que permiten el estudio de temas de identidad y socialización en línea, como consecuencia de la anterior orientación. Según Briones (2002), plantea en este tipo de investigaciones:

“no se requiere partir con un diseño de investigación completamente definido. Tanto la especificación de los problemas de estudio, como las hipótesis y las categorías de análisis de los datos se realizan durante la marcha del proceso de investigación”.

En esencia la presente investigación conserva las características antes señaladas, por ello se pone especial énfasis en el estudio del proceso interactivo y de comunicación llevado a cabo y se justifica la caracterización que se propone, como componente básica de la investigación.

4.2 Características teóricas de la perspectiva en la que se sustenta el tipo de investigación

Algunas características del interaccionismo simbólico que se retoman como base teórica de la investigación, son las propuestas por Briones (2002), acerca de la perspectiva del interaccionismo simbólico, como sustento para investigaciones de tipo sociológica. En relación con dichas características, el referido autor señala que se debe partir de los siguientes principios.

“La investigación debe estar anclada a la realidad empírica.... respetar esa realidad, significa hacer sobre ella el mínimo de supuestos al iniciar el trabajo.”

“...no se requiere partir con un diseño de investigación completamente definido. Tanto la especificación de los problemas de estudio, como las hipótesis y las categorías de análisis de los datos se realizan durante la marcha del proceso de investigación.”

“La investigación debe tener muy en cuenta que la vida social se da en distintos niveles de expresión.”

“Si pretendemos interpretar la vida y las creencias de las personas el fin último del interaccionismo simbólico debemos tomar el rol de ellas, colocándonos en su lugar. Así podremos obtener un conocimiento desde dentro de la vida social que estudiamos. En otras palabras, debemos tratar de ver el mundo desde su punto de vista. Para lograrlo, en la medida de lo posible, conviene convivir con las personas que estudiamos, hacernos una de ellas, acompañarlas en las situaciones de su vida diaria, etc.”

“Un tema central dentro de la investigación que se realiza en este paradigma es la captación de la cultura del grupo, de los significados y símbolos que se dan en ella”.

Estos principios han sido retomados en gran medida por las investigaciones en etnografía virtual para estudios Online (en línea), en donde se centran principalmente en el estudio de las interacciones que ocurren en este tipo de ambientes, estas perspectivas consideran que las interacciones juegan un papel importante en la formación de significados para el aprendizaje en contextos virtuales.

4.3 El tipo de de investigación

La educación matemática es un fenómeno social que se da en una cultura determinada, y la utilización de las herramientas, sean o no tecnológicas, estarán condicionadas por la forma en que la comunidad las utiliza y las emplea. Las herramientas y los signos juegan un papel mediador fundamental para la formación de los procesos mentales superiores en esta orientación teórica. En educación, el papel de la comunicación y la representación son signos importantes que contribuyen a la formación del aprendizaje matemático.

La investigación que nos ocupa es de tipo cualitativa, de corte etnográfico o microetnográfico. Nuestro interés se centra en estudiar las interacciones que se dan entre los participantes y su caracterización constituye uno de los resultados importantes del estudio realizado.

El trabajo de campo realizado para desarrollar el estudio, con características de un **“estudio de casos”**, se realizó en un ambiente virtual educativo (microcultura) compuesto por profesores de matemáticas, un instructor/investigador, un contenido plasmado en una web interactiva formada por un conjunto de tareas y actividades de aprendizaje de matemáticas. Desde el punto de vista del contenido matemático, se tomó como caso concreto el tema de la parábola. Las actividades propuestas se desarrollan utilizando herramientas tecnológicas (también denominadas herramientas cognitivas), con funciones dinámicas e interactivas conocidos como **applets** (otros autores las identifican como mathlets).

4.3.1. El estudio de casos: concepción y clasificación

Existen muchas posiciones acerca de qué es un estudio de casos. Según Rodríguez, G., Gil, J., García, E. (1999) hay quienes lo consideran como una estrategia de diseño de la investigación cualitativa, como un método, como una forma particular de recoger, organizar y analizar datos dentro de una investigación, entre otros.

Sobre lo antes planteado Rizo y Campistrous (2005) comparten el criterio de García, J. (1991) referido por Fonte A, (2003) de que todas las definiciones

vienen a coincidir en que **el estudio de casos implica un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprehensivo, sistemático y en profundidad del caso (o casos) objeto de interés.**

Cuando se trata de una investigación, el estudio de casos puede convertirse en la estrategia general de la misma o solo ser una parte de ella con objetivos diversos que pueden ser, por ejemplo, formar parte de un estudio de factibilidad de lo que se propone o simplemente utilizarse como una forma particular de recoger, organizar y analizar datos, entre otras posibilidades.

De igual modo los referidos autores comparten el criterio de que a través del estudio de casos el investigador puede alcanzar una mayor comprensión de un caso particular, conseguir una mayor claridad sobre un tema o aspecto teórico concreto (en esta situación el caso concreto es secundario), o indagar un fenómeno, población o condición general. En definitiva, en un intento de síntesis de estas diversas, pero no contradictorias posiciones, se puede ver cómo los objetivos que orientan los estudios de caso no son otros que los que guían a la investigación en general: explorar, describir, explicar, evaluar y/o transformar.

Es importante tener en cuenta también dos hechos fundamentales que Rizo y Campistrous (2005) destacan que deben cumplirse en un estudio de caso, y es que el mismo **se sustente en una teoría establecida** y que se tenga en cuenta que **los resultados que se obtengan no son generalizables, solo son válidos para el caso o casos estudiados.**

Con respecto a los tipos de estudio de casos existen también diversas formas de clasificarlos y en este trabajo se asume la clasificación de Yin (1996) que toma tres características o rasgos como criterio de clasificación, entre los que se encuentran:

El **número de casos** que puede ser uno o más de uno o sea **caso único o casos múltiples.**

El objetivo del mismo o sea el nivel que alcanza la investigación con cinco valores: explorar, describir, explicar, transformar y evaluar.

El **número de unidades de análisis** y si es una sola se considera un estudio **global** y si hay más de una se considera un estudio **inclusivo**.

Tomando como base los tres criterios anteriores se pueden entonces considerar un total de 20 tipos de estudios de caso resumidos en el cuadro siguiente:

Tipos de estudios de caso		Exploratorio	Descriptivo	Explicativo	Transformador	Evaluativo
Caso Único	Global	Tipo 1	Tipo 5	Tipo 9	Tipo 13	Tipo 17
	Inclusivo	Tipo 2	Tipo 6	Tipo 10	Tipo 14	Tipo 18
Casos Múltiples	Global	Tipo 3	Tipo 7	Tipo 11	Tipo 15	Tipo 19
	Inclusivo	Tipo 4	Tipo 8	Tipo 12	Tipo 16	Tipo 20

Atendiendo a la anterior clasificación el estudio que se realiza en esta memoria, es **del tipo 8**, pues es de **casos múltiples** al estudiarse **17 casos de profesores de matemáticas**, con el objetivo de **describir** las interacciones que se dan entre los participantes y ver, a partir de ellas, el cambio del conocimiento de los profesores de matemáticas, respecto a un tema de aprendizaje de matemáticas.

4.3.2. Los casos estudiados y algunas características generales

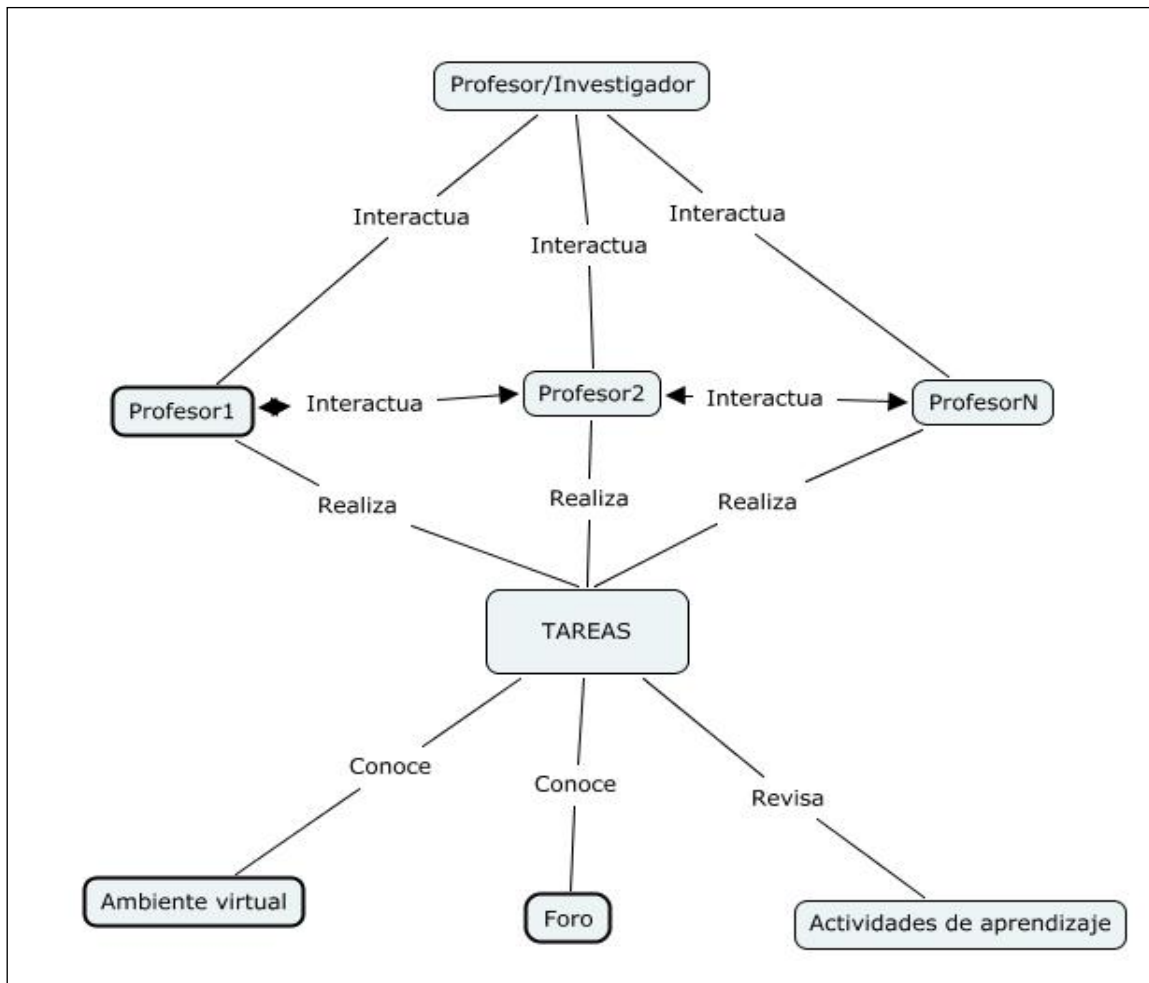
En total se trabajó con 17 casos, todos ellos profesores de matemáticas en formación, seleccionados del último semestre de la Carrera de Matemáticas de la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, institución donde laboro. De ellos 7 son mujeres y 10 son hombres. Sus resultados académicos al finalizar la carrera se recogen en el Anexo 6.

Estos estudiantes, en su formación, ya en el momento en que se realiza el estudio, habían recibido una preparación didáctico metodológica general de la enseñanza de la matemática.

El propósito fue realizar un conjunto de tareas en un foro y en un contexto virtual, una de las tareas fue la revisión de un grupo de actividades de aprendizaje de la parábola, tema que corresponde a la unidad VII del segundo semestre del preuniversitario (preparatoria) de la misma universidad (Ver anexo 3).

Los profesores de matemáticas en formación trabajaron en grupo mediante los recursos de carácter virtual previstos en la investigación, discutieron e interactuaron al realizar las tareas y revisar las actividades de aprendizaje del tema la parábola. Todas sus participaciones e interacciones quedaron registradas en el foro. La estructura general estuvo compuesta por un instructor/investigador, el grupo de profesores de matemáticas, las tareas y las herramientas como la web, el foro y los applets.

La siguiente ilustración muestra la estructura general.



Niveles de interacción, realización de las tareas y actividades de aprendizaje.

Como se puede ver en el gráfico anterior, los niveles que se distinguen en la estructura son dos, las interacciones que se realizan entre profesores e instructor y las interacciones entre profesores. Los profesores también interactúan con el contexto, con el foro y con la revisión de las actividades.

Gao y Lehman (2003) sostienen que la interacción es un proceso de comunicación de dos vías, donde destacan la perspectiva del aprendizaje y distinguen tres tipos de interacción que involucran procesos de aprendizaje:

- a) Interacción con el contenido
- b) Interacción con el instructor
- c) e interacción con otros estudiantes.

Cada tipo de interacción puede tener diferentes efectos en los estudiantes y actitudes hacia el aprendizaje. El mismo autor señala que las interacciones más importantes son las que ocurren entre los estudiantes y los materiales. En el caso de este estudio, las interacciones que se dieron fueron de los tres tipos anteriores.

Las interacciones en contextos virtuales de aprendizaje matemático estudiadas por Fortuny y colaboradores (2000, 2003, 2005, 2007) muestran que los contextos de aprendizaje de la matemática virtuales se ven enriquecidos tanto por el uso de herramientas e instrumentos tecnológicos como por las interacciones que ocurren entre individuos e instrumentos y entre individuos e individuos de forma remota.

Para Cobo (1998) y Cobo y Fortuny (2000) al estudiar el aprendizaje de las matemáticas en ambientes virtuales interactivos, los estudiantes que colaboran en pares para resolver problemas al analizar las interacciones establecen un modelo de estructura dinámica caracterizada por procesos y productos. Para Murillo (2002) las herramientas telemáticas constituyen un recurso importante que favorece la interactividad entre profesores y alumnos. En la enseñanza de las matemáticas, las interacciones constituyen un elemento que favorece el desarrollo cognitivo, la adquisición de conocimientos y habilidades.

4.4 El Ambiente Virtual Educativo: concepto y algunas características

Un **ambiente virtual** es un espacio, en un entorno virtual, donde concurren individuos por el interés de discutir o aprender sobre algún tema. Para González y Giménez (1993) un contexto de esta naturaleza es:

“... un conjunto de relaciones que se crean y mantienen entre los diferentes agentes, factores y condiciones que conforman una clase virtual en donde se desarrolla el propio proceso de enseñanza y aprendizaje...”

Para que ocurran las relaciones, como la comunicación por ejemplo, se utilizan medios como el correo electrónico, las listas de correos (utilizadas para hacer los primeros foros de discusión), entre otros medios. En la actualidad se han creado cada vez mejoras en el manejo de mensajes ordenados por temáticas,

jerarquizados y ordenados por categorías, como es el caso de las plataformas Moodle y Dokeos que se definen como plataformas de aprendizaje. En este estudio, las condiciones de trabajo estuvieron dadas en las tareas, las actividades de aprendizaje profesional y los propósitos de las mismas.

El Mini Ambiente Virtual (MAV), está compuesto por el grupo de profesores de matemáticas en formación, un conjunto de tareas y un conjunto de medios y herramientas cognitivas, utilizadas en ambientes virtuales como son el ordenador, el foro virtual, la web y los applets.

En este trabajo, por **herramienta cognitiva** se entenderá a una herramienta que pueda utilizarse en el aula, en este caso en ambientes virtuales, que permita el ahorro de tiempo y esfuerzo para la ejecución de una acción u operación, y asociada a ella un propósito y conjunto de tareas o actividades para el cumplimiento de dicho propósito.

La primera herramienta utilizada es un ordenador con conexión a internet y el medio es un **foro virtual** considerado, según Luz Arango M.M. (2003), como un escenario de comunicación por internet, donde se propicia el debate, la concertación y el consenso de ideas. El foro es una herramienta que permite a un usuario publicar su mensaje en cualquier momento, quedando visible para que otros usuarios que entren más tarde, puedan leerlo y contestar. A este estilo de comunicación se le llama **asincrónica** dada sus características de no simultaneidad en el tiempo. Esto permite mantener comunicación constante con personas que están lejos, sin necesidad de coincidir en los horarios de encuentro en la red, superando así las limitaciones temporales de la comunicación sincrónica (como un chat, que exige que los participantes estén conectados al mismo tiempo) y dilatando en el tiempo los ciclos de interacción, lo cual, a su vez, favorece la reflexión y la madurez de los mensajes. A los participantes en un foro los congrega el interés por un tema, una actividad, una meta o proyecto, creando discusiones valiosas para todos.

En esta versión del contexto virtual, se preparó un servidor para alojar las tareas y actividades de la primera propuesta de aprendizaje, se preparó el material necesario para hacer una web interactiva, para lo cual fue necesario el

diseño de una página web, y se configuraron los scripts necesarios para su funcionamiento interactivo, tal como se muestra en el Anexo 1. Tanto las tareas como las actividades se colocaron en la plataforma para que los profesores las pudieran revisar en línea, y después sugerir, proponer e incluso recomendar modificaciones a las actividades, todo ello en forma interactiva en línea.

La página de actividades y tareas de los profesores de matemáticas se colocaron en la dirección: <http://www.uaguerrero.org/parabolas>.

La actividad se desarrolló mediante la utilización de un conjunto de 6 tareas para profesores de matemáticas.

Entre las tareas propuestas una se dedicó al desarrollo de un conjunto de actividades de aprendizaje y la puesta en práctica en una miniclase, el tema que se escogió fue la parábola con contenidos del nivel preuniversitario. Para el desarrollo de este tema se propuso un primer bloque de actividades con la finalidad de utilizar herramientas cognitivas en línea, conocidas como applets. Las actividades propuestas fueron tema de discusión y para la realización de las tareas de los profesores se utilizó un foro virtual para escribir y dejar constancia de las participaciones e interacciones realizadas.

4.4.1 Estructura de la plataforma

Para la puesta en marcha de la plataforma interactiva fue necesario conocer las distintas opciones existentes para lograr la configuración de un servidor con funciones interactivas. Se encontró al menos dos posibilidades: una utilizando software comercial y la otra empleando software de código abierto.

Los **materiales necesarios** para poner en funcionamiento un servidor de estas características fueron los siguientes:

1. Un ordenador con funciones de servidor de páginas web
2. Instalación de una base de datos.
3. Un gestor de enlace entre la base de datos y el servidor de páginas web.

Se optó por usar el siguiente **software**:

- a) El servidor de páginas web Apache Web Server Versión 2.0.43
- b) Para la base de datos se utilizó MySql Versión 3.23.53.
- c) El generador de páginas web que interactúa entre el usuario y la base datos fue el PHP versión 3.23.53.
- d) y un browser (Como Netscape o Explorer de Microsoft)

Para mayor información sobre los materiales y la estructura utilizada consultar el **anexo 1**.

4.4.2 Estructura de la web

La web se compone de un menú principal con seis opciones:

- Programa
- Actividades
- Tareas
- Applets
- Un graficador (Graphmatica)
- Un foro virtual

El **programa de estudio** utilizado fue el mismo del nivel de preuniversitario donde se ubica el tema de la parábola, el cual forma parte de la Unidad VII del curso de matemáticas II. (Ver **anexo 3**). Este material permitió a los profesores ubicar los objetivos del programa, el contenido del tema de la parábola y los contenidos previos y posteriores de dicho tema, así como algunas recomendaciones metodológicas.

Las actividades que se propuso a los profesores que constituyen los casos de estudio, fue una versión de actividades de aprendizaje para el alumno, del tema la parábola, que sirvió para iniciar la discusión. Después se abrió propiamente la discusión y las participaciones de los alumnos los que analizaron entre ellos dichas actividades e hicieron sus observaciones y recomendaciones, las que escribieron en el foro en forma virtual. Las opiniones de sus compañeros permanecieron accesibles para todos los participantes lo que permitió una

influencia mutua, y hacer réplicas. Todas las participaciones se registraron en el foro y sirvieron de base para las posteriores participaciones.

Las **tareas** para los profesores tuvieron el propósito de familiarizarlos con el contexto virtual, con las herramientas utilizadas en las actividades, el programa de estudios y de su participación en la revisión de actividades y de proponer mejoras a las actividades de aprendizaje propuestas. Los objetivos de las mismas se resumen a continuación:

Tarea 1. Conocer el ambiente, estructura de la web, uso del foro, algunos mensajes de prueba.

Tarea 2. Conocer los applets, el Graphmatica, el programa y las actividades a realizar con los applets.

Tarea 3. Revisar las actividades propuestas con los applets y opinar si con las actividades propuestas se alcanzan los objetivos propuestos en el programa de estudios.

Tarea 4. Identificar algunas características, que se distinguen al utilizar los applets en actividades de aprendizaje.

Tarea 5. Identificar el applet o graficador (graphmatica) que permita a los estudiantes un mejor aprendizaje de los parámetros: ***a***, ***b*** y ***c*** de la ***parábola***.

Tarea 6. Al plantear a los estudiantes la generalización de la ecuación **$y=a (x-c)^2 + b$** , indagar sus criterios acerca de si con estos materiales los estudiantes puedan comprender el comportamiento de la parábola en la expresión anterior.

A continuación se muestra la pantalla de inicio al pulsar la dirección <http://www.uaguerrero.org/parabolas>.



4.5 Técnicas de recogida de datos.

Las técnicas para el análisis han sido utilizadas por investigadores como Lewis (2001), quien uso mapas conceptuales para su análisis, por otra parte Fayard y DeSanctis (2005) utilizaron tablas bidimensionales para analizar las participaciones en un foro. En este estudio se utilizaron ambas técnicas antes referidas, lo que permitió observar desde dos perspectivas el desarrollo del proceso interactivo.

Las técnicas utilizadas para la recolección de datos en este tipo de contextos se encuentran en fase de desarrollo y se han originado en estudios etnográficos y se han llevado a contextos virtuales, y algunas ideas han sido propuestas en desarrollo principalmente por Hide (2000), Ardèvol (2003) y Garrido (2004). Estos investigadores han utilizado, en ambientes virtuales, un cuestionario en línea, la observación participante y la interacción encauzada para el análisis de participaciones en comunidades virtuales.

Es conveniente destacar que el análisis se hace considerando el desarrollo de la experiencia entendiéndola como un proceso, por lo que se toma en cuenta la variable tiempo en periodos determinados, se parte de un momento inicial, hasta alcanzar el final del mismo.

4.5.1 El cuestionario en línea

Los cuestionarios utilizados permitieron identificar los conocimientos previos que tenían los profesores de matemáticas sobre el uso de las herramientas tecnológicas utilizadas en el contexto virtual y acerca de las interacciones y en función de los resultados se redefinieron y reorientaron las tareas para subsanar aquellos elementos necesarios para el resto del experimento.

En primer lugar se diseñó un cuestionario el cual fue enviado por correo electrónico, a cada participante. Los resultados obtenidos mostraron que en general se desconocían o no habían utilizado recursos interactivos como es el foro, las interacciones y el trabajo en contextos virtuales, para ello se agregaron dos tareas, una para familiarizarlos con el ambiente y otra sobre la utilización del foro.

4.5.2 La observación participante

Otra técnica de obtención de datos utilizada en estos contextos es la observación participante, que permitió observar las interacciones de los profesores pero a la vez reorientar la discusión hacia la realización de las tareas propuestas y evitar distracciones, como hablar de temas ajenos a las tareas, y posteriormente analizarlas con detalle, dando seguimiento al desarrollo de las ideas a través de un periodo de tiempo. Este tipo de análisis se asemeja a las investigaciones donde se utiliza video para registrar los hechos y acontecimientos para su posterior análisis, permitiendo su revisión a detalle, ya que existe la posibilidad de repetirlo tantas veces como sea necesario, aquí se tienen las participaciones en el foro, por fecha y por nombre de quien las hace, el contenido expuesto, y sobre a qué o a quien se refiere.

4.5.3 La interacción encauzada

La interacción encauzada es otra técnica de obtención de datos que se utiliza en contextos virtuales para reorientar la discusión al propósito planteado y evitar que alguno o algunos de los participantes discutan temas distintos a los planteados en las actividades y en las tareas se denomina interacción encauzada y consiste en participar sobre alguno de los temas en discusión pero asumiendo el papel de reorientar la discusión para evitar distracciones o la introducción de nuevos temas ajenos a los planteados en la discusión inicial. Aunque se procuró que las intervenciones del Instructor fuesen lo más reducidas, se pueden contar 5 de ellas de este tipo, como se verá más adelante

4.5.4 Tablas y redes conceptuales

Después de recoger la información y para hacer una primera interpretación y un posterior análisis se usaron tablas y redes conceptuales, conjuntamente con los métodos de análisis y síntesis para identificar el aprendizaje profesional de los profesores de matemáticas.

Las tablas muestran las participaciones e interacciones, los contenidos abordados y las fechas de cuando se realizaron, los mapas conceptuales muestran el número de participación, el contenido abordado y el vínculo que guardan con otras participaciones. El análisis se hace en dos vertientes, por un lado se analiza por periodos de una semana y por otro se hace un análisis individual, de esta forma por un lado se cuenta con el contenidos abordado en un periodo de una semana y por el otro se identifica el contenido que abordó cada profesor, éstos resultados se plasman al final del siguiente capítulo.

CAPÍTULO V. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN: SUS ANTECEDENTES

5.1 Introducción

La presente investigación tuvo como primer antecedente un trabajo realizado con profesores de matemáticas de la Unidad Académica de Matemáticas de la Universidad Autónoma de Guerrero, México, y dirigido en el mismo Departamento de Didáctica de las Matemáticas de la UAB, Nava (2005), el cual fue una primera aproximación al problema que nos ocupa y se puede considerar como una primera etapa dentro de la misma investigación.

En ambas etapas de la investigación las técnicas empleadas para la recogida de los datos, fue el propio Foro Virtual, donde los profesores plasmaron sus intervenciones y estas quedaron registradas, para su posterior análisis de forma similar a como ocurre en otras investigaciones en donde se utiliza el vídeo para registrar por ejemplo una entrevista. También se utilizó la “observación participante” y la “interacción encauzada”.

Para la caracterización y análisis de los datos se emplearon tablas, y mapas conceptuales, para los mapas conceptuales se uso el software CmapTools Versión 4.18 del "Institute for Human and Machine Cognition" que se encuentra en la dirección <http://cmap.ihmc.us>. Con la finalidad de darle seguimiento al desarrollo de las actividades de los profesores de matemáticas, primero se representaron las estructuras en mapas conceptuales, en periodos de tiempo y las relaciones en cada participación, posteriormente se plasmaron en tablas, que fueron tomadas del mismo “Word”, analizando la información desde dos puntos de vista, por periodos de tiempo de una semana, y por participaciones individuales.

5.2. Primera etapa de la Investigación

Como una primera etapa de esta investigación, se encuentra la realizada por este mismo autor en el año 2005, dentro del marco del programa de Doctorado

en Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales en el Departamento correspondiente de la Universidad Autónoma de Barcelona.

En el estudio realizado, orientado hacia la **Formación de profesores de Matemáticas en nivel Superior** y su formación en una **Comunidad de práctica**, se caracterizaron las interacciones virtuales entre profesores de matemáticas en formación en un ambiente de Comunidad de Práctica utilizando como medio de comunicación la Internet. Entre sus objetivos se encontraba la identificación de las características de las interacciones de un grupo de profesores de matemáticas en formación.

En el desarrollo de esta investigación, después de una búsqueda bibliográfica detallada y en soporte digital en el que se buscó información sobre el tema, se pudo concluir que aunque se apreciaba un movimiento fuerte para desarrollar applets para actividades y ejercicios de matemáticas, no se apreciaba un propósito claro y metodológico sobre su utilización.

Para el desarrollo de la investigación, se trabajó con tres profesores de matemáticas en formación, alumnos de la Unidad Académica de Matemática de la Universidad Autónoma de Guerrero. La actividad realizada con ellos consistió en la realización de las tareas con el propósito de discutir actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas: en este caso se discutió el tema de la parábola, utilizando como medio de comunicación un foro por Internet.

En el desarrollo del estudio se propusieron siete tareas a desarrollar, divididas en dos categorías. Las primeras seis sirvieron para familiarizar a los profesores con la interfaz de la plataforma y con los procesos interactivos, el currículo e integraron en una carta descriptiva los elementos del currículum, y un contenido seleccionado por el profesor en formación. La segunda parte fue para identificar ventajas o deficiencias de un conjunto de actividades de aprendizaje para estudiantes de preuniversitario (15-16 años) con el tema: **la parábola** utilizando applets interactivos mediados por ordenador con conexión a Internet.

Se llevó a cabo la experiencia utilizando el foro para realizar y comentar las tareas. En ese proceso se controlaron todas las interacciones que se

produjeron entre los participantes en el foro: los profesores en formación invitados y el instructor que a su vez era el investigador. La parte esencial de esta etapa de la investigación se centró precisamente en estas interacciones y de cómo se fueron construyendo consensos en torno a un objetivo o a un tema.

Por último se interpretaron las interacciones y se sacaron algunas conclusiones. Para el análisis de las interacciones nos apoyamos en la etnometodología y en una de sus variantes que es el interaccionismo simbólico, como formas metodológicas que más se ajustan a la naturaleza de la investigación que se desarrolló.

Para la interpretación de las interacciones se utilizó el enfoque de la Investigación Etnográfica, en particular la Etnografía Virtual propuesta por Ardévol, E. (2003) y Garrido (2004) y como perspectivas teóricas el Interaccionismo Simbólico y el Aprendizaje Social. En este sentido, el grupo de profesores con un propósito común, interactuaron en un mismo medio de comunicación (foro) y compartieron una serie de experiencias dentro de una “comunidad” que por sus características se aproximó a la noción de “Comunidad de Práctica”, tal como han sido estudiadas por Garrido (2004).

Para el análisis, la Comunidad de Práctica se dividió en los siguientes componentes: Las **tareas** que se realizaron, las **interacciones** de los tres profesores en formación que participan en la experiencia y la del instructor que se discuten en el capítulo V, y **los resultados de las participaciones referentes a las tareas y la dinámica que sigue hasta el final de la experiencia.**

Los componentes antes señalados respondieron a las tres características fundamentales que se distinguen en una Comunidad de Práctica que son: **el dominio, la comunidad y la práctica.** El **dominio** o área de interés que consiste en un conjunto de temas o problemas de la comunidad, en este caso se concretó en la realización de dos grandes tareas: la realización de seis tareas y una revisión de actividades de aprendizaje en una Web para estudiantes de preuniversitario.

Como una característica de las comunidades de práctica se exige el establecer relaciones y compromisos entre los participantes. Las interacciones deben ser frecuentes y basadas en la voluntad de compartir ideas, creencias, conocimientos e información relevantes. En este estudio, se realizaron participaciones en un foro por Internet, hubo interacciones y se compartieron conocimientos, experiencias e información, utilizando como recursos comunes las tareas y las actividades mediadas por ordenador con conexión a Internet.

Para la realización del análisis de las interacciones, los datos se tomaron del foro, y se procedió a sistematizarlos, identificando sus relaciones de respuesta, réplica y contrarréplica, estrategia que se ha seguido también en la continuación de esta investigación que se presenta en esta memoria.

Todas las interacciones se llevaron a cabo por Internet, excepto la primera que fue presencial y donde se les orientó la forma de trabajo, los objetivos, y los medios a utilizar. El medio de comunicación utilizado para las interacciones fue un foro que se instaló en un servidor comercial y ocasionalmente se uso de una lista de correo. En resumen hubo un total de 18 participaciones distribuidas de la siguiente forma:

A quién se dirigieron	Cantidad
Dirigidas a todos	3
Dirigidas al instructor	11
Dirigidas a Profesor 1	2
Dirigidas a Profesor 2	1
Dirigidas a Profesor 3	1

Sobre la temática que se discutió en el foro se distribuyó de la siguiente forma:

Temática	Cantidad
Sobre currículum	21

Sobre el funcionamiento del foro	20
Aportes	5
Sobre las actividades de aprendizaje	3
Preguntas	2
Recomendaciones	1
Propuesta de carta descriptiva	1

En las participaciones se hicieron propuestas de contenido curricular, el primero sobre un curso de sistemas de ecuaciones por el método de Gauss, y el segundo sobre la parábola desde una visión analítica, quedando constancia en el foro. De igual modo se hicieron varias observaciones a la propuesta de actividades de aprendizaje.

La experiencia resultó enriquecedora porque, de acuerdo a lo que los profesores comentaron, no conocían este tipo de herramientas tecnológicas y les quedó como resultado el poder aprovecharlas en su práctica profesional, lo que les abre posibilidades en las mejoras de la calidad de su formación o, al menos, de enriquecer su actividad en su formación permanente.

Las interacciones se realizaron de forma asincrónica, pudiendo participar a cualquier hora, y en cualquier lugar que se tuviera una computadora conectada a Internet, lo que dará la oportunidad en el futuro de ampliar trabajos similares con sus estudiantes en cualquier horario y sin las limitantes de las distancias.

Sobre los objetivos relativos a la caracterización de las interacciones virtuales entre profesores de matemáticas en formación en un ambiente de Comunidad de Práctica utilizando como medio de comunicación la Internet, se constató que hubo muy pocas interacciones entre los profesores, ya que la mayoría de las interacciones del grupo estuvieron dirigidas al Instructor y al grupo. De igual modo la mayoría de las participaciones fueron sobre la tarea dos y tres y se referían al foro y al currículum y por último las participaciones en la experiencia

no fueron uniformes ya que algunos profesores dejaban de hacerlo por algún tiempo.

Como una de las limitaciones del foro se constató el no poder enviar texto matemático, lo que hubiera facilitado la comunicación.

Con respecto a las actividades de aprendizaje se generaron puntos en desacuerdo respecto a cómo presentar el contenido, aunque la discusión se centro en un curso de aprendizaje presencial, y la propuesta de contenido era para un curso online. Las opiniones, participaciones y aportes de los profesores quedaron escritas en el foro, donde puede ser consultada por sus compañeros o por compañeros de otros grados.

Las **conclusiones** a las que se arribó en este trabajo preliminar fueron: en primer lugar, que deben incluirse nuevos conocimientos referentes al uso de los medios tecnológicos. Sin embargo, se planteó que se debe ser cauto con el uso de estas herramientas ya que si bien ofrecen grandes posibilidades siempre y cuando se planeen y se tome en cuenta un redefinición de los objetivos, contenidos y nuevos métodos de trabajo, también trae consigo nuevos problemas como la falta de diseñadores de entornos de aprendizaje.

Como algo muy positivo, se concluyó, lo relativo al sistema de relaciones que se logró establecer entre los participantes pues compartieron experiencias personales, también compartieron información encontrada en Internet, se propusieron actividades tomados de distintos programas, entre ellos el de la misma universidad, y finalmente se hicieron propuestas sobre cómo abordar el contenido del tema de la parábola.

Otro aspecto que se concluyó del trabajo realizado es que esta forma de trabajo, como medio auxiliar complementario a los cursos tradicionales (presenciales) ofrece utilidad, porque los contenidos se pueden alojar en una Web o en un CD. Varios contenidos pueden ser abordados utilizando las herramientas como la Internet por ejemplo los applets dinámicos para la enseñanza de funciones matemáticas y para impartir asesorías sin importar las distancias para lo cual también puede ser un recurso valioso.

Por último se reconoció que estas herramientas y su utilización en contextos educativos deben generar una nueva cultura, como también lo señala Price (2003), “se debe enseñar desde la edad infantil a organizarse para aprender en situaciones en clase de forma individual o en grupos con diferentes roles y de distintos temas, es decir de crear una cultura desde edades tempranas.”

Por otra parte, al finalizar esta experiencia también se **recomendó** que en experiencias o trabajos similares a futuro, debe quedar claro el objetivo que se propone lograr y debe motivarse a los participantes con la solución de problemas de su interés y generarse un programa de actividades que los involucrados deben conocer al inicio.

Dado las condiciones de infraestructura y de poca familiaridad con las nuevas tecnologías de redes, se sugirió desarrollar cursos semi presenciales en vez de totalmente virtuales al menos en el contexto donde se desarrolló la investigación. De igual modo se planteó la conveniencia de lograr cierta habilidad en el uso de de foros virtuales, a fin de facilitar y hacer fluida la comunicación y para trabajos posteriores, garantizar varios elementos entre ellos una conexión a Internet sin fallos, una motivación más fuerte, y claridad en el plan de actividades a desarrollar.

Con respecto al aspecto propiamente tecnológico se recomendó garantizar el manejo de al menos un procesador de texto y el uso del correo electrónico y de listas o foros de discusión, así como conocer cómo enviar mensajes, responderlos, hacer replicas, proponer temas de discusión y crear condiciones para la discusión de un tema. En el caso de los envíos de texto matemático se planteó la necesidad de agregar otro software, como el del sistema Moodle, u otros de carácter educativo pues existen plataformas en desarrollo para ello y son de carácter gratuito.

Para finalizar se reconoció que trabajos de esta naturaleza pueden ayudar en la educación matemática si se diseñan actividades concretas tomando en cuenta problemas que se presentan en estos ambientes, como la falta de infraestructura, la poca habilidad en el manejo en el uso de estas herramientas.

5.3. Segunda etapa de la Investigación: principales tareas

En esta segunda etapa de la investigación, se tomaron algunos elementos para enriquecer el desempeño y mejorar esta parte de la investigación. La **primera tarea** fue el análisis de la propuesta de una clase de introducción del concepto de parábola para estudiantes de la preparatoria, que se propuso como marco de discusión en el foro y la selección de las actividades que se iban a utilizar con los docentes en formación que formaban parte de la investigación, mediante el empleo de applets previamente seleccionados, para ilustrar las potencialidades de este medio dentro del propio contenido matemático escogido.

La **segunda tarea** fue el diseño de una plataforma que alojó las páginas webs, que contenían el conjunto de tareas previstas para realizar con alumnos y profesores participantes en función de la tarea antes analizada.

5.4. Características de la propuesta realizada para introducir el concepto de parábola y de las tareas propuestas a los participantes en el foro.

Esta propuesta consiste en un plan de una clase de matemática para introducir el concepto de parábola, y sus principales propiedades utilizando applets. Se trata de analizar la preparación de una clase, mediante la participación colectiva, en este caso para el aprendizaje de la parábola. El programa al que se ajusta la propuesta es el de nivel preuniversitario (Preparatorias de la UAG.).

Las tareas diseñadas para esta etapa para ser desarrolladas por profesores de matemáticas tenían el objetivo de que por una parte sirviera de motivación para la discusión de las actividades de aprendizaje y favorecer la participación e interacción en el foro virtual, así como también tener una idea primaria de las posibilidades de utilización de este medio para el desarrollo didáctico metodológico de estos docentes en formación. Los profesores participaron en el foro, haciendo observaciones, aportando ideas y haciendo recomendaciones para la mejora de las actividades de aprendizaje propuestas que incluían las herramientas mencionadas.

Lo que se presenta es la segunda versión de las actividades de enseñanza-aprendizaje de la parábola. En la misma se recogen la mayoría de las propuestas realizadas durante el desarrollo de la interacción con los participantes.

5.4.1. Aspectos considerados en la propuesta para la introducción del concepto de parábola y de sus propiedades esenciales

Los aspectos considerados en la propuesta que se discutió son la **motivación** (en la primera versión presentada no la tenía, y se agregó por recomendación de los profesores participantes), la introducción del concepto de parábola, y de su ecuación, la obtención de algunas propiedades características de la parábola (directriz, foco y vértice) y su definición como lugar geométrico y la representación gráfica de la parábola en función de los parámetros a , b y c de su ecuación.

Motivación

La motivación se agregó en el propio desarrollo de la experiencia por recomendaciones hechas por los propios participantes. Para ello se partió de algunas situaciones reales en las que se ponen de manifiesto algunas de las aplicaciones de la parábola. Se recomienda que las aplicaciones o usos de la parábola en la vida real, motiven el interés por su estudio. Por ejemplo:

1. Algunas aplicaciones de los modelos de la parábola las encontramos en primer lugar en las antenas, por donde nos llega la señal de televisión que capta las ondas que se transmiten desde un satélite.
2. Otra aplicación es la curva que describe un balón de fútbol cuando nuestro jugador favorito hace un despegue.
3. Otra aplicación que muy frecuentemente encontramos son los faros de un auto, el filamento luminoso está situado en el foco de la parábola, de esta forma se aprovecha mejor la luz que emite.

Se pueden agregar más ejemplos pero estos son muy significativos que la mayoría de nosotros conocemos.

De estos ejemplos tratar de que esbocen cuál sería la representación gráfica de una **parábola** a partir de las experiencias de ellos alrededor de ese término.

Introducción del concepto de parábola, y de su ecuación.

Explicarles que esas curvas se pueden asociar a una cierta ecuación que describe esa trayectoria, que las más simples son de la forma $y = ax^2$. Pedirles entonces que encuentren puntos de una parábola de ecuación $y = x^2$ y encuentren las coordenadas de algunos de sus puntos y los representen en un sistema de coordenadas cartesianas. De este modo pueden tener una idea aproximada de su representación gráfica.

Grafica en tu cuaderno la ecuación $y = x^2$, dando distintos valores a x .

x	$y = x^2$

Representa sobre un eje cartesiano los valores de x y los obtenidos de y , y une los puntos encontrados, los puntos forman parte de una grafica

Obtención de algunas propiedades características de la parábola. **Definición como lugar geométrico.**

En este momento se puede aprovechar para introducir un applet como el No. 1 que se utilizó en la investigación¹.

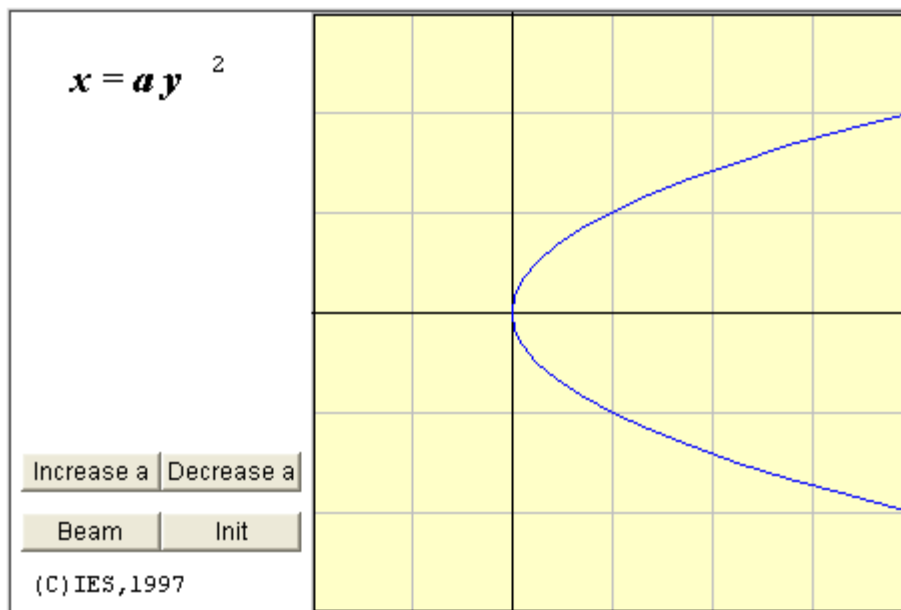
Uso del Applet 1.

El applet permite variar la abertura, animación, simula un conjunto de rayos que caen sobre la curva y su reflejo dirigidos hacia el FOCO. El applet también

¹ El applet 1 fue descargado de
<http://www.geocities.com/thesciencefiles/parabola/focus.html>

permite modificar el parámetro "a" para modificar su abertura, estas son algunas de las actividades propuestas.

- ✓ Para incrementar "a" hacer click sobre el botón "Increase a" .
- ✓ Para disminuir "a" hacer click sobre el botón "Decrease a".
- ✓ Presione "Beam" para proyecta las líneas de luz.
- ✓ presione "Init" para limpiar la pantalla.



Con él se puede introducir los conceptos de foco, directriz, vértice y concluir con la definición de parábola como lugar geométrico:

Foco. Lugar donde concurren los rayos de luz que al pegar sobre la parábola y reflejarse llegan a este punto.

Directriz:

- a) Es la recta formada por los puntos que se encuentran a una distancia igual entre la parábola y el foco y entre la parábola y dicha recta (FP=PD).
- b) Es una recta perpendicular al eje de la parábola que se encuentra a una distancia igual entre el foco y el vértice y el vértice y dicha perpendicular

Vértice. Es el punto medio del segmento de perpendicular trazado de la directriz al foco.

Definición de parábola: Es el conjunto de puntos del plano que están a una distancia fija de una recta dada (que se denomina directriz) y de un punto fijo llamado foco.

Si la parábola abre hacia arriba será el punto mínimo, es decir el punto que se encuentra más debajo de todos los de la parábola. En caso de abrir hacia abajo será el punto más alto.

Tarea 1. Para la discusión de los profesores participantes.

¿Cuando la parábola es más estrecha, de qué manera se mueve el FOCO?

¿Cuando la parábola se hace más ancha, de qué manera se mueve el FOCO?

¿Si usted pudiera ensanchar la parábola a una línea dónde estaría el FOCO?

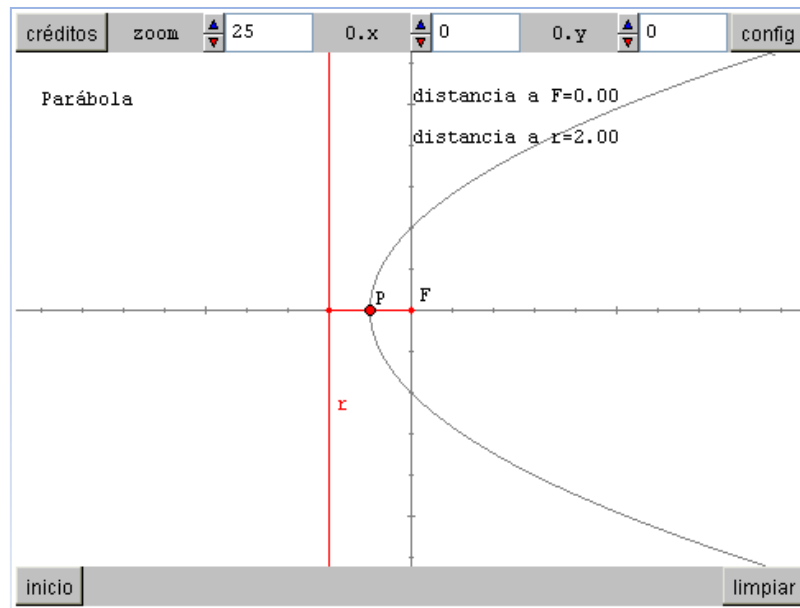
¿Qué objetos reales hacen uso de este fenómeno?

La representación gráfica de la parábola. Uso de los applets.

Actividades para graficar la parábola.

Utiliza alguno de los applets para graficar $y=x^2$, introduce los valores extremos del dominio de x , esto se hace más rápido que si lo haces a mano. Puedes graficar diferentes segmentos de la parábola, introduciendo distintos valores en el intervalo. Si observas alguna propiedad específica que creas que se cumple para algún o algunos de los puntos de la gráfica en ese caso, formula con tus palabras. De lo anterior se concluye que si la parábola abre hacia arriba será el punto mínimo, es decir el punto que se encuentra más debajo de todos los de la parábola, se llamará **VÉRTICE**.

Applet 2²

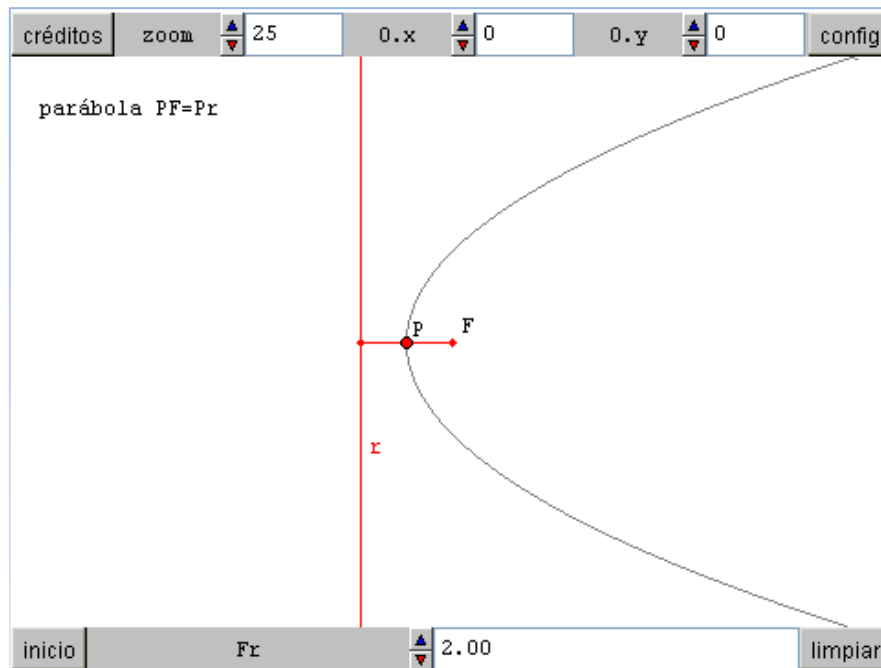


Con este applet puedes medir las distancias de varios puntos de la parábola al foco F y a la recta directriz r . Comprueba que las distancias siempre son iguales. Esta es la propiedad que identifica a las parábolas.

Algunas de las actividades propuestas por el mismo applet pueden ser utilizadas para reforzar los conceptos de **directriz**, **foco** y **vértice en la parábola**.

² Tomado de Eduteka: Tecnologías de Información y Comunicación para Enseñanza Básica y Media.

Applet 3³



Estas actividades se encuentran en la misma dirección que el anterior, y pueden ser utilizadas con los alumnos.

Sean F el foco de una parábola y sea r su directriz. Esta escena muestra un punto P que está restringido a moverse de manera que:

$$PF = Pr$$

Ejercicios:

- 1) Arrastra el punto P y verás que el rastro que deja es una parábola.
- 2) Cambia la distancia Fr entre 0 y 5 y dibuja las parábolas correspondientes. ¿Qué ocurre cuando $Fr=0$?

³ Tomado de Eduteka: Tecnologías de Información y Comunicación para Enseñanza Básica y Media.

Con este Applet también pueden hacerse actividades con los parámetros a , b , y c en la ecuación $y = a(x - c)^2 + b$.

Tarea 2 (empleando preguntas problémicas como recurso heurístico)

¿Qué efecto tiene el parámetro a en el comportamiento de la parábola?

¿Qué pasa con la parábola cuando aumentamos el valor de a ?

Si $a=1$, $b=0$ y $c=0$, grafique la parábola manualmente.

Si a cambia de un valor positivo a uno negativo. ¿Cuál es cambio que se da en la parábola?

Parámetro a

Desde la demostración del applet (applet 1) donde se muestra una haz de luz y que convergen en un punto al que le hemos llamado **Foco**, se puede interactuar con el botón aumentando o disminuyendo el valor de a , mostrando distintas aberturas para distintos valores de a . ¿Y cuando disminuimos el valor de a ?

Compara:

¿Qué diferencias observas cuando a toma valores positivos y cuando toma valores negativos?

¿Entre qué valores la parábola se vuelve más ancha?

¿Y entre que valores la parábola se vuelve más angosta?

Parámetro b

Si b cambia de negativo a positivo, ¿Cuál será la forma de la parábola?

Si $a=1$ y el vértice se encuentra en $b=2$ y $c=3$.

¿En qué parte del plano cartesiano se encuentra la parábola?

¿Qué parámetro hace que la gráfica se encuentre a la derecha o a la izquierda del **eje y** (desplazamiento horizontal)?

¿Cuál es la ecuación de la parábola que abre verticalmente con vértice en $(-2, -3)$ y a igual a **0.2**?

 Actividad de trabajo independiente.

Identifica el vértice y la dirección en cada una de las siguientes ecuaciones.

$$(x+1)^2 = y + 4$$

$$-0.3 (x-2)^2 = y-2$$

Con esta actividad se concluye la propuesta final después de ser analizada y replanteada por los participantes.

La **segunda tarea** fue el diseño de una plataforma que alojó las páginas webs, que contenían el conjunto de tareas previstas para realizar con alumnos y profesores participantes en función de la tarea antes analizada. La misma será el objeto central del contenido del capítulo siguiente.

CAPÍTULO VI: DISEÑO DE LA PLATAFORMA INTERACTIVA: SU USO POR LOS PARTICIPANTES

En este capítulo se resumen las ideas esenciales del trabajo desarrollado en la investigación alrededor del diseño de la plataforma que sirvió de vía de comunicación entre los participantes y la propuesta didáctica metodológica como eje de dicha comunicación.

En esa plataforma se incluyó un foro virtual para la discusión de las tareas y un conjunto de applets para la realización de las actividades propuestas para el aprendizaje de un tema de matemáticas, en este caso fue el tema de la parábola. Son los mismos que se usaron antes para la propuesta de clase. El servidor utilizado se encuentra en la dirección:

<http://www.uaguerrero.org/parabolas> (Ver Anexo 2).

6.1. Conocimientos previos necesarios para operar una Web interactiva

Estos conocimientos previos son, esencialmente de HTML, instalación de foros y bases de datos, así como de HTLM para la base de datos MySQL y de scripts PHP.

En el primer caso, para instalar un servidor interactivo se requiere de conocimientos del lenguaje HTML, de instalación de base de datos MySQL y sobre un lenguaje de redes PHP. Mucha de la información requerida fue encontrada en la misma internet, ya que el autor desconocía muchos de los detalles técnicos necesarios para montar un servidor dinámico, para lo cual fue necesario hacer consultas a contenidos especializados en el ramo en páginas web y a algunos especialistas a fin de optimizar el tiempo y dedicarlos a cuestiones de mayor importancia del trabajo. De igual modo, a pesar de la popularidad del lenguaje HTML y de los programas comerciales y de código abierto que existen en la red, fue necesario conocer algunos elementos de HTML para hacer modificaciones, generar menús, establecer ligas y conectar algunos scripts de PHP para el foro interactivo. Para más detalle consultar el anexo 1.

6.2. Consultas en otras Webs con material dinámico e interactivo para el aprendizaje de las matemáticas

Se realizaron varias consultas, se visitaron varios sitios en Internet con material de enseñanza y aprendizaje de matemáticas. Muchos de ellos cuentan con bastante material como lo señalado por Crowe y Zand (2000). La mayoría de los sitios contiene material para el aprendizaje de las matemáticas elaborado por programadores y técnicos y en muchas ocasiones no se tiene una concepción educativa sobre su efectividad en el aprendizaje, en el mejor de los casos se puede encontrar material de tipo interactivo bajo una concepción conductista o constructivista. Sin embargo la mayoría de este material falta ser probado y valorado en las aulas de matemáticas para tener mayor claridad acerca de su efectividad en la enseñanza y el aprendizaje la matemática como lo destaca Godino (2003):

“Los recursos que ofrece la Internet como applets y los mathlets y los distintos medios de comunicación que se tienen en la red, se hace necesario mirar aquellos elementos que pueden ser útiles en la clase de matemáticas, para ello los profesores juegan un papel fundamental en el proceso educativo, donde deben en primer lugar, saber identificar que recursos ofrecen ventajas o desventajas y no asumir sus bondades sin antes haberlos evaluado.”

En estas consultas sobre cuestiones interactivas en la formación de profesores fue muy escasa, en esta parte lo que se encontró en abundancia fue las propuestas de formación de profesores vía internet (otra modalidad de educación a distancia), las interacciones aún están centrados en los procesos de aprendizaje como lo destacan Juárez y Waldegg (2005), Guin y Trouche (2005) quienes afirman que sólo el 5% estudia el papel del profesor y las condiciones de adopción de la tecnología en el aula.

6.3. Descarga de applets y software para configuración de un foro

Para el desarrollo de las actividades con los estudiantes, fue necesario buscar los mejores applets que mejor se ajustaran a los propósitos deseados en las actividades, para ello se consultaron varios sitios y se decidió por aquellos

applets que estuvieran en idioma español, que fueran fáciles de entender y que además pesaran lo menos posible (tamaño del archivo mínimo), para que no ofrecieran dificultades en equipos de pocos recursos. Los applets que se utilizaron para la primera propuesta de las actividades de aprendizaje de la parábola, se descargaron de las siguientes direcciones:

- <http://www.ltconline.net/greenl/java/IntermedCollegeAlgebra/StandardGeneral/StandardGeneral.html>
- <http://www.geocities.com/thesciencefiles/parabola/focus.html>
- <http://illuminations.nctm.org/mathlets/grapher/index.html>
- <http://www.eduteka.org>

Del siguiente sitio se descargó un applet sobre la parábola que, a su vez, se aclara pertenece a un proyecto español conocido como “Descartes”.

- <http://www.cidse.itcr.ac.cr/revistamate/Herramientas/Parabola/Parabola.html>

El graficador *Graphmatica* fue descargado desde:

- <http://www.graphmatica.com/espanol>

Este graficador permite hacer graficas de la parábola, tiene pocas limitaciones y sobre todo es de un tamaño reducido (348 KB), lo que permite su transmisión y descarga por los profesores y estudiantes de matemáticas.

Con este programa es posible graficar ecuaciones de la forma

$$y=A_1x^n+A_2x^{n-1}+\dots +A_{n-1}.$$

6.3.1 Criterios para la selección de los applets.

Para la selección, tanto de los applets como del graficador, se utilizaron los siguientes criterios:

- a) El primer criterio que se tomó en cuenta para la sección de los applets fue el propósito de las actividades del programa de estudios y los contenidos propuestos en dicho programa, procurando que estas herramientas ayudaran y ganaran tiempo y rapidez en la graficación.
- b) Que fueran fáciles de utilizar ya que servirían para realizar actividades de aprendizaje para estudiantes de preuniversitario, con ningún o pocos conocimientos en el uso de ordenadores.
- c) Que su tamaño fuese el mínimo para poder descargarlos con mayor rapidez y corrieran en equipos de pocos recursos.
- d) Que estuvieran en idioma castellano, para facilidad y comprensión de los estudiantes.

6.3.2 Selección del software para configurar el FORO virtual

Los scripts para configurar el servicio del foro fueron tomados del sitio <http://www.phpbb.com>, estos programas son de código abierto (Open Source) y no requieren de licencia para su utilización, esto también tiene el propósito de familiarizar al profesorado con la utilización de este tipo de software en contextos educativos e incorporarlo a la realización de su tarea educativa, y abre la posibilidad de compartirlo con sus colegas y estudiantes.

6.4. Diseño de tareas y actividades

En primer lugar se diseñaron actividades para proponer a los alumnos, tomando en cuenta el contenido y los objetivos del programa de estudios del preuniversitario (preparatoria), siempre pensado en la utilización de las herramientas cognitivas (applets). Después de haber diseñado las actividades de los alumnos se pasó a la elaboración de las tareas para los profesores. Entre dichas tareas, que deberían todas desarrollarse en el foro virtual, se incluyó una especial consistente en la revisión de las actividades de aprendizaje y la mejora mediante sugerencias, recomendaciones y propuestas. Por último, y antes de iniciar el experimento, se aplicó un cuestionario con el

propósito de redefinir el grupo de tareas, lo que nos llevó a agregar dos más, con la intención de subsanar algunas deficiencias en el uso de contextos virtuales y de la utilización del foro virtual.

6.5. Diseño de la web interactiva

Después del diseño de las tareas y actividades de aprendizaje para los profesores de matemáticas, se procedió a diseñar la página web con los contenidos mencionados, para lo cual, se utilizó el siguiente software: Dreamweaver MX, el Frontpage 2003 y el CSS Tab Designer Versión 1.0. Este último permite la construcción de menús. Los dos programas anteriores fueron utilizados para la edición de código HTML.

6.6. Acciones que se organizaron y ejecutaron para el desarrollo de la experiencia

En el desarrollo de la experiencia se realizaron las acciones siguientes:

1. Encuesta previa para determinar el nivel de información de los participantes sobre el manejo de un foro virtual y del manejo del programa de estudios así como de los elementos que lo conforman.
2. Actividad inicial con los profesores de matemáticas incluidos en el estudio con el objetivo de conocer los objetivos del trabajo que iban a realizar y el portal en el que iban a trabajar.
3. Desarrollo de las actividades del foro mediante la realización de tareas e interacciones (Interrelación con la web, consultar en específico las actividades para analizarlas y comentarlas en el foro, a su vez proponer alguna mejora de forma general o realizar alguna observación de manera particular a algún compañero, entre otras posibilidades).
4. Uso del foro virtual.

6.6.1 Encuesta previa

El grupo de profesores de matemáticas que conformaron los casos del estudio realizado, como antes se planteó, fue seleccionado con alguna experiencia en dar clases ya que sus integrantes habían realizado sus prácticas profesionales y algunos tenían experiencia en la enseñanza de las matemáticas.

No obstante, con el propósito de conocer el manejo de un foro virtual y de confirmar el conocimiento de dichos profesores en el manejo de un programa de estudios y de los elementos que lo conforman, se les aplicó una encuesta. Se agrega en el Anexo 7.

6.6.2 Actividad inicial: conocimiento del portal por los profesores de matemáticas incluidos en el estudio

La aplicación del cuestionario inicial anterior corroboró que los profesores carecían de conocimientos en el manejo de tareas y actividades en una Web y en el uso de foros virtuales, por lo que fue necesario **diseñar una tarea adicional** que se hizo al inicio de forma presencial para trabajar los elementos básicos, a fin de que pudieran utilizar los recursos en la Web sin dificultad. Este encuentro inicial sirvió también para ir consolidando al grupo ante la nueva tarea, pues aunque ya se conocían entre sí dado que estudiaban la misma carrera en el mismo grupo, no tenían antecedentes de participar en una actividad de esta naturaleza que, además, iba a fortalecerlos profesionalmente. Por otra parte pudieron interactuar con el investigador instructor con el que iban a trabajar a lo largo de todo el estudio.

6.7 Realización de tareas e interacciones

En esta etapa de la investigación, ya con los elementos básicos en el uso del foro, se pidió a los profesores consultar la web, en específico las actividades para analizarlas y comentarlas en el foro, a su vez sus compañeros podrían leerlas y proponer alguna mejora de forma general o realizar alguna observación de manera particular a algún compañero. En este sentido se les

hizo saber que como orientación principal no deberían de perder de vista el objetivo propuesto en las actividades.

Las participaciones fueron de tres tipos:

- Observaciones o recomendaciones a la propuesta,
- Nuevas propuestas
- Observaciones o réplicas a alguno o a todos los compañeros.

El objetivo es el mismo que se propone en el programa de estudios que puede ser consultado en el anexo 3.

En las tareas que desarrollaron los profesores, se hizo énfasis en las actividades de aprendizaje utilizando applets. Las participaciones y réplicas quedaron plasmados en el foro, para que ellos o sus compañeros profesores las leyera posteriormente e hicieran comentarios, aportaciones y/o replicas.

Las observaciones, propuestas y réplicas quedaron registradas en el FORO virtual, lo que permitió que sus compañeros leyera y utilizaran la información del foro para nuevas participaciones y de esa manera enriquecieran su conocimiento respecto a las actividades que formó parte del ambiente.

6.7.1 El uso del foro virtual

Posterior a la familiarización con los contenidos de la página web y con el uso del foro, se les pidió la realización de las tareas, la participación del instructor/investigador fue con el único propósito de evitar que los participantes se desviaran de la discusión de las tareas y de centrar la discusión en torno a las tareas y actividades propuestas.

6.7.2 Participaciones, réplicas y contrarréplicas

Después de finalizar el experimento, se recogieron las participaciones para su análisis, lo primero que se hizo fue **agruparlas en dos categorías, una por periodos de tiempo de una semana y por participación individual**, para obtener información sobre la temática en discusión en un periodo de una

semana y en la segunda forma nos propusimos darle seguimiento sobre las participaciones de manera individual. Al final se hizo **una integración de todas las interacciones** para tener una información global del comportamiento de las mismas en función de los objetivos de la investigación realizada.

La experiencia tomó como base la realización de las tareas, lo que permitió la discusión en el foro virtual entre profesores de matemáticas en formación: En el primer planteamiento se utilizaron tres applets y un graficador para el desarrollo de actividades de aprendizaje de la parábola. En ellos se destacan los puntos más importantes de la parábola y los efectos que los distintos parámetros forman en dicha curva.

Las actividades y la utilización de herramientas cognitivas (applets), como parte de una de las tareas de los profesores, se sometieron a discusión por medio de un foro virtual y al final las participaciones quedaron registradas en el mismo foro, para su posterior análisis o para información de cualquiera interesado en ellas. Lo antes planteado representa una ventaja para los profesores que cuentan con un material importante y ampliamente debatido que les será útil en su actividad docente posterior. De igual modo otros profesores de matemática en servicio pueden hacer uso de la experiencia en sí misma pero también del contenido que fue usado como base para la actividad, e incluso los propios padres de familia que se interesen por la educación de sus hijos pudieran beneficiarse de estos materiales, por supuesto si dominan aspectos esenciales de la matemática escolar.

6.8 Obtención de datos

Las participaciones quedaron registradas en el FORO virtual, desde donde se procedió a interpretarlas y a analizarlas con el mayor detalle posible. Lo que se hizo en dos momentos, se hace una interpretación por semanas y otra por cada profesor. Se ha utilizado para su recopilación y análisis los términos:

- **Participación** cuando se trata de la primera intervención, de alguno de los profesores incluidos en el estudio, con respecto a una situación dada. De igual modo si el que participa es el instructor.

- **Réplica** a la participación de otro profesor (o instructor) respondiendo a una participación dada, ya sea para opinar a favor o en contra o para diferir o para proponer algo nuevo. También se le ha llamado réplica a cualquier otro tipo de participación que se produjo alrededor de una dada, aunque no sea para opinar sobre ella o no tenga directamente que ver con ella.
- **Contrarréplica** a la participación del primero que intervino para opinar sobre lo dicho en la réplica.

6.8.1. Las participaciones en el foro: su contenido

En total se registraron 66 participaciones, en un total de 13 semanas, entre participaciones propiamente dichas, réplicas y contrarréplicas en el sentido antes planteado. La tabla A, resume las participaciones por periodos de tiempo de una semana.

NÚMERO DE SEMANAS A LOS EFECTOS DE LA INVESTIGACIÓN	SEMANA	Fecha	Número de Interacciones y participaciones
1	9 al 15 enero	9	9
	16 al 22 de enero		0
	23 al 29 de enero		0
	30 de enero al 5 de febrero		0
	6 al 12 de febrero		0
	13 al 19 febrero		0
	20 al 26 febrero		0
2	27 de febrero al 5 de marzo	28 2	1 1
3	6 al 12 de marzo	6	7
		7	2
		12	3
4	13 al 19 de marzo	13	8
5	20 al 26 de marzo	24	2
		26	1
6	27 de marzo al 2 de abril	27	6
		31	1
7	3 al 9 de abril	5	4
	10 al 16 de abril		0
	17 al 23 de abril		0
8	24 al 30 de abril	24	2
		28	2
9	1 al 7 de mayo	2	3
		3	2
		4	2
	8 al 14 de mayo		
10	15 al 21 de mayo	16	3
		19	1

11	22 al 28 de mayo	22	1
12	29 de mayo al 4 de junio	29 3	1 2
13	5 al 11 de junio	6 7 8	2 1 8
			Total 66

Tabla A

En la tabla anterior suma 66 participaciones sin tomar en cuenta los saludos, las participaciones sin relación con los objetivos del curso y las participaciones realizadas después del 11 de junio.

En la tabla B, se hace un resumen de las participaciones de manera individual, haciendo un total de 66 participaciones incluidas las del Instructor.

Nombre	Participaciones	Dirigidas a:			Participación Total
		Saludos	Le replicaron	Replicó	
Alfredo	1		2		1
Arturo	1				1
César	3			1	4
Delfino		1 al grupo		2	2
Diana	1		2	2	3
Esteban	7		7	3	10
Fernanda	3	1 al grupo	2	1	4
Genaro	1				1
Ismelly	1				1
Janet	5		2	3	8
Nadia		2 al grupo		1	1
Osiel	2	1 al grupo			2
Pedro	1	1 al grupo	4		1
Pioquinto	3	4 al grupo	1	5	7
René	4	1	2	2	6
Rubí	1		1		1
Yazmín	3	1	1		3
Instructor	2		1	8	10
Totales	38	12	25	28	66

Tabla B

Los aspectos debatidos se clasificaron por el contenido de las participaciones, abarcando 17 tópicos, sumando un total de 83 veces los aspectos debatidos. Se resumen en la Tabla C a continuación.

Código	TEMAS DEBATIDOS	Frecuencia
1	Motivación	8
2	Definición de conceptos matemáticos	6
3	Graficación con applets	10
4	Aplicaciones de la parábola	4
5	Graficación sin applets	11
6	Limitaciones de los applets	3
7	Solución de problemas	0
8	Actividades Versión 2	4
9	Programa de estudio	1
10	Ventajas de los applets	5
11	Inclusión de sonidos con voces	1
12	Herramientas de apoyo	17
13	Propuesta de actividades	2
14	Ecuaciones (como tema previo)	1
15	Recomendación de otro software	4
16	Muestras de afecto (Saludos, despedidas y buenos deseos)	3
17	De orientación	3
	Total 83 veces se debatieron alguno de los 17 temas	83

Tabla C.

6.8.2 Participación total por semanas

Las participaciones durante trece semanas (del 9 de enero al 11 de junio) no fueron uniformes, y se concentró la mayor participación en los meses de marzo y mayo (los saludos de la primera semana no se cuentan).

En las semanas del 16 de enero al 26 de febrero, no hubo actividades pues aún no se familiarizaban con el medio virtual, y sólo se logró arrancar después del comienzo de las clases de la Facultad en el segundo semestre y los ajustes que siempre se producen en ese inicio de semestre. De nuevo se produjo un receso en la etapa correspondiente a las festividades por la Semana Santa y de nuevo en la semana del 8 al 14 de mayo por las complejidades propias de la misma al conmemorarse el día de las Madres, día del profesor y del estudiante.

Las participaciones e interacciones se agruparon por semanas, ya que resulta de interés para la investigación conocer lo que se discute en ciertos periodos

de tiempo, y se ha considerado que un intervalo de una semana, permite que los profesores recuerden los temas que se discuten y de observar la frecuencia de sus participaciones.

Semana 2 (del 27 de febrero al 5 de marzo)

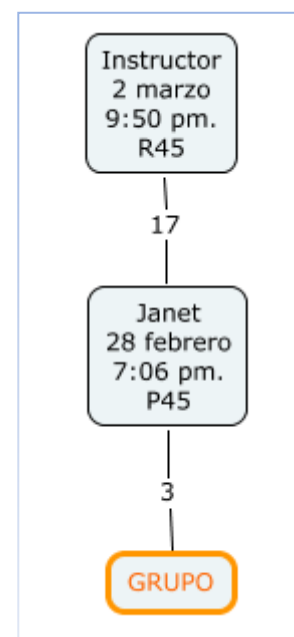
Durante esta semana se registraron dos participaciones, una de la profesora Janet dirigida al grupo y del Instructor, que es una réplica a la participación de Janet.

Profesor	Participación	FECHA	Dirigida a	TEMA
Janet	P45	28 feb.	Al grupo	Graficación sin applets(3)
Instructor	R45	2 marzo	Janet	De orientación (17)

Tabla 6.2

En el gráfico se puede ver las participaciones, a quienes están dirigidas y los temas abordados

Grafico 6.2



En la siguiente tabla se transcriben las participaciones por orden de tiempo cómo ocurrieron.

PROFESOR	CONTENIDO.	LINEA DEL TIEMPO
Janet (P45) al GRUPO	He revisado los applets, creo que servirán pero para verificar los conceptos de la parábola propongo trabajar con la parábola	28 febrero, 7:06 pm

	sin lo applets y luego con ellos, para que los estudiantes confirmen sus ejercicios.	
Instructor (R45) a Janet	Hola Janet, Tus opiniones son interesantes, sin embargo debemos de tener en cuenta dos cuestiones, el objetivo y el contenido. Recuerda que el concepto de parábola abarca: características de la misma, y la función de los parámetros a , b , y c , y para ellos usamos el graficador "Gaphmatica". Te felicito por tu ánimo de participar y de opinar en este medio. Hasta pronto.	2 marzo, 9:50 pm.

Cuadro 6.2

Semana 3 (del 6 al 12 de marzo)

Durante esta semana se registraron tres participaciones y ocho réplicas.

PROFESOR	Participación	FECHA	Replicas	TEMA
Instructor	R46	6-Mar	Esteban	Limitaciones de los applets (6)
Instructor	R47	6 Marzo	Alfredo	Herramientas de apoyo (12)
Pioquinto	P49	6 marzo	GRUPO	Definición de conceptos matemáticos (2) Graficación con applets (3) Ventajas de los applets (10)
Instructor	R48	6-Marzo	Rubí	De orientación (17)
Alfredo	P47	6 marzo	GRUPO	Limitaciones de los applets (6) Herramientas de apoyo (2x12)
Esteban	P46	6 marzo	GRUPO	Herramientas de apoyo (12)
Rubí	R48	6-Marzo	GRUPO	Graficación con applets (3)
Pioquinto	R46	07-Mar	Alfredo	Herramientas de apoyo (12)
Pioquinto	R47	7- mar	Esteban	Graficación con applets (3) Herramientas de apoyo (12)
Esteban	P45	12-Mar	GRUPO	Limitaciones de los applets (6)
Diana	R53	12-Mar	Janet	Herramientas de apoyo (12) Saludos (16)
Diana	R53	12-Mar	Esteban	Herramientas de

				apoyo (12) Saludos (16)
--	--	--	--	----------------------------

Tabla 6.3

En el siguiente gráfico se muestra otra forma de ver las interacciones, el contenido y a quien fue dirigida, el contenido se centro en *Herramientas de apoyo* (12).

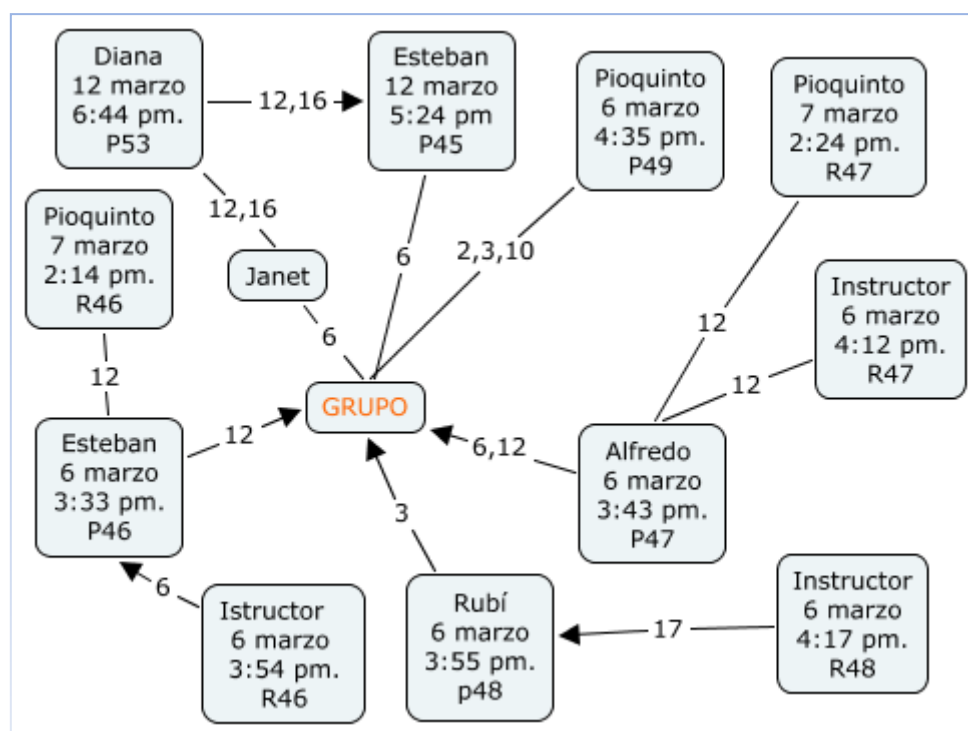


Grafico 6.3

En esta semana la participación que llamó la atención de los compañeros profesores y que concentró la mayoría de respuestas fue la Número 47 hecha por Alfredo. A continuación la transcripción del contenido de las participaciones y réplicas.

PROFESOR	CONTENIDO	LINEA DEL TIEMPO
Esteban (P46) al GRUPO	El programa (applet) que aparece para la enseñanza se me hace muy bueno y muy completo y más la parte de la parábola donde se enseña con problemas que se deben de resolver con ecuaciones de segundo grado y eso se me hace bueno ya que los alumnos deben de relacionar la matemática con problemas de la vida cotidiana ya que ese es uno de los motivos de la matemática llevar los modelos matemáticos a problemas de la vida cotidiana.	6 marzo, 3:33 pm.

	Con respecto a los applets se me hacen muy buenos y también el programa de graficación, ya que a veces para entender algunas cosas ahí que visualizarlas y eso es lo que hacen los applets, eso se me hace de gran ayuda, ya que de esa manera los alumnos saben como afectan los parámetros y va a ser más fácil la graficación de la parábola con solo ver la ecuación y de eso se derivaría la solución de la ecuación de segundo grado. Solo recomendaría que no se dejara al alumno usar tanto paquete graficador ya que después no saben hacer nada sin ellos, por ultimo propongo que primero se enseñan como hasta ahora y después usar un programa graficador, solo para que verifiquen sus resultados.	
Alfredo (P47) al GRUPO	PARTICIPACIÓN No. 47. "...lo que observé en los applets nos ayudan mucho para ver los movimientos de las graficas, y mi propuesta en los applets es de practicar todas las diferentes formas de posiciones, por que todo esto es en el plano. "	6 marzo, 3:43 pm.
Instructor (R46) a Esteban	Estoy de acuerdo con tu propuesta, en cuanto no se debe dejar al estudiante solo con los applets, recuerda que nosotros los consideramos como herramientas o medios que nos sirven para lograr los objetivos y trabajar con los contenidos de los programas de estudio de matemáticas.	6 marzo, 3:54 pm.
Rubí(P48) al GRUPO	Los applets me parecen interesantes junto con el programa para graficar ya que considero se nos haría más fácil aprender sobre las parábolas.	6 marzo, 3:55 pm.
Instructor (R47) a Alfredo	Utilizar applets efectivamente nos ayuda a realizar de forma más rápida el efecto de los diferentes puntos y parámetros. Sin duda que con esta forma podemos ver más formas que con otros medios.	6 marzo, 4:12 pm.
Instructor (R48) a Rubí	..nosotros apostamos que por este medio también nos ayuda a aprender, de esta forma cuando veas la participación de tus compañeros y mía, seguro que eso te dará elementos para que elabores una propuesta o mejores alguna de tus compañeros.	6 marzo, 4:17 pm.
Pioquinto (P49) al GRUPO	Los applets que he revisado son efectivos, eficientes, casi completos para definir y analizar las parábolas para cierto grado de complejidad; considero que si esta metodología de transmitir este conocimiento en el aula de clases a estudiantes e secundaria, bachillerato, y superior, reflejarían a corto plazo un nivel de aprovechamiento con lo que a este tema se refiere. Los applets son también como todo de que tenga sus pros y sus contras; pero por el momento esto no tiene tanta importancia porque presiento que con el tiempo estas irregularidades se han de ir superando gracias a las aportaciones de los compañeros críticos, que no	6 Marzo, 4:35 pm.

	tardarán en aconsejar nuevas aportaciones. De estos applets el que me pareció más sencillo y a la vez completo fue sin duda alguna el APPLET 4 ya que maneja de manera fácil y explícita a los parámetros a, b y c, con solo mover el botón del mouse, ya que como todos sabemos estos son parte muy importante de la función cuadrática, y estos en complementación con los APPLETS serán aun una herramienta más efectiva en la enseñanza aprendizaje de los estudiantes.	
Pioquinto (R46) a Esteban	"si, compañero comparto tus ideas acerca de como inculcar estas nuevas ideas de ver a los "problemas de matemáticas" ya no como problemas sino más bien como un entretenimiento de nutrición mental, por que es así como ellos se han de familiarizar con estas que hasta ahora no han sido más que una pesadilla"	7 Marzo. 2: 14 pm.
Pioquinto (R47) a Alfredo	"... hay que practicar con mucha constancia, pero también, por que no, no olvidar la esencia de estas gráficas, el por que hacen esto, que fórmulas describen el comportamiento de estos cambios que en los applets se ven y como se aplican en problemas reales de la vida cotidiana que ese es trabajo propio del estudiante y profesor descubrir..."	7 Marzo. 2: 24 pm.
Esteban (P45) al GRUPO	"...la mayoría de profesores en formación se están dejando llevar mucho por los applets y pues los applets no lo es todo ya que los alumnos primero deben entender lo que están haciendo, el concepto en si de la solución de ecuaciones de segundo grado, ya que muchas veces los alumnos resuelven las ecuaciones de segundo grado sin saber que es lo que encontraron cuando los valores que encuentran para "x" son las raíces de la ecuación y pues los applets si ayudan en mucho para la comprensión de eso ya que hay varias cosas que es necesario tener una imagen de dicha cosa para que sea más fácil la comprensión en este caso la solución de ecuaciones de segundo grado."	12 marzo. 5:24 pm.
Diana(R53) a Janet	Hola. Pues yo solamente voy hacer un comentario respecto a los compañeros Janet y Esteban considero que su propuesta está bien planteada, que los applets pueden ser de mucha utilidad pero sin olvidar los conceptos teóricos como son: definición de una ecuación de segundo grado, sus parámetros y propiedades de estos y sobre todo de como graficar la ecuación manualmente, utilizar el graficador como un auxiliar. Es lo que yo considero importante.	12 marzo, 6:44 pm.
Diana(R53) a	Hola. Pues yo solamente voy hacer un comentario respecto	12 marzo,

Esteban	a los compañeros Janet y Esteban considero que su propuesta está bien planteada, que los applets pueden ser de mucha utilidad pero sin olvidar los conceptos teóricos como son: definición de una ecuación de segundo grado, sus parámetros y propiedades de estos y sobre todo de como graficar la ecuación manualmente, utilizar el graficador como un auxiliar. Es lo que yo considero importante.	6:44 pm.
---------	---	----------

Cuadro 6.3

En el **gráfico 6.3** y en la **tabla 6.3** se observan dos elementos interesantes, primero la participación 47 propicia el interés a la participación de profesores y segundo la última participación es de tipo general, por dos razones en primer lugar se dirige a todo el grupo y segundo se refiere a un rasgo de los profesores en formación. En el caso de la participación 47 podemos conjeturar que se puede deber a dos razones, por un lado hacer el comentario de haber trabajado con los applets o que el profesor tiene buena amistad con el grupo (es popular). La participación R53 correspondiente a Diana esta dirigida a dos profesores, a Janet y a esteban.

Semana 4 (del 13 al 19 de marzo)

En esta semana se registraron cuatro participaciones correo electrónico y cuatro en el foro. De ellas, dos fueron del Instructor (PC1), una de Esteban (PC2), una de René (PC3), dos de Pioquinto (P49 y P54), una de Nadia (P50) y una de Jazmín (P52).

Participaciones por correo				
Profesor	Participación	FECHA	Réplica	TEMA
Instructor	PC1	13 de marzo		Herramientas de apoyo (12)
Instructor	PC1	13 de marzo		Herramientas de apoyo (12)
Esteban	PC2	13 de marzo	Diana	Ventajas de los applets (10) Herramientas de apoyo (12)
René	PC3	13 de marzo		Ventajas de los applets (10) Herramientas de apoyo (12)
Participaciones en el Foro				
Profesor	Participación	FECHA	Réplica	TEMA
Pioquinto	P49	13-Mar	Grupo	Herramientas de apoyo (12)
Pioquinto	P54	13-Mar		Inclusión de sonido con

				voces(11)
Réplicas				
Nadia	P50	13-Mar	Esteban	Graficación sin applets (5)
Jazmín	P52	13-Mar		Graficación sin applets (5)

Tabla 6.4

El gráfico siguiente muestra las interacciones y como se comportaron.

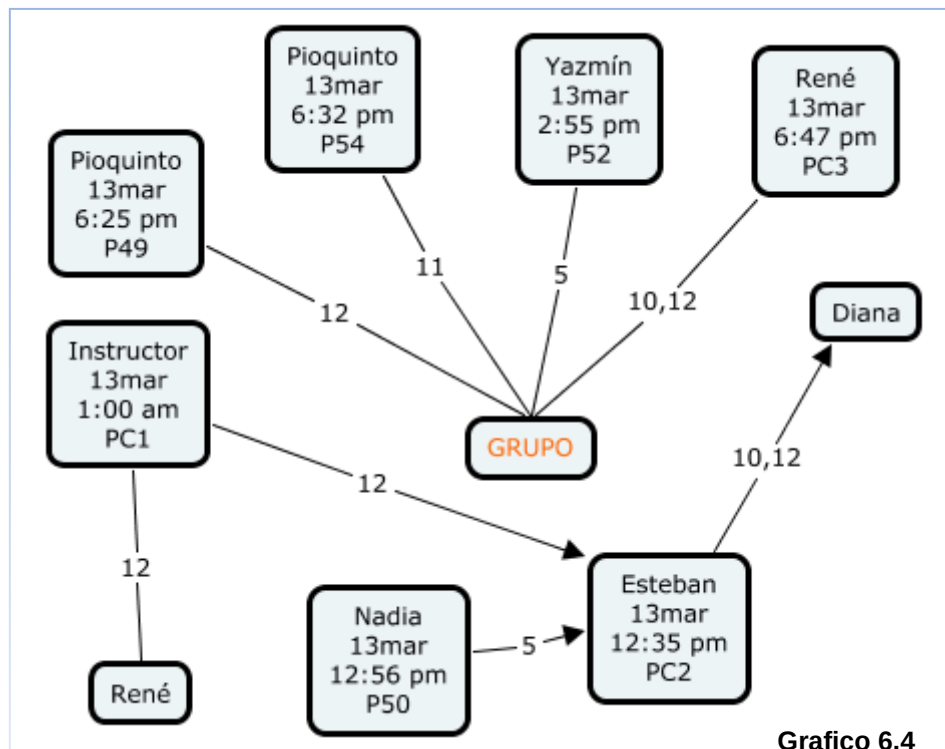


Grafico 6.4

En esta semana se registrarán ocho participaciones entre ellas cuatro réplicas, una por Nadia a esteban, una de Esteban a Diana, y dos del instructor una Esteban y otra a René. Es importante señalar que las participaciones de Pioquinto sirvieron para agregar nuevos temas de discusión, la de **herramientas propuestas** (11) y de **herramientas de apoyo** (12). A continuación se muestran el contenido de las participaciones siguiendo la línea del tiempo.

PROFESOR	CONTENIDO.	LINEA DEL TIEMPO
Instructor (PC1) a Esteban	En la literatura general sobre applets, hay opiniones divididas a favor y en contra. Ahora si es o no suficiente para aprender el concepto de parábola y de los parámetros,	Mar 13, 1:00 am.

	ese es el tema de discusión. Mi opinión es que los applets serán útiles de acuerdo a como se utilicen tomando en cuenta el objetivo y el contenido. Hasta pronto.	
Instructor (PC1) a René	En la literatura general sobre applets, hay opiniones divididas a favor y en contra. Ahora si es o no suficiente para aprender el concepto de parábola y de los parámetros, ese es el tema de discusión. Mi opinión es que los applets serán útiles de acuerdo a como se utilicen tomando en cuenta el objetivo y el contenido. Hasta pronto.	Mar 13, 1:00 am.
Esteban (PC2) al al grupo	Solo escribo para decir, que la mayoría de los maestros en formación tiene la misma idea sobre los applets; que son de gran ayuda para los estudiantes que están aprendiendo a resolver ecuaciones de segundo grado, y yo estoy de acuerdo con la idea que tiene Diana, que el uso de los applets y de un software educativo puede que los alumnos pierdan de vista el concepto de la ecuación de segundo grado y el uso de los applets con los parámetros son buenos para que vean los alumnos cuales son los cambios efectuados en la ecuación de segundo grado.	Mar 13, 12:35 am.
Nadia (P50) al al grupo	Hola a todos me parece muy buena opinión de esteban ya que los applets solo nos hacen perder el interés de la parábola por que se grafica muy fácilmente y no nos muestra el procedimiento paso a paso, creo que primero deberíamos enseñar teóricamente la parábola y después utilizar el material que tengamos a mano.	Mar 13, 12:56 pm.
Yazmín (P52) al al grupo	Respecto a los applets propuestos a mi punto de vista son muy buenos ya que nos ahorran tiempo en no estar graficando manualmente y avanzar fácilmente en el trabajo que un estudiante puede estar realizando con este graficador, pero por otra parte como ya han comentado los compañeros con esto puede perderse la noción realmente de lo que trae consigo todo esto de la ecuación de segundo grado: su definición, los parámetros, etc. y con esto mal acostumbra a el trabajo fácil.	Mar 13, 2:55 pm.
Pioquinto (P49)	"Los applets como instrumento didáctico para la enseñanza de la matemática son	Mar 1, 6:25 pm.

al al grupo	instrumento de apoyo muy importante en el presente como parte del novedoso futuro que hoy es presente", Los applets son importantes para modelar ciertos comportamientos geométricos, algebraicos, aritméticos, como de cálculo, ... les falta saber enseñar a razonar a los alumnos,...yo creo que estos traerán repercusiones negativas para con los alumnos e incluso con los profesores porque tal sufrirán algún atrofia miento en lo que a habilidades se refiere. Por que cuando se ofrezca resolver un problema de cualquier índole y este se acostumbre a la solución a través de estas herramientas...tal como sucedió con las calculadoras en el nivel primario,..."	
Pioquinto (P54) al al grupo	"...propongo, que para que los mathlets sean aun más efectivos el que cuenten con simulación de movimientos reales y sonidos acordes con los dibujos que presente, como voces de personas que expliquen y que respondan a preguntas típicas que puedan darse para ciertos temas."	Mar 13, 6:32 pm.
René (PC3) al al grupo	El uso de los applets, es una forma más simple para que los alumnos comprendan más fácilmente las propiedades de la parábola, como se construye, cual es su comportamiento con respecto al signo de los parámetros, situar el foco y la directriz, pero ¿será esto suficiente para tener una concepción de la parábola?	Mar 13, 6:47 pm.

Cuadro 6.4

Las dos participaciones que hace Pioquinto (49 y 50) muestran interés en el grupo para utilizar el foro como medio de comunicación, propone una crítica a las herramientas tecnológicas y hace la invitación a que le repliquen.

Semana 5 (del 20 al 26 de marzo)

En esta semana se registraron tres participaciones, entre ellas una en el foro y dos vía correo, dos el día 24 la PC4 y la P60 y la PC5 el día 26 realizada por el Instructor.

Profesor	Participación	FECHA	REPLICA	TEMA
Esteban	PC4	24 marzo		Ventajas de los applets (10) Herramientas de apoyo (12)

Janet	P60	24 marzo		Definición de conceptos matemáticos(2) Herramientas de apoyo (12) Propuesta de actividades (13)
Instructor	PC5	26 marzo		Orientación (17)

Tabla 6.5

En esta semana se agrega otro tipo de interacciones virtuales, a través del correo electrónico, se hacen dos participaciones la PC4 y la PC5, en la semana se discute principalmente: *Herramientas de apoyo* (12).

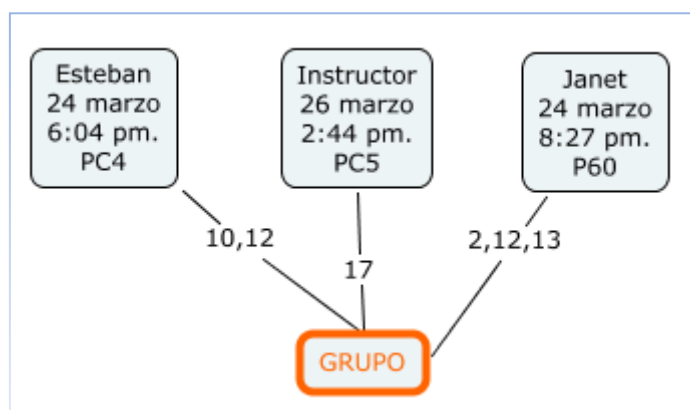


Grafico 6.5

También puede apreciarse en esta semana una réplica y una contrarréplica. A continuación el contenido de las participaciones

PROFESOR	CONTENIDO.	LINEA DEL TIEMPO
Esteban (PC4) al al grupo	Al parecer los applets son de mucha ayuda para la comprensión del concepto de las ecuaciones de segundo grado, este es un paso muy importante ya que la forma de dar las clases ya están cambiando ahora con el uso de la tecnología ya va a ser mas fácil la comprensión de algunos conceptos, claro sin dejar a un lado lo básico de los concepto.	24 marzo, 6:04 pm.
Janet(P60) al GRUPO	...los applets son de gran ayuda pero solo como herramienta para comprobar las partes de la parábola, sus conceptos, etc. El applet 2 nos permite trabajar mejor los parámetros a, b, y c. Propuesta. Hacen falta algunas gráficas para que el alumno pueda diferenciar las partes de la parábola y más ejercicios para que el alumno se familiarice con los conceptos asociados a la parábola.	24 marzo, 8:27 pm.

Instructor (PC5) al GRUPO	Hola profesores y estudiantes para profesores de matemáticas, Sin duda que sus participaciones son interesantes, sin embargo les recuerdo no perder de vista el objetivo de la tarea, que es: "Elaborar actividades para un miniclase entre todos", opinando, recomendando e incluso haciendo manifiesto su desacuerdo con algún punto de vista. ¿Qué recomendaciones harán ustedes para lograr el objetivo? Recuerden que el objetivo de las actividades es: Entender el concepto de parábola y la función de los parámetros a, b, y c en la ecuación $y=a(x-b)^2 + c$, y sus efectos en la gráfica (parábola). Hasta ahora se recogen en el foro algunas sugerencias, opiniones sobre las ventajas y desventajas de los applets. Pero faltan sus opiniones sobre como pueden utilizarse para alcanzar el objetivo, y los contenidos propuestos. El objetivo y el contenido los pueden revisar en el programa de estudios de la unidad. Hasta pronto, y gracias por su apoyo.	26 marzo, 2:44 pm.
------------------------------------	---	--------------------

Cuadro 6.5

Semana 6 (del 27 de marzo al 2 de abril)

Durante esta semana se registraron seis participaciones, cinco por el foro y una por correo, todas se realizaron el 27 de marzo y corresponden a tres al Instructor (P61, R61 y R47), dos a René (PC6, P61) y una de Esteban (P62).

Profesor	Participación	FECHA	Replica a	TEMA
Instructor	PC7	27 marzo	René	Ventajas de los applets (10)
René	PC6	27 marzo	Instructor	Recomienda otro software (15)
René	P65	27 marzo		Recomienda otro software (15)
Esteban	R62	27 marzo		Ventajas de los applets (10)
Instructor	R61	27 marzo	Esteban	Herramientas de apoyo (12)
Instructor	R47	27 marzo	Pioquinto	Herramientas de apoyo (12)
Janet	P63	31 marzo	Instructor	Propuesta de actividades (13)

Tabla 6.6

A continuación se muestran a quienes están dirigidas y el contenido de las participaciones y réplicas

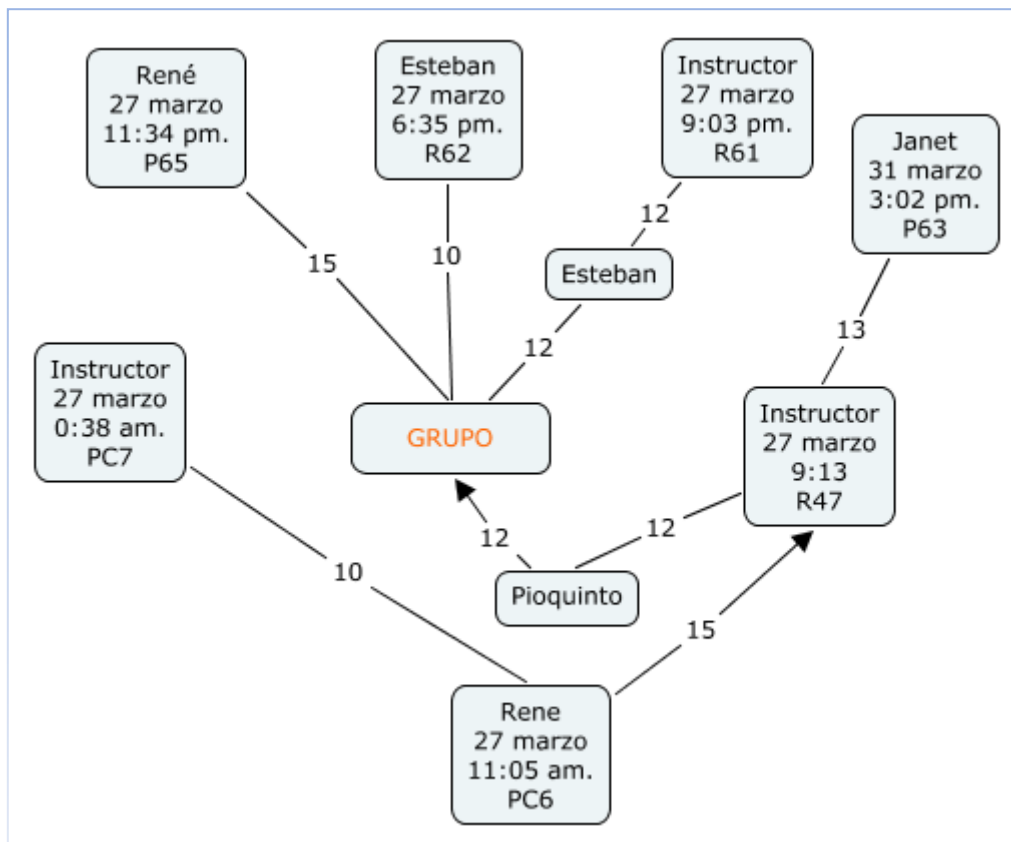


Grafico 6.6

El contenido de cada participación y réplica en la línea del tiempo se muestra en el cuadro siguiente:

PROFESOR	CONTENIDO.	LINEA DE TIEMPO
Instructor (PC7) a René	Hola René, Sin duda que la geometría dinámica es otra alternativa, para la enseñanza de varios elementos de la ecuación cuadrática y de la parábola, sin embargo nosotros hemos tomado esta vía, apostando a lo dinámico, porque no se requiere de presencia física y porque consideramos que con el uso de estos medios, el maestro puede ahorrarse tiempo en la enseñanza de los parámetros, por ejemplo, y que por otros medios le sería más tardado. Sin duda que estas formas también presentan limitaciones que varios de ustedes han señalado. Hasta pronto. Instructor. (PC7)	27 marzo, 0:38 am.
René (PC6)	Hola profesor, yo opino que también se podría enseñar la parábola mediante la aplicación del cabri-geómetre II,	27 marzo, 11:05 am.

al Instructor	ya que ahí se observa como se va construyendo la gráfica siguiendo una serie de pasos. Espero que no esté equivocado. Espero su respuesta. gracias	
René (P65) al GRUPO	En mi opinión, también se podría aplicar el cabrí-geometry II para la enseñanza de la parábola, ya que ahí se observa cómo se va construyendo la gráfica al momento de ir siguiendo una serie de pasos, se mueve un punto en el eje de las X y se observa que otro punto que no está en el mismo eje, construye la gráfica.	27 marzo, 11:34 pm.
Esteban (R62) al GRUPO	Con los applets los alumnos pueden identificar el vértice, el foco la directriz de la parábola y los efectos que causan los parámetros. El "Graphmatica" como buen graficador para desarrollar actividades con los parámetros a, b y c de la parábola. Propuesta: agregar el Derive ya que tiene mucha similitud. Pienso que es más fácil comprender como afectan los parámetros usando graficadores. Mis compañeros opinan que los applets son buenos para la enseñanza de la ecuación de segundo grado y que también solo se debe usar solo como una herramienta para que los alumnos no generen dependencia y para entender mejor estos conceptos sería mejor tener varios ejemplos de todos los casos posibles.	27 marzo, 6:35 pm.
Instructor (R61) a Esteban	"...lo que habría que valorar es que o cuales materiales pueden ser de mayor utilidad en cada tema o subtema y claro para el objetivo que se propone". Estoy de acuerdo en que los applets deben verse como un medio o una herramienta y no depender de ellos. ¿Qué actividades recomendarías para la enseñanza de la ecuación de segundo grado?	27 marzo, 9:03 pm.
Instructor(R4 7) a Pioquinto	Sin duda que los applets son herramientas que modelan el comportamiento, otro objetivo será conocer las fórmulas matemáticas que describen el comportamiento del applet. Seguro que tu recomendación sobre problemas aplicados a la vida real es interesante, recuerda que al inicio del curso breve, dimos varios ejemplos de la parábola en la vida real, pero igual faltan problemas donde el estudiante vea su uso en la vida cotidiana. ¿Podrías sugerir algunos ejercicios con los applets, para la enseñanza de los temas mencionados? Gracias.	27 marzo, 9:13 pm.
Janet (P63) al Instructor	Proponemos las siguientes actividades: 1. Graficar la función manualmente $y=x^2$ 2. Graficar la función $y=x^2+2$ 3. Graficar la función $y=5x^2$ 4. Graficar la función $y=-5x^2$ 5. Graficar la función $y=x^2-2$ Esto para verificar cómo se comporta la función con cada uno de los parámetros, para verificar si el alumno le quedó claro para que sirven los diferentes tipos de parámetros se le pide graficar la siguiente función: $y=6(x-2)^2+4$.	31 marzo, 3:02 pm

Cuadro 6.6

En esta semana se hicieron seis participaciones, entre ellas dos réplicas. Los contenidos abordados en las participaciones fue: **ventaja de los applets** (10) y **recomendaciones de otro software** (15), en las réplicas se abordó **Herramientas de apoyo** (12) y además el instructor en ambas réplicas agregó: **¿Qué actividades recomendarías para la enseñanza de la ecuación de segundo grado?** y **¿Podrías sugerir algunos ejercicios con los applets, para la enseñanza de los temas mencionados?** La primera recomendación se hace para que el profesor retome las actividades y la segunda se invita a que propongan ejercicios con los applets si así lo consideran.

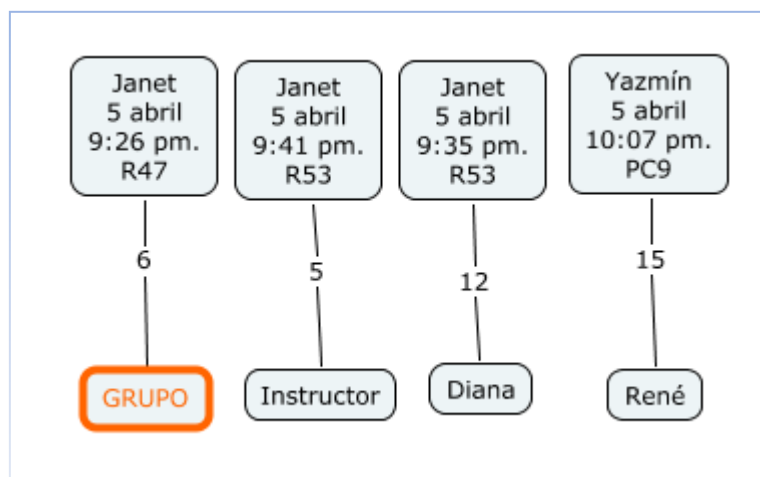
Semana 7 (del 3 al 9 de abril)

En esta semana se registraron cuatro réplicas, una al grupo y tres a diferentes profesores.

Profesor	PARTICIPACION	FECHA	REPLICA	TEMA
Janet	R47	5 abril	Al grupo	Limitaciones de los applets (6)
Janet	R53	5 abril	Diana	Herramientas de apoyo (12)
Janet	R46	5 abril	Instructor	Graficación sin applets (5)
Participación por correo				
Yazmín	PC9	5 abril	René	Recomendación de otro software (15)

Tabla 6.7

A continuación se muestran los contenidos de las réplicas y a quienes están dirigidas.



Cuadro 6.7

A continuación se muestra el contenido de las réplicas.

PROFESOR	CONTENIDO DE RÉPLICAS	LINEA DE TIEMPO
Janet (R47) al GRUPO	Creo que lo que están discutiendo mis compañeros es muy interesante, pero a la vez creo que no debemos utilizar los applets sino también debemos aprender a utilizar los parámetros, para que sirven, sus funciones y como utilizarlos para su graficación ya que con esto no se volverían tan mecanizados...	5 abril, 9:26 pm.
Janet (R53) a Diana	Hola Diana. A mi parecer los applets solo pueden servir como una herramienta, ya que uno debe saber para qué sirven y como se utilizan los distintos parámetros...	5 abril, 9:35 pm.
Janet (R53) al Instructor	Hola profe: (Instructor) Pues si es cierto lo que dice que los applets nos pueden ayudar para el contenido de los programas de estudios pero creo también que no nos podemos enfocar tanto a ellos, si enseñarlos a cómo utilizar para que los alumnos los conozcan pero también hacerles saber que deben de aprender a utilizar los parámetros, sus funciones y su graficación manualmente ya que eso les ayudaría a tener una mayor profundización acerca del tema y no se harían tan tecnológicos...	5 abril, 9:41 pm.
Yazmín (PC9) a René	Hola a todos. He revisado las propuestas que han hecho y una de las que más me llamó la atención es la propuesta que hace René, trabajar también con el cabri. Creó que es un buen graficador que aunque los applets que ya hemos revisado en esta actividad están muy bien sería una buena idea revisar el cabri y tal vez trabajando un poco con el podrían surgir algunas ideas que podrían complementar la actividad que estamos haciendo para la enseñanza de la parábola. Bueno por el momento este es mi comentario y espero sirva de algo.	5 abril, 10:07 pm.

Cuadro 6.7

Como se puede ver tanto en la tabla, en el gráfico como en el cuadro en estas réplicas la primera está dirigida al grupo y las restantes a compañeros profesores. La discusión giró en torno a los temas: (5), (6), (12) y (15).

Semana 8 (del 24 al 30 de abril)

En esta semana se registraron tres participaciones entre ellas una réplica

Profesor	Participación	FECHA	REPLICA A	TEMA
Pedro	P67	24 abril	Al grupo	Herramientas de apoyo (12) Propuesta de actividades (13)
Delfino	P42	28 abril	Pedro	Motivación (1) Definición de conceptos (2) Aplicaciones de la parábola (4)
Delfino	P42	28 abril	Esteban	Motivación (1) Definición de conceptos (2) Aplicaciones de la parábola (4)
Esteban	R67	24 abril	Pedro	Motivación (1) Graficación con applets (3) Graficación sin applets (5)

Tabla 6.8

El contenido de las participaciones en esta semana fue Herramientas de apoyo (12), propuesta de actividades (13), motivación (1), definición de conceptos (2), aplicaciones de la parábola (4), graficación con applets y graficación sin applets (5).

En el siguiente gráfico se muestra el contenido y a quienes fue dirigida cada participación.

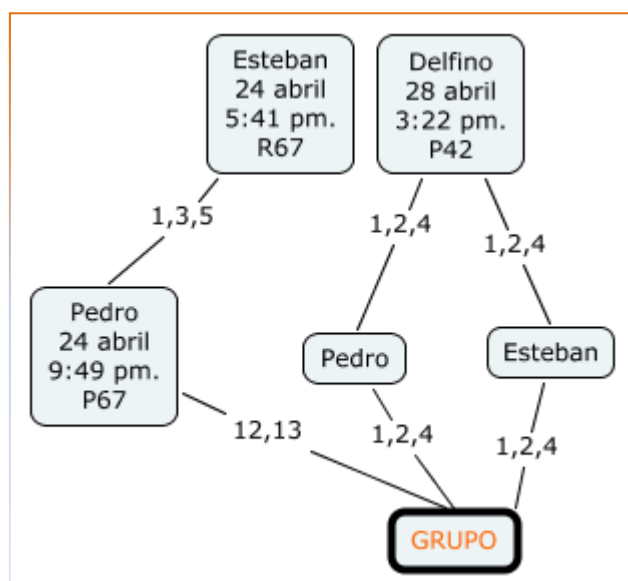


Grafico 6.8

Como se puede observar en el gráfico la participación de Esteban es una réplica que hace Pedro quien había hecho una participación al grupo, aunque los temas que aborda Pedro son de tipo 12 y 13, en la réplica de Esteban agrega a la discusión los temas 1, 3, y 5. Lo que más se discutió fue la importancia de la *Motivación* (1).

En el siguiente cuadro se muestra el contenido de las participaciones y réplicas de la semana

PROFESOR	CONTENIDO DE RÉPLICAS	LINEA DEL TIEMPO
Pedro (P67) al Grupo	Los applets son una herramienta de graficación muy interactiva para los alumnos y con ello los alumnos pueden manipular cada uno de los parámetros de la parábola. Propongo la siguiente actividad: Primero el alumno debe visualizar la parábola en su cuaderno, luego, el maestro debe dar una definición de parábola, luego el estudiante debe graficar de las ecuaciones más sencillas a las más complejas de forma manual. Luego de haber practicado usar los applets, lo que sería un complemento visual. Luego trabajar con los parámetros. Y para finalizar proponerle distintas formas de la ecuación cuadrática para que la grafiquen de	24 abril, 9:49 am.

	forma manual, por cada parámetro y luego con los applets.	
Esteban (R67) a Pedro	Me parece muy buena la participación del compañero Pedro , iniciar con la definición de la ecuación cuadrática y seguir con la graficación de la ecuación cuadrática por medio de lápiz y papel, por medio de tabulación para que los alumnos vean el comportamiento y significado de elevar al cuadrado cualquier número, luego llevar esa misma ecuación cuadrática al software educativo, para que ellos verifiquen, luego agregar trabajo con los parámetros con operaciones de suma y multiplicación de constantes, crearles la duda de que es lo que pasaría para que vean la importancia de las actividades, para que se motiven porque de otra forma, actuaran solo por cumplir y no pongan atención al fondo de lo que se les quiere enseñar.	24 abril, 5:41 pm.
Delfino (P42) a Pedro	Es importante enseñar a los estudiantes...lo útil de esta herramienta. Para llegar a comprender y dominar los applets es importante realizar continuamente prácticas sobre el sobre parábolas, ver sus diferentes comportamientos y poder entender el porqué de sus movimientos en cada parámetro. Referente a la opinión de mi compañero Pedro y la contestación que le da Esteban, señalan algo interesante sobre la definición de la parábola. En mi opinión la motivación hacia los estudiantes es muy importante...si le hiciéramos ver a los estudiantes donde y como se aplica la parábola, estos se motivarían más por saber de ella,...debe aprenderse primero la definición y su procedimiento a lápiz y papel. Reciban un saludo. Delfino	28 abril, 3:22 pm.
Delfino (P42) a Esteban	Referente a la opinión de mi compañero Pedro y la contestación que le da Esteban, señalan algo interesante sobre la definición de la parábola. En mi opinión la motivación hacia los estudiantes es muy importante...si le hiciéramos ver a los estudiantes donde y como se aplica la parábola, estos se motivarían más por saber de ella,...debe aprenderse primero la definición y su procedimiento a lápiz y papel. Reciban un saludo	28 abril, 3:22 pm.

Cuadro 6.8

En esta semana se identifican dos participaciones que aportan elementos al trabajo propuesto, en primer lugar la participación de Pedro (P67) quien hacer varias propuestas de actividades la última réplica que hace Defino (P42) a sus

compañeros Pedro y Esteban donde aborda tres temas que son 1, 2, y 4, correspondiendo a **Motivación**, **definición de conceptos** y **Aplicaciones de la parábola**.

Semana 9 (del 1º. al 7 de mayo)

En esta semana se registraron seis participaciones entre ellas cinco tres réplicas, los días 2, 3 y 4 de mayo a continuación se resumen los detalles.

Profesor	Participación	FECHA	REPLICA	TEMA
Fernanda	P69	2 mayo	Esteban	Graficación sin applets(5)
Fernanda	P69	2 mayo	Pedro	Graficación sin applets(5)
René	P70	2 mayo	Pedro	Graficación sin applets(5)
Esteban	R70	3 mayo	René	Definición de conceptos(2) Graficación con applets(3)
Esteban	P71	3 mayo	GRUPO	Motivación (1) Graficación con applets(3) Graficación sin applets(5)
Pioquinto	R71	4 mayo	Esteban	Graficación con applets(3) Herramientas de apoyo(12)
Pioquinto	R69	4 mayo	Fernanda	Graficación sin applets(5)

Tabla 6.9

Entre las seis participaciones se registró una dirigida al grupo y las restantes réplicas dirigidas a sus compañeros, el contenido abordado fue *Definición de conceptos*, *Graficación de applets*, *Motivación*, *Graficación sin applets*, y *Herramientas de apoyo*.

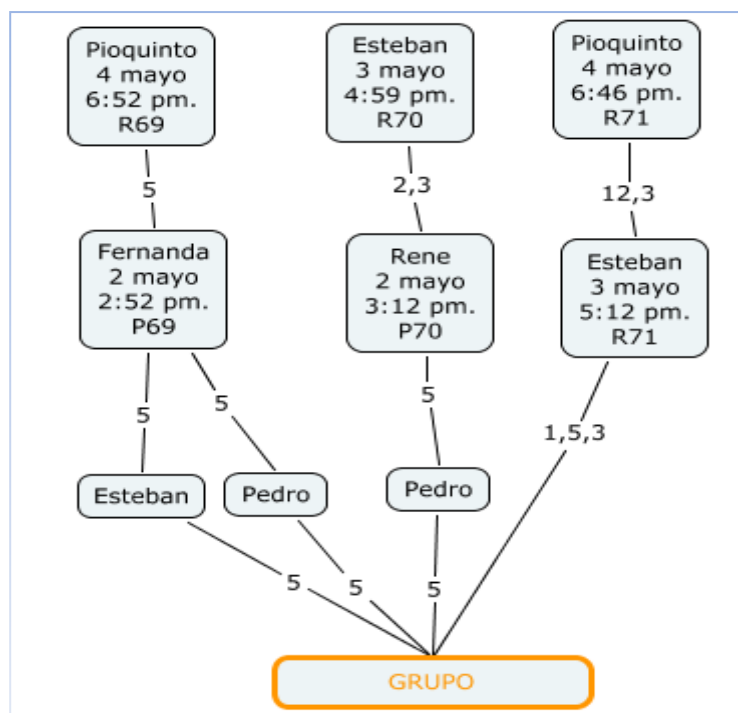


Gráfico 6.9

A continuación el contenido de las participaciones ordenadas con la hora y la fecha.

PROFESOR	PARTICIPACIONES Y RÉPLICAS	LINEA DE TIEMPO
Fernanda (P69) a Pedro	Esta bien lo que propone Pedro, pero...antes de ver el tema de la parábola, primero debe abordarse el tema de ecuaciones y de aquí...que toda ecuación de segundo grado se puede graficar y además la gráfica que se forma...es una parábola. Así como dice Pedro y Esteban enseñarles a graficar a lápiz y papel. Creo que antes de que usen los applets el maestro les enseñe los tipos de graficación. Y por último el profesor debe ayudar a los estudiantes a usar los applets.	2 mayo, 2:52 pm.
Esteban	Así como dice Esteban enseñarles a graficar a lápiz y papel. Creo que antes de que usen los applets el maestro les enseñe los tipos de graficación. Y por último el profesor debe ayudar a los estudiantes a usar los applets	2 mayo, 2:52 pm.
René (P70) a Pedro	Lo que Pedro propone es que la parábola se debe enseñar por partes, yo pino que sería muy tardado y propongo enseñar la forma general, y de ahí identificar la función de los parámetros. Trabajando la graficación sin los y posteriormente con la ayuda de los applets.	2 mayo, 3:12 pm.
Esteban (R70) a René	Primero tendrías que definir el concepto de la ecuación cuadrática y después enseñarle uno a uno los parámetros...con ayuda de los applets, y ya después generalizarlas con todos los parámetros, creo que si es buena idea que primero lo hagan en su cuaderno y después lo verifiquen con la ayuda de los applets.	3 mayo, 4:59 pm.
Esteban (R71) al GRUPO	...para enseñar bien el concepto de parábola, el profesor se debe de asegurar que el alumno no tiene dificultades algebraicas...para la resolución de ecuaciones, ya que esto es importante para la comprensión de la ecuación de segundo grado... definir el concepto de ecuación de segundo grado, dar ejemplos , enseñar diferentes formas de solución de la ecuación cuadrática, después enseñar la Graficación sin applets, al final enseñar	3 mayo, 5:12 pm.

	<i>graficación con applets.</i>	
Pioquinto(R71) a Esteban	...un mejor aprovechamiento de estos instrumentos de trabajo es tener una previa idea de lo que se intenta enseñar al estudiante,...por lo que se sabe en muchas ocasiones solo se queda a nivel conceptual en su aplicaciones, posteriormente trabajar con los applets.	4 mayo, 6:46 pm.
Pioquinto(R69) a Fernanda	...las deficiencias que padece el alumno cuando el profesor intenta hacerlo avanzar otro grado más de lo normal y es por eso que a mi me parece correcto tus opiniones, espero que los demás compañeros también lo vean así.	4 mayo, 6:52 pm.

Cuadro 6.9

En las anteriores participaciones y réplicas se observan en la discusión una variedad de temas, son abordados cinco y son 1, 2, 3, 5 y 12, y dos participaciones contienen aportaciones a las actividades, lo que se destaca en letra negrita y cursiva.

Semana 10 (del 15 al 21 de mayo)

En esta semana se registraron cuatro participaciones tres el 16 y una el 19, entre ellas una réplica que ocurrió el día 19. A continuación se muestra la tabla con las intervenciones y los temas abordados.

Profesor	Participación	FECHA	Replica a	TEMA
Arturo	P69	16 mayo	Al grupo	Definición de conceptos(2) Graficación sin applets(5)
Janet	P72	16 mayo	Al grupo	Definición de conceptos(2) Herramientas de apoyo (12) Propuesta de actividades(13)
Esteban	P74	16 mayo	Al grupo	Graficación con applets(3)
Fernanda	R75	19 mayo	Esteban	Graficación sin applets(5) Graficación con applets(3) Recomendación de otro software(15)

Tabla 6.10

En esta semana los temas abordados de mayor incidencia fueron *Graficación con applets (3)* y *Graficación sin applets (5)*. A continuación el gráfico con la dirección a quién fue hecha y el contenido abordado.

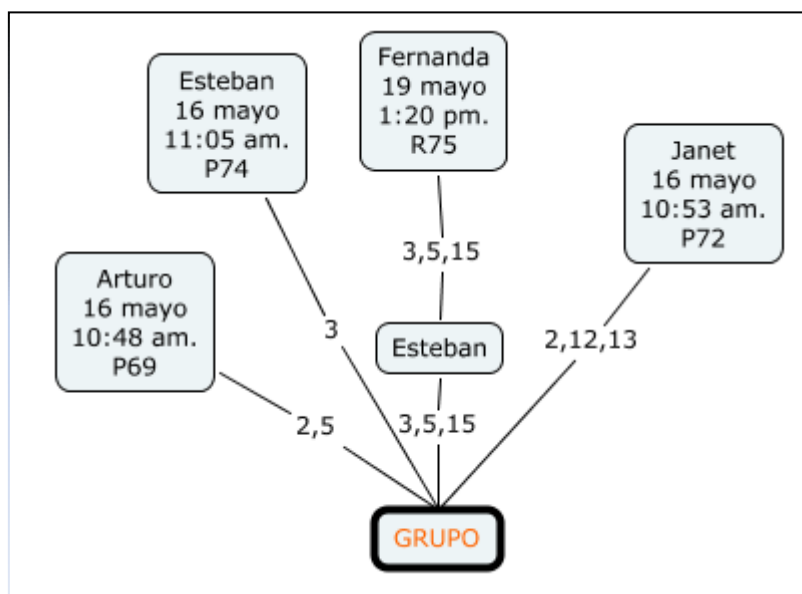


Grafico 6.10

Como se observa en el gráfico, tres participaciones están dirigidas al grupo y una a Esteban realizada por Fernanda, a continuación el contenido de cada una.

PROFESOR	PARTICIPACIONES Y RÉPLICAS	LINEA DEL TIEMPO
Arturo(P69) al GRUPO	Creo que <i>para que un estudiante comprenda el tema es necesario, definir la parábola</i> , y que el estudiante tenga conocimientos básicos del algebra para que pueda tabular y graficar manualmente antes de pasar a algún asistente matemático; para mi también es muy importante también explicarle al alumno de los efectos que causan los parámetros que están presentes en las ecuaciones de segundo grado.	16 mayo, 10:48 am.
Janet(P72) al GRUPO	Los applets solo nos podrían servir como apoyo para verificar los resultados y también para ver la utilización de los parámetros. ...para enseñar la parábola a estudiantes donde esto previamente a tienen el concepto acerca del concepto y definición del tema, así como deben saber las partes por las que	16 mayo, 10:53 am.

	está compuesta, y sus funciones de cada una de ellas, para esto creo que sería bueno, darles ejemplos concretos (si es posible de la vida cotidiana) donde se pueda asociar la parábola, es decir, con los cuales los alumnos tengan una mejor comprensión de sus funciones. Después de verificar que los alumnos ya tienen una noción del tal tema, pues empezar a explicarles acerca de la función de los parámetros dentro de la misma (parábola), esto se podría hacer dando ecuaciones de segundo grado y explicándole como se compone, es decir, cuales son los parámetros para que los puedan identificar sin dificultad cuando solo se le de cualquier ecuación. Luego de que ya los pueda identificar, que los alumnos trabajen con los diferentes parámetros (ecuaciones) para que ellos por si mismos descubran su función. Por último mostrarle los applets para que ellos puedan constatar su resultados de manera más exacta.	
Esteban (P74) al Grupo	Para facilitar la enseñanza se la ecuación cuadrática es de mucha ayuda utilizar los applets propuestos para mejorar la comprensión de los alumnos, pero sin embargo los applets no nos ayudan del todo para comprender todas las características de dicha ecuación. Como por ejemplo si le damos cierta ecuación como $y=x$ cuadrada más 1 entre x cuadrada menos 1, los alumnos no van a poder saber donde tiene las asíntotas.	16 mayo, 11:05 am.
Fernanda(R75) a Esteban	Para que los alumnos puedan tener un mejor entendimiento y comprensión en este tema de funciones, es necesario que antes de ver este tema se vean otros como el de ecuaciones y otros, y así poder definir el concepto de función...después graficar ecuaciones sencillas como $y=x$, y igual a x cuadrada, graficando sin usar los applets, el profesor debe enseñar los métodos de graficación a los alumnos. Luego de que los alumnos haya graficado algunas funciones sencillas, y luego de graficar algunas más complejas y observar los efectos de los parámetros. Coincido con lo que dice Esteban, enseñar	19 mayo, 1:20 pm.

	aplicaciones de la parábola, y su utilidad en otras áreas, como una forma de motivación. Propongo usar la applets en el siguiente orden: 2, 3, 4, ya que considero que el último tiene mayor complejidad. Propongo usar software como Derive y maple.	
--	--	--

Cuadro 6.10

En la participación de Arturo (P69) recomienda que debe definirse el concepto de parábola, en la participación de Esteban se observan limitaciones en la comunicación al utilizar símbolos matemáticos cuando escribe: **$y=x$ cuadrada más 1 entre x cuadrada menos 1** y por último Fernanda coincide con Esteban en la utilidad de la parábola en otras áreas del conocimiento, y además de señalar la importancia que puede tener en la motivación de los estudiantes, al final propone el uso de los paquetes matemáticos Derive y Maple.

Semana 11 (del 22 al 28 de mayo)

En esta semana se registró una participación el día 22 de mayo y corresponde a René en una réplica que hace a Yanet.

NOMBRE	PARTICIPACION	FECHA	Replica	TEMA
René	P77	22 Mayo	Yanet	Definición de conceptos matemáticos (2). Aplicaciones de la parábola (4).

Tabla 6.11

Los temas abordados son definición de conceptos matemáticos (2) y aplicaciones de la parábola (4).

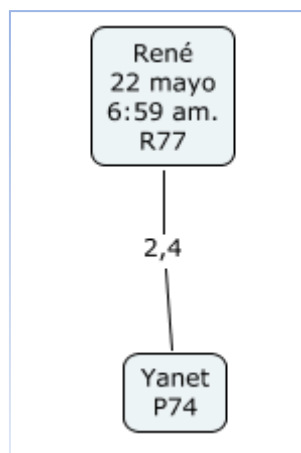


Grafico 6.11

A continuación se muestra el contenido de dicha participación.

PROFESOR	CONTENIDO DE RÉPLICAS	LINEA DE TIEMPO
René (P77) a Janet	Estoy de acuerdo con algunas cosas que dice Janet, pero yo propongo que no se les debe enseñar sus aplicaciones sin antes entender bien lo que es la PARÁBOLA, cuales son sus propiedades, después de tener todos los conocimientos de ella, entrar de lleno a sus aplicaciones, para que así sea más entendible.	22 mayo, 6:59 pm.

Cuadro 6.11

Aunque en esta semana solo se registra una participación hay que tomar en cuenta que es una de las últimas y por ello es importante, por que prácticamente el proceso interactivo ha concluido.

Semana 12 (del 29 de mayo al 4 de junio)

En esta semana se registraron tres participaciones, una el 29 de mayo y dos el tres de junio, se resumen en la tabla a continuación.

NOMBRE	PARTICIPACION	FECHA	Replica1	TEMA
Instructor	PC10	29 Mayo	GRUPO	De orientación (17)
Esteban	P79	3 junio	GRUPO	Motivación (1)
René	P80	3 junio	GRUPO	Aplicaciones de la parábola (4) Definición de conceptos (2) Graficación sin applets (5)

Tabla 6.12

Como se ve en la tabla anterior los temas abordados en esta semana son: **De orientación (17)**, **Motivación (1)**, **Aplicaciones de la parábola**, **Definición de conceptos (2)** y **Graficación sin applets (5)**, las participaciones estuvieron dirigidas al GRUPO.

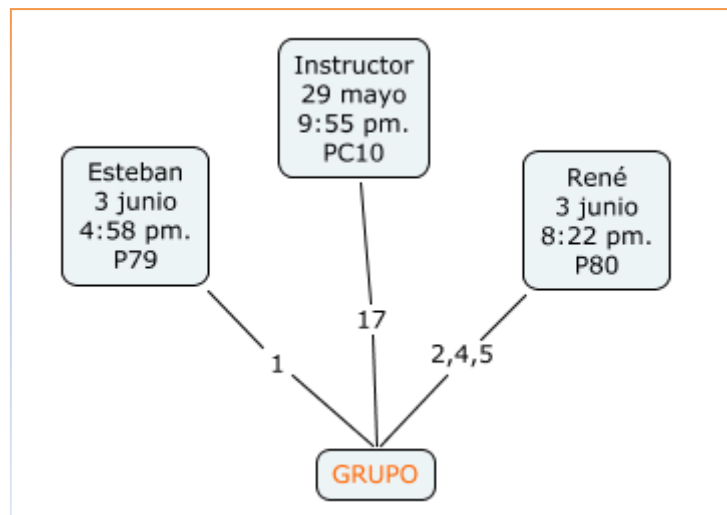


Grafico 6.12

A continuación se muestra el contenido de dichas participaciones

PROFESOR	CONTENIDO DE RÉPLICAS	LINEA DE TIEMPO
Instructor (PC10) al GRUPO	He revisado con detenimiento sus participaciones y he encontrado, material valioso. Para concluir el trabajo, los invito a revisar las actividades (Versión 2), que se encuentran en la pestaña de actividades, y por favor hacer un último comentario, espero haber plasmado sus aportaciones y recomendaciones. http://www.uaguerrero.org/parabolas Mi agradecimiento de antemano. Prof. e Inv. A. Nava.	29 mayo, 9:55 pm.
Esteban (P79) al GRUPO	Buena idea de agregar la motivación, dar primero las definición de la parábola, ya que muchas veces los estudiantes ni siquiera conocen lo que es el foco de la parábola, dar ejemplos para graficar, pero primeramente deben saberlo hacer a mano, el significado del valor positivo del parámetro A y de que a mayor valor la parábola se hace más angosta. Que jueguen dando distintos valores de los parámetros para que vean los efectos.	3 junio, 4:58 pm.
René (P80)	De mi parte está bien que se agregue la aplicación de la	3 junio, 8:22 pm.

al GRUPO	parábola, ya que es muy importante para que el alumno tenga una visión más de lo que trata la parábola y no la vea solo como un tema de enseñanza, para esto, debe tener bien clara su definición, cuáles son sus propiedades, identificar sus componentes. También considero correcto que se les enseñe a graficar a mano, para que el alumno se de cuenta de cómo se comporta la parábola al darle diferentes valores al parámetro, ya sean positivos o negativos e identificar si hay un máximo o un mínimo., lo mismo cuando el parámetro es positivo. También estoy de acuerdo en que el alumno aprenda a identificar el vértice y la dirección de la parábola.	
-------------	--	--

Cuadro 6.12

En esta semana las participaciones estuvieron reducidas a tres que ocurrieron una el 29 de mayo y dos el 3 de junio. El contenido abordado fue **De orientación (17), motivación (1), Aplicaciones de la parábola (4), Definición de conceptos matemáticos (2) y Graficación sin applets (5)**. Esteban ve a la motivación como una forma de orientación acerca del contenido y su aplicación a la vida cotidiana, apoyando la idea de dar a los estudiantes primero las definiciones y posteriormente aplicarlas a resolver la ecuación de segundo grado, enfatizando a importancia de hacer notar a los estudiantes el punto máximo o mínimo de la parábola, recomienda que los estudiantes grafiquen algunos ejemplos, aunque considera que primero se hagan las gráficas a mano y se les enfatice el efecto de los parámetros para valores positivos o negativos, recomienda que los estudiantes “jueguen” un poco graficado la parábola usando los applets y concluye que los estudiantes deberían ver los parámetros simultáneamente.

La tercera participación hecha por René se adhiere a la propuesta que se hace en el foro acerca de las aplicaciones de la parábola, recomendando que el estudiante debe tener bien clara la definición y sus propiedades y también destaca la importancia de que se enseñe a los estudiantes a **graficar a mano**,

destaca la importancia de enseñar el máximo o mínimo de la parábola, y cuando los parámetros son positivos o negativos.

Aunque en esta semana solo se registran tres participaciones hay que tener en cuenta que a estas alturas la discusión está por agotarse restando solo una semana, lo que se puede observar en las participaciones es una mayor madurez en sus opiniones y en sus observaciones acerca de los temas tratados.

Semana 13 y última (del 5 al 11 de junio)

En esta semana se registraron once participaciones en tres días, el 6, 7 y 8 de junio. El día 6 se registraron 2 participaciones, el 7 una y el día 8, 8 participaciones.

A continuación se concentran las participaciones e interacciones de esta semana:

NOMBRE	Participación o réplica	FECHA	Replica a	TEMA
Fernanda	P83	6 junio	Grupo	Motivación (1) Definición de conceptos (2) Ecuaciones (como tema previo)(14) Graficación sin applets (5) Graficación con applets (3)
Yazmín	P84	6 junio	Grupo	Motivación (1) Graficación con applets (3) Actividades (Versión 2) (8) Orientación (17)
Diana	P85	7 junio	Grupo	Actividades versión 2 (8)
Cesar	P86	8 junio	Grupo	Graficación con applets (3)
Cesar	R84	8 junio	Yazmín	Motivación (1) Graficación con applets (3)
Cesar	R74	8 junio	Grupo	Programa de estudio (9)
Cesar	P87	8 junio	Grupo	Motivación (1) Actividades versión 2 (8)
Osiel	P88	8 junio	Grupo	Propuesta de actividades (13)
Genaro	P89	8 junio	Grupo	Propuesta de actividades (13)
Ismelly	P90	8 junio	Grupo	Actividades versión 2 (8)
Osiel	P91	8 junio	Grupo	Aplicaciones de la parábola (4)

Tabla 6.13

En el siguiente gráfico se muestran las relaciones de las participaciones, la réplica, a quienes fueron dirigidas y el contenido de cada una.

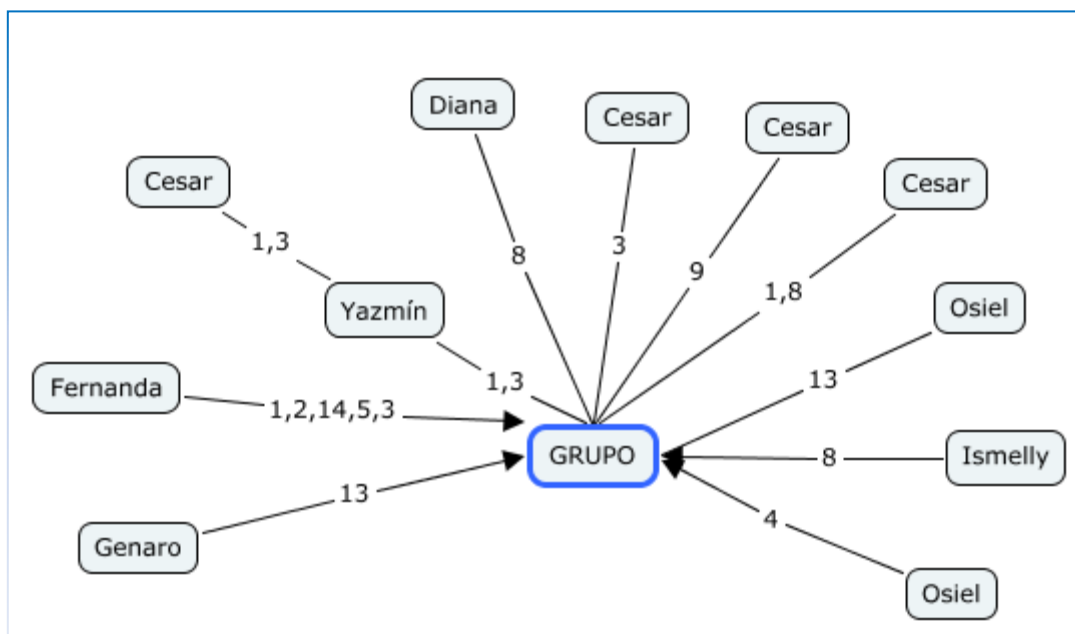


Gráfico 13

Como se puede apreciar en el cuadro anterior la mayoría de estas participaciones estuvieron centradas en: *Motivación* y en las *actividades de la versión 2*, sin embargo, hubo más temas abordados, se registraron catorce temas distintos en este periodo.

A continuación los contenidos de dichas participaciones.

PROFESOR	CONTENIDO DE RÉPLICAS	LINEA DE TIEMPO
Fernanda (P83) al GRUPO	Motivación. Considero importantes todas las aplicaciones que nos dan,..en especial el primer punto que dice: Algunas aplicaciones de los modelos de las parábolas las encontramos en primer lugar en las antenas, por donde nos llega la señal de televisión que capta las ondas que se transmiten desde un satélite. Definiciones. "...es importante tener conocimiento de la definición de los conceptos, ...antes de ver los práctico se les debe de dar las definiciones y luego aplicarlas o mostrarles los gráficos, en cada tema se tienen que dar las características del concepto y luego graficar, luego de que los alumnos aprenden a graficar se les debe dar las	6 junio, 3:13 pm.

	características de propias de la parábola, visualizarlos en la gráfica y por último ver los efectos de los parámetros en la parábola, ... a lápiz y papel y luego utilizar el software..	
Yazmín (P84) al GRUPO	"..todos tenemos...opiniones similares sobre el las actividades (Versión 2),...todos tenemos la responsabilidad de contribuir en este proyecto...tenemos conocimiento de la ventajas y desventajas del tema...ya que a la hora de construir una parábola lleva a considerar varios aspectos que se deben tomar en cuenta. Considero adecuado motivar al alumnado dándole ejemplos de aplicación de la parábola en nuestra vida cotidiana, ya que los estudiantes muchas veces se preguntan "y esto para que me sirve" y de esa manera sus ideas no son vagas..." "Los applets son de mucha ayuda a la hora de graficar la parábola, sin embargo hay varias cosas que no se pueden trabajar, como lo señalado por Esteban como x cuadrada mas 1 entre x cuadrada menos 1, lo que daría algunas complicaciones a la hora de aplicar los applets, lo que nos debe llevar a explicar a los alumnos sobre algunas restricciones. Por último sería de mucha ayuda a la hora de pasar de una situación escolar (enseñanza de la parábola) a utilizar un paquete matemático, hacer un tipo de cuestionario a los alumnos con el objetivo de saber si han sido buenos los métodos para que ellos aprendan el tema de la parábola, y si están listos para poder utilizar dicho paquete. haciendo preguntas como las que aparecen en esta actividad (Versión 2). Pues es necesario que antes de pasar a utilizar un paquete deban tener bien aprendido el tema de la parábola.	6 junio, 6:58 pm.
Diana (85) al GRUPO	Sobre la actividad 2,... me parece muy bien relacionar la parábola con problemas de la vida cotidiana ya que eso permitiría una mejor comprensión por los estudiantes de la parábola, enseñar teóricamente y la graficación con lápiz y papel con valores de x y de y, y después ver el comportamiento con los applets. También dar a los estudiantes la función de cada parámetro y el efecto que tiene en la gráfica. Conclusión en este segundo bloque de actividades me parece que el estudiante tendría una mejor comprensión de lo que es la parábola.	7 junio, 9:12 am.
Cesar (P86) al GRUPO	El uso de este asistente me parece de gran ayuda para que los alumnos comprendan puedan aprender más aspectos sobre el comportamiento que muestra la parábola según sea "modificada la ecuación" y	8 junio, 9:54 am.

	serviría de gran apoyo para que los alumnos interactúen ya que en ocasiones se trabaja solo teóricamente con estos problemas y no se trabajan en forma práctica.	
Cesar(R84) al Yazmín	Creo que tu opinión (Yazmín) sobre motivar a los alumnos es muy buena, pero las aplicaciones de la parábola deben darse en el desarrollo de la clase, y debe hacerse con la ayuda de los applets, debe buscarse la forma de que los alumnos se involucren con los problemas de la tema, y luego apoyarse con los applets y no como lo planteas, considero que en la medida en que avanza el alumno, observe el comportamiento de la parábola y como afectan los parámetros al cambiar de valores, de esta forma el alumno podrá determinar y sacar sus propias conclusiones, relacionando la gráfica con la ecuación.	8 junio: 10:24 am.
Cesar(P87) al GRUPO	Los dos tienen razón (Ismelly, Diana) sobre los problemas que pueden presentar los alumnos en la comprensión de ciertas funciones y sus gráficas, pero creo que deberían acoplarse al temario que se tiene que seguir ya que si se tiene como objetivo una miniclasa primero tendríamos que organizarnos para que se lleve un orden, y pienso que es obvio que cuando se les enseñe a los alumnos algún tema no se abordarán cosas que aún no se han visto en clase y que tal vez por consecuencia el alumno todavía no pueda trabajar sobre ellos.	8 junio, 10:53 am.
Cesar(P87) al GRUPO	Es buena idea la motivación sobre como relacionar la parábola con problemas de la vida real. Las actividades que se presentan pueden ser de gran ayuda para que el alumno vea y aprenda más sobre las propiedades y componentes de la parábola. Las actividades donde se relacionan los parámetros y el comportamiento de la parábola son de gran ayuda en la comprensión del comportamiento de la gráfica, y más aun si se ve por primero por separado y después se conjuntan los tres parámetros.	8 junio, 11:16 am.
Osiel (P88) al GRUPO	En las actividades para graficar la parábola sugiero a quien está diseñando las actividades de aprendizaje que se agreguen actividades para valores de los parámetros cercanos a cero, de preferencia valores simétricos, tanto positivos como negativos. Ejemplo: de -3 a 3.	8 junio, 7:11 pm.
Genaro(P89) al GRUPO	Creo que la actividad es buena, considero importante que les pusieran más ejercicios, para que los alumnos puedan ver todas las posibilidades al cambiar los parámetros donde por ejemplo	8 junio, 7:48 pm.

	cuando todos los valores sean positivos, negativos o unos positivos y otros negativos. Es buenos que se le pregunte a que pasa cuando todos los parámetros valen cero, y cuando $a=0$, ver si en lo que se convierte la parábola no los confunde y piensan que la recta también puede ser parábola.	
Ismelly (P89) al GRUPO	Creo que el bloque de actividades 2, de hecho no creo que sea difícil entenderla para los alumnos. Creo que es importante que les pusieran más ejercicios, de esa forma los alumnos pueden ver todas las posibilidades al cambiar los parámetros, donde por ejemplo, cuando todos (los parámetros) sean positivos, negativos o unos positivos y otros negativos. Me parece importante que se le pregunte (al estudiante) que pasa cuando todos los parámetros valen cero. Y cuando $a=0$, ver si en lo que se convierte la parábola no los confunde y piensan que la recta también puede ser parábola.	8 junio: 7:51 pm.
Osiel (P91) al GRUPO	Sugiero el siguiente argumento: En las antenas receptoras de señales de televisión notamos un claro ejemplo de la aplicación de la parábola. Ya que dicho artefacto tiene forma de esta gráfica, y dado que la parábola tiene una propiedad muy importante que es el foco, que es el lugar donde concurren los rayos de luz que al pegar sobre la parábola y reflejarse llegan a este punto. Pero en este caso son señales de televisión...	8 junio, 8:08 pm.

Cuadro 6.13

Respecto al contenido que los profesores manejaron en el foro durante esta semana, se destaca algunas competencias del conocimiento didáctico del contenido:

Los contenidos que más se abordaron en esta semana fueron: **la motivación** con cuatro participaciones, la graficación con applets con cuatro participaciones y la revisión de las **actividades versión 2**, también se abordó **Definición de conceptos (2)**, **Aplicaciones de la parábola (4)**, **Graficación sin applets (5)**, **Programa de estudio (9)**, **Propuesta de actividades (13)**, **Ecuaciones (como tema previo)(14)**, y de **Orientación (17)**

En primer lugar **la motivación** de utilizar de ejemplo cómo los modelos de parábolas para el diseño de antenas, referido por Fernanda en la participación 83, **la definición de conceptos**, la profesora señala que **debe darse las**

definiciones y enseguida aplicarlas o mostrarlas en un dibujo, y propone para un tema de funciones debe darse al estudiante: **la definición de función, relación, variable independiente, dominio codominio, variable dependiente, ecuación**, etc., para después poder **hacer las graficas**, la profesora continua con sus propuestas diciendo: **luego de saber graficar debe definirse los elementos que tiene la parábola y visualizarlas en la gráfica y por último ver los efectos que hacen los parámetros en la gráfica, con lápiz y papel y luego con el ordenador.**

La segunda participación de la semana la hizo Yazmín (P84), haciendo una generalización al leer las participaciones de sus compañeros y comenta que: **Al parecer todos tenemos ideas o más bien opiniones similares sobre las actividades (versión 2), el tema de la parábola.... no es fácil de abordar, puesto que a la hora de construir una parábola lleva a considerar muchos aspectos, se deben tomar en cuenta, considero...adecuado...motivar al alumno dándole ejemplos de aplicación de la parábola en nuestra vida cotidiana... Los applets son... buenos y son de gran ayuda a la hora de graficar la parábola, como por ejemplo cuando Esteban y yo introducíamos una ecuación en forma racional nos generaba complicaciones, por lo que es conveniente especificarle al alumno sus limitaciones.** Agrega: **...por último...recomiendo que al pasar de una situación de aula a usar un paquete matemático, es necesario que el alumno muestre manejo de los conceptos matemáticos que involucran el tema (caso de la parábola).**

El 8 de junio Cesar hace una réplica a Yazmín y se refiere a la motivación propuesta y menciona que: **Creo que tu idea de motivar al alumno es muy buena, yo creo... que la clase debe hacerse con la ayuda de los applets conforme se avance... se debe introducir... al alumno en la solución de problemas, y apoyarse en los applets, y no como mencionas de que se explique primero al alumno y después introducir el uso de los applets.**

En la segunda participación de Cesar durante esta semana escribe sobre la importancia de motivar a los alumnos cuando propone relacionar los problemas... **con la vida real despertará el interés del educando sobre la**

parábola. Las características que se presentan (con los applets) pueden ser de gran ayuda para los alumnos, para que vean y aprendan más sobre las propiedades y componentes de la parábola. El implementar ciertas actividades en la que alumno pueda relacionar el comportamiento de la gráfica y de cómo los parámetros altera el comportamiento de la gráfica.

El mismo día 8 de junio por la tarde Osiel en la participación P88, recomienda los alumnos la graficación en intervalos entre 0 y 1 y, valores tanto positivos como negativos.

Otra participación en el mismo día fue la de la profesora Ismelly (P89), en la que recomienda: ...es importante que se agreguen más ejercicios, con la ayuda de los applets los alumnos pueden ver mucho más posibilidades, por ejemplo cuando, los valores sean todos positivos o negativos u ambos, también considero importante que se hagan al estudiante preguntas como: que pasa cuando los parámetros valen cero o cuando el parámetro a es igual 0.

La última participación de esta semana la hizo Osiel (P91), quien destaca la importancia de la motivación de la forma siguiente: ***Yo sugiero que se argumente de la siguiente forma: En las antenas receptoras de señales de televisión notamos un claro ejemplo de la aplicación de la parábola. Ya que dicho artefacto tiene forma de esta gráfica, y dado que la parábola tiene una propiedad muy importante que es la del Foco. Lugar donde concurren los rayos de luz que al pegar sobre la parábola y reflejarse llegan a este punto. Pero en este caso son señales de televisión...***

6.10.3 Participación por profesor de matemáticas.

A continuación se muestran las participaciones de cada uno de los profesores y las réplicas si las hubo.

➤ **Alfredo**

Alfredo realizó una participación y le hicieron dos réplicas.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
--------	------------	-----------

ALFREDO	GRUPO	3
LE REPLICARON		
PIOQUINTO	ALFREDO	5
INSTRUCTOR	ALFREDO	3

Tabla 14.

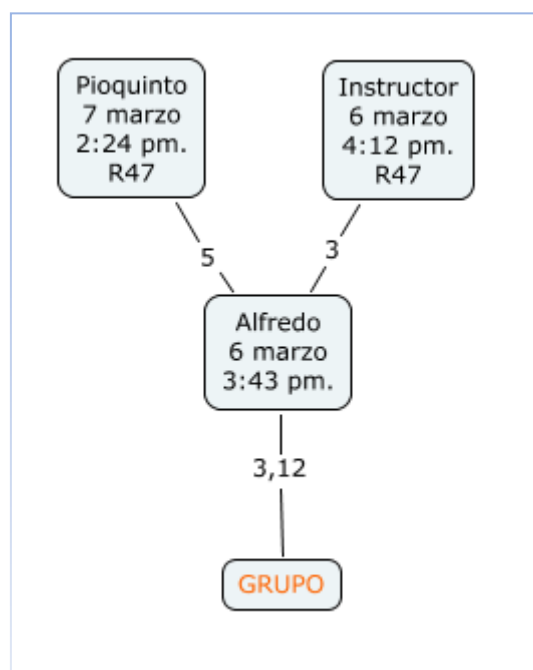


Grafico 14

A pesar de que Alfredo solo tuvo una participación y le hicieron dos réplicas, el tema que se abordó con mayor énfasis fue *Graficación con applets*(3).

➤ Arturo

Arturo realizó una única participación dirigida al GRUPO.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
ARTURO	GRUPO	2,5

Tabla. 15

Esta participación se muestra en el gráfico siguiente:

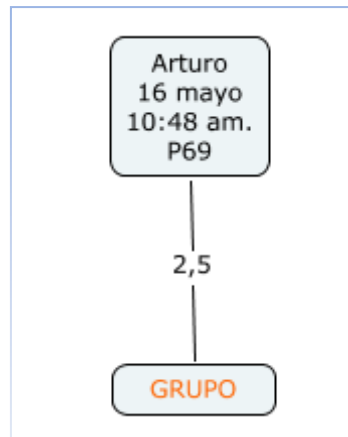


Gráfico 15

➤ **Cesar**

Cesar realizó tres participaciones, una a Jazmín y tres al grupo, no tuvo réplicas.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
CESAR	JAZMÍN	1,3
CESAR	GRUPO	3
CESAR	GRUPO	9
CESAR	GRUPO	1,8

Tabla. 16

Tanto en la tabla como en el gráfico se aprecian dichas participaciones

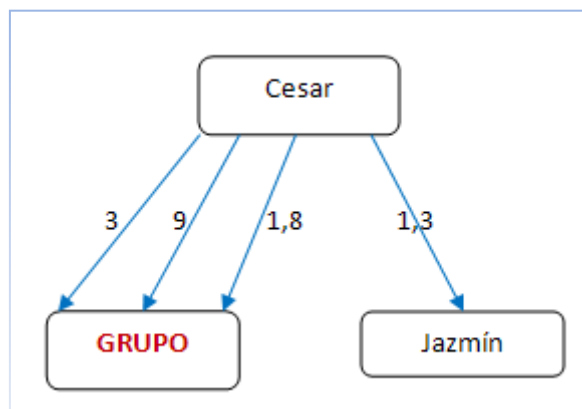


Gráfico 16

La participación de Cesar fue de cuatro participaciones, el contenido de mayor presencia fue *Definición de conceptos* (1) y *Graficación con applets* (3).

➤ **Delfino**

Delfino tuvo dos participaciones una dirigida a Pedro y la otra a Esteban.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
DELFINO	PEDRO	1,2,4
DELFINO	ESTEBAN	1,2,4

Tabla. 17

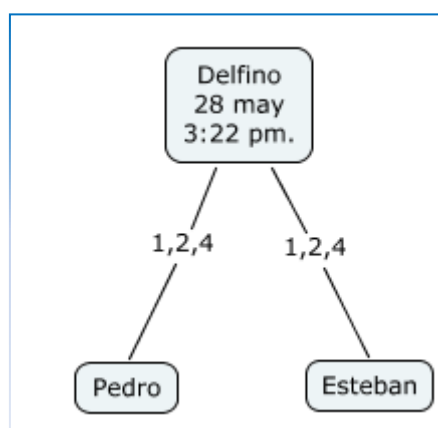


Gráfico 17

Tanto en la tabla como en el gráfico pueden observarse las relaciones y los contenidos abordados por Delfino, en este caso se abordó *Definición de conceptos* (1), *Graficación con applets* y *Aplicaciones de la parábola* (4).

➤ Diana

Diana realizó tres participaciones y le hicieron dos réplicas

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
DIANA	GRUPO	8
DIANA	ESTEBAN	2
DIANA	JANET	2
LE REPLICARON		
GENARO	DIANA	13
JANET	DIANA	12

Tabla. 18

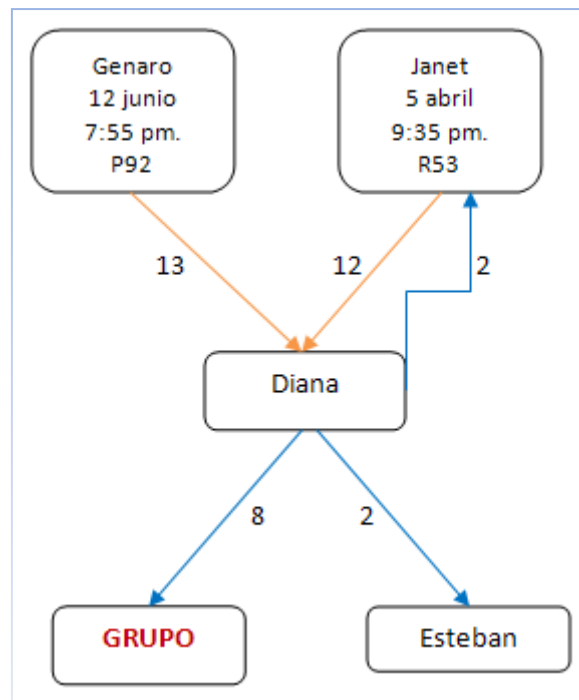


Gráfico 18

El gráfico muestra las relaciones entre las participaciones y el contenido abordado, sobre sale la **Definición de conceptos** (2).

➤ Esteban

El profesor Esteban realizó ocho participaciones incluidas las interacciones realizadas con sus compañeros.

A continuación las participaciones y réplicas del profesor Esteban.

No. Participación	NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
1	ESTEBAN	GRUPO	6,12
2	ESTEBAN	GRUPO	6
3	ESTEBAN	DIANA	10,12
4	ESTEBAN	GRUPO	10,12
5	ESTEBAN	GRUPO	10
6	ESTEBAN	PEDRO	1,3,5
7	ESTEBAN	RENE	2,3
8	ESTEBAN	GRUPO	1, 3, 5
9	ESTEBAN	GRUPO	3
10	ESTEBAN	GRUPO	1
LE REPLICARON			
	FERNANDA	ESTEBAN	5
	FERNANDA	ESTEBAN	3,5,15

	DELFINO	ESTEBAN	1,2,4
	PIOQUINTO	ESTEBAN	12,3,2
	INSTRUCTOR	ESTEBAN	12
	INSTRUCTOR	ESTEBAN	12
	CESAR	ESTEBAN	9

Tabla 19

A continuación se muestran dichas participaciones en un gráfico, donde se aprecian las participaciones en color azul, y quienes le replicaron en color marrón.

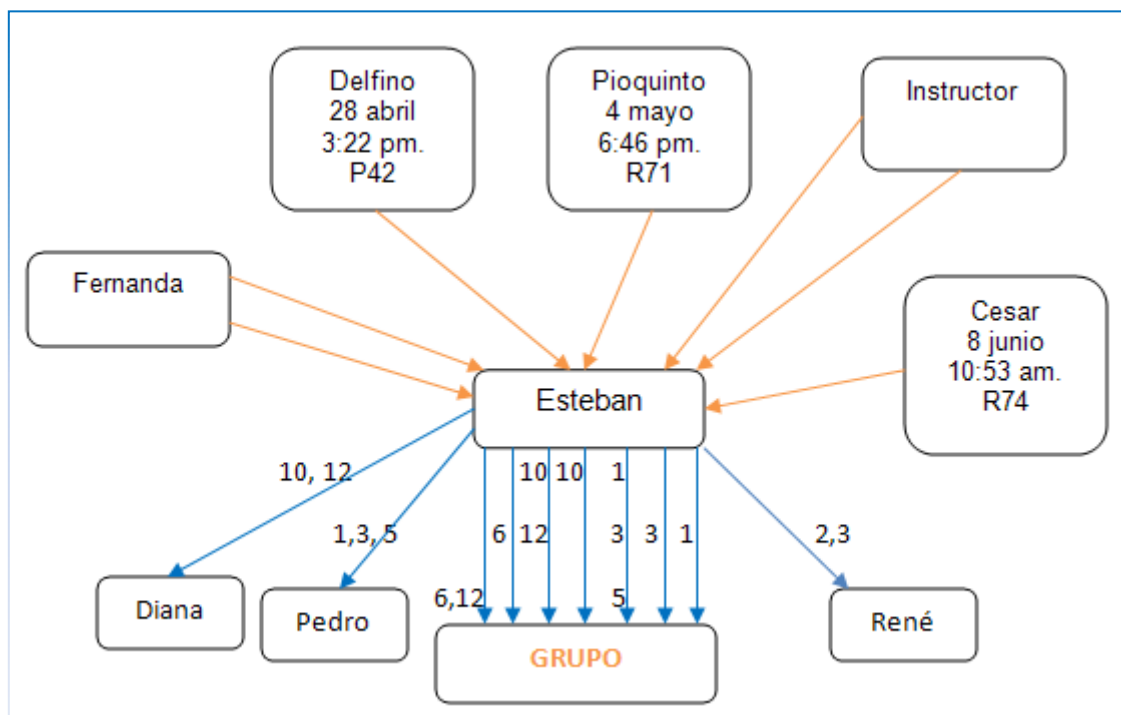


Gráfico 19

En la tabla y gráfica anteriores se muestran las participaciones del profesor Esteban, las réplicas. Como se puede observar dos replicadas son hechas por Fernanda, una por Delfino, una por Pioquinto y dos el Instructor (anava), Esteban hace siete participaciones, cuatro al grupo y tres réplicas a los compañeros, Pedro, René y Diana.

➤ Fernanda

La profesora Fernanda participó en cuatro ocasiones y le replicaron en dos ocasiones.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
FERNANDA	ESTEBAN	5
FERNANDA	ESTEBAN	3,5,15
FERNANDA	PEDRO	5
FERNANDA	GRUPO	1,2,3,5,14
LE REPLICARON		
PIOQUINTO	FERNANDA	14
ARTURO	FERNANDA	5

Tabla. 20

A continuación el gráfico que representa lo vínculos entre las participaciones y las réplicas.

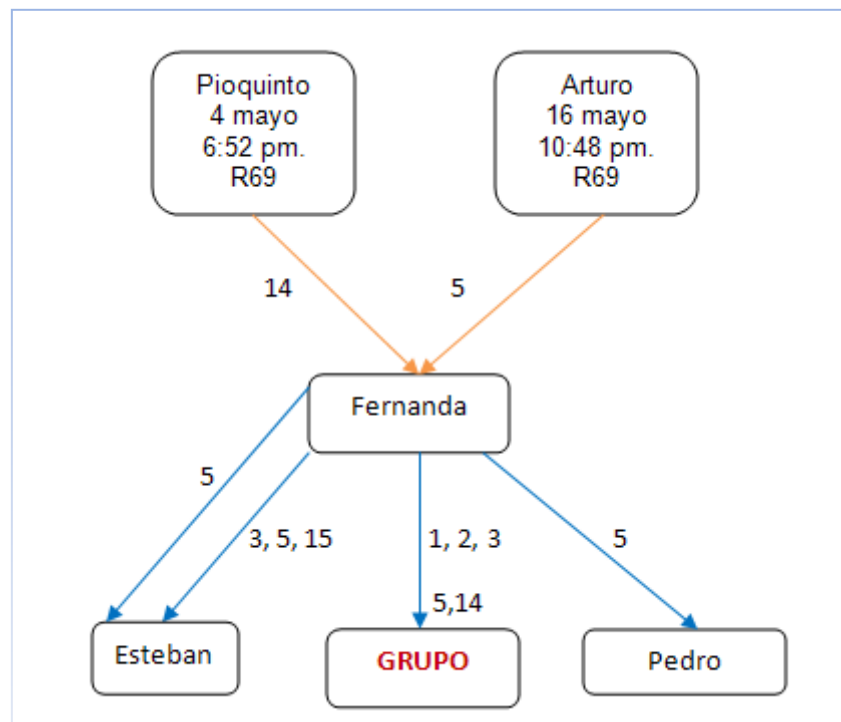


Grafico 20

Fernanda registró tres participaciones y abordó siete de los diecisiete temas, sobresaliendo: *Graficación sin applets* (5)

➤ Genaro

Genaro realizó una participación, el día 8 de junio donde propuso algunas actividades, la dirigió al grupo.

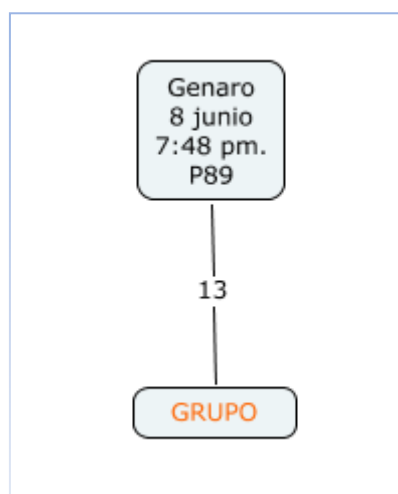


Gráfico 20 (2)

➤ **Ismelly**

Ismelly solo hizo una participación

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
ISMELLY	GRUPO	8

Tabla. 21

En la tabla anterior y en el cuadro siguiente se muestra el número de participación la hora y la fecha.

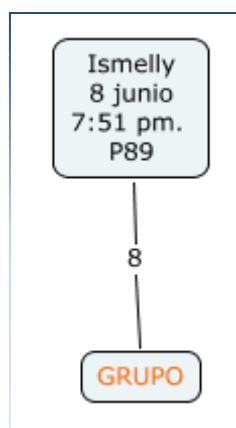


Gráfico 21

Esta participación se hace en la última semana, prácticamente al final de la experiencia. El contenido que aborda es *Actividades versión 2(8)*.

➤ **Janet**

Janet realizó ocho participaciones y le replicaron dos profesores. Cuatro las dirigió al grupo, dos al instructor y dos a Diana.

Participación No.	NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
1	YANET	GRUPO (Saludo)	13
2	YANET	GRUPO	3
3	YANET	GRUPO	2,12,13
4	YANET	Instructor	13
5	YANET	GRUPO	6
6	YANET	Diana	12
7	YANET	Instructor	5
8	YANET	GRUPO	2,12,13
LE REPLICARON			
	RENE	JANET	2,4
	INSTRUCTOR	JANET	17

Tabla. 22

A continuación el gráfico muestra las relaciones de las interacciones junto con el contenido de cada participación.

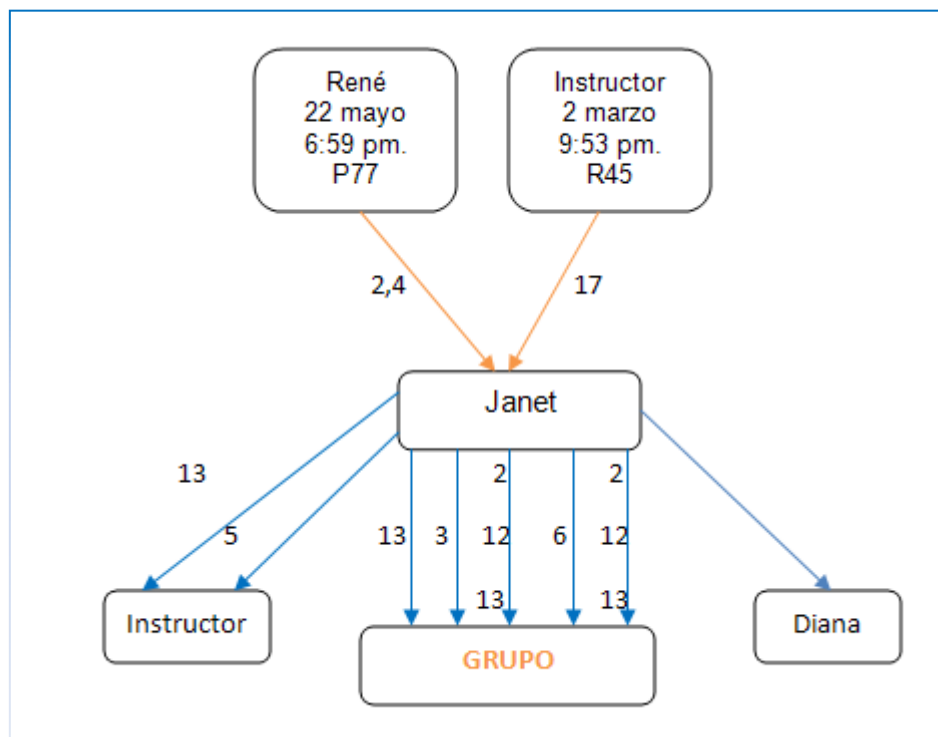


Grafico 22

El contenido de mayor presencia abordado en las participaciones de esta profesora fue *Propuesta de actividades* (13), *Graficación con applets*(2) y *Herramientas de apoyo* (12)

➤ **Nadia**

Nadia tuvo una participación el día 13 de marzo, la cual dirigió a Esteban.

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
NADIA	ESTEBAN	2,15

Tabla. 23

En el siguiente gráfico se puede observar el contenido que fue abordado.

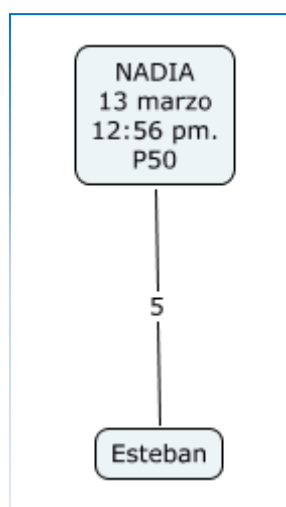


Gráfico 23

Nadia tuvo una participación y una réplica el contenido abordado fue: *Graficación sin applets* (5), el día 13 de marzo a las 12:56 pm.

➤ **Osiel**

Osiel realizó dos participaciones el día 8 de junio dirigidas al grupo

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
OSIEL	GRUPO	13
OSIEL	GRUPO	4

Tabla. 24

El contenido de las participaciones fue sobre Propuesta de actividades (13) y de Aplicaciones de la parábola (4)

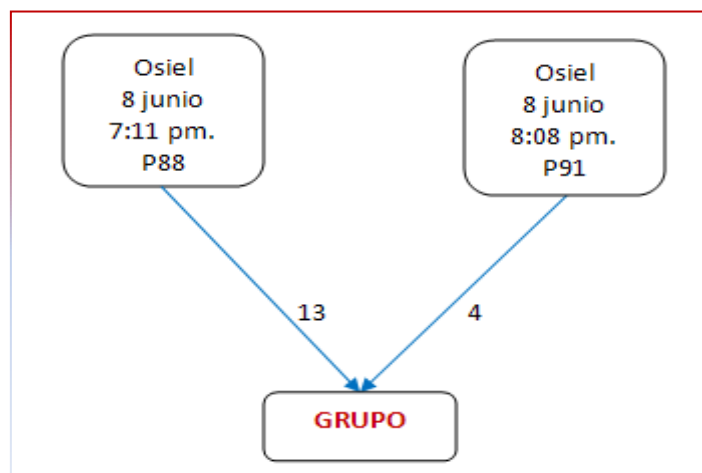


Grafico 24

Como puede verse tanto en la tabla como en el gráfico las participaciones de Osiel fueron dos, referidas a: *Propuesta de actividades* (13) y sobre *Aplicaciones de la parábola* (4).

➤ Pedro

Pedro realizó una participación y le hicieron cuatro réplicas

NOMBRE	DIRIGIDO A	CONTENIDO
PEDRO	GRUPO	12,13
LE REPLICARON		
ESTEBAN	PEDRO	1,3,5
DELFINO	PEDRO	1,2,4
FERNANDA	PEDRO	5
RENE	PEDRO	5

Tabla. 25

La participación de Pedro la dirigió al grupo y le replicaron Esteban, Delfino, Fernanda y René.

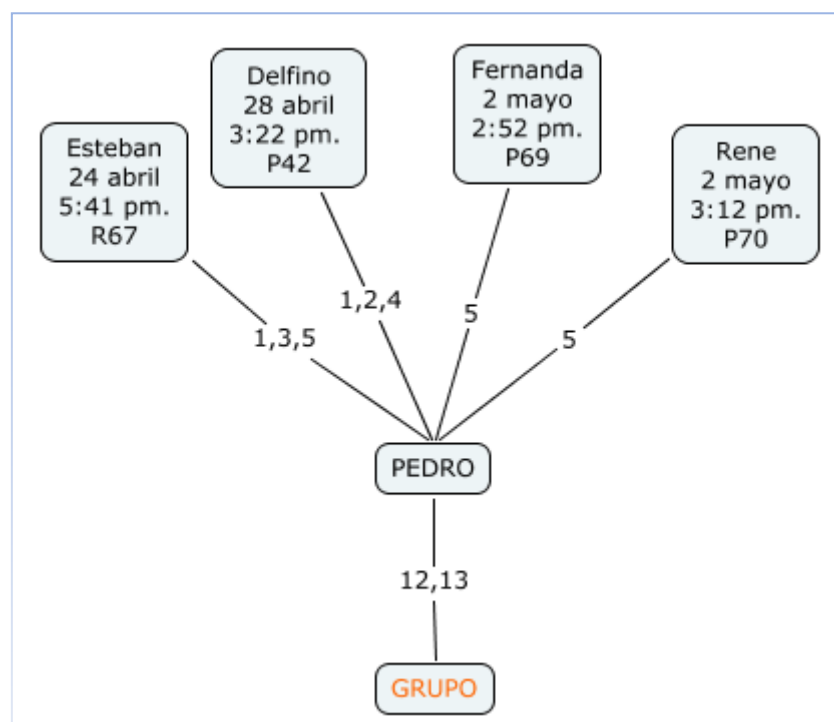


Gráfico 25

En el gráfico anterior pueden verse las relaciones entre las participaciones de Pedro y las réplicas que le hicieron, junto a los temas que se trataron con él, que sobresale *Graficación sin applets* (5), seguido de *Motivación* (1).

➤ Pioquinto

Las participaciones del profesor Pioquinto fueron siete y recibió una réplica por parte del instructor.

Participación No.	NOMBRE	DIRIGIDA A	CONTENIDO
1	PIOQUINTO	GRUPO	2,3,10
2	PIOQUINTO	ESTEBAN	12
3	PIOQUINTO	ALFREDO	12
4	PIOQUINTO	GRUPO	12
5	PIOQUINTO	GRUPO	11
6	PIOQUINTO	ESTEBAN	3,12
7	PIOQUINTO	FERNANDA	5
LE REPLICÓ			
	INSTRUCTOR	PIOQUINTO	12

Tabla 26

De las réplicas realizadas por Pioquinto una fue dirigida a Alfredo, tres al grupo: una a Fernanda, una a Alfredo y dos a Esteban.

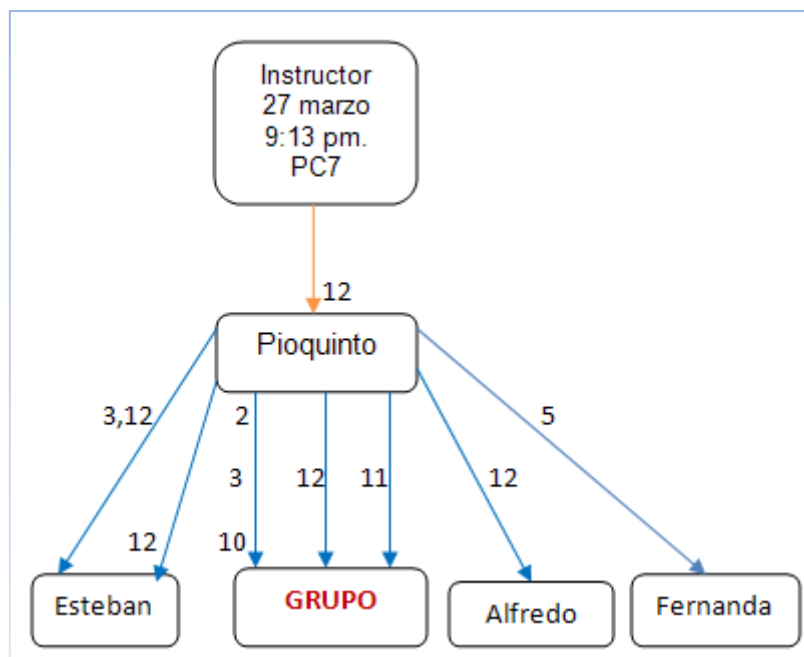


Grafico 26

En el gráfico anterior se pueden observar las relaciones y los contenidos abordados en dichas participaciones. El contenido de mayor frecuencia abordado por Pioquinto fue *Herramientas de apoyo* (12), seguido de *Graficación con applets* (3)

➤ René

René realizó seis participaciones, una dirigida al Instructor, una a Pedro, otra a Janet y tres al GRUPO.

Participación No.	NOMBRE	DIRIGIDA A	TEMA
1	RENE	GRUPO	10,12
2	RENE	Instructor	15
3	RENÉ	GRUPO	15
4	RENÉ	Pedro	5
5	RENÉ	Janet	2,4
6	RENE	GRUPO	2,4,5
LE REPLICARON			
	ESTEBAN	RENÉ	2,3
	YAZMÍN	RENÉ	15

Tabla 27

A René le hicieron dos réplicas, los profesores René y Yazmín

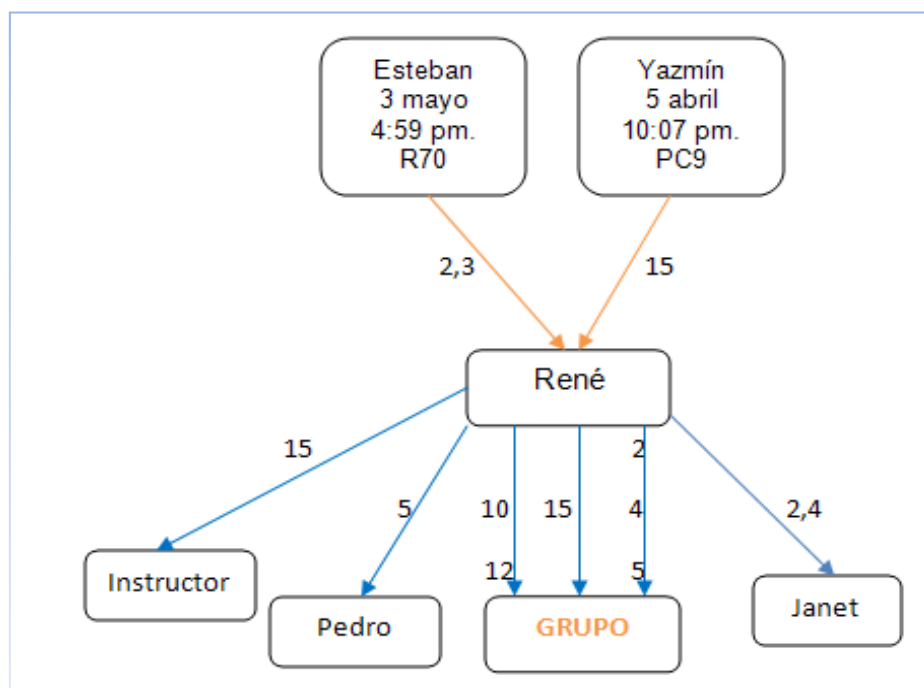


Grafico 27

Los contenidos que más se discutieron con René fueron *Definición de conceptos matemáticos* (2) y *Aplicaciones de la parábola* (4).

➤ Rubí

Rubí participó en una ocasión, y le hicieron una réplica

NOMBRE	DIRIGIDA A	TEMA
RUBI	GRUPO	3
LE REPLICARON		
Instructor	RUBI	17

Tabla 28

El gráfico muestra el número de participación y la fecha en que las participaciones se realizaron.

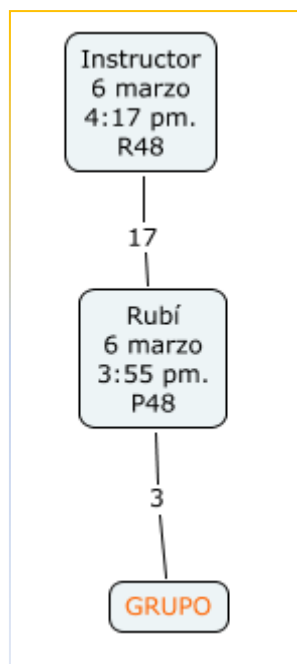


Grafico 28

El contenido abordado por Rubí fue de *Graficación con applets* (3) y el del instructor de *Orientación* (17).

➤ **Yazmín**

La profesora Jazmín realizó tres participaciones y le hicieron una réplica.

Participación No.	NOMBRE	DIRIGIDA A	TEMA
1	YAZMIN	GRUPO	5
2	YAZMIN	RENÉ	15
3	YAZMIN	GRUPO	1,3
LE REPLICARON			
	CESAR	YAZMIN	1,3

Tabla 29

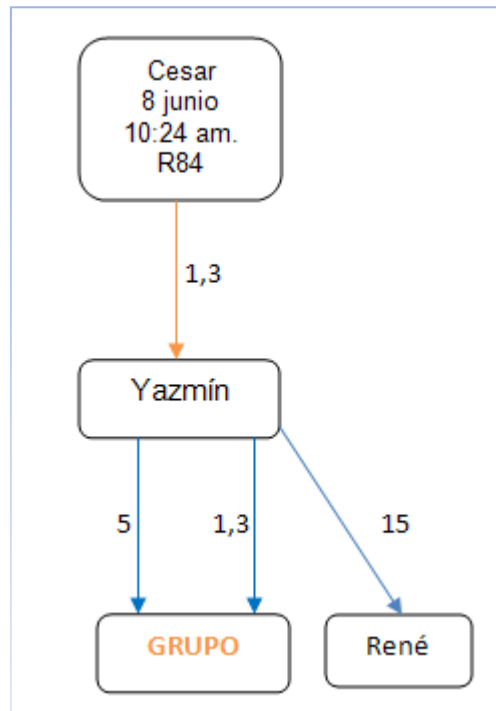


Grafico 29

Los contenidos abordados tanto en las participaciones de esta profesora como las réplicas que le hicieron fueron sobre *Motivación* (1), *Graficación con applets* (3).

➤ Instructor (anava)

Por último la participación del instructor jugó varias funciones durante el proceso interactivo llevado a cabo, como mediador, observador participante, orientador, consultor de dudas y lo de mayor relevancia como observador de la propia investigación. A continuación y auxiliándonos con una tabla y un gráfico se describirá las funciones mencionadas.

Participación No.	NOMBRE	DIRIGIDA A	TEMA
1	INSTRUCTOR	JANET	17
2	INSTRUCTOR	ALFREDO	6
3	INSTRUCTOR	ALFREDO	12
4	INSTRUCTOR	RUBÍ	17
5	INSTRUCTOR	GRUPO	12
6	INSTRUCTOR	GRUPO	17

7	INSTRUCTOR	RENÉ	10
8	INSTRUCTOR	ESTEBAN	12
9	INSTRUCTOR	PIOQUINTO	12
10	INSTRUCTOR	GRUPO	17
LE REPLICARON			
	JANET	INSTRUCTOR	12

Tabla. 30

El instructor realizó diez participaciones y le hicieron una réplica. A continuación se resumen dichas participaciones y la respuesta.

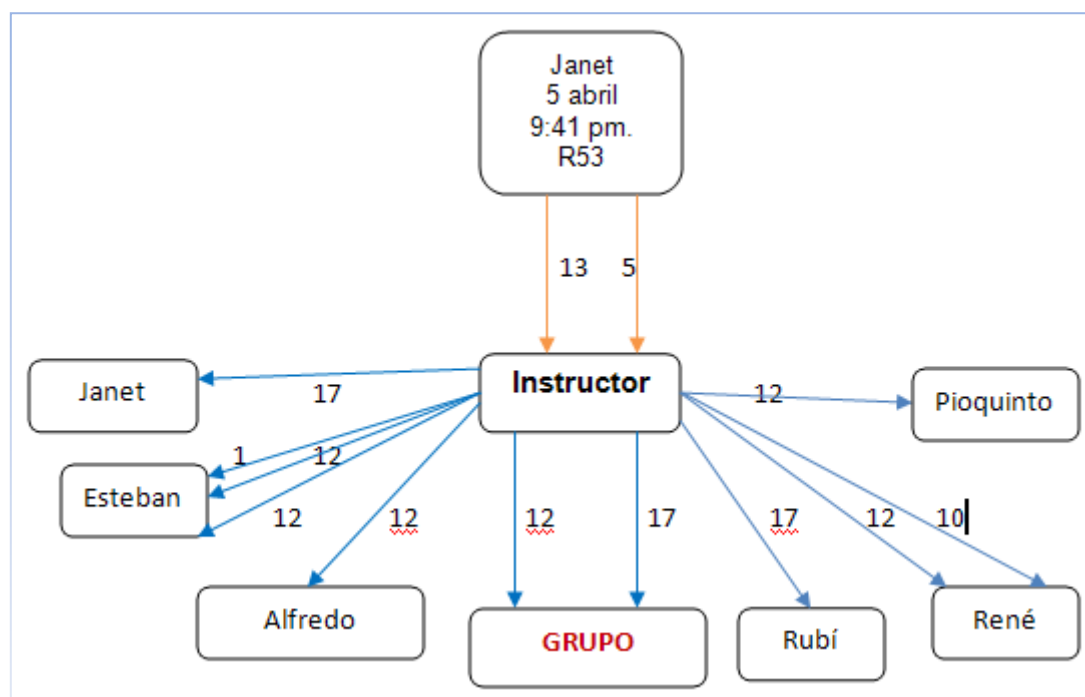


Gráfico 30

El contenido de las participaciones del instructor fueron cuatro de *Herramientas de apoyo* (12), cuatro de *Orientación* (17), una sobre *Ventajas de los applets* (10) y sobre *Limitaciones de los applets* (6).

Al final se recopilaban las participaciones e interacciones en conjunto como se muestran en el siguiente gráfico, en algunos vínculos se concentran más de una participación o interacción, lo cual está indicado con un número sobre las

flechas, ya que no hacerlo de esta manera la gráfica tomaría una forma muy compleja.

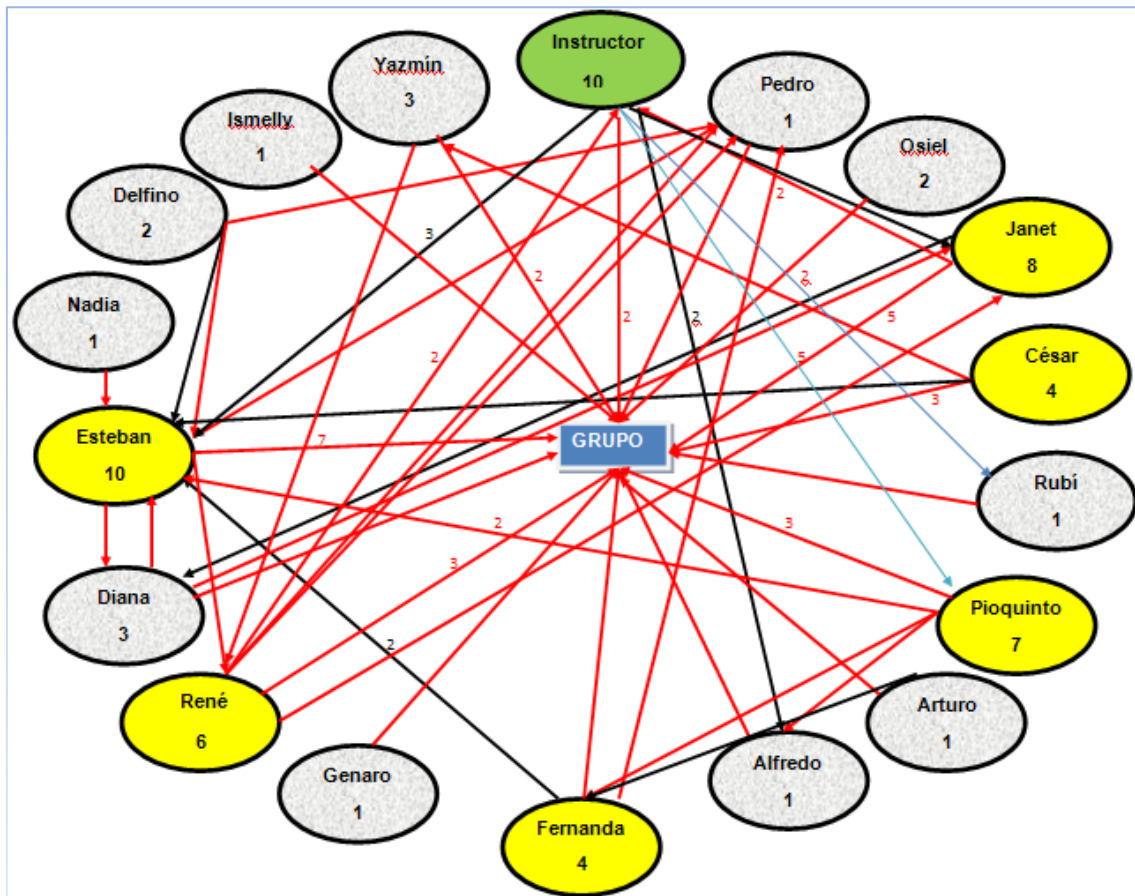


Gráfico 31

Por último, otra forma de ver las relaciones en conjunto (todas), en una tabla de doble entrada es la siguiente:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
1																				
2	Profesor	Alfredo	Arturo	Cesar	Delfino	Diana	Esteban	Fernanda	Genaro	Ismelly	Janet	Nadia	Osiel	Pedro	Pioquinto	Rene	Rubi	Yazmin	Instructor	s
3	Alfredo	1P																		1
4	Arturo		1P																	1
5	Cesar			3P														1P		4
6	Delfino				0		1P							1P						2
7	Diana					1P	1R				1R									3
8	Esteban					1P	7P							1P		1P				10
9	Fernanda						2P	1P						1P						4
10	Genaro								1P											1
11	Ismelly									1P										1
12	Janet					1P					5P								2R	8
13	Nadia						1P					0								1
14	Osiel												2P							2
15	Pedro													1P						1
16	Pioquinto	1P					2P	1P							3P					7
17	Rene										1P			1P			3P		1R	6
18	Rubi																1P			1
19	Yazmin			1R												1P		2P		3
20	Instructor	2P					2P				1R				1P	1P	1P		2P	10
21	SUMAS	3	1	4	0	3	16	4	1	1	7	0	2	5	6	7	2	3	9	66

Tabla 31.

En la tabla se pueden apreciar las participaciones que se hicieron al grupo (color amarillo) y las que se hicieron a sus compañeros. En la columna izquierda aparecen los profesores y en cada celda las participaciones e interacciones si las hubo y a quien están dirigidas, el gráfico muestra un total de 66 intervenciones.

CAPÍTULO VII. INTERPRETACIÓN DE PARTICIPACIONES, RÉPLICAS Y CONTRARRÉPLICAS.

7.1 Introducción

Las participaciones e interacciones utilizando como medio un foro virtual por parte de profesores de matemáticas, es un tema relativamente nuevo, los antecedentes conocidos, son la mayoría de las investigaciones ya descritas en los capítulos anteriores y están dirigidas más hacia las participaciones e interacciones en contextos virtuales de aprendizaje, es decir, donde los estudiantes son los protagonistas y quienes son responsables en alguna medida de su aprendizaje.

Sin embargo, en el caso de la utilización de herramientas y medios en línea por parte de profesores de matemáticas la situación es diferente, existe un consenso bastante generalizado. Recomendaciones en el sentido, de que los profesores deben saber utilizar las tecnologías y que ellas pueden ser de utilidad en las aulas de matemáticas, destacan los pronunciamientos de De Castro y Confrey (2000) y Crawford (1996) quienes sostienen una serie de cuestionamientos que han permitido reflexionar a investigadores y profesionales de la educación matemática, sobre esta problemática y han reconocido que el profesor debe ser el primero en poner en práctica la utilización de las herramientas y las tecnologías innovadoras. No obstante el anterior señalamiento en Educación Matemática, son pocos los trabajos que se reportan, entre ellos, Sánchez y Farfán (2005), Ávila (2008), Rojano (2003), Llinares (2000), Blanco (2004) y Godino (2007), los que giran alrededor de reportes relacionados con la formación de profesores de matemáticas en ambientes virtuales, donde se destaca la comunicación, la interacción y el desarrollo de actividades de enseñanza y aprendizaje usando éstos entornos.

En consecuencia, debido al reducido número de trabajos en esta dirección del campo de la educación matemática y de su investigación, un primer obstáculo

al que nos enfrentamos es la falta de un marco teórico que fundamente este tipo de investigaciones y que dé sustento a la naturaleza de la investigación.

Por ello, en esta investigación nos apoyamos en más de una perspectiva teórica, como se ha descrito en el capítulo III, donde se describe una orientación teórica que toma elementos fundamentalmente de las perspectivas interaccionista y sociocultural, y en parte del instrumentalismo.

La perspectiva interaccionista como ya se dijo, el conocimiento se forma en permanente interacción con el medio, con los instrumentos y las herramientas mediadoras y con otros individuos, inmersos en una sociedad y una cultura que tiene una historia.

Se destaca el estudio de las interacciones como lo propone Sierpinska (1996):

“...la aproximación interaccionista en educación matemática proviene entre otros del interaccionismo simbólico de Mead (1934) y Blumer (1969), la etnometodología de Garfinkel (1967), ... y la teoría de la adquisición del lenguaje de Bruner y sus colaboradores” .

Esta teoría propone que, la formación de los significados se dan en interacción permanente con otros individuos y en un medio, el centro de sus estudios son las interacciones que ocurren entre personas y de cómo estas ocurren, como una forma de expresión del pensamiento.

La perspectiva sociocultural como se señaló en el capítulo III, nos ofrece una explicación de que el aprendizaje se da en contacto permanente y de forma dinámica con el medio circundante, donde las relaciones sociales y culturales juegan un papel importante en el aprendizaje de los estudiantes. Según Sierpinska (1996), esta epistemología:

“...ve al individuo como situado dentro de culturas y situaciones sociales de tal modo que no tiene sentido hablar del individuo o del conocimiento a menos que sea visto a través del contexto o de la actividad.”

La teoría de la instrumentación por su parte sostiene que las herramientas e instrumentos ayudan a la formación de esquemas mentales que permiten a la

vez la formación del aprendizaje de los individuos como lo señala Fortuny (2006).

Tomando como base esta orientación teórica, nuestro estudio se centra en la realización de tareas y actividades por parte de profesores de matemáticas en contextos virtuales, en particular se estudian las interacciones entre profesores de matemáticas, en este tipo de ambientes. Las tareas fueron apoyadas por un medio conocido como foro virtual, entre las tareas que se propusieron, una fue dedicada a la revisión de actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas, en este caso se escogió el tema de la parábola y se utilizaron herramientas cognitivas denominadas applets.

De acuerdo a las tareas propuestas en el trabajo de investigación y que se desprenden de los objetivos particulares como se describió en el capítulo I, la primera tarea de investigación consistió en integrar una plataforma con tareas para profesores de matemáticas y un apartado para actividades de aprendizaje de estudiantes de nivel preuniversitario y un conjunto de herramientas (applets) para desarrollar dichas actividades.

La segunda tarea consistió en familiarizar a los profesores con la plataforma, con las tareas y con las actividades de aprendizaje.

La tercera tarea de investigación fue la realización de las tareas por parte de los profesores, proceso que concluyó con las participaciones, las interacciones y réplicas que se registraron en el foro y que se han caracterizado en el capítulo anterior.

La cuarta tarea fue identificar y seguir en su evolución las ideas de aprendizaje profesional que ocurrieron durante el proceso interactivo y que se describieron en el capítulo anterior y de donde se desprende el siguiente análisis.

7.2 Análisis de participaciones, interacciones y replicas de la discusión de actividades por parte de profesores de matemáticas.

El proceso de realización de las tareas (interacciones) duró un periodo aproximado de tiempo de tres meses, los meses en que se concentró la mayor participación fue en marzo, abril y mayo del 2006.

Durante este periodo los profesores de matemáticas se familiarizaron con la plataforma, revisaron actividades de aprendizaje de estudiantes con herramientas conocidas como applets, participaron, interactuaron y realizaron réplicas en un medio denominado foro virtual.

En este período las ideas y el aprendizaje profesional de los profesores pasó de un estadio de no utilizar estas herramientas, ni tener experiencias en contextos virtuales con applets y el foro virtual a expresar sus ideas en torno al conjunto de actividades de aprendizaje, interactuando con sus compañeros y hacer señalamientos de contenido relacionado con actividades de aprendizaje del tema particular de la parábola a través del medio foro

7.3 Interpretación de los datos (participaciones, interacciones y réplicas)

Una primera interpretación de los datos (Capítulo 6) se hizo desde dos puntos de vista. Por un lado se analizaron las participaciones e interacciones por periodos de tiempo de una semana y de forma individual.

La primera forma permitió hacer una evaluación por periodos de tiempo de una semana, lo que permitió conocer el contenido de las discusiones en este lapso de tiempo, permitió también conocer las participaciones en el periodo, las interacciones entre profesores y las réplicas, los comentarios a nivel de grupo de profesores y el contenido abordado por ellos.

La segunda forma nos permitió diferenciar las participaciones de forma individual, cuantas participaciones realizó cada profesor, como interactuó con sus compañeros, cuantas veces lo hizo, el contenido que abordó en las

participaciones, quien o quienes le replicaron, la hora y la fecha en que hicieron las participaciones, las veces que lo hicieron, etc.

De estas dos interpretaciones se concluyó lo siguiente:

En la interpretación individual se identificaron todas las participaciones de cada profesor, a quien las dirigió y quiénes de sus compañeros hicieron observaciones a lo propuesto en sus participaciones. Se identificaron algunas interacciones con contenido referente al conocimiento de los profesores como: la Motivación al proponer la mención de las antenas parabólicas como un ejemplo de las aplicaciones de la parábola, la importancia de la definición de conceptos matemáticos en dos sentidos, por un lado asociado a la graficación de parábolas usando los applets y opiniones que señalaron la definición de la parábola previo a la graficación. En el caso de la graficación asociada a la curva de las parábolas usando applets con la idea de construir el concepto de la parábola al momento de utilizar los applets al graficar la parábola, y en la segunda forma partiendo de la definición de la parábola y con la graficación señalar aquellos puntos característicos de dicha curva, varios de los profesores opinaron que los applets permiten el ahorro de tiempo coincidiendo con lo señalado por Godino (2003).

Un parte interesante a comentar son los señalamientos referentes a las limitaciones de la graficación con applets como los anotados por el profesor Pioquinto, en torno a que los applets se ven limitados cuando se incluyen números racionales.

Otros comentarios fueron en torno a los conocimientos previos por parte de los estudiantes, señalando el tema de la ecuación de segundo grado, coincidiendo con lo propuesto en el programa de estudios.

Por último vale la pena señalar que algunos profesores como René en su participación P61, recomendó incorporar otro tipo de software como el Cabrí y el Matemática.

7.4 Interpretación de participaciones e interacciones por periodos de una semana.

En la transcripción de las participaciones e interacciones del capítulo anterior, se identifican relaciones, influencia mutua entre ellas, a continuación se describirá con mayor detalle, y existe correspondencia con lo señalado por autores como Rodríguez y Fortuny (2003) y en Cobo y Fortuny (2000) y con la fundamentación teórica con las perspectivas interaccionista y sociocultural descritas en el capítulo III.

En la interpretación por periodos de una semana se identifican los temas que fueron de interés para los profesores, se hace énfasis en el contenido temático, y de quienes participan e interactúan en esos periodos de tiempo, puede notarse que si los temas son de su interés entonces la participación tiene mayor frecuencia.

7.4.1 Las participaciones.

En la realización de las tareas las interacciones estuvieron apoyadas por interacciones y símbolos como fue el caso del uso del lenguaje escrito, que al tener este carácter se convierte en simbólico.

Este lenguaje se caracterizó por:

- ✓ La comunicación entre los participantes mediante el foro virtual.
- ✓ La lectura de un grupo de tareas y los intercambios en la realización de tareas. las tareas fueron actividades complejas como la revisión de un conjunto de actividades de aprendizaje de la parábola utilizando herramientas dinámicas (applets).
- ✓ Las participaciones, interacciones y réplicas usando como medio el foro virtual.

El lenguaje escrito jugó un papel importante en el aprendizaje como se puede ver en la interpretación realizada, y como lo señalan autores como Vygotsky (2005), Piaget y García (1987) desde la perspectiva sociocultural e interaccionista, el lenguaje escrito es la forma más utilizada en este tipo de ambientes.

Debe tenerse en cuenta que de forma natural nuestra expresión que socialmente más utilizamos es la hablada, cuando se utiliza la forma escrita y sobre todo cuando no se ha desarrollado el hábito de escribir, nos encontramos ante una forma distinta y nueva de expresión de nuestras ideas, lo que puede ofrecer dificultades al tratarlas de plasmar en forma escrita, por lo que se vuelve significativo distinguir las características que le son propias a este tipo de lenguaje.

Como se comentó, al inicio de la experiencia los profesores no manejaban las herramientas para el desarrollo de las actividades (applets) ni habían trabajado con un medio como el foro en un contexto virtual, por lo que fue necesario incluir algunas tareas que subsanaran esta situación, lo que permitió que se trabajara en el contexto virtual propuesto.

Posteriormente a la realización de estas tareas iniciaron con la discusión de las actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas del nivel medio superior (preuniversitario) en la provincia de Guerrero, México, comprendido en la unidad V del Programa II del programa de estudios con el tema la parábola.

Estas actividades de aprendizaje se realizaron con herramientas dinámicas y virtuales conocidas como applets o mathlets. Estas herramientas sirvieron para visualizar los efectos de los parámetros de la ecuación de segundo grado. Las actividades que revisaron los profesores, se discutieron en el foro virtual y propusieron nuevas actividades.

Las actividades fueron uno de los elementos que motivo la discusión, la participación y las interacciones entre profesores de matemáticas en formación en base a su grado de comunicación y de dominio del contenido curricular.

Para el análisis partimos de que el aprendizaje se da mediado por instrumentos, herramientas y signos, entre estos instrumentos mediadores esta el lenguaje, que es el medio constituido por todo un sistema de signos, y por ser el medio por excelencia para la realización de las interacciones entre individuos en contextos virtuales y las cuales permiten la formación de significados y más tarde del conocimiento matemático.

Las participaciones se dieron en un contexto virtual, empleando un medio conocido como foro virtual, el medio que se ha señalado resultó ser novedoso para este grupo de profesores de matemáticas. Las primeras participaciones tuvieron el propósito de familiarizarse con el ambiente, realizaron tareas sencillas como presentarse en el foro, enviando sus primeros mensajes y conocer que lo mismo hacían sus compañeros, les dio mayor confianza y se motivaron para continuar con las restantes actividades.

En la interpretación realizada en el capítulo anterior se observa una mutua influencia, gracias a las participaciones e interacciones recogidas en el foro, y luego de que se ha observado el contenido, las participaciones y las interacciones realizadas entre compañeros, se puede ver que la discusión giró en torno a un conjunto de **competencias profesionales** de los profesores de matemáticas, como son:

- ✓ La función de la motivación, en este caso dirigida al contenido de la parábola.
- ✓ La utilización de los recursos tecnológicos en el proceso de enseñanza aprendizaje, en este caso de los applets para la realización de las actividades de aprendizaje tiene muchas más posibilidades para la visualización y da mayor rapidez y confianza.
- ✓ Las limitaciones que hay que tener presente en el uso de la tecnología, en este caso de los applets.
- ✓ La necesidad de considerar a la tecnología como un apoyo, como es el caso de los applets, pero sin dejar fuera habilidades clásicas que se requiere utilizar para que el alumno se enfrente a las situaciones de una manera más intuitiva e inmediata, como es el caso de la graficación manual que no se debe descuidar.

Sobre lo antes planteado vale destacar que muchos comentarios estuvieron dirigidos a no dejar que el aprendizaje de la parábola recayera solo en el uso de los applets.

Para la mayoría de los profesores la utilización de las herramientas interactivas en un contexto virtual fue una primera experiencia en su formación profesional,

lo que influyó en todo el proceso que generó la actividad desarrollada. Por ello, algún tiempo de la experiencia fue utilizada para conocer el uso y aplicación de dichas herramientas, y para satisfacer algunas inquietudes acerca del uso del mismo foro.

La comunicación jugó un papel importante sobre todo al dejar los mensajes, aportaciones, recomendaciones y réplicas para otros colegas e incluso para el futuro sobre el proceso de la experiencia.

El conocimiento de las características y función de los parámetros utilizando los applets fue compartido y también hubo algunas discrepancias, que permitieron al resto de los profesores dinamizar su conocimiento respecto al tema, con un enfoque estático y poco dinámico.

En la última semana se puede apreciar que su conocimiento profesional respecto a la utilización de las herramientas interactivas empleadas para abordar el tema, y las competencias básicas fueron más uniformes que al inicio de la sección.

También se puede decir que la participación del Instructor/investigador fue prácticamente mínima, ya que se concretó solo a orientar la discusión sobre el tema en cuestión. Lo que nos sugiere que si se contempla un sistema de dirección y una fuerte motivación estos materiales pueden ser útiles en el trabajo para el aprendizaje de competencias profesionales por parte de los profesores de matemáticas.

CAPÍTULO VIII. RESULTADOS

8.1 Introducción

Posterior a la transcripción de las participaciones expresadas en forma de tabla y en forma gráfica en el capítulo 6, secciones 6.7 Y 6.8 y de un análisis global realizado en el capítulo 7, se llegó a los siguientes los resultados, que se corresponden con los objetivos y tareas de la investigación propuesta en la introducción y en el capítulo I. Se abordan en el mismo orden en que fueron planteados.

8.2 Algunos resultados

Se plantean cuatro objetivos y sus respectivas tareas. Los resultados obtenidos a lo largo del proceso de investigación fueron los siguientes:

Respecto al **primer objetivo y tarea** se obtuvo el siguiente resultado:

Se elaboró una plataforma con páginas webs y con la inclusión de un foro virtual, aquí se colocaron las tareas para profesores de matemáticas y un grupo de actividades de aprendizaje del tema la parábola, esta tarea y objetivo fue alcanzado como se describe en el capítulo V y en el anexo 1.

Con respecto al **segundo objetivo y su tarea correspondiente** de caracterizar el ambiente virtual educativo donde se desarrolló la experiencia se puede afirmar que en todo momento se apreció un ambiente amistoso de colaboración y a la vez crítico pues se produjeron importantes intervenciones en aras de mejorar la propuesta que se utilizó como principal mediador para la realización de la actividad. Otro aspecto a tener en cuenta es la discusión amplia y enriquecedora que se desarrolló alrededor del uso de la tecnología, y en especial de los applets como recurso didáctico en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Respecto al **objetivo y tarea número 3**, consistente en caracterizar las interacciones que ocurren entre profesores de matemáticas en formación cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas (el caso de la parábola), se obtuvo el siguiente resultado:

✓ Un **primer aspecto** a tener en cuenta es que las tareas discutidas en el foro virtual entre profesores de matemáticas destinado a la revisión y propuesta de actividades de aprendizaje, se centraron en 17 tipos como ya se señaló en el capítulo 6.

Algunas de las **características que se observan en las interacciones** que realizaron los profesores de matemáticas en el trabajo en el Foro, se pueden aislar a partir de atender distintas clasificaciones que existen sobre ello.

En la actividad realizada se manifestaron tres tipos de interacción que involucran procesos de aprendizaje que son las **interacciones con el contenido, con el instructor y con otros estudiantes**. En este caso, los tipos hay señalarlo fueron mediadas con ordenadores con conexión a Internet, las participantes realizaron acciones y operaciones con applets, los que tenían el propósito de ir provocando ideas de aprendizaje acerca de la parábola, sus propiedades y su significado en la práctica lo que resultó satisfactorio den la propuesta.

Desde el punto de vista de las **interacciones por niveles en que se da una relación, estas fueron de nivel 3** ya que se dio al menos entre dos individuos, un objeto y una herramienta cognitiva y se establecieron relaciones entre ellos. Estos niveles se van tomando en cuenta cómo van apareciendo históricamente hasta llegar a las interacciones que nos ocupan.

Otro aspecto que se manifestó como característica de las interacciones que se produjeron fue **la diversidad de temas abordados** en torno a las actividades de aprendizaje profesional de los profesores. En total se abordaron diecisiete temas, los cuales van desde la motivación, conceptos matemáticos, recomendaciones acerca del programa de estudios, propuestas sobre mejoras como poner audio a las actividades hasta el uso de otro tipo de software.

- ✓ Un **segundo aspecto** que debe resaltarse es la comunicación que se da en la formación de profesores como ya antes lo había señalado Putnam y Borko (2000), la que juega un papel importante al lado de las interacciones. En este caso la comunicación estuvo dada por el uso del foro virtual, entre profesores y se caracterizó por aproximarse a una convivencia que ocurre en un salón de clases, solo que en este caso gracias a los medios tecnológicos virtuales, esta comunicación permitió que los mensajes en el foro fueran conocidos por los que ingresaban al mismo, los cuales a su vez podían ser leídos y si lo consideraban necesario hacer alguna aportación o emitir alguna opinión.

- ✓ Un **tercer aspecto** es que podían apoyarse entre ellos y en el instructor, sobre cualquier duda que les surgiera sobre el uso del entorno, sobre:
 - La realización de forma grupal de las tareas o las actividades de aprendizaje de forma grupal como lo menciona Putnam y Borko (2000).
 - La necesidad que se genera de utilizar las tecnologías y generar nuevas metodologías para su integración en el currículo de formación de profesores de matemáticas.

- ✓ Un **cuarto aspecto** y podría ser el más relevante es que permitió conocer una forma distinta de desarrollar actividades de aprendizaje utilizando herramientas cognitivas en un entorno virtual, lo que genera una riqueza en el profesorado al conocer las herramientas tecnológicas, aplicarlas y sobre todo que les permite hacer intercambios tanto de índole académica, profesional, de investigación o hasta de carácter general. Algunas de estas ideas también se desatacan en la orientación teórica con los aportes de Baldin (2002), Ludwing et al. (2003) y Krainer(2001).

- ✓ Un **quinto aspecto** fue la comunicación que establecieron los profesores, mediante el lenguaje escrito, expresaron sus ideas y replicaron las de sus compañeros en base a su experiencia como profesores en algunas prácticas y de su conocimiento de sus cursos de matemáticas de corte didáctico, la

comunicación fue asincrónica, es decir en tiempo diferido, todo esto gracias al apoyo de los recursos tecnológicos.

✓ Un **sexto aspecto** a destacar es que los profesores reconocieron que el desarrollo de las actividades con los applets les permitió graficar con mayor rapidez como Murphy (2000) lo destaca en varios de sus trabajos. Por otra parte algunas de las opiniones de los profesores fueron en el sentido de tener cuidado de no generar dependencia de las herramientas ya que muchos profesores insistieron en no descuidar la graficación manual (José Esteban y Zasores82).

De igual modo se observó una mutua influencia debido a las participaciones en el foro pues estas participaciones e interacciones estuvieron al alcance de sus compañeros de forma transparente y las contribuciones que hicieron los profesores ayudaron a mejorar las actividades de aprendizaje.

Por último, la experiencia abre posibilidades del trabajo en equipo al tener un propósito común, y una explícita motivación. Las herramientas y el medio parece que contribuye a motivar a los profesores y centrar su atención en un propósito, al respecto hay un gran conjunto de experiencias que apoyan esta idea como los trabajos de comunidades virtuales y comunidades de práctica, algunas ideas se pueden encontrar en Llinares (2000).

Con respecto al **objetivo y tarea 4**, relativos a identificar algunas características que se observan cuando los profesores de matemáticas interactúan en un ambiente virtual con medios y herramientas, con tareas y actividades como las que se utilizaron en este proyecto se consideró que pudiera ser un ejemplo de **cómo impacta en el aprendizaje profesional del profesor** este tipo de actividad con el recurso del uso de tecnología a través del uso de un foro.

En **primer lugar** se valora que en los resultados del objetivo y tarea 1, se destacan algunos elementos que están en relación con éste objetivo, como es la **comunicación** que se dio entre los profesores, en primer lugar la realización

de tareas, la participación y desarrollo de actividades, la participación e interacción asociado con una motivación y un objetivo, entre otros.

Lo planteado en el párrafo anterior nos conduce a la reflexión, cómo se señala en la orientación teórica, de que el aprendizaje que pone en el centro de su atención la comunicación y las interacciones, enriquece a su vez el propio aprendizaje que en este caso se trata de **aprendizaje profesional**.

La conclusión anterior se puede argumentar con algunas evidencias que se pudieron apreciar entre el nivel de desarrollo de ciertas características de los participantes al inicio del proceso, que están asociadas a su nivel profesional, y como se manifestaban al final del mismo. Entre ellas se encuentran:

- El poco conocimiento inicial de las herramientas cognitivas denominadas **applets** y por tanto el insuficiente conocimiento de sus potencialidades para la enseñanza de la matemática en condiciones mucho más enriquecedoras que las que usualmente se usan.
- La inexperiencia en establecer comunicación de forma escrita mediada por un foro virtual y las posibilidades de este medio para el intercambio, forma individual y colectiva.

Las limitaciones anteriores se fueron disminuyendo en el desarrollo de la experiencia en la que se pudo apreciar, aunque naturalmente en algunos más que en otros:

- Sus aportaciones e interacciones durante el proceso en el que tuvieron la oportunidad de hacer preguntas y observaciones a sus compañeros, todo ello de forma asincrónica, siempre discutiendo un tema fijado de antemano, en este caso alrededor de un tema específico que sirvió de motivación y de mediación para el desarrollo del conjunto de tareas relacionados con la enseñanza y aprendizaje del tema de la parábola.
- Una mayor confianza en las participaciones que cuando se hacen de forma presencial.

- En **segundo lugar**, considerar en **cómo impacta en el aprendizaje profesional del profesor** es algo que también ha sido señalado en reportes de otras investigaciones y que es **lo accesible de las participaciones**, pues tanto uno como investigador que ellos como participantes puede tener acceso a los datos y hechos registrados de forma automática (similar a cuando se hace una grabación en video) y eso es muy importante en su enriquecimiento en cuanto a información y en posibilidades de uso compartido de la misma.
- En **tercer lugar**, otro elemento, es el papel que jugó el instructor al realizar tareas de moderador, como un mecanismo de control y de socialización de ideas que también favoreció el desarrollo de los participantes al actuar, de manera implícita, en su respectiva “zona de desarrollo próximo”. En este caso la participación del instructor/investigador sirvió para centrar la discusión, propiciar a su vez que la discusión fuera fluida y aunque no se hace explícito, todos fueron mutuamente influenciados e incluso algunos participantes reconocieron explícitamente, además, el haber leído los comentarios y opiniones de sus compañeros, igual a como ocurre en otras investigaciones que se sustentan solo en la orientación teórica.

A modo de conclusión, se puede afirmar que los resultados obtenidos de los objetivos y tareas analizadas sugieren que tanto las herramientas utilizadas (applets) para el desarrollo de las actividades, como el uso del foro virtual permiten una mayor rapidez en la realización de actividades para la graficación con applets como por medio de la comunicación en el foro como igual lo señala Murphy (2002), lo que da elementos a los profesores para su utilización en el tiempo destinado al uso de estos temas, sin depender de un paquete e instalación en los ordenadores de los laboratorios o centros de computo. De este modo los profesores pueden acceder a las ideas y experiencias de sus colegas de otros centros, compartiendo en línea las técnicas y las metodologías para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

8.4 Resultados colaterales.

Los profesores de matemáticas al menos en la región no suelen discutir sobre sus clases en general, ni siquiera de manera física y presencial. Con el uso de

estas tecnologías se abren nuevas posibilidades, ya que no requiere necesariamente de la presencia física para discutir temas de interés en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, el medio podría darles confianza y entablar una comunicación de como apoyarse y el poder compartir recursos de todo tipo, lo que puede hacer de manera inmediata o mediata.

La comunicación como se ha señalado fue de forma escrita y lo cual tiene diferencias en su forma hablada, y cuando se usa esta última, se hace, en muchas ocasiones mediante una expresión ligera y sin pensar mucho, en cambio cuando se hace de forma escrita, cuando se ve lo que se escribe se tiende a pensarlo un poco más y nuestras ideas son más claras, debido a que uno puede ver lo que va escribiendo y reordenando nuestras ideas.

Otro aspecto que se observó fue una tendencia a trabajar en equipo y de forma colaborativa, aunque la experiencia no fue pensada para organizarse de esta manera, se genera una tendencia al trabajo grupal, que es una exigencia social ante los nuevos avances de la ciencia y la técnica, cada vez que se aborda un problema complejo metacognitivo o multidisciplinar se hace necesario trabajar en equipo, aunque en contextos virtuales se ha avanzado en lo que se conoce como comunidades de práctica como lo señalan Juárez y Waldegg (2005).

8.5 Algunas deficiencias detectadas.

Una de las limitantes en este tipo de ambientes, es la comunicación cuando se envían gráficos, ya que estos son archivos de mayor tamaño y hacen lento los sistemas con pocos recursos o con un ancho de banda reducido, otra limitante es la poca o nula posibilidad de hacer cambios a los gráficos enviados, e incluso el envío de tablas, aunque ya se empiezan a desarrollar algunos materias que subsanan estas deficiencias, sobre todo los nuevos equipos vienen con mayores recursos y el trabajo de paquetes del estilo ofimática online que está en desarrollo por parte google conocido como docs On line permitirá un trabajo colectivo sobre uno o varios documentos.

CAPÍTULO IX. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1 Introducción

El movimiento que en las últimas décadas se ha producido con respecto al uso de la tecnología en diferentes ámbitos, incluida con fuerza la educación, se revela en los trabajos que diferentes autores han realizado con respecto a este tema, y muy en especial en la formación de profesores. Lo antes planteado permite afirmar que la investigación desarrollada está enmarcada en un momento histórico privilegiado para iniciar cambios en la formación de los docentes.

Por otra parte, la tendencia de la introducción de las tecnologías en los ámbitos educativos y las posibilidades de su utilización en la educación a distancia, confirma que el trabajo desarrollado es oportuno. Esta afirmación es aún más fuerte si se habla de aquellas tecnologías que facilitan la comunicación en sus distintas variantes, tanto en la educación en general como en la educación matemática en particular.

De igual modo en esta investigación se ha tenido en cuenta, a los efectos de su necesidad, que a pesar de que las exigencias actuales imponen al desarrollo de las tecnologías de la comunicación en los procesos educativos la formación de profesores ha sido un renglón prácticamente olvidado en muchos países, aunque en los últimos años las cosas han ido cambiando y se ha puesto mayor atención tanto a la formación inicial como a la permanente.

En consideración a la necesidad y de lo oportuno del trabajo que se presenta, la investigación está concebida para satisfacer esas exigencias de investigar cómo puede instrumentarse esa formación del docente de matemática y sus objetivos y tareas se corresponden con su principal objetivo de analizar con profundidad, cómo se produce ese proceso en lo relativo a las interacciones que se producen entre dichos docentes en un ambiente virtual de formación,

así como las características de dichas interacciones y los aspectos a tener en cuenta para su análisis en dicho proceso de interacción.

Los resultados que aporta esta investigación van en esa dirección, por un lado, la formación de profesores de matemáticas y por otro el uso de medios tecnológicos para discutir e interactuar entre profesores, elementos básicos y que están en el centro de varios trabajos de investigación, desde diferentes perspectivas y enfoque teóricos, que van desde planteamientos de corte psicológico, de aspectos sociales, didáctico-pedagógicos y sobre las tecnologías educativas haciendo uso de las tecnologías actuales de comunicación.

En la investigación se asume, aspectos a tener en cuenta en la formación de los docentes, lo planteado por la UNESCO (2006) al destacar que dentro de las habilidades que apuntan hacia desarrollos futuros se encuentra el trabajo en equipo y el desarrollo de habilidades comunicativas.

De igual modo se asume la propuesta del NCTM (2000) que al respecto enfatiza dentro de las prioridades, la importancia del desarrollo de la comunicación en las matemáticas y el uso de la tecnología para su enseñanza y aprendizaje (Quinlan, J. 2007, p155.)

La actualidad del trabajo realizado permite satisfacer exigencias de la investigación orientada a la búsqueda de variantes para la instrumentación y realización de la formación del profesor de matemáticas, en este caso mediante la elaboración de una plataforma con medios y recursos tecnológicos, un conjunto de tareas y actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas, que de manera concreta fue el tema de la parábola.

Hay que tener en cuenta también, que existe un número reducido de trabajos sobre formación de profesores de matemáticas en ambientes virtuales y en menor medida sobre la utilización de foros en la formación profesional del profesorado de matemáticas, aunque es de destacar la realización de cambios en los planes de estudio, requiriéndose la institucionalización, es decir, hacer los cambios a los programas de estudio del profesorado, necesarios a fin de incorporarlos a los estudios en la formación de profesores de matemáticas. Por

ello **el estudio en este tipo de ambientes resulta prometedor tanto en la formación misma del profesorado como en la generación de nuevas líneas de investigación.**

9.2 Conclusiones que se pueden derivar del trabajo realizado

Las conclusiones se han organizado en **conclusiones de carácter general** obtenidas básicamente a partir de la teoría asumida y **conclusiones específicas del estudio de caso realizado.**

Conclusiones de carácter general

Existe un número reducido de trabajos sobre formación de profesores de matemáticas en ambientes virtuales y en menor medida sobre la utilización de foros en la formación profesional del profesorado de matemáticas. No obstante, la realización de cambios en los planes de estudio, requirieren hacer los cambios a los programas de estudio del profesorado, en particular en la formación de profesores de matemáticas. Por ello **el estudio en este tipo de ambientes resulta prometedor tanto en la formación misma del profesorado como en la generación de nuevas líneas de investigación.**

En relación con las interacciones y el estudio de cómo estas se producen en un ambiente virtual, es un aspecto alrededor del cual gira una buena parte del trabajo desarrollado. Este concepto está íntimamente asociado a las relaciones sociales y también éticas, las que pueden referirse a una multitud de interacciones sociales, reguladas por normas sociales, entre dos o más personas, cada una con una posición social determinada y realizando un papel también eminentemente social. **Los resultados de las interacciones, por lo general están asociados a las modificaciones de las conductas de los que interactúan y mediante ellas se establecen las pautas de la cultura del grupo y su transmisión por el proceso de socialización, y las mismas se modifican por la intervención de los otros individuos en una secuencia de relaciones que llevan consigo un proceso de aprendizaje.**

La teoría que sustenta el estudio realizado destaca el valor de las interacciones dado en que las mismas están presentes en las diversas actividades de los profesores en formación participantes y estas se realizaron

con medios tecnológicos que requieren del empleo del lenguaje indirecto. **Las interacciones que se produjeron en este caso permitieron la formación y reafirmación de significados, lo que reforzó los puntos de vista individuales y colectivos asociados al tema que fue el centro de dichas interacciones, lo que contribuyó al completamiento de la formación didáctica de los participantes dentro del ámbito de la educación matemática.**

Dentro del componente ético se pusieron de manifiesto puntos de vista comunes y también puntos de vista diferentes alrededor del tema de discusión y en las interacciones se produjeron y/o reafirmaron aprendizajes en un ambiente en el que predominó el respeto mutuo, el intercambio de puntos de vista académicos, y predominó la motivación, el aprendizaje y la adaptación por el intercambio de reglas, y creencias hasta llegar a una posición común (consenso) en cuanto a la propuesta que centró la discusión. **Esto puede interpretarse como una contribución que se puede hacer en la formación profesional de los profesores de matemáticas mediante el empleo de recursos tecnológicos.**

En el trabajo se puso de manifiesto que el empleo de la tecnología en un ambiente interactivo, como vía para contribuir a la formación de profesores, propicia que **las interacciones directas** que se producen cuando interactúan individuos con iguales intereses, **o también indirectas** -- cuando se emplean objetos o instrumentos en donde median los signos como es el caso del uso de una plataforma interactiva como la que se utilizó en esta experiencia -- **les permitan relacionarse mejor con su medio, con los contenidos escolares, y por medio de ellas se profundice su sistema de conocimientos y se logre un aprendizaje más sólido y consolidado.**

En sentido general se destaca el papel del lenguaje en lo que este contribuye a la formación de significados y, en general, contribuye al aprendizaje. En el caso de la formación de profesores están presentes en distintas formas, en interacciones con sus alumnos, interacciones entre profesores en formación, e interacciones entre profesores en servicio.

En síntesis se puede concluir que:

- En este proceso de formación de profesores de matemáticas, **las interacciones juegan un papel esencial** lo que coincide con varias investigaciones que al respecto se han desarrollado a lo largo de los últimos años.
- Las interacciones **están presentes en las diversas actividades de los individuos** y se realizan con **medios específicos** utilizando el **lenguaje como principal mediador**.
- Las interacciones que se produjeron permitieron **la formación y reafirmación de significados** lo que reforzó los puntos de vista individuales y colectivos asociados al tema que fue el centro de dichas interacciones.
- Desde el punto de vista ético, **las relaciones interpersonales que se establecieron en el desarrollo de las muchas interacciones que se produjeron**, a partir de las características de los integrantes del grupo y sus intereses en el aspecto didáctico que se utilizó como centro de las interacciones, en cierta medida **puso de relieve la cultura del grupo y su transmisión mediante el proceso de socialización que se produjo**.

Conclusiones de carácter específico

Los primeros resultados recogidos en el trabajo, desde la aplicación del cuestionario hasta el desarrollo propiamente de la experiencia, nos indican los escasos conocimientos en el manejo de las tecnologías, particularmente en el uso de foros, applets y contextos virtuales, el primero como medio de comunicación e interacción y el segundo para el desarrollo de actividades de aprendizaje de temas de matemáticas.

El uso del foro permitió el debate de ideas y de consensuar puntos de vista, uno de los objetivos centrales en la investigación, está centrado en las participaciones e interacciones entre los profesores de matemáticas, al discutir un conjunto de actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas, en particular el tema de la parábola.

Se lograron aislar las participaciones e interacciones, haciendo una caracterización y análisis de dichas interacciones, desde dos puntos de vista, por periodos de tiempo y por participación individual.

En el análisis por periodos de tiempo se pudo apreciar las participaciones e interacciones dirigidas a sus compañeros profesores, el contenido abordado y a quien fue dirigido.

En el caso del análisis de forma individual se pudo apreciar el número de participaciones de cada profesor, a quienes las dirigió y sobre qué temas fue la participación.

A partir de la interpretación de las participaciones en el capítulo 7 y el análisis de los resultados en el capítulo 8 se ha llegado de acuerdo al problema de investigación, al objetivo general y objetivos particulares planteados en la introducción y en el capítulo I, a las siguientes conclusiones:

- ❖ En primer lugar este tipo de experiencias en el campo de la formación de profesores ha sido hasta ahora poco estudiado De Castro y Confrey (2000), Rojano (2003) en México, los estudios de este tipo de herramientas en los procesos educativos están centrados, la mayoría en procesos de aprendizaje con un enfoque en su mayoría constructivista, por ello los resultados obtenidos en esta investigación podrán ser agregados a los trabajos desarrollados hasta el momento en esta dirección.

- ❖ La institución donde se llevó a cabo el experimento tiene la especialidad en la formación de profesores de matemáticas. No obstante, aunque tiene los avances tecnológicos, carece de los suficientes recursos tecnológicos, medios y programas para incorporar estos materiales en la formación inicial y no contempla un programa de formación permanente que incluya las tecnologías antes mencionadas. Lo antes planteado sitúa a los profesores en un estadio de poca familiaridad y poca destreza y competencias en el uso de estos materiales, como se ha señalado en capítulos anteriores y, aunque el desarrollo de la investigación dio la oportunidad a este grupo de profesores de conocer y utilizar tanto las herramientas como los medios requeridos en el proceso del desarrollo para la realización de las tareas y la revisión de

actividades de aprendizaje, sus condiciones previas no siempre favorecieron este uso.

❖ Las participaciones e interacciones en un foro virtual propiciaron la discusión y contribuyeron de acuerdo a la orientación teórica al desarrollo de habilidades y competencias profesionales del profesorado de matemáticas, al utilizar las herramientas y mejorar la comunicación e interactuar en un ambiente virtual preparado para ello, los profesores tuvieron la oportunidad de analizar sus propias ideas y la de sus compañeros y replantear nuevas propuestas, relativas al contenido programático, al conocer y manejar herramientas dinámicas como los applets y un medio virtual conocido como foro, el foro fue utilizado como medio de comunicación, lo que permitió entablar una discusión en torno a conjunto de tareas, lo que permitió a los profesores seleccionar un tema de su preferencia para la realización de dichos tareas, sus participaciones e interacciones con sus compañeros, de tal suerte, que su conocimiento profesional fue influenciado por los conocimientos de sus compañeros, lo que contribuyó a un conocimiento socializado apoyado con el foro como medio, al plasmar sus participaciones y réplicas de forma escrita.

❖ El Foro puede ser un recurso fuerte, si se convence al profesorado de utilizarlo como una herramienta al servicio de las competencias profesionales, ya que le permite comunicarse con otros colegas, tener las tareas y actividades realizadas o que otros colegas están realizando en lugares remotos.

❖ Los resultados obtenidos y el escaso número de participaciones e interacciones resulta ser un trabajo prácticamente de un mini ambiente virtual, los resultados obtenidos sugieren que el medio y las herramientas utilizadas son una fuente rica, aun por explorar Rojano (2003), es decir, se puede intuir que en trabajos futuros y su puesta en práctica tanto en la formación de profesores como en el aprendizaje de los estudiantes de matemáticas, hay mucho o todo por hacer, esto nos dice que, muchas investigaciones estarán en el futuro inmediato trabajando en esta línea y varias aplicaciones habrán de resultar tanto de los trabajos de investigación como de prácticas exitosas desarrolladas en las mismas aulas.

❖ Un aspecto interesante de mencionar es, la posibilidad que abren estos medios y herramientas para socializar muchas experiencias por las mismas vías, pues estos conocimientos pueden ser utilizados por profesores en formación y por profesores en ejercicio y las experiencias de estos últimos pueden servir para enriquecer la formación profesional inicial de los profesores de matemáticas que aun se encuentran en las aulas.

9.3 Cumplimiento de los objetivos y tareas de la investigación

Con respecto a lo planteado en el **objetivo y tarea 1**, se elaboró una plataforma con páginas web y se diseñó un conjunto de tareas profesionales y actividades de aprendizaje, las que fueron subidas a la plataforma, que ha servido para su consulta en línea y como medio para interactuar entre profesores de matemáticas en formación. Su concepción y las características de las tareas aparecen detalladas en el trabajo de tesis.

El **objetivo y tarea 2**, sobre identificar las interacciones que se dieron entre profesores en el proceso se concluye que la utilización del foro de discusión permitió una discusión más fluida al realizar las tareas y revisar actividades respecto del tema de la parábola del contenido curricular. Lo anterior permitió a los profesores discutir temas como: contenido curricular, el caso propiamente de la parábola, el objetivo de dicho contenido y distintas formas de utilizar las herramientas de aprendizaje. En este caso se abordó el uso de herramientas cognitivas dinámicas conocidas como applets. Para los profesores de matemáticas de este grupo, la utilización de los applets fue un tema nuevo, ya que como se constató en el cuestionario inicial no las habían utilizado.

Esto implicó que la segunda tarea destinada a la utilización de las herramientas y el medio (el foro), permitió su manejo y al mismo tiempo revisar y rediseñar actividades de aprendizaje del tema la parábola, situación que se logró gracias a las participaciones e interacciones en el foro.

De aquí se concluye que el foro virtual utilizado bajo estas premisas sirvió como medio para que los profesores empezaran a utilizar nuevas herramientas

para el desarrollo de actividades de aprendizaje, situación que es apoyada en investigaciones como las realizadas por Godino (2003) y Rojano (2003). Despertó el interés de los profesores y se motivaron para proponer actividades y discutir las con sus compañeros, discusión que de otra forma no se hubiera llevado a cabo o se habría perdido, de esta forma la discusión virtual llevó a concluir que las ideas de los profesores las escribieran y las anotaran en el foro virtual para que sus compañeros y ellos mismos las compartieran, las consultaran e hicieran nuevas participaciones redefiniéndolas en base a su experiencia para mejorar sus participaciones y alcanzar mejores niveles de conocimiento.

Con respecto al **objetivo y tarea 3** sobre caracterizar las interacciones que ocurren en un foro entre profesores de matemáticas en formación cuando discuten un tema de aprendizaje de matemáticas (caso de la parábola).

Tomando como base los resultados obtenidos, se observa que el proceso interactivo se caracterizó por propiciar:

- Un mejor conocimiento de las herramientas y medios.
- Destacar las potencialidades del uso de herramientas virtuales para realizar tareas y revisar actividades de aprendizaje de un tema de matemáticas.
- El uso de la comunicación mediante el lenguaje escrito al plasmar sus ideas en el foro en forma de acciones e interacciones al identificar ventajas y limitaciones del uso de los applets para la elaboración de actividades de aprendizaje
- Despertar el interés de los profesores que manifestaron por las tareas, por el medio y las herramientas para el desarrollo de actividades de aprendizaje.

Con respecto al **objetivo y tarea 4** sobre caracterizar el comportamiento de los profesores de matemáticas cuando interactúan en un ambiente virtual con compañeros, con medios y herramientas, con tareas y actividades, ya del cumplimiento del **objetivo y tarea 2** se pueden inferir algunos de ello. En un

sentido más general se puede concluir que se observó una mayor calidad de la formación de profesores de matemáticas al realizar las actividades propuestas y realizarlas con otros compañeros apoyados en los medios y en las herramientas (Trabajo conjunto).

De igual modo, otro aspecto de interés que se apreció en ese comportamiento generado en ese “mini ambiente” compuesto por herramientas, medios, un contenido en forma de actividades y un propósito a lograr, es que observó un importante incremento de la participación y el debate constructivo cuando los profesores empezaron a utilizar estas herramientas y las motivaciones que se generaron en ellos al identificar las posibilidades de este medio, como lo destacan Crawford y Adler(1996) y Llinares (1999) con respecto a que el ambiente puede contribuir a fomentar la discusión.

9.4 Hipótesis que se pueden derivar del estudio de casos realizado

El empleo de herramientas, artefactos e instrumentos de corte tecnológico, así como la forma de su utilización, está determinado por el contexto social y cultural en que se realiza. En este estudio un recurso tecnológico importante utilizado fue el de los applets que se empleó como herramienta cognitiva para contribuir a su formación matemática y al desarrollo de competencias en esa esfera de actuación. Esta herramienta fue aceptada por los profesores en formación participantes los que asumieron posiciones de avanzada y aunque un estudio de casos no permite generalizar los resultados que se obtuvieron, sí se pueden derivar algunas **hipótesis** que en investigaciones más amplias pueden ser confirmadas y eventualmente rechazadas, las que se destacan a continuación:

1ra. Si se elaboran actividades propias para dichas herramientas tomando en cuenta los contenidos y los objetivos escolares, se puede lograr el aprendizaje de la matemática y el desarrollo de competencias en esa esfera de actuación.

2ra. El empleo de applets permite profundizar los conocimientos didáctico matemáticos de los docentes y en general su aprendizaje con nuevas herramientas.

3ra. Los recursos tecnológicos contribuyen al completamiento de la formación pedagógica de los docentes dentro del ámbito de la matemática educativa.

4ta. El empleo de applets diseñados por los propios docentes, con fines específicos a sus grupos de alumnos, es más efectivo que el asumir applets ya contruidos.

Estas hipótesis pueden ser útiles para continuar trabajos de investigación con profesores de matemáticas, especialmente en aquellas que involucren a la tecnología como medio esencial.

9.5 Limitaciones, prospectivas y recomendaciones

La limitación fundamental para el desarrollo de la experiencia fue el tiempo utilizado en su desarrollo y la frecuencia de las participaciones que fue **reducida, concentrándose fundamentalmente en una parte de los profesores participantes.**

Los profesores con mayor cantidad de participaciones coinciden con aquellos que tienen mayor dominio del uso de medios tecnológicos, aspecto que al inicio de la experiencia se comprobó no era amplio y que motivó incluir actividades iniciales de familiarización con este tipo de trabajo.

Desde el punto de vista prospectivo se considera que es necesario seguir buscando formas de realización de actividades investigativas con el uso de la tecnología, para garantizar una consistencia empírica más sólida de algunos resultados vistos en este trabajo, así como la comprobación de las hipótesis que se han derivado de ella.

En particular se recomienda continuar realizando investigaciones con estos objetivos, con mejor organización, más preparación tecnológica previa de los participantes y con un número mayor de ellos. De este modo existirán mejores condiciones para distinguir si: **con un conjunto de tareas es suficiente para que por sí mismas, en este mismo tipo de ambientes, despierten el interés del profesorado participante para el desarrollo de dichas tareas docentes, o si es necesaria la presencia del instructor para orientar la discusión.**

Si ocurriera el primer caso estaríamos frente a un recurso aceptable para la educación a distancia basado solo en materiales, pero si se da el segundo caso, entonces se estaría más inclinando al trabajo de educación semi presencial, es decir con la participación de un instructor en alguna forma.

En cualquier caso parece ser que el ambiente puede jugar un papel socializador entre profesores de matemáticas para el intercambio de experiencias profesionales, o incluso de problemas del aula y extramuros, así como abre espacios hacia las comunidades de práctica o de redes sociales de educadores matemáticos con más elementos prácticos.

La utilidad de este recurso, en términos del tipo de herramientas y medios que se utilizan como un apoyo a los cursos presenciales, sobre todo para la región donde se desarrolló la investigación, no parece ser un aspecto que ofrezca dudas. Una opinión favorable en este sentido está dada por la investigadora mexicana Rojano (2003), que resalta, un recurso de esta naturaleza permite que los profesores de matemáticas tengan la oportunidad de hacer preguntas de forma directa. Algunos trabajos de investigación reportados por González y Giménez (1992) destacan la importancia de abordar este tipo de cursos de forma semi presencial para las condiciones socioculturales propias del sur de México.

Las recomendaciones están en plena correspondencia con las limitaciones y prospectiva antes analizadas, y las variantes ya planteadas para su eliminación.

BIBLIOGRAFÍA

1. Adell, J. (1997). Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información. EDUTEC. Revista Electrónica de Tecnología Educativa. 1997. núm. 7. Disponible en Internet: <http://www.uib.es/depart/gte/revelec7.html>. Consulta 8 de mayo del 2005].
2. Albano, G., Apice, C. y Manzo, R. (2005). Teaching statics with an interactive tool, Teaching Statistics with an Interactive, International Journal for Mathematics Teaching and Learning ISSN 1473 - 0111, mayo 4, 2005.
3. ALCARAZ VEGA, Jorge Edgardo (1983). Maestría en Matemática Educativa de la Universidad Autónoma de Guerrero. Tesis de Maestría. Director Dr. Carlos Imaz Jahnke. Centro de Investigación y Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional (CINVESTAV-IPN). Sección Matemática Educativa, México.
4. ALMEIDA BAIRRAL, Marcelo. (2002). "Desarrollo profesional docente en Geometría: análisis de un proceso de Formación a Distancia". Tesis de Doctorado. Director Dr. Joaquín Giménez Rodríguez. Departamento de Didáctica de las Ciencias Experimentales y las Matemáticas. Universidad de Barcelona. 2002.
5. Altas, I., Louis, J. y Yazici, A. (2002). An Analysis of a Web Forum in Distance and Face to Face Teaching of a First Year Mathematics Subject. En: Memorias del 2nd. International Conference on the Teaching of Mathematics [ICTM2]. (Grecia. 1-6 de julio 2002).
6. Arcavi, A. y Nurit, H. (2000). Computer mediated learning an example of an approach. International Journal of Computers for Mathematical Learning. 2000, núm. 5. pp.25-45. (Traducción de Maria Fernanda Mejía y Edison Fernández). Disponible en Internet: http://emynt.univalle.edu.co/doc/Traducci%F3n_Art%EDculo_Arcavi&Hadas_2000.pdf.
7. Ardèvol, Elisenda et al. (2003). Etnografía virtualizada: la observación participante y la entrevista semiestructurada en línea. *Athenea Digital*. 2003, núm. 3. pp.72-93. [consultado: 24 noviembre 2003]. Disponible en Internet: <http://antalya.uab.es/athenea/num3/ardevol.pdf>.

8. Ardevòl, Elisenda y Vayreda, Agnès. (2002). "Identidades en línea, prácticas reflexivas", En: Seminario sobre La identidad en la era digital, 10º Festival Internacional de video y multimedia de Canarias (Las Palmas de Gran Canarias, España, 25 de octubre de 2002). Disponible en Internet: <http://www.grancanariacultura.com/canariasmediafest/seminario.htm>.
9. Ardevòl Elisenda et al. (2003). "Los espacios de interacción virtual como dispositivos sociotécnicos". En: VIII Congreso Nacional de Psicología Social. (Toremolinos, Málaga, Abril 2003).
10. Ávila, R. (2008). El diseño y desarrollo de un curso de cálculo en un sistema de educación virtual. Memorias de la XVIII Semana Regional de investigación y docencia en matemáticas. Realizado en la Universidad de Sonora del 3 al 7 de marzo del 2008. url <http://semana.mat.uson.mx/MemoriasXIV/AvilaGodoyR.pdf>.
11. Baldin, Yuriko Y., "On some important aspects in preparing teachers to teach mathematics with technology". En: 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (Crete, Grecia, el 6 Julio 2002).
12. Bastán, M. y Rosso, A. (2007). Las tecnologías informáticas en la formación de profesores de Matemática. Revista Iberoamericana de Educación. 2006. vol. 4. núm 37. Disponible en Internet: <http://www.rieoei.org/experiencias109.htm>. [Consulta 11 junio 2007].
13. Becker, H. y Riel, M. Teacher Professional Engagement and Constructivist-Compatible Computer Use. en Learning, and Computing: 1998 National Survey. Irvine: Center for Research on Information Technology and Organizations, University of California, 2000. Internet: http://www.crito.uci.edu/tlc/findings/report_7. [consulta de 3 febrero 2002].
14. Bairral, M. (2003). Teleinteracciones y Construcción de la Identidad del profesor de Matemáticas. Uno, (34), 111-123.
15. Blanco, Lorenzo J. Competencias en la formación inicial de profesores de matemáticas. En: Seminario "Itinerario Educativo de la Licenciatura de Matemáticas". (Universidad de Granada, Granada. 22, 23 y 24 de enero del 2004).

16. Blanco, Lorenzo J. Tipos de tareas para desarrollar el conocimiento didáctico del contenido. En: Primer Simposio de la Sociedad Española de Investigación Matemática. (Universidad de Salamanca, 12 y 13 de septiembre de 1997). pp. 34-40
17. Blumer, Herbert. (1982). El Interaccionismo simbólico, perspectiva y método. Hora, Barcelona. 1982. Título Original: Symbolic Interactionism. Perspective and Methods. Nueva Jersey: Prentice-Hall. 1937. Sin traducción. Prólogo de Pedro Ridruejo Alonso.
18. Bourguignon, Jean Pierre. "New Challenges in the teaching of mathematics". En: 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (Cretel 6 julio 2002)
19. Briones, G. (2002). Epistemología de las ciencias sociales. ARFO, Bogotá.
20. Bruner, J. S. (2000). Actos de significado. Más allá de la revolución cognitiva. Alianza, Madrid.
21. Brunold, J. et al. (2002). Comunidades virtuales. Bilbao: Deusto.
22. Brousseau, G. (1998). Los diferentes roles del maestro. En. C. Parra e I. Sainz [comps.]. Didáctica de matemáticas, 6ª. Reimpresión. Paidós, Barcelona. Capítulo de libro. (pp. 65-95).
23. Cardeñoso, J.M., Flores, P. y Azcárate, P. (2001). El desarrollo profesional de los profesores de matemáticas como campo de investigación en Educación Matemática. En Gómez, P. y Rico, L. (Eds.). Iniciación a la investigación en Didáctica de la Matemática. Granada. 2001. (pp. 233-264).
24. Chapman, Olive. (2004). Facilitating peer interactions in learning mathematics: Teachers' practical knowledge. En: The 28th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. (Bergen, Noruega 14-18 julio 2004).
25. Cobb, P. (1994). Where Is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development. *Educational Research*. 23(7). pp.13-20.
26. Cobo, P. (1998). Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16-17) en la resolución de problemas que comparan áreas de

- superficies planas. Un estudio de casos', Tesis Doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona.
27. Cobo, P., Fortuny J, (2000). Influencia de la tutorización en la mejora de las competencias de los alumnos en la resolución de problemas de matemáticas. Barcelona. Disponible en: http://www.iberomat.uji.es/carpeta/comunicaciones/81_josep_fortuny.doc
28. Cobo, P. y Fortuny, J. M. (2000). Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparasion problem solving. Educational Studies in Mathematics. 2000. núm. 42. pp. 115-140.
29. Cobo, P., Fortuny, J. M., Puertas, E., y Richard, P. (2004). *AGENTGEOM: a multiagent System for Pedagogical Support in a Geometric Proof Problem. (manuscrito sometido a publicación)*
30. Cole, M. (1997). Culture and Cognitive Science. Conferencia dictada en Cognitive Science Program, U. C. Santa Barbara. Mayo 15, 1997.
31. Cole, M. (2003). Psicología cultural. ISBN 84-7112-430-0. Morata, Madrid. Segunda edición.
32. Coll, C. (1997). La construcció del coneixement a l'escola: cap a l'elaboració d'un marc global de referència per a l'educació escolar. E. C. Coll (Coord.), *Psicologia de la Instrucció* (pp. 425-503). Barcelona: Editorial Universitat Oberta de Catalunya.
33. Coll, C. (2004). Psicología de la educación y prácticas educativas mediadas por las tecnologías de la información y la comunicación [Separata]. *Sinéctica*, 25, 1-24.
34. Coll, C. et al. (2005). La utilización de un material didáctico autosuficiente en un proceso de aprendizaje autodirigido. RED. Revista de educación a distancia. 2005. vol. IV, núm III.
35. Coll, C., Mauri, M. T. y Onrubia, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: una aproximación socio-cultural. Revista Electrónica de Investigación Educativa, 10(1), 18.
36. Confrey J. y Castro, J. (2000). "Discussing technology, classroom practice, curriculum, and content knowledge with teachers". En Ribie 2000. (Viña del Mar,

- Chile). En Internet: <http://www.c5.cl/ieinvestiga/actas/ribie2000/papers/168/> (Consulta el 25 de Mar. de 2005).
37. Confrey, J., Castro, F. y Maloney, A. (1997). "Interactive diagrams: A new learning tool". En: Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1997, Bloomington. Proceedings of the Nineteenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Columbus, OH : ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education. 1997. vol. 1. pp. 579-584.
 38. Crawford, K. (1992). Applying theory in teacher education: Changing practice in mathematics education. Proceedings of PME. XVI (Vol. 1, pp. 161-168). Durham, USA.
 39. Crawford, K. (1996). Vygotskian approaches in human development in the information era. Educational Studies in Mathematics. 1996. núm. 31. pp. 43-62.
 40. Crowe, D. y Zand, H. (2000). Computers and undergraduate mathematics 3: Internet resources. Computers & Education. 2000, núm. 35, pp. 123-147.
 41. Facundo, A. H. (2004). Educación virtual en América latina y el Caribe: Características y tendencias. Instituto Internacional para la Educación Superior en América Latina y el Caribe-IIESALC (UNESCO).
 42. Fayard, A. L. y DeSanctis, G. (2005). Evolution of an online forum for knowledge management professionals: A language game analysis. *Journal of Computer-Mediated Communication*. 2005. vol. 10, núm. 4. Disponible en Internet: <http://jcmc.indiana.edu/vol10/issue4/fayard.html>. [Consulta 12 marzo 2007].
 43. Figueras, O. (2005). Atrapados en la explosión del uso de las tecnologías de la información y comunicación. En: Noveno simposio de la sociedad española de educación matemática SEIEM. (Córdoba, 7-10 de Septiembre de 2005).
 44. Flores, A. (1991). Formación de maestros de matemáticas para nivel medio superior: Un marco de referencia para programas escolarizados. *Revista Educación Matemática*. vol. 3, núm. 2, pp. 6-17.
 45. Flores, P. 1998. *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre la las matemáticas, su enseñanza y su aprendizaje: Investigación durante las prácticas de enseñanza*, Granada: COMARES.

46. Fortuny J. M. y Murillo, J. (1999). "Un modelo de utilización de una red electrónica como soporte instruccional en la enseñanza de la geometría en la E.S.O." Revista de educación. V. 1.
47. Fortuny, M. (2003) .Actitudes y estadística en profesores en formación y en ejercicio. 27 Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa [Archivo de ordenador] : Lleida, del 8 al 11 de abril de 2003 : actas, 2003, ISBN 84-8409-955-5, pags. 909-920.
48. Fortuny, J. M. y Cobo Lozano, P. (2005). La tutorización humana y artificial en la resolución de problemas de matemáticas. RED: Revista de Educación a Distancia, ISSN 1578-7680, Nº. 2, 2005 (Ejemplar dedicado a: I Simposio Pluridisciplinar sobre Diseño, Evaluación y Descripción de Contenidos Educativos Reutilizables).
49. Fortuny, J. M. (2006). *Tecnología y Educación Matemática*. Universidad Autónoma de Barcelona. Facultad de Ciencias de la Educación. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Barcelona. España. Disponible en Internet: <http://antalya.uab.es/edumat/alfateoria.ppt>. (Consulta: 22 de nov. 2006).
50. Fortuny, J.M. (2007).Tecnologia i educació matemàtica. Escola catalana, ISSN 1131-6187, Vol. 42, Nº. 442, 2007 (Ejemplar dedicado a: ¿Juguem amb les matemàtiques?), pags. 8-10.
51. Fortuny, J. M. (2007) Tecnología y educación matemática. [Material gráfico proyectable]. [2007]. Universidad Autónoma de Barcelona. 20 diapositivas.
52. Freudental, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. Holanda: Reidel Publishing Company.
53. Figueras, O. SEIEM. Seminario de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática: "Investigación en Tecnologías de la Información y Comunicación en Educación Matemática". Mayo 2008.
54. Fonte A. (2003). Estrategias y creencias de los alumnos de Secundaria Básica en la solución de problemas. Un estudio de casos. Tesis de Maestría. Consejo Científico del Instituto Superior Pedagógico Enrique José Varona. Ciudad de la Habana.

55. Gallego, M. J. (2003). Intervenciones formativas basadas en WWW para guiar el inicio de la práctica profesional de los docentes. *Revista Iberoamericana de Educación*. 2003. núm 33.
56. Gallego, M.J. y Gamiz, V. (2007). Un camino hacia la innovación basada en un entorno de aprendizaje virtual aplicada a la inmersión práctica de los estudios universitarios de educación. *RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*. 6, (1). 13-31. <http://campusvirtual.unex.es/cala/editio/>
57. Gao, T. y Lehman, J. D. (2003). The Effects of Different Levels of Interaction on the Achievement and Motivational Perceptions of College Students in a Web-based Learning Environment. *Jl. of Interactive Learning Research*. 2003. núm 4.
58. García, C. M. (1999). *Formação de Professores. Para uma mudança educativa*. Porto Editora. Brazil.
59. García, B., et al. (2008). Análisis de los patrones de interacción y construcción del conocimiento en ambientes de aprendizaje en línea: una estrategia metodológica. *Revista Electrónica de Investigación Educativa (REDIE)*. 10(1). Disponible en <http://redie.uabc.mx/vol10no1/contenido-bustos.html> [Consulta 10 mar. 2009].
60. Garrido, Antonio. (2004). *El aprendizaje como Identidad de participación en la práctica de una comunidad virtual*. Trabajo de Doctorado. Dirigido por la Dra. Elisenda Ardevòl. Universitat Oberta de Catalunya. 2004. Disponible en Internet <http://www.uoc.edu/in3/dt/20088/index.html> [Consulta: 21 de nov. 2004].
61. Gil, D. y Guzmán, M. (1993). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e Innovaciones*. Organización de Estados Iberoamericanos (OEI): Editorial Popular.
62. Godino, Juan, (2003). "Recursos interactivos para el estudio de las fracciones", En: XVIII Reunión del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de la Matemática [SIIDM, Grupo DMDC-SEIEM], (Córdoba, Abril 2003).
63. Godino, J. y Enfaque, J. (2000). *Comunidad iberoamericana virtual de educación matemática*. En: IV simposio SEIEM (Huelva 2000). Disponible en internet: http://www.ugr.es/local/seiem/IV_Simposio.htm (Consulta 23 de junio 2007).
64. Godino, J. y Llinares, S. (2000). El interaccionismo en educación matemática. *Revista Educación Matemática*. 2000. vol. 12, no 1, pp. 70-92.

65. Godino, J. (2002). La formación matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las matemáticas: El proyecto EDUMAT-MAESTROS. V Simposio sobre Aportaciones del área Didáctica de la Matemática a diferentes Perfiles Profesionales. (Universidad de Alicante. Febrero, 2002).
66. Godino, J. et al. (2003). "Recursos interactivos para el estudio de las fracciones: Análisis Matemático mediante la Teoría de las Funciones Semióticas". En XVIII Reunión del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de la Matemática [SIIDM, Grupo DMDC-SEIEM], (Córdoba, Abril 2003). Disponible en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/siidm/> (Consultado el 8 de mayo del 2005).
67. González, D. y Giménez, J. (1992). "Análisis de una experiencia semipresencial para la formación geométrica a distancia". En: I Congreso Europeo de Tecnología de la Información en la Educación: una visión crítica. (Barcelona 1992).
68. Guin, D. y Trouche, L. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: The case of calculators. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 1999. núm. 3.
69. Guin, D. y Trouche, L. (2005). Distance training, a key mode to support teachers in the integration of ITC. En congreso: European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4), (Sant Feliu de Guíxols, España, 17 - 21 de febrero 2005).
70. Hine, C. (2000). *Virtual Ethnography*. ISBN 9780761958963. SAGE, Londres.
71. Juárez, M. y Waldegg, G. (2005). Aprendizaje colaborativo, uso de las NTIC e interacción entre profesores de ciencias: habilidades requeridas y problemas. *Revista Electrónica de Investigación Educativa (REDIE)*. 2005. 7(2). Disponible en internet: <http://redie.uabc.mx/vol7no2/contenido-juarez2.html>. [Consulta el 23 de junio 2007].
72. Kilpatrick, J. (1996). Valoración de investigación en didáctica de las matemáticas: Más allá del valor aparente. En *Investigación y didáctica de las matemáticas*. Puig, L. y Caldeón, J. ISBN 84-369-2811-3. Memorias del seminario de

"investigación y didáctica de las matemáticas", celebrado en Madrid del 27 de febrero al 1o. de marzo 1995.

73. Krainer, K., (1999). "Teacher education and investigations into teacher education" En: European research in mathematics education I.III. From a Study of Teaching Practices to Issues in Teacher Education [CERME], (Osnabrück, 1999).
74. Kyriazis, A. y Korres, K. A. (2002). Pre-service and in-service teachers of mathematics training in teaching with the use of computers. En: 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level) [ICTM2]. (University of Crete, Hersonissos, Crete, Greece. 1 – 6 Julio de 2002).
75. Leontiev, A. N. (1982). Actividad Conciencia Personalidad. Pueblo y Educación, La Habana.
76. Leontiev, A. N. (1973). El hombre y la cultura. Grijalbo, México.
77. Lewis, R. (2001). "Grupos de trabajo en comunidades virtuales", En: Jornadas de la xarxa. [FREREF NTI], (UOC. 9 y 10 de julio del 2001).
78. Linaza J. L. [Compilador] (1986). Jerome Bruner. Acción, pensamiento y lenguaje. Alianza editorial. México. Segunda edición.
79. Llinares, S. (2000). Intentando comprender la práctica del profesor de matemáticas. En J. Ponte y Serraziuna, L. (eds.) Educação Matemática em Portugal, Espanha e Italia. Actas de la Escuela de Verano -1999. Sociedades de Educação Matemática de Sociedade Portuguesa de Ciencias de la Educação. 2000. pp. 109-132.
80. Labarrere, A. F. (1997). Interacción en ZDP: ¿Qué puede ocurrir para bien y qué para mal? En Memorias del Congreso "Pedagogía-97", "Encuentro por la unidad de los educadores latinoamericanos". La Habana (Cuba), realizado del 4 al 7 de Febrero de 1997.
81. LLOSA, Josep, et al. (1998). "Modulo scheduling with reduced register pressure". *IEEE Transactions on computers*.1998, vol 47, núm. 6, p. 625-638.
82. Ludwing. M., et al. (2001). "An Internet-supported Teaching and Learning System in Mathematics Teacher (MaDiN)" En: Education European Reasearch in Mathematics Education II, [CERME II], (República, Checa. Febrero del 2001).

83. Luria, A. R. (1986). Las funciones corticales superiores del hombre. ISBN 968-476-504-5. Fontamara, México.
84. Marinko, G. (1990). ¿Que ese la revolución científico-técnica? Progreso, URSS. Progreso. Traducción del ruso por Boris Semiónov.
85. Mariotti, M. A. (2002). The Influence of Technological advances on Students' Mathematics. En Handbook of International Research in Mathematics Education. Editor M. B. Bussi. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
86. Martínez, Rubén Darío et al. (2000). "Sobre herramientas cognitivas y aprendizaje colaborativo". En: V Congreso Iberoamericano de Informática educativa [RIBIE2000], (viña del mar, Chile. 4, 5 y 6 de diciembre 2000).
87. Méndez, J. A. (1998). Presentación, selección y traducción del artículo: Líneas fundamentales de una filosofía de la técnica. Acerca de la historia del surgimiento de la cultura desde nuevos puntos de vista. Teorema. 1998. vol. XVII, núm 3. Edición electrónica. 2000.
88. Montiel, G. (2005). "Interacciones en un escenario en línea. El papel de la socio epistemología en la resignificación del concepto de derivada". Relime. 8(9). pp. 219-235.
89. Murillo Ramón, J. (2002). Un modelo de instrucción utilizando como soporte una red electrónica. Un ejemplo aplicado a la enseñanza de las matemáticas en Secundaria. Tesis doctoral. 2002. Director. Josep M. Fortuny. Universidad Autónoma de Barcelona. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias.
90. Murphy, T. et al. (2002). "Using Web-Based Interactive Graphics to Enhance Understanding of Parametric Equations: Lessons Learned". En: 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level) [ICTM2]. (University of Crete, Hersonissos, Crete, Greece. 1 – 6 Julio del 2002).
91. Nanjappa, A. y Grant, M. M. Constructing on Constructivism: The Role of Technology. Electronic Journal for the Integration of Technology in Education. 2002. vol. 2, núm. 1.

92. Nava, A. (1990). "Una propuesta para hacer álgebra de gráficas utilizando la microcomputadora". Tesis de Maestría. Director. Fernando Hitt. Universidad Autónoma de Guerrero. Facultad de Matemáticas.
93. Nava Casarrubias, Atanacio. (2005). "La formación de profesores de Matemáticas en un Entorno Interactivo". Trabajo de doctorado. 2005. Director. Dr. Josep M. Fortuny Universidad Autónoma de Barcelona. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias.
94. Noss, R. y Hoys, C. (1997). Windows. on Mathematical Meanings: Learning. Cultures and Computers. Colección Bolonia. Editorial Iberoamérica, México.
95. Orellana, D. M. (2007). Entornos virtuales: Nuevos espacios para la investigación Cuantitativa. Revista Electrónica Teoría de la Educación, 8(1), 6-24.
96. Papert, S. (1984). Desafío a la mente: Computadoras y Educación. Buenos Aires: Galápagos.
97. Pea, R. D. (1987). Cognitive Technologies for Mathematics Education. En Schoenfeld, A.H. (ed.), Cognitive Science and Mathematics Education, Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ. p. 98. URL http://halshs.archives-ouvertes.fr/docs/00/19/05/47/PDF/A41_Pea_87b.pdf.
98. Pepin, B. (1999). Existing models of knowledge in teaching: developing an understanding of the Anglo/American, the French and the German scene. TNTEE Publications. 1999. vol. 2, núm. 1. pp. 49-66.
99. Pérez, A. (2002). Elementos para el análisis de la interacción educativa en los nuevos entornos de aprendizaje. Revista pixel. 2002. núm 19.
100. Piaget, J. y García, R. (1987). Psicogénesis e historia de la ciencia. Siglo veintiuno editores, México.
101. Piaget, J. (2008). Biología y conocimiento. Siglo XXI, México, decimoquinta edición.
102. Poincare, H. (1984). Filosofía de la Ciencia. México: Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. Segunda edición.
103. Puig, L. (1997). Análisis fenomenológico. En L. Rico (Coord.). La educación matemática en la enseñanza secundaria. Barcelona: Horsori/ICE. 1997. Capítulo 3.
104. Pupo, R. (1990). La actividad como categoría filosófica. Ciencias Sociales, Habana.

105. Putnam, R. T. y Borko, R. (2000). El aprendizaje del profesor: Implicaciones de las nuevas perspectivas de la cognición. En Biddle B. J., Good, T. L. y Goodson, I. F. (eds.). La enseñanza y los profesores I. La profesión de enseñar. Paidós, Barcelona. pp. 219-269. Capítulo 4. Traducción de José Bayo Margalef.
106. Quinlan, James Edward (2007). Profiles of software utilization by University Mathematics Faculty. Trabajo de doctorado. Ohio State University. College of Education.
107. Radford, L. (1998). "On Culture and Mind: A Post-Vygotskian Semiotic Perspective With an example from Greek Mathematical Thought" En: 23rd Annual Meeting of the Semiotic Society of America, (Victoria College, University of Toronto, 15, 16 , 17 y 18 de octubre de 1998).
108. Radford, L. (2000). Sujeto, objeto, cultura y la formación del conocimiento, Educación Matemática, 12(1), 51-69.
109. Rego, T. C. (1996). Vygotsky – Uma perspectiva histórico-cultural da educação. Vozes, Brazil, 1996.
110. Rico M. Pilar (2003) La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de Aprendizaje. Editorial Pueblo y Educación. La Habana, Cuba.
111. Rizo, C. y Campistrous, L. (2008). Una didáctica para el tratamiento de las situaciones de aprendizaje de la geometría con un enfoque dinámico en la escuela. Revista UNO, No. 049. Julio-Septiembre 2008. Grao, Barcelona.
112. Roblyer, M. D. y Ekhaml, L. (2000). How Interactive are YOUR Distance Courses? A Rubric for Assessing Interaction in Distance Learning. Journal of Distance Learning Administration. 2000. vol. 3, núm. 2.
113. Rodríguez, R. (2003). "L'aprenentatge de les matemàtiques com a participació i construcció social en un entorn virtual". Tesis doctoral. 2003. Director. Josep M. Fortuny. Universidad Autónoma de Barcelona. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias.
114. Rojano, T. (2003). Incorporación de entornos tecnológicos de aprendizaje a la cultura escolar: proyecto de innovación educativa en matemáticas y ciencias en escuelas secundarias públicas de México. *Revista Iberoamericana de Educación*

- [en línea]. Organización de los estados Iberoamericanos, 2003. [Consulta el 28 agosto 2006]. Bimensual. En Internet: <http://www.rieoei.org/rie33a07.htm>
115. Rodríguez G. , Gil Flores, J. y García Jiménez, E. (1996) Metodología de la Investigación Cualitativa. El estudio de casos. Capítulo 4. Ed. Aljibe, Málaga 1996.
116. Rodríguez, R. y Fortuny, J. M. (2003). Mathematics learning as participation in a community of practice (revision ESM).
117. Roschelle, J., Kaput, J., y Stroup, W. (2000). SimCalc: Accelerating students' engagement with the mathematics of change. In M. Jacobson & R. Kozma (Eds.), *Educational technology and mathematics and science for the 21st century* (pp. 47-75). Mahwah, NJ: Erlbaum.
118. Sánchez, M. y Farfán, R.M. (2005). Un estudio sobre interacciones y comunicación en educación matemática a distancia. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18. CLAME, México. Url http://web.mac.com/mario.sanchez/Sitio_web/Producci%C3%B3n_escrita_files/Un_estudio_sobre_interacciones.pdf
119. Santandreu, M. M. (2005). El profesorado de matemáticas frente al uso de las tecnologías de la información y la comunicación. Edutec, (19).
120. Sierpinska, A. y Lerman, S. (1996). Epistemologies of mathematics and of mathematics education. En: Bishop et al. (eds.). International Handbook of Mathematics Education. Dordrecht, HL: Kluwer. 1996. (pp. 827-876). Traducción parcial por: Juan D. Godino.
121. Silva, J. (2006). Hacia la Comprensión de las Interacciones en un Foro de Discusión Online. En: J. Sánchez (Ed.): Nuevas ideas en Informática Educativa. Chile: LOM Ediciones. 2006. pp. 140-152 Volumen 2.
122. Silva, J. y Gros, B. (2005). La formación del profesorado como docentes en los espacios virtuales de aprendizaje. Revista Iberoamericana de Educación. 2005. vol. 1, núm. 36. Disponible en internet: http://www.campus-oei.org/revista/tec_edu32.htm [25 junio 2007].
123. Schon, D.A. (1983). The reflective practitioner – How professional think in action. Basic Books, 1983.

124. Shulman, L. S. (2005). Conocimiento y enseñanza: Fundamentos de la Nueva reforma. Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado. 9(2) (2005).
125. SOURY-LAVERGNE, S. (1988). "Étayage et explication dans le préceptorat distant, le cas de TéléCabri". Tesis doctoral. 1988. Université Josep Fourier. UFR Informatique et Mathématiques appliquées. Grenoble.
126. Skinner, B.F. (1954). The science of learning and the art of teaching. Harvard Educational Review. (24): 86-97.
127. Skinner, B. F. (1970). La tecnología de la enseñanza. Editorial Labor. Barcelona, España. 1970.
128. Skinner, B. F. [An autobiography] (1967). En E.G. Boring & G. Lindzey (eds.) A history of psychology in autobiography (Vol. 5). New York: Appleton-Century-Crofts.
129. Suárez, C. N. (2002). Entornos virtuales de aprendizaje: interfaz de aprendizaje cooperativo. Tesina. Director Ángel García del Dujo. Departamento de Teoría e Historia de la Educación. Facultad de Educación. Universidad de Salamanca.
130. Trouche, L. (2004). Environments informatisés et mathématiques: Quels usages pour quels apprentissages? Educational Studies in Mathematics 2004. núm. 55.
131. UNESCO. (2002). Aprendizaje abierto y a distancia Consideraciones sobre tendencias, políticas y estrategias. ISBN 9974-32-348-7. TRILCE, Uruguay. Traducción al español Fernanda Trías.
132. UNESCO. (2006). La integración de las tecnologías de la Información y la Comunicación en los sistemas educativos. Estado del arte y orientaciones estratégicas para la definición de políticas educativas en el sector. ISBN 950-00-0560 3. International Institute for Educational Planning, Paris.
133. UNESCO. (2008). Estandáres de competencias en TIC para docentes. UNESCO, Paris. Traducción al español Fundación Gabriel Piedrahita. Url <http://www.eduteka.org/pdfdir/UNESCOEstandaresDocentes.php> [Consulta 31 julio 2009].

134. Vayreda, Agnès. (2000). Un model d'anàlisi de la interacció electrònica. En I Jornada sobre "Comunicació Mediatitzada per Ordinador en Català (CMO-Cat)". (Universitat de Barcelona, 1 de diciembre del 2000).
135. Vigotsky, L. (1988). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Grijalbo, México.
136. Vygotsky, L. S. (2005). Pensamiento y lenguaje. México: Ediciones Quinto Sol. 8ª. Reimpresión.
137. Waldegg Casanova, G. y Pacheco, M.J. (2005). Aprendizaje colaborativo, uso de las NTIC e interacción entre profesores de ciencias: habilidades requeridas y problemas. REDIE: Revista Electrónica de Investigación Educativa, ISSN 1607-4041, Vol. 7, Nº. 2, 2005. Universidad de La Rioja.
138. Weigand, H.G. (2000). New Ways of Communicating in Mathematics Teacher Education: Linking to the Internet. En Weigand, H.G. et al. (ed.), Selected Papers from the Annual Conference on Didactics of Mathematics, Potsdam. Verlag Franzbecker. Berlin.
139. Wertsch, J. V. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente*. Barcelona: Paidós.
140. Williamson, D. y Kaput J. (1999). Mathematics and Virtual Culture: An evolutionary perspective on technology and mathematics education. Educational Studies in Mathematics. 1999. núm. 37.
141. Yacke, E., Cobb, P. y Wood, T. (1999). The Interactive Constitution of Mathematical Meaning in One Second Grade Classroom: An Illustrative Example. Journal of mathematical behavior. 1999. 4(17). pp. 469-488.

NOTAS

- [1] "Windows on Mathematical Meanings: Learning Cultures and Computers" [Ventanas sobre los significados matemáticos: culturas del aprendizaje y computadoras], escrito en colaboración con Celia Hoyles, ha sido publicado en 1997.