



Universitat Autònoma de Barcelona

**ADVERTIMENT.** L'accés als continguts d'aquesta tesi queda condicionat a l'acceptació de les condicions d'ús establertes per la següent llicència Creative Commons:  [http://cat.creativecommons.org/?page\\_id=184](http://cat.creativecommons.org/?page_id=184)

**ADVERTENCIA.** El acceso a los contenidos de esta tesis queda condicionado a la aceptación de las condiciones de uso establecidas por la siguiente licencia Creative Commons:  <http://es.creativecommons.org/blog/licencias/>

**WARNING.** The access to the contents of this doctoral thesis it is limited to the acceptance of the use conditions set by the following Creative Commons license:  <https://creativecommons.org/licenses/?lang=en>



**Universitat Autònoma  
de Barcelona**

**Escola d'Enginyeria  
Departament d'Enginyeria Electrònica**

**MODELIZACIÓN COMPACTA DE LAS CARACTERÍSTICAS DE  
CONDUCCIÓN DE DISPOSITIVOS DE CONMUTACIÓN  
RESISTIVA**

**Una tesis presentada por Juli Blasco Solans en cumplimiento de los  
requisitos para el Grado de Doctor en Ingeniería Electrónica y de  
Telecomunicación**

**Supervisado por el Dr. Enrique Alberto Miranda  
Bellaterra, 2017**



# Agradecimientos

Mis agradecimientos en primer lugar para el Dr. Enrique Miranda y el Dr. Jordi Suñé, por la oportunidad que me brindaron de poder investigar y desarrollar mi tesis doctoral. Agradecer también a compañeros de despacho y del Departamento de Ingeniería Electrónica los buenos momentos compartidos, ayuda y apoyo. El calor humano desprendido en el ambiente de trabajo superó con creces al del despacho en verano, donde la incidencia del aire acondicionado es equivalente al del rozamiento del aire en un problema de física de Bachillerato.

Quiero agradecer a la Dra. Francesca Campabadal y a la Dra. Mireia González por su colaboración y apoyo vitales para la obtención de los resultados del capítulo 5. Sus consejos y conocimientos han sido de gran valor. Quiero agradecer también en el marco de este capítulo la colaboración y ayuda del Dr. Xavier Borrisé y el equipo del área de nanolitografía de la Sala Blanca del IMB-CNM.

Agradecer también las colaboraciones de los miembros del Departamento de Materia Condensada de la Comisión Nacional de Energía Atómica de Buenos Aires, del Departamento de Electricidad y Electrónica de la Universidad de Valladolid, del Departamento de Química de la Universidad de Helsinki, del Instituto de Ingeniería Eléctrica de Bratislava y de nuevo del IMB-CNM.

Doy gracias a mi familia, siempre ahí en los buenos y malos momentos que han ocurrido durante este periodo investigador. Si algo he comprobado de mí mismo en este periodo e incluso un buen compañero de departamento me recordó recientemente, es que, si bien no soy de piedra y puedo caer, soy de los que se levanta.

Olga, Esther, Zaida, Marc, Amer, Cris, Navid, Jaume, Óscar, Casabona, J. Luis, De Amo, Randino y familias, MalditosCuleros. Gracias, amigos.

NaCIU2.



# Índice

<b>Tesis como compendio de trabajos previamente publicados</b>	7
<b>Presentación</b>	11
<b>1. Introducción</b>	15
<b>1.1. Breve historia de la conmutación resistiva</b>	15
<b>1.2. Clasificación del fenómeno de conmutación resistiva</b>	18
<i>1.2.1. Conmutación unipolar</i>	20
<i>1.2.2. Conmutación bipolar</i>	20
<i>1.2.3. Conmutación volátil</i>	22
<b>1.3. Conmutación resistiva filamentaria y no filamentaria</b>	23
<i>1.3.1. Conmutación filamentaria</i>	23
<i>1.3.2. Conmutación no filamentaria</i>	27
<b>1.4. Aplicaciones presentes y futuras</b>	28
<i>1.4.1. Nuevas memorias no volátiles</i>	28
<i>1.4.2. Conmutación multinivel</i>	30
<i>1.4.3. Crossbar arrays</i>	31
<b>2. Modelos para la conmutación resistiva</b>	33
<b>2.1. Clasificación de modelos</b>	34
<b>2.2. Modelo conductual</b>	37
<b>2.3. Modelos del tipo memristivo</b>	38
<i>2.3.1. Modelo de vacantes de oxígeno</i>	40
<i>2.3.2. Modelo de memristor-rectificador</i>	44
<i>2.3.3. Modelo de barrera de potencial</i>	47
<i>2.3.4. Modelo de barrera Schottky</i>	51

2.3.5. Modelos de conducción basados en $\sinh(x)$	.....	53
<b>3. Modelo circuital para la conmutación resistiva bipolar</b>	.....	<b>57</b>
<b>3.1. Modelo de contacto puntual cuántico</b>	.....	<b>60</b>
<b>3.2. Modelo circuital</b>	.....	<b>64</b>
<b>3.3. Función potencial</b>	.....	<b>67</b>
<b>3.4. Funciones sigmoide</b>	.....	<b>69</b>
3.4.1. Función logística	.....	69
3.4.2. Función logística generalizada	.....	73
3.4.3. Función generalizada normal	.....	76
<b>4. Modelización de los lazos histeréticos internos</b>	.....	<b>79</b>
<b>4.1. Operador de Krasnosel'skiĭ – Pokrovskiĭ</b>	.....	<b>82</b>
<b>4.2. Modelo de Preisach</b>	.....	<b>85</b>
4.2.1. Plano de Preisach	.....	86
4.2.2. Espacio de estados	.....	87
4.2.3. Ajuste de conmutación multinivel	.....	98
4.2.4. Combinación de histerones	.....	102
4.2.5. Resultados preliminares de identificación del histerón	.....	106
<b>4.3. Modelo de Takács</b>	.....	<b>108</b>
<b>5. Fabricación de estructuras MIM</b>	.....	<b>111</b>
<b>5.1. Concepto de la estructura MIM</b>	.....	<b>113</b>
<b>5.2. Caracterización eléctrica</b>	.....	<b>115</b>
<b>5.3. Simulaciones de resultados preliminares</b>	.....	<b>117</b>
<b>6. Conclusiones</b>	.....	<b>121</b>
<b>Referencias</b>	.....	<b>125</b>
<b>Publicaciones</b>	.....	<b>149</b>
<b>Anexo I: Resolución de funciones logísticas</b>	.....	<b>181</b>
<b>Anexo II: Modelo de Preisach</b>	.....	<b>185</b>
<b>Anexo III: Extracción de histerón</b>	.....	<b>195</b>
<b>Anexo IV: Modelo de Takács</b>	.....	<b>197</b>
<b>Anexo V: Proceso de fabricación de estructuras MIM (Metal superior)</b>	.....	<b>201</b>

## Tesis como compendio de trabajos previamente publicados

### ARTÍCULOS INCLUIDOS EN ESTA TESIS POR COMPENDIO DE PUBLICACIONES

**A** **Blasco J**, Ghenzi N, Suñé J, Levy P, Miranda E. “Modeling of the Hysteretic  $I-V$  Characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based resistive switches using the generalized diode equation”. *Electron Device Letters, IEEE* Vol. 35, No. 3, 390-2, 2014.

**B** **Blasco J**, Castán H, García H, Dueñas S, Suñé J, Kemell M, Kukli K, Ritala M, Leskelä M, Miranda E. “Single-parameter model for the post-breakdown conduction characteristics of  $\text{HoTiO}_x$ -based MIM capacitors”. *Microelectronics Reliability*, Vol. 54, No. 9-10, 1707-11, 2014.

**C** **Blasco J**, Jančovič P, Fröhlich K, Suñé J, Miranda E. “Modeling of the switching  $I-V$  characteristics in ultrathin (5 nm) atomic layer deposited  $\text{HfO}_2$  films using the logistic hysteron”. *Journal of vacuum Science & Technology B*, Vol. 33, No. 1, 01A102. 2015.

**D** **Blasco J**, Ghenzi N, Suñé J, Levy P, Miranda E. “Equivalent circuit modeling of the bistable conduction characteristics in electroformed thin dielectric films”. *Microelectronics Reliability*, Vol. 55, No. 1, 1-14. **INTRODUCTORY INVITED PAPER**. 2015.



## EN PREPARACIÓN

**Blasco J**, Castán H, García H, Dueñas S, Gonzalez M B, Campabadal F, Suñé J, Miranda E, “Preisach-like modeling of multilevel conduction in bipolar resistive switching devices”, 2017.

## OTRAS PUBLICACIONES COMO COAUTOR

Miranda E, Mehonic A, **Blasco J**, Suñé J, Kenyon AJ. “Multiple Diode-Like Conduction in Resistive Switching SiO<sub>x</sub>-Based MIM Devices”. IEEE Transactions on Nanotechnology, Vol. 14. No. 1, 15-17, 2015.

Miranda E, Jiménez D, Tsurumaki-Fukuchi A, **Blasco J**, Yamada H, Suñé J, Sawa A. “Modeling of hysteretic Schottky diode-like conduction in Pt/BiFeO<sub>3</sub>/SrRuO<sub>3</sub> switches”. Applied Physics Letters, Vol. 105, No. 8, 082904, 2014.

Miranda E, Riccio M, De Falco G, **Blasco J**, Suñé J, Irace A. “Assessing the spatial correlation and conduction state of breakdown spot patterns in Pt/HfO<sub>2</sub>/Pt structures using transient infrared thermography”. Journal of Applied Physics, Vol. 115, No. 17, 174502, 2014.

## CONTRIBUCIONES A CONGRESOS

- **Blasco J**, Ghenzi N, Suñé J, Levy P, Miranda E. “Equivalent Circuit Model for the Switching Conduction Characteristics of TiO<sub>2</sub>-Based MIM Structures”. Book of Proceedings, Microelectronics Conference, MIEL 2014, May 2014. Belgrade, Serbia. **BEST CONFERENCE PAPER**
- **Blasco J**, Jančovič P, Fröhlich K, Suñé J, Miranda E. “Modeling of the resistive switching I-V characteristics of Pt/HfO<sub>2</sub>/TiN structures using antiparallel asymmetric diodes”. Book of Proceedings, Workshop on Dielectrics for Microelectronics, WODIM 2014, June 2014. Kinsale, Ireland.
- **Blasco J**, Castán H, García S, Dueñas J, Suñé J, Kemell M, Kukli K, Ritala M, Leskelä M, Miranda E. “Generation of Diode-Like Structures with Maxwellian Series Resistance in Electrically Stressed HoTiO<sub>x</sub> Thin Films”. 15<sup>th</sup> edition of Trends in Nanotechnology International Conference, TNT 2014, October 2014. Barcelona, Spain.
- Miranda E, Jiménez D, **Blasco J**, Suñé J, Tsurumaki-Fukuchi A, Yamada H, Sawa A. “Modeling of the IV and It characteristics of multiferroic BiFeO<sub>3</sub> layers” 10<sup>th</sup> Spanish Conference on Electron Devices (CDE), February 2015, 1-3

- **Blasco J**, Suñé J, Miranda E. “Modeling of the Conduction Characteristics of Voltage-Driven Bipolar RRAMs Including Turning Point Effects”. 45th European Solid State Device Research Conference (ESSDERC), September 2015, 44-47. Graz, Austria.
- **Blasco J**, Ortega R, Suñé J, Puig T, Aymerich X, Miranda E. “Simulation of the Partial Resets in the Resistive Switching Characteristics of  $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$  Thin Films”. International Workshop on Oxide Electronics 23, October 2016. Nanjing, China.



## Presentación

El uso de estructuras metal-óxido-metal estimuladas eléctricamente como elementos de base en memorias no volátiles se considera actualmente una alternativa viable para la implementación de sistemas de almacenamiento de información de alta capacidad y aplicaciones lógicas [Was07,Was09,Chu10,Kim11b,Ha11,Sac12].

El principio operacional de estos dispositivos como elementos de memoria se basa en su capacidad de soportar la formación y ruptura reversible de uno o múltiples caminos filamentosos que atraviesan la capa dieléctrica durante un gran número de ciclos de lectura-escritura ( $>10^{10}$ ) [Kim14]. El fenómeno físico es conocido como efecto de conmutación resistiva y ha sido observado en numerosos compuestos binarios, ternarios, y perovskitas tales como NiO, HfO<sub>2</sub>, Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, ZnO, SiO<sub>x</sub>, CeO<sub>x</sub>, Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SnO<sub>2</sub>, ZrO<sub>2</sub>, MgO, Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, Yb<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, SrTiO<sub>3</sub>, Pr<sub>1-x</sub>Ca<sub>x</sub>MnO<sub>3</sub> y La<sub>1-x</sub>Ca<sub>x</sub>MnO<sub>3</sub>, entre otros. La simplicidad, bajo coste, alta durabilidad, corto tiempo de conmutación, escalabilidad, capacidad de almacenamiento de múltiples bits, intensidad controlable por programación y en algunos casos compatibilidad con la tecnología CMOS convencional hacen de estos dispositivos de memoria serios competidores de las memorias basadas en mecanismos de transferencia de carga, tales como las FLASH [Chu10,Zhi11,Dit12,Pen13]. Sin embargo, a pesar de estas ventajas, la variabilidad y confiabilidad son aún las mayores preocupaciones relacionadas con estos dispositivos. Esta tecnología prometedora no solo la encontramos en la forma de dispositivos aislados si no que puede adoptar forma de arrays apilables [Yan09,Yan09b,Hua12b].

La línea de investigación en la que se enmarca esta tesis doctoral se sitúa en torno a un modelo compacto para las características de conducción de estructuras metal-aislante-metal (MIM) en las que se observa el fenómeno de conmutación resistiva o como es más conocido en inglés, resistive switching (RS). Los materiales seleccionados han sido principalmente óxido de titanio (TiO<sub>2</sub>) y óxido de hafnio (HfO<sub>2</sub>). En el caso del TiO<sub>2</sub> las actividades se han realizado en colaboración con el grupo de Física de Materiales de la Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires, Argentina. En el caso del HfO<sub>2</sub>, se ha colaborado con el Institute of Electrical Engineering, SAS, Bratislava, Eslovaquia. También se ha trabajado con otros materiales y otros grupos de investigación

(University College London, Universidad de Valladolid, University of Helsinki, etc.). El modelo propuesto consiste en una representación circuital equivalente formada por diodos y resistencias series y paralelo. La ecuación resultante del circuito se resuelve utilizando la función W de Lambert [Win03]. Para incluir esta función en un modelo compacto se requieren aproximaciones especiales. El efecto de memoria se representa como una relación recursiva para una variable interna del dispositivo tal como se considera en sistemas memristivos [Jog09,Shi10,Esh12]. También se han desarrollado las herramientas para que el modelo propuesto inicialmente incluya el efecto de memoria (comportamiento de histéresis) pero de manera más general. Se trata de una aproximación del tipo Preisach [Pre35]. Esto es una novedad en el área de modelado compacto de la conmutación resistiva. Por otro lado, la actividad también se ha centrado en la fabricación de estructuras MIM de dimensiones pequeñas que muestren conmutación resistiva, con estructuras definidas como cruce de dos líneas de metal de dimensiones pequeñas (tipo crossbar). Las muestras se han fabricado en el Centro Nacional de Microelectrónica (ICMAB-CNM) bajo la supervisión de la Dra. Francesca Campabadal y de la Dra. Mireia González. Al presentarse esta tesis en formato de compendio de publicaciones, los resultados mostrados harán referencia a los artículos publicados elaborados como primer autor. Los temas a tratar en los distintos capítulos serán los siguientes:

- En el capítulo 1 se introduce la fenomenología asociada a la conmutación resistiva: tipos de conmutación (bipolar, unipolar, filamentaria, no filamentaria, de transiciones de estado suaves o abruptas, etc.), materiales usados, tecnología asociada (arrays, crossbar, etc.) y aplicaciones futuras.
- En el capítulo 2 se recopilan los tipos de modelos de conmutación resistiva. Se presenta el estado del arte en modelos de descripción memristiva previo a la presentación al modelo compacto desarrollado como parte de esta tesis.
- El capítulo 3 describe el modelo circuital utilizado para representar la conmutación resistiva desde sus inicios: el modelo del contacto puntual cuántico (QPC). También describe la evolución de la función sigmoide considerada, función esencial para la simulación de los estados de baja (HRS) y alta (LRS) conducción del ciclo de histéresis.
- Los modelos descritos en el capítulo 4 añaden a la capacidad de simular transiciones de estado completas del capítulo anterior, la posibilidad de simular también transiciones parciales.
- El capítulo 5 se centra en la fabricación de estructuras del tipo MIM llevada a cabo en el CNM-ICMAB,Barcelona, y en la que el doctorando participa diseñando la la forma del metal superior de la MIM. Se describe la estructura

fabricada, se muestran los resultados de la caracterización eléctrica y se representan los datos experimentales utilizando alguno de los modelos reportados en los puntos anteriores.

- Finalmente el capítulo 6 presenta las conclusiones obtenidas como consecuencia de las investigaciones desarrolladas a lo largo de la tesis.



# 1.

## Introducción

La conmutación resistiva o resistive switching (RS) hace referencia al fenómeno físico en el que la resistencia de un material dieléctrico cambia reversiblemente en respuesta a la aplicación de un campo eléctrico externo. Se diferencia del fenómeno de ruptura dieléctrica en el hecho de que para esta última, la reducción de la resistencia del dieléctrico es permanente y no es posible volver al estado original (la muestra queda muy dañada en algunos casos). Habitualmente el cambio en la resistencia es no volátil, es decir el estado de resistencia perdura un tiempo indefinido en ausencia del estímulo eléctrico. Nótese que este fenómeno ocurre en una amplia variedad de materiales [Dea70], incluyendo óxidos [Pan14], nitruros [Kim10, Kim11], calcogenuros [Lac08], semiconductores [Val13], y compuestos orgánicos [Sco07, Cho11]. No obstante, es en los óxidos binarios y ternarios donde el fenómeno de conmutación resistiva ha sido estudiado con mayor profundidad. En este capítulo se hará un repaso a los orígenes de la conmutación resistiva, su clasificación, mecanismos de conmutación y aplicaciones actuales y futuras.

### 1.1. Breve historia de la conmutación resistiva

Se puede decir que los estudios sobre el fenómeno de conmutación resistiva comenzaron a principios de los años 60. Fue reportado por primera vez por Hickmott [Hic62, Chu11]. En la Fig. 1.1 se muestra la característica  $I$ - $V$  extraída de la publicación de Hickmott para una capa de óxido de aluminio intercalada entre dos electrodos metálicos. La capa de óxido de aluminio creada para esta MIM resultó ser un buen aislante, mostrando un comportamiento exponencial de la corriente en función de la tensión. Frente a un incremento de la tensión de polarización se observó una fuerte disminución de la resistencia del dispositivo; esta caída repentina en la resistencia (denominada originalmente electroformación, *electroforming* [Hia65]) es lo que hoy conocemos básicamente como conmutación resistiva. Se realizaron más estudios en los



60 y 70, y se publicaron propuestas para aplicar el fenómeno en dispositivos de memoria no volátil [Sim67,Dea70,Chu71,Chu76,Bie76].

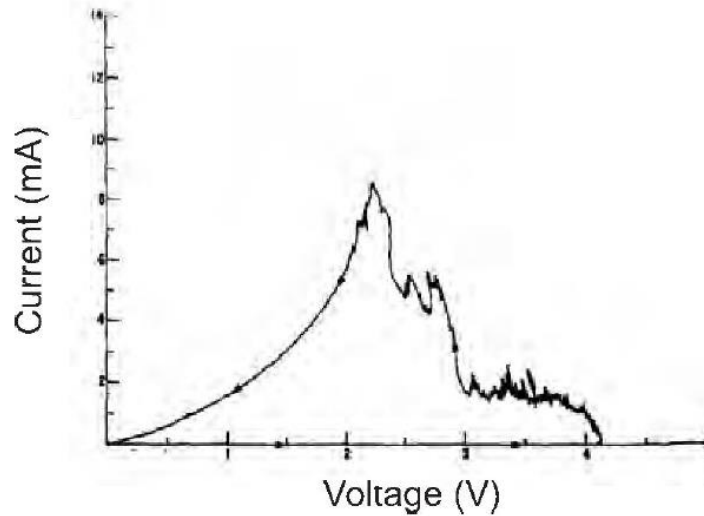


Figura 1.1. Característica  $I$ - $V$  del óxido de aluminio [Hic62].

El interés por la conmutación resistiva se redujo significativamente en los 80 y 90. Esto se debió en parte a los lentos progresos en el entendimiento de la física asociada y la falta de control del mecanismo. Además, el enorme éxito del desarrollo de la electrónica basada en silicio opacó también el interés por las aplicaciones tecnológicas de la conmutación resistiva en el ámbito de las memorias no volátiles. Pero fue durante este período cuando se llevaron a cabo dos avances importantes en el campo de la ciencia y la tecnología relacionados con la conmutación resistiva. El primero, y tras el descubrimiento de la superconductividad a altas temperaturas en compuestos del tipo perovskita-cobre [Bed86], el interés renovado por la física de los óxidos metálicos de transición, especialmente en forma de capa delgada. A partir de este momento, se produjo una alta demanda de óxidos de capa delgada de alta calidad a raíz de las mejoras notables en sus métodos de fabricación, como por ejemplo la deposición (*sputtering*) por radiofrecuencia y la deposición pulsada por láser [Chr94]. Hubo también avances significativos en técnicas experimentales tales como la espectroscopía y la microscopía [Bas11]. El segundo, las consecuencias de la reducción de escala en dispositivos electrónicos que se produjo al mismo tiempo que el notable desarrollo de la tecnología de semiconductores. De acuerdo a la llamada Ley de Moore [Moo98], el número de dispositivos por unidad de área se duplica aproximadamente cada 18 meses. A mediados del 2000, la escala se redujo hasta aproximadamente 100nm [Tho06,Was07], lo cual hizo reflexionar sobre las futuras limitaciones de los dispositivos electrónicos basados en silicio. A partir de ese momento se incrementó el interés por la búsqueda de nuevos materiales y conceptos de dispositivos alternativos para componentes electrónicos futuros, en particular para aplicaciones de memoria no volátil.

En el año 2000 se realizaron avances importantes en el campo de la conmutación resistiva [Bec00,Liu00]. Se observaron cambios de estado no volátiles reversibles y fiables en la resistencia de dispositivos de dos terminales. La Fig. 1.2 muestra la característica  $I$ - $V$  de una capa de  $\text{SrZrO}_3$  dopada con Cr [Bec00], la cual exhibe un cambio repentino en su resistencia de aproximadamente un orden de magnitud en respuesta a una tensión aplicada. Los dos estados de resistencia son metaestables en ausencia de polarización. La Fig. 1.3 muestra que la resistencia de una capa de  $\text{Pr}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  puede cambiar de forma reversible y fiable aplicando pulsos de tensión [Liu00]. Estas publicaciones señalan de forma notable el verdadero potencial del fenómeno de conmutación resistiva para aplicaciones de memoria no volátil y renuevan el interés por la conmutación resistiva [Liu09,Wan10,Hur12,Jim13].

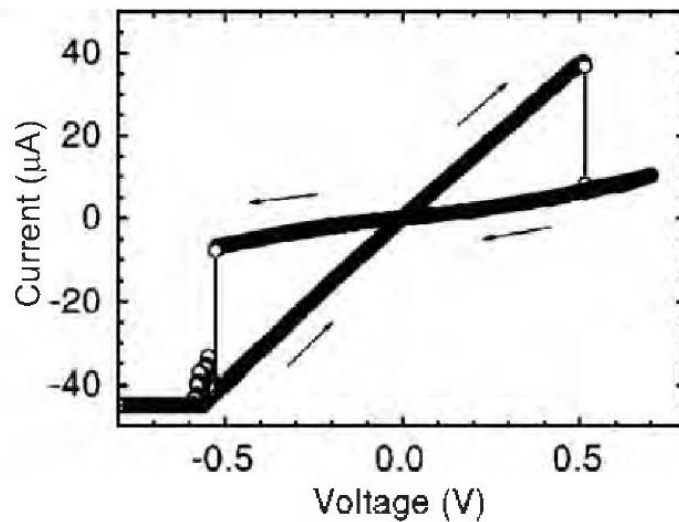


Figura 1.2: Característica  $I$ - $V$  en escala lineal de una capa de  $\text{SrZrO}_3$  dopada con Cr al 0.2% y crecida en un electrodo de  $\text{SrRuO}_3$  [Bec00].

En los años siguientes, la actividad investigadora en el campo de la conmutación resistiva aumentó significativamente. Ha habido numerosos esfuerzos para entender los orígenes físicos de la conmutación y se han propuesto varios mecanismos a nivel microscópico. También se propuso que la conmutación inducida por un campo eléctrico se podía utilizar para la próxima generación de aplicaciones de memoria no volátil [Zhu02,Bae04], ahora llamada RRAM o ReRAM (*Resistive Random-Access Memory*). Sus posibilidades originaron un incremento significativo de las investigaciones tanto en el ámbito académico como industrial. Se han investigado varios materiales como candidatos a RRAM así como sus limitaciones técnicas en el desarrollo de estos dispositivos. Algunas compañías han realizado esfuerzos notables en investigación y diseño para la comercialización de las RRAM, como Samsung y Hewlett-Packard, y han publicado varios resultados relacionados con la tecnología RRAM [Eme13]. Se ha propuesto el uso de la conmutación resistiva en otras aplicaciones tales como

memristores [Str08,Yan08,Yan13,Ama17], neuristores [Pic13], puertas lógicas y conmutadores [Bor10].

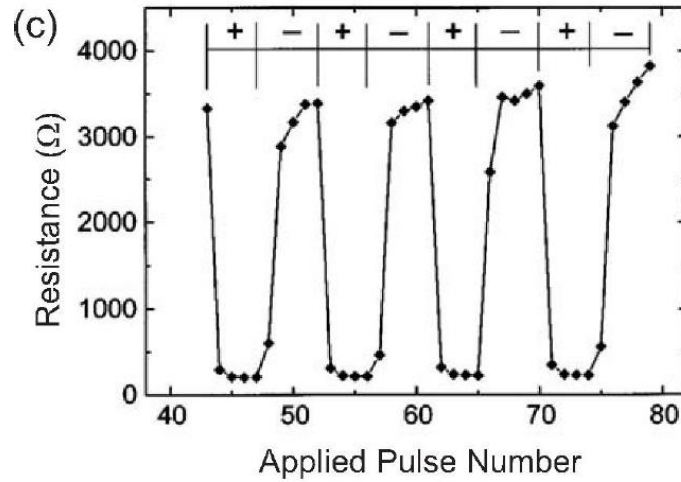


Figura 1.3: Comportamiento de conmutación resistiva inducido por pulsos en una muestra de capa delgada de  $\text{Pr}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3/\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ . La aplicación de pulsos sucesivos positivos y negativos muestra un comportamiento repetitivo y reversible [Liu00].

## 1.2. Clasificación del fenómeno de conmutación resistiva

La Fig. 1.4 muestra el comportamiento básico de un dispositivo de conmutación resistiva. Un aislante tiene en general una resistencia muy grande dado que la energía del gap entre las bandas de conducción y de valencia es mucho más grande que la energía térmica de los portadores a temperatura ambiente ( $\sim 25\text{meV}$ ). Por lo tanto, en su estado inicial, la mayoría de los óxidos tienen una resistencia grande, mientras su composición química se asemeje a su valor estequiométrico. Sin embargo, bajo una tensión externa considerable, el dispositivo entra en un estado de baja resistencia (*Low Resistive State*, LRS). Este proceso se conoce como “electroformación” (*electroforming*) o “formación” (*forming*) y la tensión requerida se denomina “tensión de formación”,  $V_{\text{forming}}$  [Lon12]. Durante el proceso de formación es importante limitar el nivel de la corriente; de lo contrario, puede producirse una ruptura completa en el aislante. Para prevenirlo, se establece un valor máximo de corriente, el cual se denomina en inglés *current compliance* (CC) [Odw73]. Nótese que el proceso de formación es un prerequisite en la mayoría de óxidos para activar el fenómeno la conmutación resistiva.

A continuación del proceso de formación, la resistencia del dispositivo puede ser conmutada entre el estado LRS y un estado de alta resistividad (*High Resistance State*, HRS) dependiendo de la señal de tensión externa. En el estado LRS, a medida que la tensión crece, ocurre un crecimiento repentino de la resistencia. A esto se le llama proceso de *reset*, y a la tensión correspondiente “tensión de *reset*”,  $V_{\text{reset}}$ . El estado HRS es metaestable y se muestra como una característica  $I$ - $V$  no óhmica. Cuando la tensión

externa crece desde cero una vez más, el dispositivo puede conmutar de nuevo al estado LRS cuando se alcanza la tensión de *set*,  $V_{set}$ . A este proceso se lo denomina como proceso de *set*. Nótese que los cambios de resistencia entre los procesos de *set* y *reset* pueden ser abruptos o suaves [Kim11b,Wu11,Liu11,Tan12,Kin12]. Se requiere una limitación de la corriente para evitar una ruptura completa del dieléctrico durante el proceso de *set*, de forma similar a como se procede con la formación [Cao09, Lee10, Che10]. El estado LRS resultante después del proceso de *set* es también estable, y los procesos de conmutación se pueden repetir muchas veces. A pesar de que los valores de LRS y HRS pueden tener variaciones, la magnitud del cambio de la resistencia permanece definida dentro de unos límites. Por lo tanto se pueden utilizar los dos estados metaestables como estados binarios para aplicaciones de memoria no volátil.

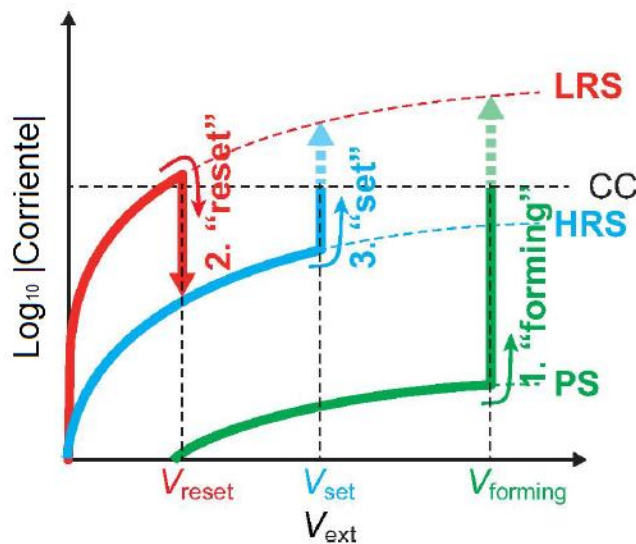


Figura 1.4: Característica  $I$ - $V$  que muestra los procesos de conmutación resistiva [Lee15].

Para un entendimiento adecuado de la física del fenómeno de conmutación resistiva es útil hacer una clasificación de los tipos de conmutación: unipolar, bipolar y volátil. Las conmutaciones unipolar y bipolar ofrecen dos estados estables sin la necesidad de aplicar una polarización y por tanto son útiles para aplicaciones de memoria no volátil. La conmutación volátil, también llamada *threshold switching*, puede tener también múltiples estados en respuesta a una tensión aplicada; sin embargo, solo existe un estado estable cuando la tensión externa es cero. Su “memoria” es por tanto volátil.

Las conmutaciones unipolares se observan normalmente en óxidos binarios de metales de transición, como el NiO, el  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{HfO}_2$  y el  $\text{Nb}_2\text{O}_5$ . Por otra parte, la conmutación bipolar se observa en óxidos ternarios así como en algunos óxidos binarios. Es interesante comprobar que en óxidos monocristalinos solo se observa conmutación bipolar. Se ha observado en algunos óxidos la coexistencia de las conmutaciones unipolar y bipolar, como el  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{SrTiO}_3$ , NiO, etc. La conmutación volátil se ha

observado en óxidos binarios. En las siguientes secciones se describirán las características I-V para cada tipo de fenómeno de conmutación resistiva.

### 1.2.1. Conmutación unipolar

La Fig. 1.5 muestra la característica I-V de una conmutación resistiva unipolar después de que la muestra de óxido experimente el proceso de formación. Por ejemplo, se puede considerar que la muestra se encuentra en el estado LRS y se le aplica una tensión externa positiva. Cuando se alcanza la tensión  $V_{reset}$ , la resistencia crece de forma abrupta y el dispositivo entra en el estado HRS [Yan10]. Este es el proceso de *reset* en el que normalmente la limitación de corriente no se requiere, ya que el valor de la resistencia en el estado HRS es suficientemente alto como para limitar la corriente por sí mismo. El estado HRS permanece inalterable si no se le aplica polarización. Cuando se aplica una tensión externa positiva a la muestra en el estado HRS, se produce una reducción abrupta de la resistencia en la tensión  $V_{set}$ , y la muestra vuelve al estado LRS. Este es el proceso de *set*, y en este caso sí debe establecerse una limitación de la corriente. Normalmente  $V_{set}$  es mayor que  $V_{reset}$ , aunque hay excepciones [Yao12]. Nótese que para una conmutación unipolar de tensión externa de signo opuesto a la tensión aplicada en el caso anterior, esto es, cuando se aplica una polarización negativa ocurren procesos de *set* y *reset* similares. Por lo tanto en un dispositivo real con aplicar tensiones de una sola polaridad es suficiente, de ahí el nombre de “unipolar”.

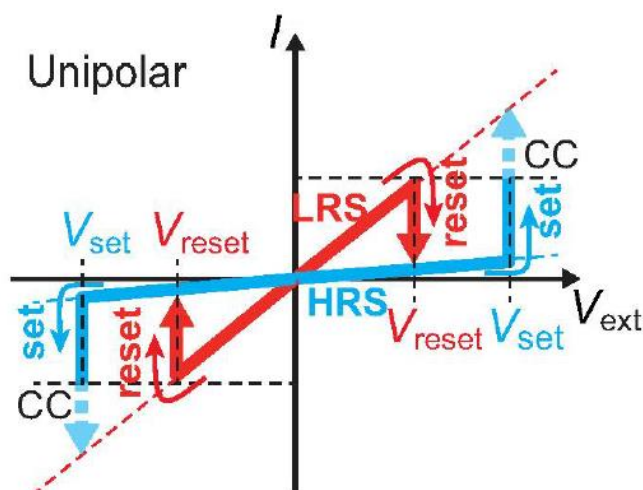


Figura 1.5: Esquema de una característica I-V de una conmutación resistiva unipolar [Lee15].

### 1.2.2. Conmutación bipolar

Para la conmutación bipolar se requieren ambas polaridades, a diferencia del caso unipolar. En la Fig. 1.6 se muestra una forma típica de la característica I-V de una conmutación bipolar. En el caso de la figura se requiere una polarización negativa para

obtener un proceso de *reset* para cambiar el estado del dispositivo de LRS a HRS. Es entonces cuando se requiere una polarización positiva para el proceso de *set* y que el dispositivo pase de HRS a LRS. Esta es la razón por la que recibe el nombre de “bipolar”.

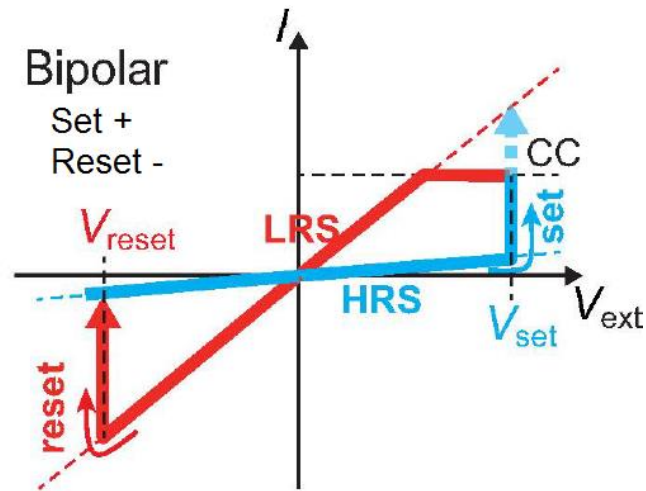


Figura 1.6: Esquema de una característica  $I$ - $V$  de una conmutación resistiva bipolar en la que el proceso de *set* ocurre en polarización positiva y el proceso de *reset* en negativa [Lee15].

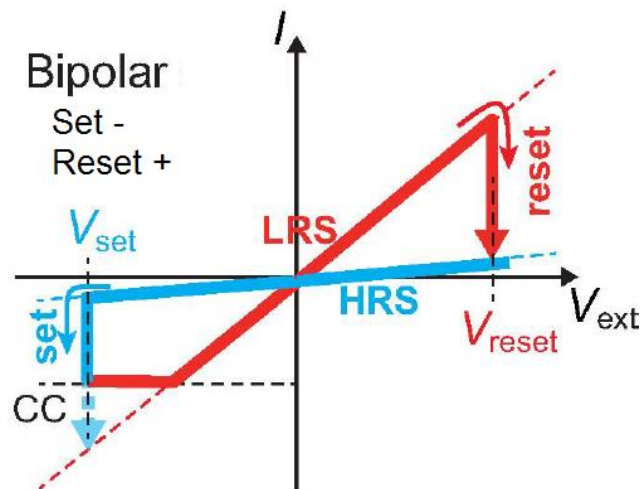


Figura 1.7: Esquema de una característica  $I$ - $V$  de una conmutación resistiva bipolar en la que el proceso de *set* ocurre en polarización negativa y el proceso de *reset* en positiva [Lee15].

Existen dos tipos de conmutación bipolar. Una de ellos se muestra en la Fig. 1.6, donde el proceso de *set* ocurre en polarización positiva mientras que el proceso de *reset* ocurre en polarización negativa. El otro tipo corresponde al caso invertido, mostrado en la Fig. 1.7. El primer tipo de conmutación bipolar ocurre en capas finas de aislantes como  $\text{Sm}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ ,  $\text{BiFeO}_3$ ,  $\text{SrTiO}_3$  dopado con Fe,  $\text{TaO}_x$ ,  $\text{HfO}_x$ . El segundo tipo en  $\text{SiO}_2$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , óxido de grafeno,  $\text{TiO}_2/\text{TiO}_{2-x}$ ,  $\text{Ta}_2\text{O}_{5-x}/\text{TaO}_x$ ,  $\text{SrTiO}_3$ ,  $(\text{Ba,Sr})\text{TiO}_3$ ,  $\text{Ta}_2\text{O}_{5-x}/\text{TaO}_x/\text{TiO}_x$ . Algunos aislantes presentan ambos tipos de conmutación:  $\text{WO}_x$ ,

$\text{Pr}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ ,  $\text{SrTi}_{1-x}\text{Nb}_x\text{O}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$ ,  $\text{SrTiO}_3$  dopado con Cr. La existencia de estos dos tipos de conmutación bipolar tiene su origen a nivel microscópico.

En la conmutación unipolar se requiere siempre un proceso de formación. Sin embargo, en el caso de la conmutación bipolar esto depende de los materiales del dispositivo. En capas de óxido muy delgadas, del orden de decenas de nanómetros, es posible que el proceso de formación no sea necesario [Lee08,Yan09,Jeo11]. Cuando se requiere el proceso de formación, se necesita limitar la corriente durante el proceso.

### 1.2.3. Conmutación volátil

La conmutación volátil describe el fenómeno de conmutación en el que solo existe un estado estable cuando no hay polarización externa [Dea70,Adl78,Seo04]. La Fig. 1.8 muestra la característica  $I$ - $V$  de un ciclo de conmutación volátil. Cuando la tensión alcanza el valor  $V_{\text{set}}$ , el dispositivo cambia su resistencia de HRS a LRS. El estado LRS es estable solo en un determinado rango de tensiones aplicadas, y cuando ésta cae por debajo de este rango el dispositivo revierte al estado HRS.

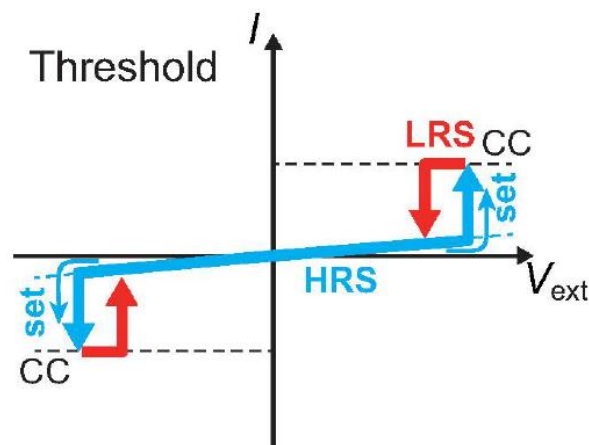


Figura 1.8: Esquema de una característica  $I$ - $V$  de una conmutación resistiva volátil [Lee15].

Aunque la conmutación volátil ocurre con menos frecuencia que las conmutaciones unipolar y bipolar, puede ser útil tanto a nivel científico como tecnológico. Aunque la conmutación volátil no es viable para aplicaciones de memoria no volátil, se han propuesto muchas otras como interruptores [Cha11], ventanas inteligentes [Kat03] nano-antenas de THz [Seo10] y metamateriales con memoria [Dri09]. Además se ha propuesto que la conmutación volátil se utilice como solución a determinados problemas en las RRAM del tipo crossbar arrays [Lee07,Cha11].

### 1.3. Conmutación resistiva filamentaria y no filamentaria

En el caso de la conmutación bipolar existen dos tipos de conducción [Sas16] como las que se muestran en la Fig. 1.9: filamentaria y no filamentaria o interfacial. En algunas publicaciones reciben el nombre de no homogénea y homogénea, respectivamente [Mue10]. Sin embargo, el término “no homogéneo” se usa normalmente para describir cómo una propiedad macroscópica varía en el espacio. Cuando la conductividad macroscópica varía a lo largo de la dirección vertical, Fig. 1.9(b), se puede hablar de conmutación no homogénea o filamentaria, y se forma un conducto filamentario (CF) dentro del aislante. En cuanto a la Fig. 1.9(a), se puede decir que la conmutación ocurre de forma lateral y uniforme a lo largo de la interfaz entre el óxido y el electrodo, y ésta recibe el nombre de conmutación homogénea o no filamentaria.

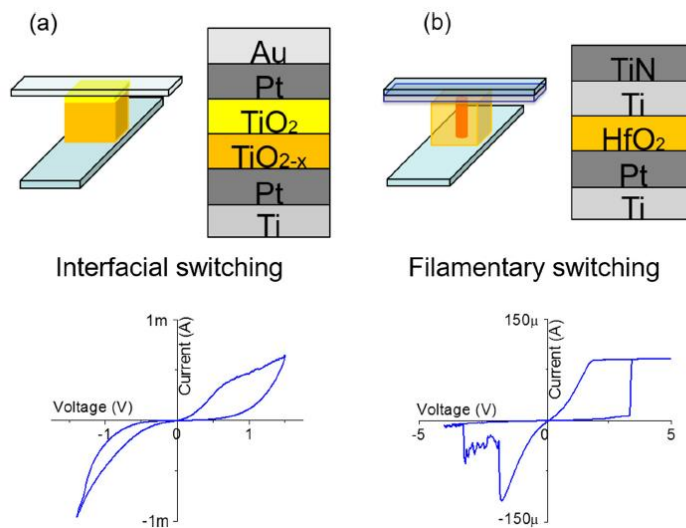


Figura 1.9: Sección transversal y característica  $I$ - $V$  de (a) un dispositivo MIM de  $\text{TiO}_2$  (b) un dispositivo MIM de  $\text{HfO}_2$ . (Área de la sección:  $200 \times 200 \text{ nm}$ ) [Sas16].

#### 1.3.1. Conmutación filamentaria

La conmutación resistiva filamentaria está hoy en día al frente de los dispositivos de memoria que no necesitan almacenar carga para funcionar, particularmente por su gran potencial para aplicaciones de memoria [Was07,Yan12b,Won15]. Antes de la introducción de las puertas lógicas NAND tridimensionales, se consideraba como posibles reemplazos de las memorias Flash las RAM de conducción por átomos metálicos (*Conductive-Bridge Random Access Memory*, CBRAM) y las memorias de conducción por vacantes de oxígeno (*Valence Change Memory*, VCM). Estos dos tipos de memoria aún se consideran prometedores para sistemas integrados (reemplazo de las RAM estáticas, SRAM), memorias de clase de almacenamiento (*Storage Class Memory: SCM*) y memorias integradas no volátiles (*embedded Non-Volatile Memory*, eNVM) [Bur08,Won15]. Las memorias de conmutación filamentaria guardan el bit



lógico en forma de conducto filamentario recuperable en una capa delgada de dieléctrico. Una definición simple para diferenciar las CBRAM de las VCM, sería decir que en las CBRAM el CF se crea por migración de átomos/iones metálicos (cationes) y en las VCM por migración de átomos de oxígeno (aniones) [Was07,Guo09, Shk09,Yan09c,Yu11,Yan12].

A las CBRAM a menudo se las llama celdas de metalización electroquímica (*Electrochemical Metalization Cells*, ECM), celdas de metalización programable (*Programmable Metalization Cells*, PMC) o conmutadores atómicos. Su funcionamiento se basa en el transporte de cationes para la formación del filamento (Fig. 1.10) [Rus09,Was09]. El elemento de memoria consiste en una estructura MIM, donde el dieléctrico se intercala entre un electrodo activo y otro inerte. Para el electrodo activo suele usarse Ag o Cu por su capacidad de inyectar cationes en el interior del dieléctrico. Las CBRAM realizan una reacción electroquímica con Ag o Cu en estado sólido para crear o disolver conductos filamentarios. Se han propuesto gran variedad de capas delgadas de óxidos, calcogenuros y sulfuros como dieléctrico del dispositivo [Val11,Val13b,Wu16]. El material del electrodo inerte suele ser Pt, W, o TiN. Cuando se aplica una tensión positiva en el electrodo activo, comienza la inyección y transporte de cationes. Esto implica la creación de un conducto filamentario dentro de la capa de dieléctrico. La presencia de conductos filamentarios reduce drásticamente la resistencia del dispositivo y por tanto se define un estado LRS. El conducto filamentario se puede disolver aplicando una tensión negativa en el electrodo activo y por tanto volver al estado HRS. Los dos estados de la resistencia se pueden usar como valores lógicos “0” o “1”. En la Fig. 1.11 [Sch07] se puede ver un ciclo completo de conmutación. A la celda de memoria se la somete a un barrido de tensión. El estado inicial del dispositivo posee una resistencia alta y requiere de un proceso de formación inicial para activar la celda. Tras la formación, los procesos de *reset* (Fig. 1.11(c)) y de *set* (Fig. 1.11(a)) o de ruptura o creación del conducto filamentario ocurren a tensiones negativas y positivas, respectivamente.

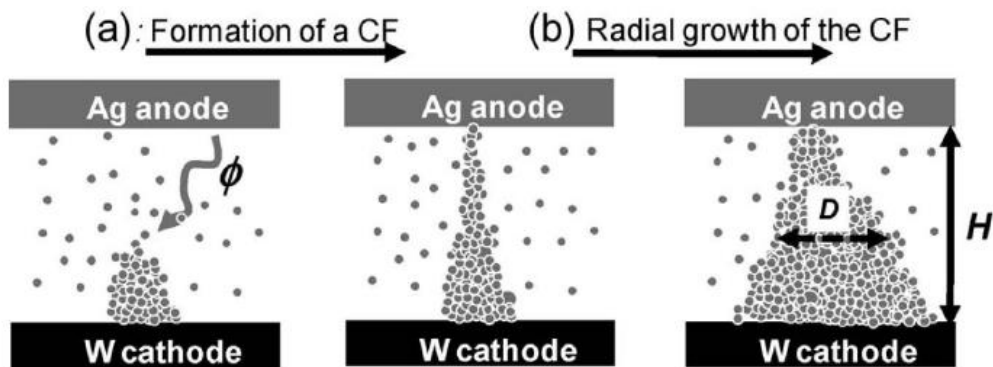


Figura 1.10: Formación del filamento por transporte de cationes en el dieléctrico de una celda CBRAM [Rus09].

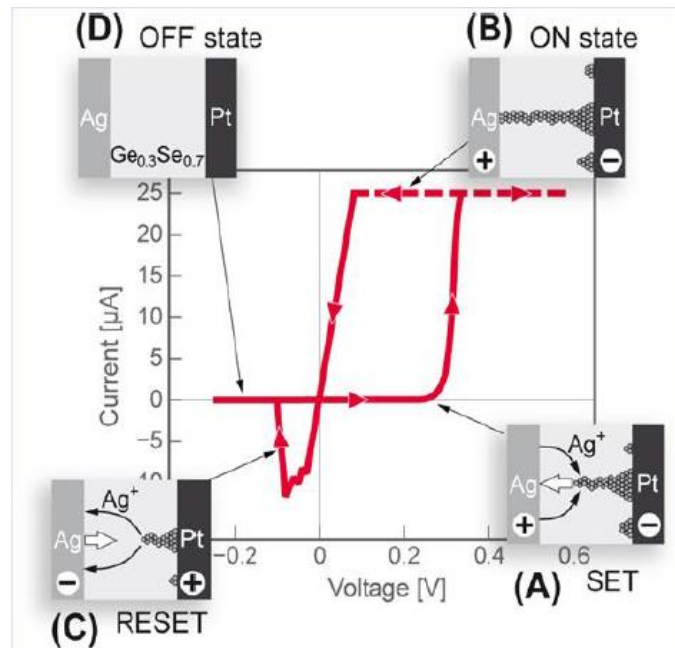


Figura 1.11: Ciclo completo de conmutación bipolar de una CBRAM tras el proceso de formación. (a) proceso de *set*, (b) estado LRS (c) proceso de *reset*, (d) estado HRS [Sch07].

El proceso de *set* ocurre si la polarización positiva que se aplica al electrodo activo es suficientemente elevada. A nivel microscópico los átomos de Ag se disocian en  $\text{Ag} \rightarrow \text{Ag}^+ + e^-$  en la interfaz electrodo-dieléctrico. Tras esto, los cationes  $\text{Ag}^+$  atraviesan el dieléctrico hasta llegar al cátodo, donde se produce la reducción  $\text{Ag}^+ + e^- \rightarrow \text{Ag}$  de los iones, acumulándose y formando el conducto filamentario. Cuando este conducto acaba uniendo ánodo con cátodo, la celda alcanza el estado LRS. Esto puede invertirse si se aplica una polarización negativa suficientemente grande, con el proceso de *reset* y la disolución parcial del conducto filamentario.

Las VCM funcionan con procesos REDOX con migración de aniones (lo opuesto a las CBRAM). En los óxidos de metales de transición (TMO), así como en la mayoría de óxidos, se considera que los iones de oxígeno tienen más movilidad que los metálicos [Cli14]. El movimiento local de estos iones (o de las vacantes) induce un cambio de valencia de los cationes, creando a su vez una conmutación resistiva (Fig. 1.12) [Was07, Won12]. Es por esto que a las VCM también se las conoce como RRAM de óxido (*oxide resistive random access memory*, ox-RRAM). Este tipo de conmutación resistiva se observa en muchos óxidos debido a la gran variedad de vacantes que presenta y su capacidad de alterar las propiedades eléctricas como respuesta al movimiento de las vacantes. Entre estos óxidos se incluyen los que tienen un gap grande ( $\text{SiO}_2$ ), la mayoría de metales de transición ( $\text{HfO}_2$ ,  $\text{WO}_3$ ,  $\text{TiO}_2$ ,  $\text{Ta}_2\text{O}_5$ ,  $\text{ZnO}_2$ ), tierras raras ( $\text{CeO}_2$ ) y perovskitas ( $\text{SrTiO}_3$ ,  $\text{SrZnO}_3$ ) [Was09, Won12, Yan12]. Sin embargo, solo los óxidos que muestran buena compatibilidad CMOS y buena conmutación serán utilizados para aplicaciones de memoria, por ejemplo sistemas como  $\text{Ta}_2\text{O}_{5-x}/\text{TaO}_{2-x}$  y  $\text{HfO}_2/\text{Hf}$  [Gov11, Lee11]. Estas estructuras sugieren que un sistema bicapa es preferible

para controlar la conmutación resistiva. En la Fig. 1.12 el dispositivo en su estado original muestra una alta resistividad y requiere de un proceso de formación inicial. Realizado esto, el dispositivo puede reproducir ciclos de conmutación bajo polarizaciones positivas y negativas para ejecutar procesos de *set* y *reset*, respectivamente.

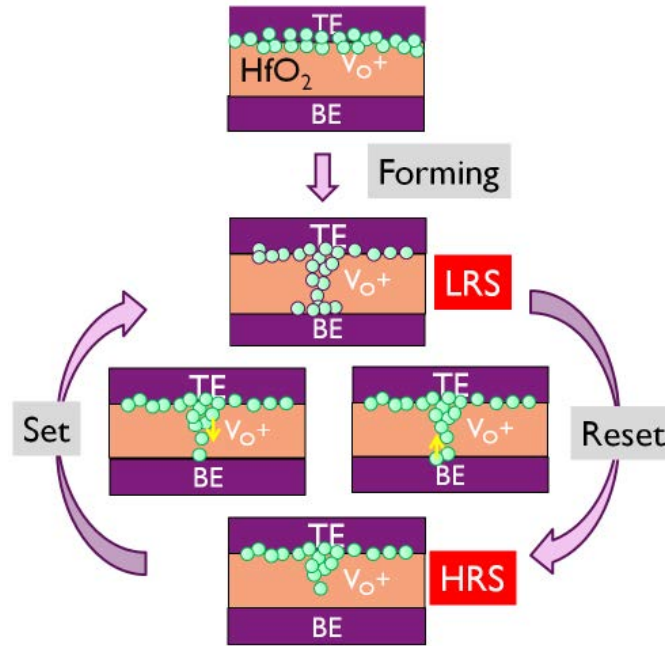


Figura 1.12: Formación y ciclo del proceso de conmutación en VCM [Wou15].

Generalmente el mecanismo de conducción de las VCM se interpreta como una ruptura suave y reversible del dieléctrico asociada a la generación y migración de vacantes de oxígeno ( $V\ddot{o}$ ) [Kro56]. En el estado inicial del dispositivo, aplicando una tensión alta durante la formación (mayor que 10MV/cm), se genera una acumulación de vacantes en el óxido. Cuando están en disposición de la energía suficiente para ello, los átomos de oxígeno abandonan su posición inicial y se mueven hacia el ánodo, dejando atrás un conducto filamentario. El crecimiento de este filamento es similar al de un cátodo virtual, ya que en el lugar del filamento se produce un notable cambio de valencia. Así pues, si bien el comportamiento eléctrico observable es similar al de las CBRAM, sus mecanismos físicos son complementarios. En el caso CBRAM, una especie externa al dieléctrico (cationes del electrodo) se introduce en el óxido para unir los dos electrodos. En el caso VCM, un defecto intrínseco del dieléctrico (vacantes) se genera en el óxido para unir los electrodos con un conducto filamentario. En el proceso de *reset* (Fig. 1.13(d)) los iones de oxígeno vuelven parcialmente y se recombinan con las vacantes, conmutando la resistencia a HRS (Fig. 1.13(a)). Los iones de oxígeno se neutralizan al alcanzar el ánodo  $O^{x_o} - 2e^- \rightarrow V\ddot{o} + 1/2O_2$  en los procesos de formación y *set* (Fig. 1.13(b)). Cuando el oxígeno se acumula en la interfaz del ánodo, el material del ánodo

se oxida si reacciona con el oxígeno, o lo bloquea si no reacciona hasta que la presión induce una pequeña deformación del electrodo [Yan09]. Esto no es deseable y de ahí la preferencia de estructuras bicapa, donde la región subestequiométrica actúa de reservorio. Esto proporciona una migración de oxígeno controlada, limitando su acumulación en el ánodo y ofreciendo durabilidad y estabilidad al dispositivo.

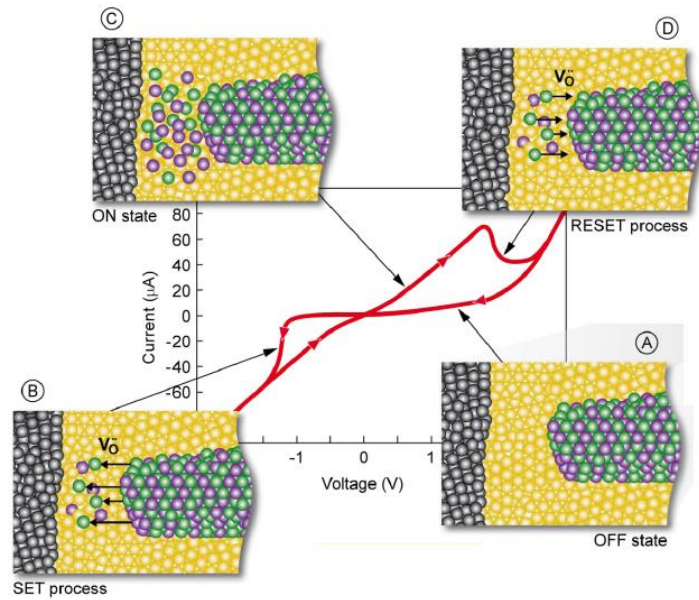


Figura 1.13: Ciclo completo de conmutación bipolar de una VCM tras el proceso de formación. (a) estado OFF (HRS), (b) proceso de *set* (c) estado ON (LRS), (d) proceso de *reset* [Wou15].

### 1.3.2. Conmutación no filamentaria

El mecanismo de conmutación interfacial o no filamentaria puede interpretarse como una modificación de la altura de la barrera Schottky entre el electrodo y el dieléctrico cuando las vacantes de oxígeno son atraídas o repelidas por el contacto de metal mediante la aplicación de un campo eléctrico [Yan08]. Este mecanismo puede plantearse como un problema unidimensional donde la concentración de vacantes se modifica a lo largo del eje vertical del dispositivo (Fig 1.14).

Para un sistema donde se forma una barrera Schottky en la interfaz del ánodo, cuando se le aplica una tensión negativa, las vacantes de oxígeno son atraídas hacia el electrodo, de este modo se estrecha la barrera y se induce una conmutación de HRS a LRS. Cuando se aplica una tensión positiva en el ánodo, las vacantes son repelidas por el electrodo, la barrera se ensancha y se produce la conmutación de LRS a HRS.

La aplicación de una tensión negativa en el ánodo inyecta electrones en el óxido. Los electrones atrapados en las vacantes las neutralizan, lo que ensancha la barrera Schottky y el dispositivo conmuta al estado HRS. Por otro lado, una tensión positiva hace que los

electrones puedan salir de las vacantes, el ancho de la barrera se reduce y el dispositivo conmuta al estado LRS.

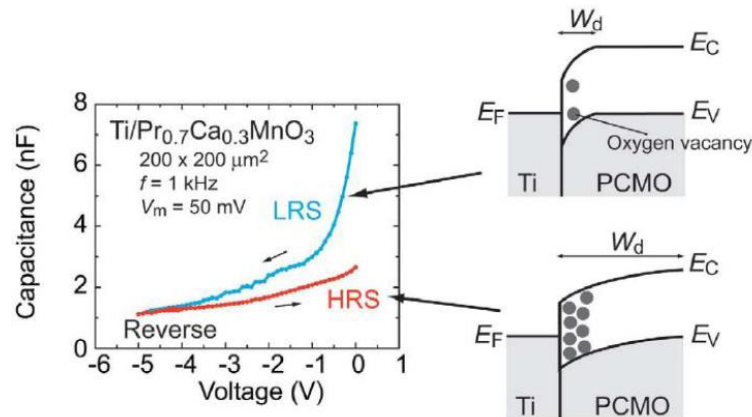


Figura 1.14: Modulación de la barrera de Schottky en una conmutación resistiva no filamentaria [Saw08].

#### 1.4. Aplicaciones presentes y futuras

Tras el desarrollo de los transistores de efecto de campo metal-óxido-semiconductor (MOSFET), los dispositivos basados en silicio han dominado el mercado durante más de 50 años. Uno de los detonantes de este desarrollo fue la reducción de escala, representada en la “Ley de Moore” [Moo98,Tho06]. Dado que el tamaño de estos dispositivos se acercará al de los átomos o moléculas en un futuro cercano, se espera encontrar límites tecnológicos de escala para los dispositivos de silicio convencionales [Fra01]. Es por eso que se ha dedicado mucho esfuerzo al desarrollo de conceptos científicos y técnicos nuevos y tecnologías avanzadas para la nueva generación de dispositivos electrónicos [Eme13].

##### 1.4.1. Nuevas memorias no volátiles

Las memorias son unos de los bloques más importantes en muchos dispositivos electrónicos modernos. Los requisitos básicos para la nueva generación de RAM son: carácter no volátil, alta velocidad, durabilidad y bajo consumo de energía (Fig. 1.15). Las memorias actuales como las SRAM y DRAM son volátiles, y solo las FLASH pueden funcionar como no volátiles durante largo tiempo (más de 10 años), pero con un tiempo de escritura y borrado muy alto (10MB/s lectura, 5MB/s escritura), un número bajo de ciclos de escritura (entre  $10^4$  y  $10^5$ ), y tensiones altas de operación de escritura y lectura. Para superar estas dificultades, se han propuesto e investigado muchos prototipos de memoria no volátil de nueva generación, entre ellas las RAM de cambio de fase (*phase-change RAM*, PCRAM), RAM magnetoresistivas (*spin-transfer torque*

RAM, STT-RAM), RAM ferroeléctricas (*ferroelectric RAM*, FRAM o FeRAM), y RAM resistivas (*resistive RAM*, RRAM).

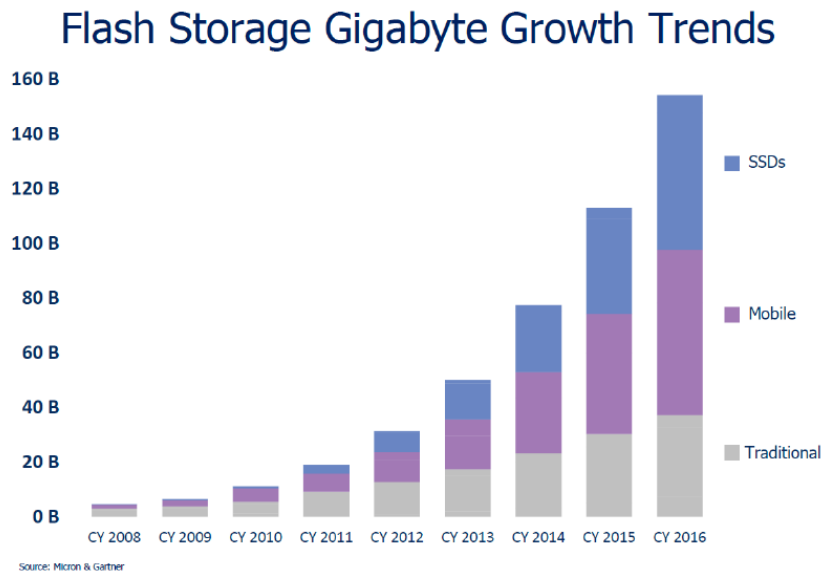


Figura 1.15: Crecimiento de Mercado de las memorias no volátiles [Mic12].

Dado que las RRAM hacen uso del fenómeno de conmutación resistiva como principio básico de sus operaciones de memoria, esto tiene varias ventajas para las memorias de nueva generación. La primera, que un material de conmutación resistiva posee dos estados metaestables que pueden considerarse como estados “0” y “1” de una memoria no volátil. La energía utilizada para las operaciones de RRAM es bastante baja, ya que sus estados son estables sin necesidad de la aplicación de una polarización externa. La segunda, en las RRAM los estados “0” y “1” se pueden conmutar mediante pulsos eléctricos externos, un proceso fácil de reproducir. La tercera, el valor de la resistencia de cada estado se puede leer fácilmente aplicando tensiones bajas sin necesidad de modificar el estado original, lo que permite leer información sin alterarla. La cuarta, la geometría capacitiva simple de una celda de RRAM (sin transistor) hace que el dispositivo sea altamente escalable. Finalmente, dado que la conmutación resistiva se ha observado en muchos materiales aislantes, esto hace asequible encontrar los materiales compatibles con las tecnologías actuales CMOS como en el caso de otros dispositivos. Dadas estas ventajas, las RRAM han atraído mucha atención de investigadores, y ya se ha alcanzado una buena operatividad para celdas unitarias de este tipo.

Además, los dispositivos RRAM se pueden usar para superar el límite de escalabilidad de los dispositivos basados en silicio modernos. La configuración en dos terminales de las RRAM hace que sean adecuadas para componer estructuras apiladas [Lee09,Lin10, Lee11]. Por ejemplo, una estructura apilada pasiva de dos terminales formada por unidades con un diodo y una resistencia puede ser más ventajosa que configuraciones activas que incluyen un transistor (Fig. 1.16) [Bai15]. Este tipo de

estructuras apiladas ofrece ventajas notables para incrementar la capacidad de almacenamiento de las memorias comparadas con estructuras bidimensionales en capas. La implementación de RRAM apiladas puede combinarse con otros dispositivos para obtener las propiedades deseadas en futuros dispositivos de memoria no volátil.

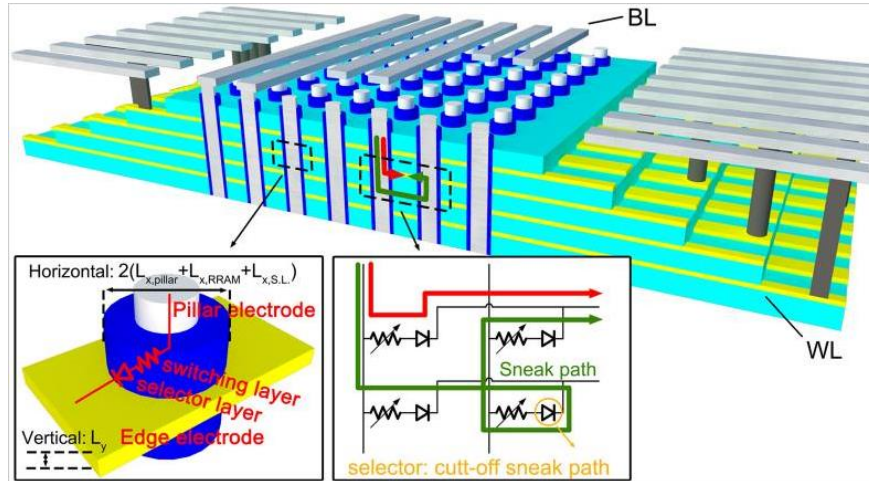


Figura 1.16: Esquema tridimensional de la arquitectura de una RRAM [Bai15].

#### 1.4.2. Conmutación multinivel

A lo largo de este capítulo se ha explicado que existen dos estados para la resistencia de un dispositivo de conmutación resistiva, LRS y HRS, los cuales pueden usarse como estados binarios para dispositivos de memoria. De hecho, la mayoría de celdas de memoria resistiva poseen más de dos estados entre los LRS y HRS, los cuales se pueden utilizar para memorias multibit. Esto puede aumentar la capacidad de almacenamiento es decir, la densidad de información puede aumentar con la conmutación multinivel además de con el número de celdas. La modelización de la conmutación resistiva multinivel se verá con detalle en el capítulo 4.

Existen dos formas de obtener múltiples estados resistivos en la conmutación resistiva. El primero es variando la concentración de vacantes durante la conmutación, lo que se realiza habitualmente en la conmutación bipolar [Bec00]. Dado que la resistencia de una celda en conmutación bipolar la determina la concentración de vacantes de oxígeno, es posible obtener múltiples estados resistivos si se puede variar la concentración. Esto se puede hacer aplicando polarizaciones externas diferentes a estas celdas; polarizaciones grandes inducirán cambios de concentración grandes.

La segunda forma de obtener estados múltiples de resistencia es variando la interconexión de los conductos filamentosarios [Jeo11, Yu11b, Ali12]. Esto es habitual en conmutación bipolar. Dado que la resistencia de la celda depende en gran parte de la interconexión entre regiones conductoras dentro del conducto filamentosario, se pueden

obtener múltiples valores de resistencia si se varían gradualmente las interconexiones. Esto se puede conseguir controlando los límites de corriente o las polarizaciones externas durante la conmutación [Seo04,Cha09,Bal13,Bai14]. La Fig. 1.17 muestra la conmutación multinivel de una RRAM de estructura TiN/HfO<sub>x</sub>/TiN cuyos ciclos se controlan por limitación de corriente [Iel12].

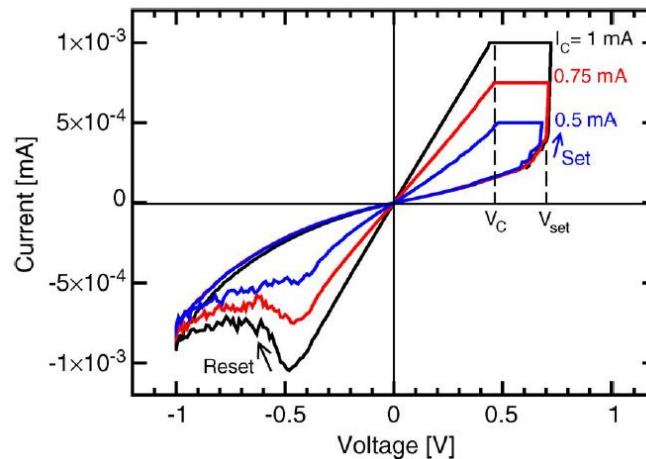


Figura 1.17: Conmutación multinivel de una RRAM de estructura TiN/HfO<sub>x</sub>/TiN [Iel12].

### 1.4.3. Crossbar arrays

A medida que las dimensiones de los dispositivos se reducen, los métodos de escalabilidad convencionales de la industria de semiconductores se enfrentan a retos tecnológicos cada vez mayores. Por ejemplo, variaciones en el tamaño del dispositivo a escala nanométrica pueden variar muchísimo las características del mismo, afectando a parámetros clave como las tensiones de conmutación y a los niveles de corriente. Por lo tanto, la arquitectura *crossbar* (Fig. 1.18) es el nuevo paradigma de la tecnología RAM; alabada por su simpleza, fiable, de características prometedoras y potencial para alcanzar la escala del terabit [Hea98,Str07]. Una estructura *crossbar* se compone de un conjunto de electrodos inferiores llamados *bit-lines* (líneas de bits), y electrodos superiores perpendiculares llamados *word-lines* (líneas de palabras). Los dos tipos de electrodos tienen intercalados dispositivos de memoria. Cuando se aplica tensión de polaridades opuestas a un par *word/bit* de electrodos, se puede leer la información de los dispositivos intercalados entre ellos. Esta información se puede modificar aplicando la tensión apropiada al *word-line*.

En términos de aplicaciones RRAM, se ha investigado la misma estructura para incrementar la densidad de integración de estos dispositivos [Lee07,Lin10,Par10,Cha11,Lee11,Hua12] y aumentar su durabilidad [Pou16]. Sin embargo, esta estructura en aplicaciones RRAM tiene un problema en cuanto a la lectura de información en la celda designada, el problema del “camino furtivo” (*sneak-path*). En



principio, el problema se puede superar incorporando elementos activos como transistores con celdas de conmutación resistiva; bajo estas condiciones, todos los desvíos se pueden bloquear controlando los transistores. Sin embargo, la introducción de elementos activos y circuitos relacionados reduce de forma significativa la densidad de integración.

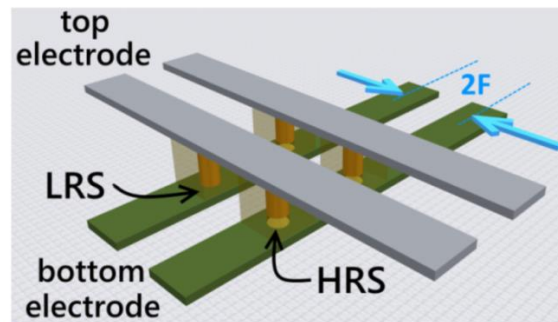


Figura 1.18: RRAM en estructura de *crossbar* [Lim15].

Es muy deseable encontrar la estructura más simple posible que resuelva el problema del camino furtivo y el de la densidad de integración. Para este fin se han propuesto estructuras combinando elementos diferentes de conmutación, como por ejemplo conectar dos celdas de memoria resistiva en configuración anti-serie [Lin10]. Elementos conmutables o selectores también pueden bloquear desvíos para facilitar la lectura correcta de la celda deseada [Lee07,Cha11].

### Resumen

En este capítulo se ha realizado una introducción al fenómeno de la conmutación resistiva. Empezando por sus orígenes históricos en los años 60, el crecimiento del interés sobre éstos debido a las mejoras en la fabricación de capas delgadas de óxidos, a las técnicas experimentales en microscopía y espectroscopía y a la reducción de la escala de dispositivos electrónicos en las décadas de los 80 y 90, así como el interés de que sea utilizada para dispositivos de memoria no volátil a partir del 2000. El fenómeno de la conmutación resistiva se puede clasificar según si la conmutación de los dos estados de resistividad posibles se produce con el mismo signo de polaridad (unipolar) o con polaridades de signo opuesto (bipolar), aunque también existe un caso particular de conmutación en el cual solo el estado HRS es estable (volátil). En cuanto a la conmutación bipolar, existen dos tipos de conmutación según si la conductividad varía a lo largo de la dirección vertical (filamentaria) y se forma un conducto filamentario dentro del aislante, o si ocurre de forma lateral y uniforme a lo largo de la interfaz entre el óxido y el electrodo (no filamentaria). También se han mencionado las ventajas e inconvenientes de las aplicaciones de esta conmutación: Durabilidad de las RRAM, aumento de la densidad de información en la conmutación multinivel y problema *sneak-path* de las *crossbar arrays*.

## 2.

### Modelos para la conmutación resistiva

La abstracción es una de las herramientas de diseño más potentes en ingeniería. Las abstracciones de datos, software, hardware, ideas, conceptos y teorías permiten explorar retos importantes en ingeniería. Con la abstracción los sistemas complejos pueden dividirse en subsistemas cuyo comportamiento puede entenderse y definirse detalladamente. Un ejemplo de abstracción matemática son las funciones trigonométricas; no se piensa en los detalles del cálculo de un seno o un coseno de 30, 45 o 60 grados y se asume el valor que se obtiene de la calculadora para resolver un problema más complejo.

De la misma forma se puede abstraer el comportamiento de subsistemas para construir con ellos sistemas mayores. En otras palabras, los subsistemas definidos de forma concisa pueden utilizarse para definir sistemas de nivel superior. No obstante, una abstracción no debe confundirse con axioma; la clave para la abstracción es entender los conceptos que la sustentan. La abstracción del comportamiento de un nivel del sistema es a menudo una tarea compleja, debido a la dificultad de entender qué información ha sido ignorada en abstracciones de niveles superiores. Es importante centrarse en los detalles necesarios para obtener los resultados que revelen los problemas más relevantes. Por ejemplo, si se considera un amplificador operacional, es importante considerar las características a nivel del dispositivo que describan su comportamiento a un nivel superior para su abstracción. Pero esto no significa que este nivel superior deba incorporar la cantidad de detalle del nivel que le precede. A nivel de dispositivo se usarán, en el caso de la Fig. 2.1, parámetros de transistor BJT (corriente de saturación,  $\beta$ , etc.). Un modelo a más alto nivel podría describir el amplificador con parámetros como las dos tensiones de entrada, la tensión de *offset*, el *slew rate*, etc. Parámetros que pueden obtenerse con mediciones en un laboratorio o en un programa de simulación. Por lo tanto, las ecuaciones que definan los modelos conductuales o comportamentales (*behavioral models*) en términos de estos parámetros se pueden utilizar para la

abstracción de un amplificador operacional, manteniendo las características más importantes.

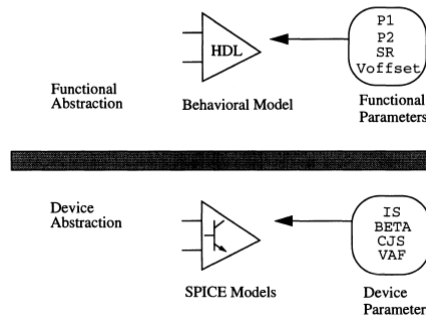


Figura 2.1: Amplificador operacional a nivel de dispositivo y a nivel funcional [Dur98].

En este capítulo se establecerán varios niveles de abstracción con los que se puede definir de manera concisa un modelo de, por ejemplo, un proceso de conmutación resistiva como sistema. Este modelo es el que se utiliza en las publicaciones **A**, **B**, **C** y **D**. También se presentará el estado del arte de modelos analíticos y con estructura de ecuaciones memristivas con los que se ha tratado de explicar el comportamiento de las características  $I$ - $V$  biestables exhibidas al estimular capas dieléctricas delgadas en estructuras MIM, ampliando y actualizando lo que ya se expone en la publicación **D**. Finalmente se explicará en que nivel se sitúa el modelo compacto desarrollado como parte de esta tesis.

## 2.1. Clasificación de modelos

El espacio continuo de modelización (*modeling continuum*) es una jeraquía definida de abstracciones que enlazan modelos de niveles diferentes entre sí. La Fig. 2.2 muestra una representación gráfica de un espacio continuo de modelización enfocado a circuitos integrados. En el caso de la Fig. 2.2, este espacio se puede pensar como un espacio tridimensional cuyos ejes serían: detalle del modelo, tiempo de simulación y complejidad del circuito integrado. Estos niveles de abstracción son arbitrarios, no hay un número exacto de niveles de abstracción para definir un modelo. Para el caso que ocupa a esta tesis, se pueden definir tres niveles de abstracción:

### Nivel microscópico

En física, es el nivel de descripción en el que fenómenos que ocurren a escalas no visibles a simple vista son relevantes. En general cuando algunos fenómenos afectan a regiones poco más grandes que unos centenares de átomos o moléculas, se requiere una descripción microscópica. Por ejemplo todos los fenómenos que dependen de los

detalles de las redes cristalinas, las moléculas o los átomos e incluso partículas subatómicas (electrones, protones, etc.). En este nivel, en general, se requiere el uso de las ecuaciones y reglas de la mecánica cuántica. De hecho, algunos fenómenos microscópicos como la conductividad térmica a bajas temperaturas o la superconductividad no pueden ser explicados sin el auxilio de la mecánica cuántica para describir la estructura microscópica de la materia. Los mecanismos que hacen variar la conductividad en dieléctrico explicados en el apartado 1.3 del capítulo anterior formarían parte de este nivel.

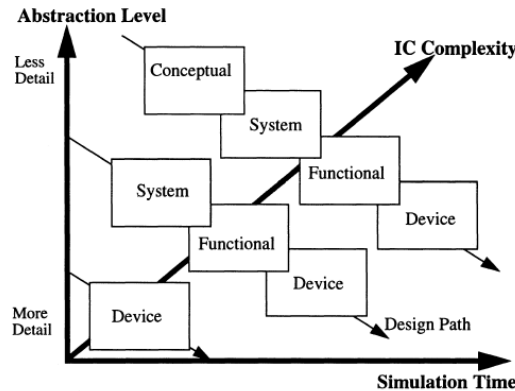


Figura 2.2: Espacio continuo de modelización para circuitos integrados [Dur98].

### Nivel mesoscópico

En física y química, este nivel se refiere a la escala de longitud en la que se puede discutir razonablemente las propiedades de un material o fenómeno, sin tener que discutir el comportamiento de los átomos individuales. Para sólidos y líquidos esto es típicamente unos diez nanómetros e implica un promedio de un par de miles de átomos o moléculas. Por lo tanto, la escala mesoscópica es más o menos idéntica a la escala nanoscópica para la mayoría de los sólidos. El prefijo *meso* proviene del vocablo griego *mesos*, que significa “medio”. La escala mesoscópica se encuentra entre la escala macroscópica del mundo en que vivimos y la escala microscópica en la que cada átomo se considera por separado. Así, la mesoescala llena el terreno intermedio entre elementos discretos únicos y grandes colecciones estadísticas. Debido a que ocuparse de átomos individuales puede convertirse en una tarea matemática difícil de manejar, se suelen realizar cálculos promedio de más de una estructura "a escala mesoscópica", es decir, que se sustituye a la estructura discreta de átomos con una distribución continua de masa, carga, potencial, etc, cuyos valores se toman como igual a la de un promedio de varios miles de átomos en las cercanías. Para muchos problemas, tales promedios mesoscópicos permiten predecir con gran precisión el comportamiento macroscópico y sus propiedades. El modelo del contacto puntual cuántico (QPC) [Lan57,Lan70]

(Fig.2.3), del cual se hablará en el siguiente capítulo y que es el inicio del modelo compacto desarrollado como parte de esta tesis, formaría parte de este nivel.

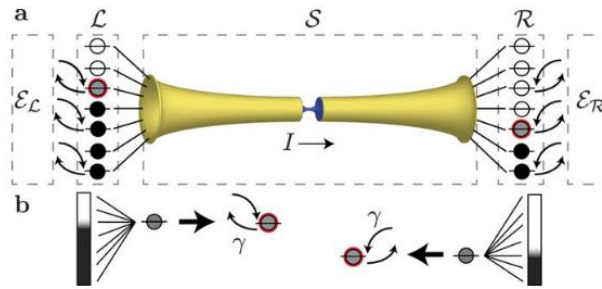


Figura 2.3: Aproximación de Landauer, la herramienta teórica estándar para estudiar el transporte balístico a escala mesoscópica. Un método útil aplicable al contacto puntual cuántico [Gru16].

### Nivel macroscópico

En física, este es el nivel de descripción en que la posición o estado físico concreto de las partículas que integran un cuerpo puede ser resumido en una ecuación de estado que sólo incluye magnitudes extensivas y magnitudes intensivas promedio. Extendiendo la definición se habla de un objeto o fenómeno macroscópico cuando las dimensiones geométricas o la magnitud física sobrepasa un cierto tamaño. Normalmente todos los objetos visibles a simple vista son a todos los efectos macroscópicos, en oposición a los objetos microscópicos y los fenómenos microscópicos, no visibles a simple vista y donde la mecánica cuántica puede desempeñar un papel importante, en su descripción. El modelo compacto conductual desarrollado como parte de esta tesis y basado en el circuito eléctrico equivalente de Szot [Szo06] (Fig. 2.4) y que se deriva del modelo QPC formaría parte de este nivel.

Como se ha adelantado, estos niveles de abstracción son arbitrarios. Lo importante es recordar que mediante la abstracción se pueden construir niveles más altos de modelización para definir sistemas más grandes. Sistemas más sencillos requieren menos niveles de abstracción para definirlos. A medida que un sistema se vuelve más complejo, se necesitan más niveles para entenderlo, definirlo y verificar su buen funcionamiento. El solapamiento entre niveles de abstracción ayuda a enlazar los niveles más altos con los más bajos. Esto se puede hacer extrayendo información de los niveles más bajos y más detallados e incorporándola en los niveles más altos. De esta forma la modelización de un sistema se realiza sin fisuras desde el concepto hasta la implementación física.

Existen diferentes categorías de herramientas de simulación que abarcan el espacio continuo de modelización. Algunas de ellas se pueden utilizar en más de un nivel de abstracción. Ejemplos de herramientas que se pueden utilizar en los niveles más altos

son Matlab, SPW o programación C. En niveles más bajos pueden utilizarse herramientas que modelicen componentes a nivel de dispositivo (SPICE). Los modelos conductuales pueden usarse a cualquier nivel de abstracción. No existe un método exacto para usar las herramientas de simulación en la modelización.

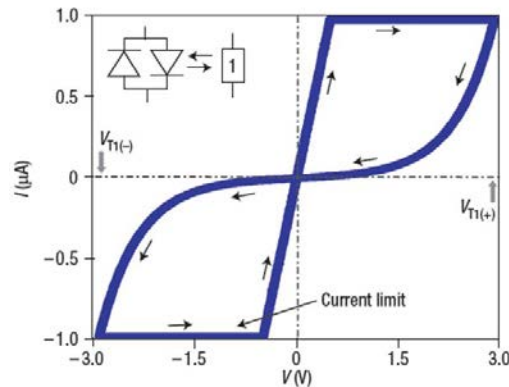


Figura 2.4: Conmutación de un solo filamento caracterizado por una transición de una resistencia a un diodo, y viceversa, a tensiones promedio positiva ( $V_{T1(+)}$ ) y negativa ( $V_{T1(-)}$ ), respectivamente [Szo06].

## 2.2. Modelo conductual

Los modelos conductuales (*behavioral*) tuvieron su origen a finales de los años 70 de la mano de J.C.Willems como resultado de la resolución de inconsistencias en modelos clásicos basados en espacios de estados, funciones de transferencia y convoluciones. El motivo de estos modelos fue el de obtener un marco de trabajo general para el análisis y control que respetase la física subyacente del sistema. El objetivo principal de los modelos conductuales es el comportamiento, es decir, el conjunto de todas las señales compatibles con el sistema. Un aspecto importante de los modelos es que no existe prioridad entre variables de entrada o de salida. Aparte de establecer bases rigurosas teóricas y de control, los modelos conductuales unifican los modelos/niveles ya existentes y ofrecen nuevas posibilidades de control vía interconexión entre modelos/niveles e identificación del sistema.

La modelización conductual analógica (ABM) utiliza lenguaje de descripción de hardware analógico para describir el comportamiento de un sistema. El ABM permite al usuario definir procedimientos que describan el comportamiento en función de variables de circuitos (tensión, corriente, tiempo de simulación, etc.). Dado que los ABM no dependen de ningún simulador, se puede modelizar cualquier comportamiento que permita descripción analítica. En esencia, un ABM puede describir cualquier variable, sea dependiente o independiente, y cualquier sistema se puede definir o representar como un módulo compacto con sus entradas y salidas, donde el resto de relaciones entre parámetros quedan ocultas (Fig.2.20).

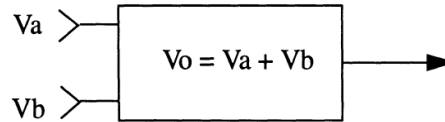


Figura 2.20: Modelo conductual analógico de un sumador [Dur98].

Podemos decir que el modelo desarrollado como parte de esta tesis es un modelo conductual y compacto basado en el circuito eléctrico equivalente de Szot [Szo06], controlable mediante variables de circuitos (tensión de entrada, amplitud de corriente, resistencia, etc.) y que describe un comportamiento de histéresis capaz de representar conmutaciones resistivas bipolares a través de una variable de estado no solo dependiente de la tensión de entrada sino también del historial previo de la propia variable. Este modelo se analizará en profundidad en el siguiente capítulo.

### 2.3. Modelos del tipo memristivo

Los sistemas memristivos son elementos pasivos de dos terminales caracterizados por dos ecuaciones acopladas: una por la curva  $I$ - $V$  del dispositivo y otra por su estado interno [Jog09,Shi10,Esh12]. Mientras en sistemas lineales la primera relación expresa una dependencia de tipo óhmico, la segunda está escrita como una derivada temporal para poder tener en cuenta la historia previa del dispositivo. El modelo  $I$ - $V$  puede extenderse a dispositivos no lineales en los cuales  $I(V=0)=0$  y la variable de estado puede ser multidimensional [Mir12]. Además, se reconoce ampliamente la correspondencia de los estados HRS y LRS con los modos de conducción de ruptura suave (*soft breakdown*, SBD) y ruptura abrupta (*hard breakdown*, HBD) que ocurren en los dieléctricos [Cha12]. Ambos modos SBD y HBD han sido estudiados a fondo en capas ultrafinas ( $t_{ox} < 5\text{nm}$ ) de  $\text{SiO}_2$  así como en los dieléctricos de alta permitividad (*high- $\kappa$* ) más gruesos usados como óxidos de puerta en dispositivos MOSFET [Rib05]. En [Mir04] se puede encontrar una revisión de modelos físicos para la conducción filamentaria en MIMs de  $\text{SiO}_2$  y *high- $\kappa$* .

Sin embargo, a pesar de los grandes avances tecnológicos y mejor entendimiento de la física detrás de la conmutación resistiva durante los últimos años, los modelos analíticos simples y flexibles capaces de reproducir la gran variedad de características  $I$ - $V$  exhibidas por diferentes dieléctricos y materiales de los electrodos en las conmutaciones son difíciles de encontrar en la literatura.

Mientras algunas de las aproximaciones son difíciles de implementar en simuladores de circuitos debido a que la complejidad de los procesos físicos implica restricciones matemáticas en las ecuaciones del modelo y sus derivadas [San07,Jeo09,Iel11,Esh12,Lar12,Nar12,Ram13], otros modelos solo centran su atención en las curvas  $I$ - $V$  HRS y LRS por separado, omitiendo completamente la transición gradual entre ambos estados

que en muchas ocasiones caracteriza el fenómeno de conmutación [Szo06]. Otras aproximaciones están enfocadas exclusivamente a describir los procesos de *set* y *reset* [Lu12,Iel12,Has12].

Se han reportado recientemente muchos modelos de conmutación basados en SPICE [Ben09,Bio09,Shi10,Rak10,Abd11,She11,Yu11b,Esh12,Gua12], pero su precisión en cuanto a representación de las características de transporte de electrones y de las propiedades específicas de memoria ante una señal de entrada arbitraria es cuestionable [Lin14]. Desde la publicación del modelo de memristor de Strukov en 2008, se han desarrollado abstracciones basadas en combinaciones de dispositivos lineales, no lineales y rectificadores con tal de describir el fenómeno de conmutación en dispositivos MIM.

Existen seis relaciones matemáticas diferentes que conectan a pares las cuatro variables circuitales fundamentales: la corriente eléctrica  $i$ , la tensión  $V$ , la carga  $q$  y el flujo concatenado (flux linkage)  $\phi$ . Una de estas relaciones (la carga es la integral en el tiempo de la corriente) se determina por medio de las definiciones de dos de las variables, y la otra (el flujo es la integral en el tiempo de la fuerza electromotriz o tensión) se determina con la Ley de Faraday de la inducción. Por lo tanto, debe haber cuatro elementos circuitales básicos descritos por las relaciones restantes entre variables (Fig. 2.5). El elemento ‘restante’ – el memristor, con memristencia  $M$ — proporciona una relación funcional entre carga y flujo,  $d\phi = Mdq$ . La definición matemática más simple de un sistema memristivo [Chu76] controlado por corriente para el análisis circuital es la forma diferencial:

$$V = R(w) \cdot i \quad (2.1)$$

$$\frac{dw}{dt} = i \quad (2.2)$$

donde  $w$  es la variable de estado del dispositivo y  $R$  una resistencia generalizada que depende de un estado interno del dispositivo. En este caso la variable de estado es solo la carga. Se puede describir una clase más amplia de sistemas dinámicos bajo el concepto de memristor (sistemas memristivos) con las siguientes ecuaciones:

$$V = R(w, i) \cdot i \quad (2.3)$$

$$\frac{dw}{dt} = f(w, i) \quad (2.4)$$

donde  $w$  puede ser un conjunto de variables de estado y  $R$  y  $f$  pueden ser funciones explícitas de tiempo. Aquí, por simplicidad, se restringe la discusión a dispositivos de corriente controlada, invariantes en el tiempo y de un solo puerto. Nótese que, a diferencia de un memristor, el flujo en sistemas memristivos ya no está únicamente



definido por la carga. Sin embargo, la ecuación (2.3) sirve para distinguir un sistema memristivo de un dispositivo dinámico arbitrario; cuando la tensión que cae en el dispositivo es cero no fluye corriente alguna a través del mismo.

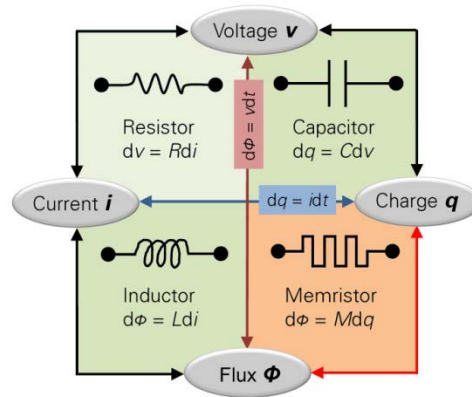


Figura 2.5: Cuatro elementos circuitales fundamentales: resistencia ( $dV = R \cdot di$ ), capacidad ( $dq = C \cdot dV$ ), inductancia ( $d\phi = L \cdot di$ ) y memristencia ( $d\phi = M \cdot dq$ ) que es el elemento 'restante' [Ele13].

### 2.3.1. Modelo de vacantes de oxígeno

El modelo propuesto por Strukov [Str08] en MIMs con  $\text{TiO}_2$  representó un progreso sustancial en el campo de los dispositivos de conmutación resistiva, [Kim10b,Rak10,Ho11,Kva13]. Sin embargo, en la práctica este modelo no suele aplicarse en su forma original. En este aspecto, la aplicación del modelo requiere la introducción de restricciones adicionales en la ecuación de estado (funciones ventana) para cumplir con las condiciones de contorno [Was07,Jog09,Sha12]. Un aspecto importante del modelo de Strukov es la ausencia de tensiones promedio definidas para los procesos de *set* y *reset*.

En el modelo de Strukov, se considera una capa delgada de grosor  $D$  intercalada entre dos electrodos, tal como se muestra en Fig. 2.6(a). La resistencia total del dispositivo se determina por medio de dos resistencias variables conectadas en serie (Fig. 2.6(b)), donde el tamaño de las resistencias viene dado por la longitud total  $D$  del dispositivo. Específicamente, la capa posee una región con una alta concentración de iones positivos con una resistencia baja  $R_{ON}$ , y la zona restante posee una concentración baja de iones (esencialmente cero) y una resistencia más alta  $R_{OFF}$ .

La aplicación de una polarización externa  $V(t)$  sobre el dispositivo desplazará el límite entre las dos regiones a causa de la deriva de vacantes. Para el caso más simple de conducción electrónica óhmica y deriva lineal de iones en un campo uniforme con una movilidad promedio  $\mu_v$ , se obtiene que:

$$V(t) = \left( R_{ON} \frac{w(t)}{D} + R_{OFF} \left( 1 - \frac{w(t)}{D} \right) \right) \cdot i(t) \quad (2.5)$$

$$\frac{dw(t)}{dt} = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} \cdot i(t) \quad (2.6)$$

con lo que para  $w(t)$  se obtiene:

$$w(t) = \mu_V \frac{R_{ON}}{D} q(t) \quad (2.7)$$

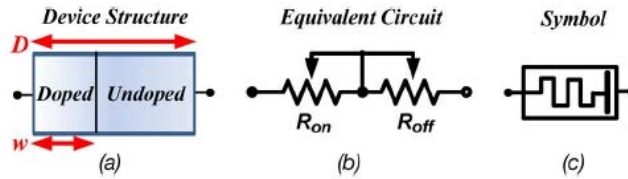


Figura 2.6: (a) Estructura del memristor. (b) Modelo circuital equivalente. (c) Símbolo para el memristor. [Ho11].

Insertando la ecuación (2.7) en la ecuación (2.5) se obtiene la memristencia de este sistema, que para  $R_{ON} \ll R_{HRS}$  se simplifica en:

$$M(q) = R_{OFF} \left( 1 - \frac{\mu_V R_{ON}}{D^2} q(t) \right) \quad (2.8)$$

La parte izquierda de la Fig. 2.7 muestra un caso en el que la parte derecha de la ecuación (2.6) se multiplica por la función ventana  $w(1-w)/D^2$ , que corresponde a una deriva no lineal cuando  $w$  tiende a cero o a  $D$ . En este caso, la conmutación requiere de una cantidad de carga notable (o tensión promedio) para que  $w$  se acerque a cada límite. La parte derecha de la Fig. 2.7 ilustra una característica  $I-V$  experimental de un dispositivo de MIM de capa ultrafina (5nm) de  $TiO_2$  y otra de  $TiO_{2-x}$ . En este sistema las vacantes de oxígeno actúan como cargas móviles al aplicar un campo eléctrico, desplazando la línea divisoria entre las capas de  $TiO_2$  y  $TiO_{2-x}$ .

Según [Rak10], el modelo se podría corregir con una función ventana similar a la aplicada en la ecuación (2.6) para que se comporte como un dispositivo real, teniendo en cuenta la deriva al aplicar una tensión en una capa delgada con una función ventana  $w(D-w)/D^2$ :

$$\frac{dw(t)}{dt} = - \frac{w(t)(D-w(t))}{D^2} \mu_V \frac{R_{ON}}{D} \cdot i(t) \quad (2.9)$$

Si se define  $x(t) = 1-w(t)/D$  entonces se puede tener (2.5) y (2.9) en una forma simple en para una modelización más asequible

$$V(t) = [(R_{OFF} - R_{ON})x(t) + R_{ON}]i(t) \quad (2.10)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = x(t)(1 - x(t))\mu_V \frac{R_{ON}}{D} \cdot i(t) \quad (2.11)$$

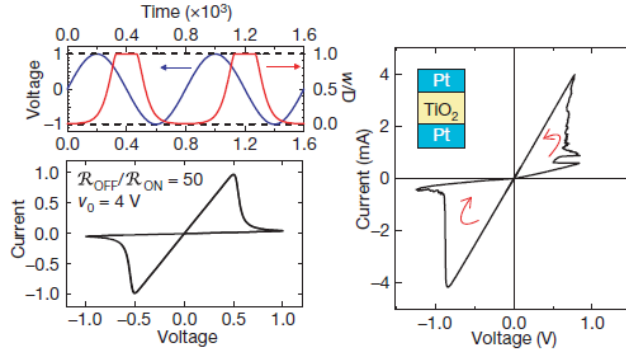


Figura 2.7: Simulaciones de dispositivos memristivos estimulados por tensión. Simulación de deriva de iones (izquierda). Para comparar, se presenta una curva experimental I-V de Pt-TiO<sub>2-x</sub>-Pt (derecha) [Str08].

donde  $0 \leq x \leq 1$  es la variable de estado,  $R_{ON}$  la resistencia LRS,  $R_{OFF}$  la resistencia HRS. Los valores permitidos de la variable de estado están limitados al intervalo  $[0, D]$ . Para satisfacer estos límites, la ecuación (2.11) se multiplica por una función que anula la derivada e iguala la ecuación (2.11) a cero cuando está en uno de los límites. Una posible aproximación es una función ventana rectangular (la función donde el valor es 1 para cualquier valor de la variable de estado, excepto en los límites donde el valor es 0). También es posible añadir algún efecto de deriva usando una ventana diferente, efectos como un decrecimiento en la velocidad de los iones cerca de los límites:

$$f(x(t)) = 1 - (1 - 2x(t))^{2p} \quad (2.12)$$

donde  $p$  es un entero positivo. Para valores grandes de  $p$ , la función ventana se asemeja a la función ventana rectangular (Fig. 2.8(a)) y el efecto de deriva se reduce. La función ventana en (2.12) exhibe un problema significativo para modelizar dispositivos prácticos, desde el momento en que la derivada se fuerza a cero y el estado interno del dispositivo no puede cambiar si alcanza uno de los límites. Para prevenir esta imprecisión del modelo, se propone una función ventana diferente:

$$f(x(t)) = 1 - (1 - x(t) - stp(-i))^{2p} \quad (2.13)$$

$$stp(i) = \begin{cases} 1, & i \geq 0 \\ 0, & i < 0 \end{cases} \quad (2.14a)$$

$$(2.14b)$$

donde  $i$  es la corriente del sistema memristivo. Esta función se muestra en la Fig. 2.8(b). En su definición original, estas funciones ventana no poseen un factor de escala y por lo tanto no pueden ajustarse, esto es, el valor máximo de la función ventana no se puede

cambiar a un valor mayor o menor que uno. Para superar esta limitación, una leve mejora sería la de añadir un factor de escala multiplicativo a la función ventana. La función ventana propuesta sería:

$$f(x(t)) = j \left( 1 - \left[ (0.5 - x(t))^2 + 0.75 \right]^p \right) \quad (2.15)$$

donde  $j$  es un parámetro de control que determina el valor máximo de la función (en esta función, el valor máximo puede ser menor o mayor que uno). La función se muestra en la Fig. 2.9.

Mientras estas funciones ventana atenúan los problemas de contorno y sugieren un efecto no lineal, estas funciones no exhiben un comportamiento de deriva iónica no lineal completo ya que el modelo ignora la dependencia no lineal de la derivada del estado en la corriente. Un modelo de deriva iónica lineal con una función ventana no es, por tanto, un modelo de comportamiento de deriva iónica no lineal completo.

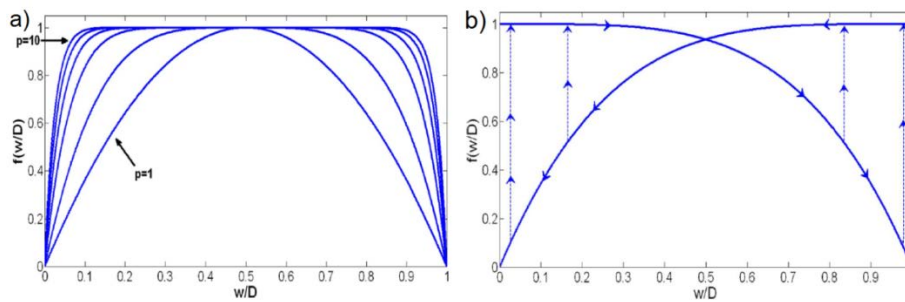


Figura 2.8: (a) Función ventana descrita por (2.12) para varios valores de  $p$ . (b) Función ventana descrita por (2.13) [Kva 13].

Por otro lado, un estudio reciente ha revelado falta de predictibilidad de los modelos correspondientes a las ecuaciones (2.10) y (2.11) con independencia de la función ventana que se considere [Lin14]. El estudio se basaba en tres criterios: el primero considera que, hasta ahora, un modelo memristivo aceptable debe ofrecer cierta robustez ante cambios en la amplitud de la tensión de entrada, es decir, en el valor inicial de la variable de estado. El segundo es revisar si existe una dependencia exponencial. Este criterio es esencial para conseguir simulaciones de aplicaciones típicas de dispositivos memristivos (tanto de memoria como aplicaciones lógicas) las cuales se llevan a cabo mediante pulsos rápidos. Y el tercero surge de la necesidad de simular múltiples elementos para mapear circuitos reales.

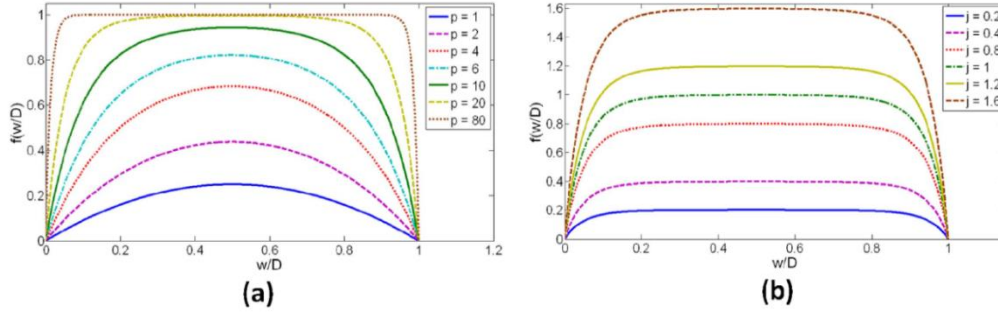


Figura 2.9: Función ventana descrita por (2.15) (a) variando  $p$ , y (b) variando  $j$  [Kva 13].

### 2.3.2. Modelo de memristor-rectificador

Yang también consideró modelizar la conmutación resistiva a partir de un circuito eléctrico equivalente [Yan08]. En este caso, las características  $I$ - $V$  son modelizadas usando una combinación de memristores y rectificadores, los cuales a su vez se pueden utilizar para construir una familia de elementos circuitales electrónicamente reconfigurables [Yan09c]. Desde el punto de vista físico, el comportamiento del dispositivo se explica en términos de trampas de electrones y movimiento de vacantes ante una tensión aplicada. Estudiando la conmutación bipolar de las características  $I$ - $V$  de uniones de dispositivos de  $\text{TiO}_2$  (Fig. 2.10 y 2.11) a micro y nanoescala con electrodos de Pt, fue posible demostrar que las transiciones  $\text{HRS} \leftrightarrow \text{LRS}$  son consecuencia de cambios en la altura de la barrera de potencial en la interfaz Pt/ $\text{TiO}_2$  debido al movimiento de vacantes de carga positiva en el oxígeno. Los cambios de esta barrera provocan o bien comportamientos óhmicos o bien de tipo rectificador. Las características  $I$ - $V$  se describen matemáticamente por la ecuación fenomenológica:

$$I = w^n \beta \sinh(\alpha V) + \chi [\exp(\gamma V) - 1] \quad (2.16)$$

El primer término de la ecuación (2.16) representa un memristor de flujo controlado:  $\beta \sinh(\alpha V)$  es la aproximación considerada para el estado LRS, la cual está relacionada al transporte de efecto túnel del electrón a través de una barrera delgada.  $\alpha$ ,  $\beta$ , y  $n$  son constantes de ajuste y  $w$  es la variable de estado del memristor. Mientras que para  $n=1$  la velocidad de deriva de las vacantes de oxígeno es directamente proporcional al campo eléctrico, en el caso general  $n$  se usa como parámetro libre en el modelo que puede ajustarse para modificar el comportamiento de conmutación. El segundo término representa la rectificación para el estado HRS, que en este caso adopta la forma característica de un diodo.  $\chi$  y  $\gamma$  son constantes de ajuste. La ecuación (2.16) fue elegida más por su simplicidad y capacidad de reproducir las características  $I$ - $V$  que como un modelo físico detallado.

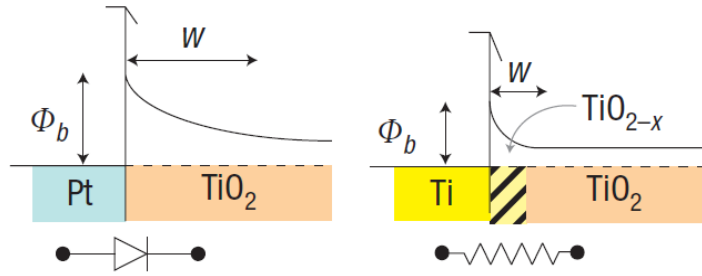


Figura 2.10: Uniones de  $\text{TiO}_2$  monocristalinos muestran el rol de las interfaces, que determinan el comportamiento eléctrico. El diagrama de energías muestra la baja concentración de vacantes de oxígeno bajo los pads de Pt manteniendo la barrera de Schottky (diodo) entre el Pt y  $\text{TiO}_2$ , mientras que la alta concentración de vacantes en las interfaces bajo los pads de Ti/Pt colapsa la barrera Schottky y producen contactos óhmicos (resistencia).  $\phi_b$  y  $w$  son la altura de barrera y el espesor, respectivamente [Yan08].

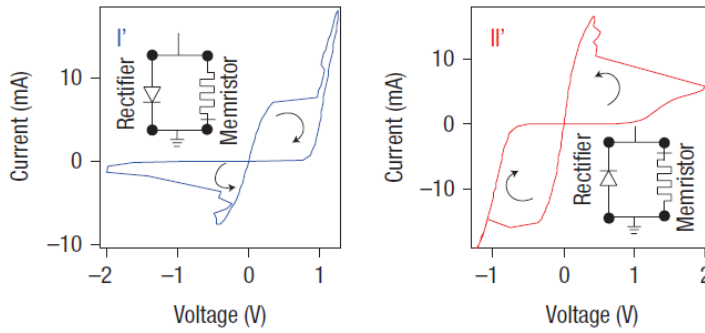


Figura 2.11: Dispositivos de  $\text{TiO}_{2-x}$  de capa delgada con vacantes de oxígeno controladas verifican el mecanismo de conmutación. Las muestras I y II con secuencias de capas invertidas de 15-nm  $\text{TiO}_2$  y 15-nm  $\text{TiO}_{2-x}$  (más vacantes) muestran polaridades de curvas  $I-V$  en sus estados iniciales. Las polaridades de conmutación de estas dos muestras son también opuestas [Yan08].

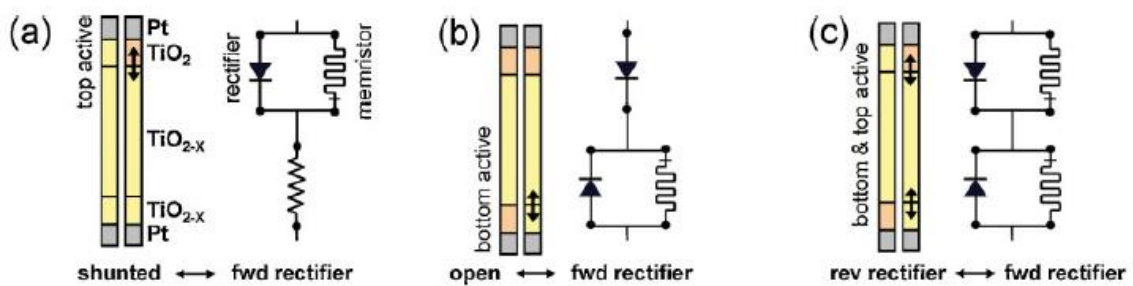


Figura 2.12: Dispositivos de conmutación óhmico-memristivos a), diodo-memristivos b), y memristivo-memristivo c) y sus correspondientes circuitos equivalentes [Yan09c].

Yang [Yan09c] introdujo una familia de nanodispositivos reconfigurables basada en la interacción entre conmutación resistiva y propiedades de rectificación en dos interfaces MIM (Fig. 2.12). En ella son posibles cuatro estados finales  $I-V$  dependiendo de las propiedades de transporte en las dos interfaces de una unión, y esto es posible al presentar tres tipos de dispositivos que exhiben transiciones entre pares de esos estados

controlando la distribución inicial de vacantes de oxígeno en la capa de óxido. Estos dispositivos podrían tener aplicaciones por su capacidad de configurarse a un estado particular (rectificador en directa o inversa, conductor o dieléctrico) o para sus propiedades de conmutación habituales como la transición entre estados mediante una tensión aplicada.

Chang propuso una modificación del modelo de Yang para dispositivos MIM basados en  $WO_x$ , la cual implica una dependencia exponencial con la tensión en la ecuación de estado [Cha11b] (Fig. 2.13):

Se muestra también cómo con tensiones aplicadas suficientemente altas para producir la conmutación resistiva los iones se mueven a velocidades con dependencia exponencial:

$$\frac{dw}{dt} \propto \sinh\left(\frac{V/E_0}{d-w}\right) \quad (2.17)$$

donde  $d$  es el espesor total de la capa y  $E_0$  un campo eléctrico característico, despreciando efectos de orden superior. A medida que decrece la longitud de la región resistiva ( $d-w$ ), el campo eléctrico efectivo aumenta y la variación ( $dw/dt$ ) aumentará significativamente de forma no lineal. El crecimiento no lineal de la longitud  $w$  conllevará ciclos de histéresis muy pequeños en los primeros ciclos de tensión y cambios en la resistencia más grandes en los siguientes. Estos resultados contrastan, sin embargo, con los observados en los efectos memristivos de dispositivos de  $TiO_x$  y  $WO_x$ , donde la conductividad cambia a cada ciclo de tensión constantemente. Las ecuaciones de memristor se pueden describir ahora como:

$$I(V) = w\gamma \sinh(\delta V) + (1-w)\alpha[1 - \exp(-\beta V)] \quad (2.18)$$

$$\frac{dw}{dt} = \lambda \sinh(\eta V) \quad (2.19)$$

donde la variable de estado  $w$  está asociada inicialmente con la longitud del hueco que separa los iones conductores de los resistivos y después con el tamaño lateral del filamento conductor.  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ , y  $\eta$  son constantes de ajuste. En este caso, la ecuación (2.18) expresa la contribución de dos mecanismos de conducción paralelos. Para  $w=0$ , la emisión de barrera Schottky domina, mientras que por  $w=1$ , el efecto túnel es el principal mecanismo de conducción. El seno hiperbólico en la ecuación (2.19) refleja la dependencia exponencial del movimiento de vacantes frente a una tensión aplicada. La expresión (2.19) puede entenderse (usando dos exponenciales en vez de  $\sinh$ ) como un comportamiento asimétrico de la curva  $I-V$  en polarizaciones positivas y negativas. Se pueden acomodar los resultados a loops de histéresis añadiendo un término de difusión en la ecuación (2.19).

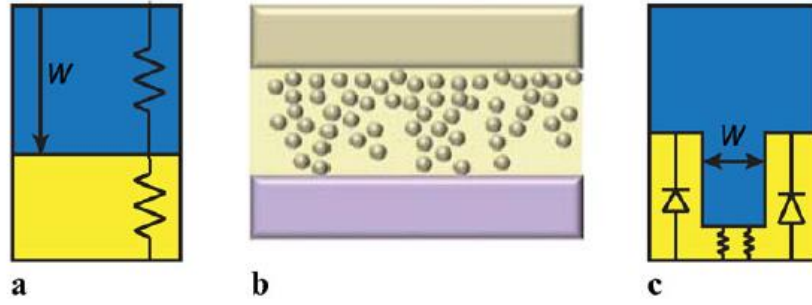


Figura 2.13: (a) Esquemático de la aproximación que define  $w$  como filamento. (b) Sección transversal del dispositivo de  $\text{WO}_x$ . (c) Esquemático de la aproximación que define  $w$  como región conductora [Cha 11b].

### 2.3.3. Modelo de barrera de potencial

Borghetti *et al.* [Bor09] investigaron las características del transporte eléctrico de las estructuras MIM basadas de  $\text{TiO}_2$  en función de la temperatura (Fig. 2.14). Se observó un comportamiento completamente diferente tras comparar un dispositivo “virgen” (sin usar) con otro estimulado eléctricamente. Se observaron dos comportamientos limitantes: De tipo óhmico para el LRS y exponencial para el HRS. De nuevo, este último modelo de conmutación se atribuye a la conducción por efecto túnel a través de una barrera de potencial. También se atribuye a cambios inducidos por la tensión en la concentración de vacantes de oxígeno en la región entre el extremo del camino filamentario y el contacto de metal adyacente.

La característica  $I$ - $V$  del estado HRS se puede aproximar a la dependencia exponencial de la característica de un diodo:

$$i(V) = i_0(e^{V/V_0} - 1) \quad (2.20)$$

donde  $i_0$  y  $v_0$  son dos parámetros dependientes del estado. La derivada de la resistencia del sistema la da la expresión:

$$\frac{dv}{di} = R_s + \left(\frac{V_0}{i_0}\right) / \left(\frac{i}{i_0} + 1\right) \quad (2.21)$$

donde  $R_s$  es la resistencia en serie correspondiente al canal en serie con gap de la Fig. 2.14. El rol de  $R_s$  en la transición se ha estudiado también como una función de la temperatura. La temperatura es una variable de estado importante oculta en el sistema. Se pudo medir una temperatura interna efectiva o promedio en función de la corriente del dispositivo, basándose en la desviación de la resistencia en el estado óhmico estable (LRS).



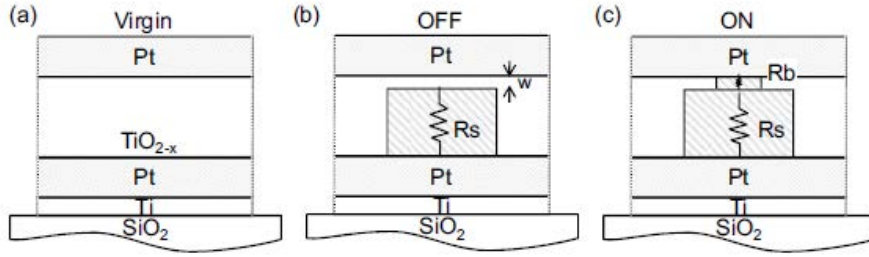


Figura 2.14: (a) Esquemático de la sección transversal de la región activa en estado virgen. (b) En estado *OFF*, una resistencia  $R_s$  de los canales conductores en serie con un gap de anchura  $w$ . (c) Un canal conductor,  $R_b$  cierra el gap en el estado *ON* [Bor09].

Se obtuvieron conclusiones similares por parte de Pickett *et al.* [Pic09] (Fig. 2.15), pero en este caso, para las características  $I$ - $V$  se consideró la expresión de efecto túnel de Simmons [Sim63] con barrera de potencial rectangular. La amplitud de esta barrera  $w$  se identifica como la variable de estado dominante y no su altura. Las conmutaciones  $HRS \leftrightarrow LRS$  se consiguen por medio de un conjunto de funciones no lineales de la corriente y de  $w$ , las cuales están acopladas numéricamente a la ecuación de efecto túnel en serie con el canal de conducción óhmica ( $R_s$ ).

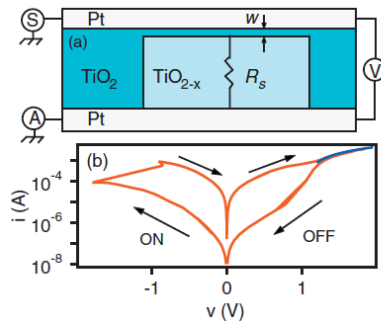


Figura 2.15: Esquemático de caracterización. (a) Esquemático de una sección transversal del dispositivo tras aplicar una tensión y montaje para el testeo de corriente-tensión. Para el test,  $S$ ,  $A$ , y  $V$  representan una fuente de tensión, amperímetro y voltímetro, respectivamente. En el esquemático del dispositivo  $w$  y  $R_s$  representan la anchura de la barrera de potencial y la resistencia del canal formado, respectivamente. (b) Ejemplo de curva de conmutación  $I$ - $V$  para el dispositivo estudiado. Una polarización positiva conmuta el dispositivo en estado *OFF*, mientras que una polarización negativa conmuta al estado *ON*. La curva azul corresponde al ajuste para un canal conductor de resistencia en serie  $R_s = 215 \pm 6 \Omega$  [Pic09].

Con tal de determinar una expresión analítica de la evolución dinámica del estado para la conmutación *OFF* y *ON*, se aplica una técnica regresiva. El resultado final es un conjunto de parámetros para el rango completo de tensiones aplicadas a estudiar, con las siguientes expresiones analíticas: conmutación *OFF* ( $i > 0$ ):

$$\frac{dw}{dt} = f_{off} \cdot \sinh\left(\frac{i}{i_{off}}\right) \cdot \exp\left[-\exp\left(\frac{w - a_{off}}{w_c} - \frac{|i|}{b}\right) - \frac{w}{w_c}\right] \quad (2.22)$$

y los parámetros de ajuste  $f_{\text{off}} = 3.5 \pm 1 \mu\text{m/s}$ ,  $i_{\text{off}} = 115 \pm 4 \mu\text{A}$ ,  $a_{\text{off}} = 1.20 \pm 0.02 \text{nm}$ ,  $b = 500 \pm 70 \mu\text{A}$ , y  $w_c = 107 \pm 4 \text{pm}$ ; conmutación ON ( $i < 0$ ):

$$\frac{dw}{dt} = f_{\text{on}} \cdot \sinh\left(\frac{i}{i_{\text{on}}}\right) \cdot \exp\left[-\exp\left(\frac{w - a_{\text{on}}}{w_c} - \frac{|i|}{b}\right) - \frac{w}{w_c}\right] \quad (2.23)$$

y los parámetros de ajuste  $f_{\text{on}} = 40 \pm 10 \mu\text{m/s}$ ,  $i_{\text{on}} = 8.9 \pm 0.3 \mu\text{A}$ ,  $a_{\text{on}} = 1.80 \pm 0.01 \text{nm}$ ,  $b = 500 \pm 90 \mu\text{A}$ , y  $w_c = 107 \pm 3 \text{pm}$ .

En conclusión, el ancho de la barrera se modula con la aplicación de tensión o corriente. Por el contrario, la ecuación de efecto túnel de Stratton [Yu11b] se usa en lugar de la de Simmons para calcular la corriente en el modelo desarrollado para CBRAM. El incremento de volumen de un filamento conductor se puede calcular por medio de la acumulación de iones metálicos que se agregan para formarlo. La evolución de la altura del conducto filamentario  $dh$  en un intervalo de tiempo  $dt$  puede expresarse desde la densidad de corriente como:

$$N_m dh = \frac{J}{Zq} dt \quad (2.24)$$

donde  $N_m$  es la densidad del metal,  $q$  es la carga,  $Z$  es el número de iones cargados, y  $J$  es la densidad de corriente iónica. La densidad de corriente  $J$  se puede describir por medio de la corriente de salto iónico de can be Mott–Gurney en electrolitos sólidos, cuya forma es:

$$J = 2ZqN_i a f \cdot \exp\left(\frac{-E_a}{kT}\right) \cdot \sinh\left(\frac{Z \cdot q \cdot E \cdot a}{2kT}\right) \quad (2.25)$$

donde  $N_i$  es la densidad de los iones en los electrolitos,  $f$  es la frecuencia de escape,  $E_a$  es la energía de activación,  $E$  es el campo eléctrico,  $kT$  es la energía térmica, y  $a$  es la distancia efectiva. Esta distancia efectiva sirve como parámetro de ajuste en relación con la dependencia de la migración iónica para con el campo eléctrico. Normalmente el valor extraído de  $a$  es mucho más grande que la constante de red debido a que se usa un campo eléctrico promedio en la estimación. Sin embargo, para el salto iónico en electrolitos sólidos, el campo eléctrico local puede ser mucho más alto que el campo promedio. En este modelo compacto es difícil estimar la magnitud exacta del campo local, por tanto se agrupa este factor de aumento en un parámetro empírico  $a$ . Combinando (2.24) y (2.25), se obtiene la variación de la altura del filamento como:

$$\frac{dh}{dt} = v_h \exp\left(\frac{-E_a}{kT}\right) \cdot \sinh\left(\frac{Z \cdot q \cdot E \cdot a}{kT}\right) \quad (2.26)$$

donde el parámetro de ajuste  $v_h = 2Ni/Nm \cdot a \cdot f$  se usa en relación a la ratio de crecimiento vertical del filamento. Aplicando una aproximación de divisor de tensión de dos resistencias (una resistencia para el conducto filamento y otra para la región del electrolito), el campo eléctrico en la región del electrolito puede obtenerse como:

$$E = \frac{V}{L + \left(\frac{\rho_{on}}{\rho_{off}} - 1\right)h} \quad (2.27)$$

donde  $L$  es el espesor de la capa del electrolito sólido,  $\rho_{on}$  es la resistividad del conducto filamento, y  $\rho_{off}$  es la resistividad del electrolito no conductivo. Usando las ecuaciones acopladas (2.26) y (2.27), se puede obtener la evolución dinámica vertical del conducto filamento por medio de integración numérica. Una vez se conoce la altura  $h$  del conducto filamento, la resistencia  $R_{off}$  de la celda antes de que el proceso de *set* ocurra se estima como la suma de dos resistencias en serie:

$$R_{off} = \left(\rho_{on}h + \rho_{off}(L - h)\right)/A \quad (2.28)$$

donde  $A$  es el área de la parte inferior del conducto filamento, asumiendo que éste es cilíndrico antes del *set*. A continuación, se considera la evolución dinámica lateral del conducto filamento. Nótese que la evolución dinámica lateral debe ser análoga a la vertical ya que ambas poseen el mismo origen relacionado con la migración y reducción de iones. Sin embargo, para la evolución lateral, es difícil de expresar de forma explícita el campo eléctrico lateral; por tanto se usa un campo promedio aproximado y se sigue un modelo empírico que describe la variación del radio de la parte superior del filamento como:

$$\frac{dr}{dt} = v_r \exp\left(\frac{-E_a}{kT}\right) \sinh\left(\frac{\beta qV}{kT}\right) \quad (2.29)$$

donde  $r$  es el radio en la parte superior del conducto filamento y  $v_r$  y  $\beta$  son parámetros de ajuste para la velocidad de variación y la dependencia con el campo eléctrico, respectivamente. Así pues se modeliza un conducto filamento en forma de cono y la resistencia de celda después de que se produzca el *set* se expresa como:

$$R_{on} = \rho_{on}L/(\pi rR) \quad (2.30)$$

donde  $R$  es el radio en la parte inferior del filamento.

Uno de los mayores problemas de esta aproximación es la discontinuidad en las expresiones de efecto túnel para diferentes regímenes de tensión, los cuales se solucionan con funciones suavizantes de tipo logístico para la transición.

#### 2.3.4. Modelo de barrera Schottky

Hur *et al.* [Hur10] propusieron un modelo de circuito equivalente para características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva bipolar en  $Ta_2O_5/TaO_x$ . En este caso la característica  $I$ - $V$  para el estado HRS exhibe un comportamiento rectificador para polarizaciones negativas. El modelo se basa en la modulación de la altura de la barrera Schottky a causa del movimiento de vacantes de oxígeno. Se asume implícitamente que de los dispositivos utilizados se obtendrá conducción filamentaria. Las conmutaciones se producen a medida que el camino se oxida o reduce en la proximidad de la interfaz óxido-electrodo. En el estado LRS, la región de  $Ta_2O_5$  cercana a la interfaz se representa por una resistencia mientras que para el estado HRS, se representa por un diodo y una resistencia en serie (Fig.2.16).

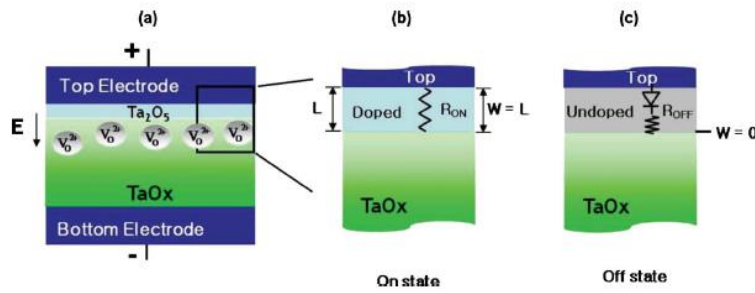


Figura 2.16: Esquemático conceptual de una conmutación resistiva bipolar. (a) Esquemático completo (b) Estado ON,  $W=L$  región dopada en estado óhmico. (c) Estado OFF, capa no dopada  $W=0$  con barrera Schottky en la parte superior. [Hur10]

El movimiento de vacantes de oxígeno dentro y fuera de la región de interés se rige por la siguiente ecuación dinámica para la longitud de la región  $w(t)$ :

$$\frac{dw}{dt} = \mu_V \frac{R_{ON}}{L^3} I w (L - w) \quad (2.31)$$

donde  $\mu_V$  es la movilidad de las vacantes de oxígeno,  $R_{ON}$  la resistencia LRS, y  $L$  el grosor de la zona activa de oxígeno. En este caso, el producto  $w(t)[L-w(t)]$  corresponde a la función ventana.  $w(t)$  puede usarse ahora para calcular la resistencia total del dispositivo  $R(t)$  tal como en el modelo de Strukov.

La tensión externa aplicada  $V(t)$  puede expresarse en términos de variables del modelo como sigue:

$$V(t) = \left\{ R_{ON} \frac{w}{L} + R_{OFF} \left[ 1 - \frac{w}{L} \right] + R_0 \right\} i(t) \quad (2.32)$$

donde  $R_{OFF}$  es la resistencia para estados completamente no dopados ( $w=0$ ) y  $R_0$  es la resistencia base del dispositivo de TaOx. Combinando las ecuaciones (2.32) y (2.33), se obtiene la ecuación diferencial de primer orden de  $w(t)$  en términos de la tensión aplicada  $V(t)$  como:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\mu_V R_{ON} w [L - w] V(t)}{L^3 \{ R_{ON} w/L + R_{OFF} [1 - w/L] + R_0 \}} \quad (2.33)$$

Tras la formación del filamento, la respuesta corriente-tensión del dispositivo de memoria de TaOx muestra comportamiento óhmico y por lo tanto se puede asumir que en un estado en el cual la totalidad de la región está ocupada con vacantes de oxígeno, posee contacto óhmico con sus electrodos. En la Fig. 2.16(c) se muestra un proceso de *reset* para volver al estado HRS. La interfaz del camino conductor vuelve al estado HRS mediante oxidación y forma un contacto Schottky cuya altura de barrera se determina por la diferencia entre la función de trabajo del Pt y la afinidad electrónica de la capa delgada de TaOx. La conmutación en definitiva se produce cuando el camino conductor se oxida o reduce en la interfaz del electrodo y la capa de óxido (Fig. 2.17).

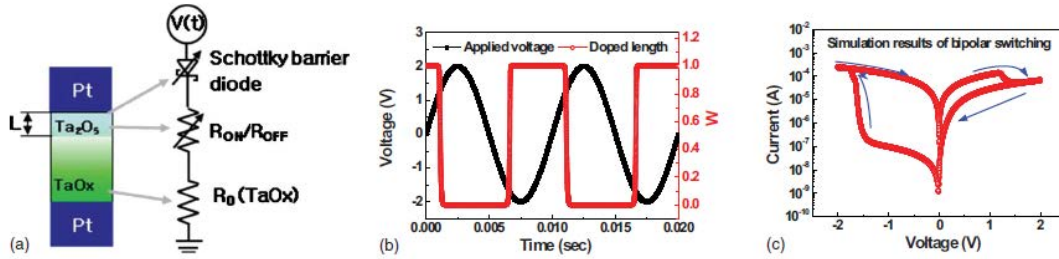


Figura 2.17: (a) Modelo circuital con barrera de Schottky variable, resistencia variable y resistencia base de la capa. (b) Tensión de entrada sinusoidal y respuesta de la región dopada. (c) Resultado de una simulación de conmutación resistiva bipolar [Hur10].

Por lo tanto, la característica  $I$ - $V$  se expresa por un modelo de barrera de Schottky con una resistencia variable  $R(t)$  como:

$$I(t) = \begin{cases} I_0 \left[ \exp \left\{ \frac{q}{\eta k T} [V(t) - I(t) R(t)] \right\} - 1 \right] & V > 0 \\ I_0 & V < 0 \end{cases} \quad (2.34)$$

donde  $I_0$  es la amplitud de corriente de diodo,  $T$  la temperatura,  $q$  la carga del electrón,  $k$  la constante de Boltzmann, y  $\eta$  el factor de idealidad. El modelo incluye el efecto de reducción de la barrera inducido por el campo eléctrico típico de Schottky así como los

factores de idealidad más grandes que uno debido a la presencia de estados de interfase. Las características  $I-V$  simuladas coinciden bastante con los datos experimentales.

### 2.3.5. Modelos de conducción basados en $\sinh(x)$

Muchos modelos propuestos recientemente describen la corriente del estado HRS mediante una dependencia del tipo seno hiperbólico respecto de la tensión aplicada. En ocasiones, esta consideración también se ha extendido al estado LRS [Szo06]. Esta dependencia con la tensión conlleva a loops de histéresis simétricos y de tipo óhmico para polarizaciones bajas y comportamiento exponencial de las características de conducción para polarizaciones grandes. En algunos casos, esta elección tiene un fundamento físico pero la mayoría de las veces se considera esta dependencia por sus buenos resultados de ajuste [Ros01,Szo06]. Simmons y Verderber fueron los primeros en usar una dependencia de seno hiperbólico para fenómenos de memoria reversibles en capas de óxido [Sim67]. Propusieron un modelo para la curva  $I-V$  con la forma:

$$I(V) = K(V)\sinh[k(V)V] \quad (2.35)$$

donde  $K$  y  $k$  son dos funciones de la tensión aplicada. La expresión (2.35) se atribuyó al efecto túnel entre zonas de vacantes y las transiciones  $\text{HRS} \leftrightarrow \text{LRS}$  a la existencia de un nivel de energía resonante discreto en el interior de la banda prohibida del óxido. Guan et al. [Gua12] implementaron también un modelo compacto en SPICE para conmutación resistiva considerando una expresión basada en el seno hiperbólico. Inspirado por la asociación de operaciones de memoria con el crecimiento de conductos filamentosos como consecuencia del movimiento de vacantes de oxígeno, los autores consideraron la formación de una barrera de potencial de anchura variable (Fig. 2.18). En su modelo, el cambio del tamaño del gap  $g$  se asocia con la probabilidad de que los iones de oxígeno sobrepasen energías de activación siguiendo una ley de tipo Arrhenius:

$$\frac{dg}{dt} = v_0 \exp\left(-\frac{E_{a,m}}{kT}\right) \sinh\left(\frac{qa\gamma}{LkT}V\right) \quad g \geq g_{min} \quad (2.36)$$

donde  $v_0$  es una velocidad relacionada con la frecuencia de escape y  $E_{a,m} \sim 1.2\text{eV}$  es la energía de activación para vacantes de oxígeno en un proceso de *set* (*reset*).  $L$  es el grosor del material que conmuta y  $a$  es la distancia de salto.  $V$  es la tensión aplicada a través de la celda y  $g_{min}$  es el tamaño mínimo de gap que existe entre el extremo de filamento y el electrodo.  $\gamma$  es el factor de calidad que tiene en cuenta la polarización del material y la distribución de potencial no uniforme a través de la celda. La ecuación (2.36) es la derivada de la corriente iónica de Mott-Gurney [Yu11b]. Asumiendo que la corriente exponencial depende de la distancia túnel y la fuerza del campo, los autores propusieron que la característica  $I-V$  se podía expresar como:

$$I(g, V) = I_0 \exp\left(-\frac{g}{g_0}\right) \sinh\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (2.37)$$

donde  $I_0$ ,  $g_0$ , and  $V_0$  son parámetros de ajuste. Ambas regiones (lineal y exponencial) de las características  $I$ - $V$  se pueden ajustar con la ecuación (2.37) para una tensión  $V_0$  adecuada. Desafortunadamente, en [Gua12], el macromodelo completo se usa solo para representar la respuesta transitoria de memoria y no para las características  $I$ - $V$ . Un punto interesante del modelo es la inclusión del efecto Joule de disipación de calor en la formación del gap. La expresión (2.37) se obtiene del modelo QPC y con ella se derivará el modelo compacto desarrollado como parte de esta tesis en el capítulo siguiente. En la publicación **A** se pueden ver expresiones del modelo compacto considerando diferentes tipos de amplitud de corriente, pero todas ellas con dependencia del seno hiperbólico, tal y como ocurre también en (2.37).

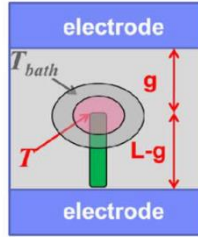


Figura 2.18: Estructura conceptual de una celda MIM RRAM usada para modelización compacta. [Gua12].

Un modelo de memristor que tiene en cuenta la asimetría de las características  $I$ - $V$  de la conmutación resistiva experimental fue el propuesto por Yakopcic et al. [Yak11] (Fig. 2.19). El modelo resultó ser útil para señales de entrada de tipo sinusoidal:

$$I(t) = \begin{cases} a_1 x(t) \sinh[bV(t)] & V \geq 0 \\ a_2 x(t) \sinh[bV(t)] & V < 0 \end{cases} \quad (2.38)$$

donde  $a_1$  y  $a_2$  son los parámetros de amplitud y  $b$  es un parámetro que controla la intensidad de las funciones umbral.

El cambio en la variable de estado se basa en dos funciones diferentes, llámense,  $g(V(t))$  and  $f(x(t))$ . La función  $g(V(t))$  impone un umbral programable en el modelo de memristor. Cada dispositivo memristor publicado muestra que no hay cambio de estado en el memristor a menos que se exceda de una cierta tensión umbral. La tensión se ve como la mínima energía requerida para imponer un cambio en la estructura física del dispositivo. Estos cambios incluyen el movimiento de los iones de baja movilidad o el cambio de estado en un dispositivo calcogénido. El umbral programable se implementa usando la función (2.39). En contraposición con el de la sinusoide hiperbólica, el

modelo (2.39) proporciona la posibilidad de tener diferentes umbrales basados en la polarización de la tensión de entrada. Esto se requiere para proporcionar un mejor ajuste a los datos de caracterización ya que muchos de estos dispositivos muestran diferentes valores de tensión promedio, dependiendo de si la tensión de entrada es positiva o negativa. Además de los umbrales positivo y negativo ( $V_p$  y  $V_n$ ), puede ajustarse la magnitud de las exponenciales ( $A_p$  y  $A_n$ ). Estas magnitudes representan cómo de rápido cambia el estado una vez se sobrepasa el umbral. En los resultados de aquí en adelante se puede ver cómo en algunos dispositivos se produce un gran cambio al sobrepasar el umbral, mientras que en otros el coeficiente de amplitud indica un cambio más lento.

$$g(V) = \begin{cases} A_p(e^V - e^{V_p}), & V > V_p \\ -A_n(e^{-V} - e^{V_n}), & V < -V_n \\ 0, & -V_n \leq V \leq V_p \end{cases} \quad (2.39)$$

La segunda función, que suele ser la variable de estado en el modelo  $f(x(t))$ , se puede ver en (2.40) y (2.41). Esta función se añade en base a asumir que se complica el cambio de estado de los dispositivos en cuanto la variable de estado se aproxima a los límites. Esta idea ya ha sido teorizada y experimentada anteriormente. Esta función también proporciona la posibilidad de modelizar el cambio de la variable de estado de forma diferente dependiendo de la polaridad de la tensión de entrada. Además, esta técnica ya fue usada para desarrollar una ecuación de estado diferente que también dependía de la polaridad de la señal de entrada. Otra posible explicación para esto sería que es más difícil ubicar iones de vuelta a su posición original después de que estos hayan sido previamente retirados.

Cuando  $V(t) > 0$ , la variación de la variable de estado esta descrita por (2.40); en caso contrario, se describe por (2.41). La función  $f(x(t))$  se desarrolla asumiendo que la variable de estado crece constantemente hasta alcanzar el punto  $x_p$  o  $x_n$ . En este punto, la el crecimiento se limita por una función exponencial decreciente. Siendo la variable de estado diferente en distintos dispositivos estudiados, esta función utiliza parámetros de ajuste para acomodarse a los cambios. Las constantes en esta ecuación representan el punto donde el crecimiento de variable de estado queda limitado ( $x_p$  y  $x_n$ ) y también la velocidad en la que la exponencial decae ( $\alpha_n$  y  $\alpha_p$ ). Estas diferencias se deben al hecho de que el crecimiento de la variable es muy diferente en diferentes dispositivos.

$$f(x) = \begin{cases} e^{-\alpha_p(x-x_p)w_p(x, x_p)}, & x \geq x_p \\ 1, & x < x_p \end{cases} \quad (2.40)$$

$$f(x) = \begin{cases} e^{\alpha_n(x+x_n-1)w_n(x, x_n)}, & x \leq 1 - x_n \\ 1, & x > 1 - x_n \end{cases} \quad (2.41)$$

En (2.42),  $w_p(x, x_p)$  es una función ventana para asegurar que  $f(x)$  es igual a cero cuando  $x(t) = 1$  y  $V(t) > 0$ . En (2.43),  $w_n(x, x_n)$  mantiene  $x(t)$  de bajar de cero cuando el flujo de corriente se invierte:



$$w_p(x, x_p) = \frac{x_p - x}{1 - x_p} + 1 \quad (2.42)$$

$$w_n(x, x_n) = \frac{x}{1 - x_n} \quad (2.43)$$

La variable de estado  $x(t)$  determina las dinámicas de conmutación del dispositivo y su derivada viene dada por:

$$\frac{dx}{dt} = \eta g(V) f(x) \quad (2.44)$$

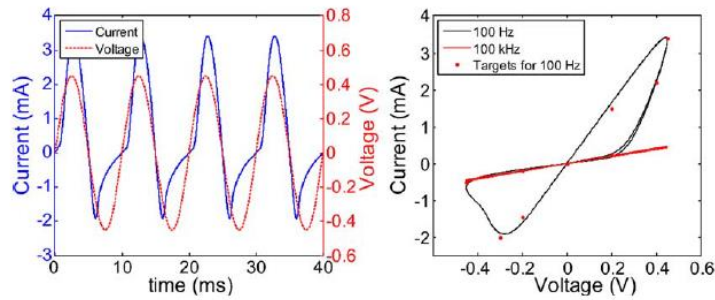


Figura 2.19: Resultados de la simulación para un dispositivo memristivo para una entrada sinusoidal (los puntos son los datos experimentales). En esta simulación,  $V_p = 0.16$  V,  $V_n = 0.15$  V,  $A_p = 4000$ ,  $A_n = 4000$ ,  $x_p = 0.3$ ,  $x_n = 0.5$ ,  $a_p = 1$ ,  $a_n = 5$ ,  $a_1 = 0.17$ ,  $a_2 = 0.17$ ,  $b = 0.05$ , y  $x_0 = 0.11$  [Yak11].

### Resumen

En este capítulo se ha argumentado sobre la importancia de la abstracción como herramienta de modelización de sistemas en ingeniería. De su versatilidad en la definición de niveles de abstracción en cuanto a la descripción de sistemas. Por ejemplo, en este capítulo, se han definido tres niveles con los que se pretendía orientar sobre el tipo de modelo para la conmutación resistiva que se ha elegido en la presente tesis y el porqué. Se ha realizado también una ampliación del análisis del estado del arte de modelos de descripción memristiva que se realizó en la publicación **D**. Modelos en los que se echa en falta aproximaciones más fáciles de implementar en simulación, modelos compactos y no descripciones “a trozos”, modelización de los procesos de *set* y *reset* y versatilidad ante una señal de entrada arbitraria. Finalmente, y tras una introducción a los modelos conductuales, se ha definido el modelo presentado como parte de esta tesis como un modelo conductual y compacto basado en el circuito eléctrico equivalente de Szot, controlable mediante variables de circuitos y que describe un comportamiento de histéresis capaz de representar conmutaciones resistivas bipolares.

### 3.

## Modelo circuital para la conmutación resistiva bipolar

Maxwell fue el primero en estudiar en 1873 las propiedades conductoras de pequeños contactos metálicos desde un punto de vista teórico. El tema de los contactos tiene hoy en día implicaciones importantes para la tecnología de fabricación de dispositivos de tamaño nanométrico. En límite clásico, la constricción del campo eléctrico o de las líneas de corriente se asocia siempre con una caída de potencial y por tanto con una resistencia. El fenómeno se puede pensar como la consecuencia directa de un efecto geométrico puro. Para un pequeño orificio separando dos electrodos idénticos, se puede obtener la llamada resistencia maxwelliana o resistencia de dispersión [Mir99]:

$$R = \frac{\rho}{2r} \quad (3.1)$$

donde  $\rho$  es la resistividad de los contactos. La expresión de esta resistencia solo es válida cuando se puede invocar la ley de Ohm. Sin embargo esta ley falla cuando el camino libre medio de los electrones es mucho más grande que el radio del contacto y en este caso el transporte de carga a través del orificio se vuelve balístico más que difusivo.

Sharvin en 1965 examinó teóricamente por primera vez la resistencia de un contacto balístico [Nai05] donde el camino libre medio es más grande que el tamaño de la constricción. El contacto se puede modelizar como un orificio circular en un óxido plano entre dos electrodos metálicos (Fig.3.1). La descripción de Sharvin de la resistencia del contacto es la siguiente: En un contacto balístico polarizado en tensión, el incremento de velocidad para un electrón que atraviesa el orificio es proporcional a la tensión aplicada. Esto da lugar a una corriente que atraviesa el contacto. Con la expresión de Drude para la resistividad se puede encontrar la expresión de la resistencia

de un contacto. Integrando la expresión se puede encontrar la resistencia de Sharvin para un contacto circular.

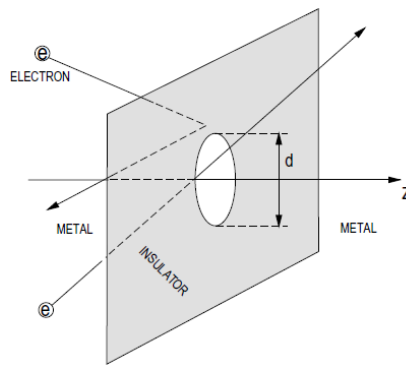


Figura 3.1. El modelo de un contacto puntual balístico presenta un orificio de diámetro  $d$  en un óxido plano entre dos electrodos metálicos y trayectorias de electrones.

A causa del modelo de Drude, esta resistencia es esencialmente independiente de las características particulares de los electrodos y está determinada principalmente por el área del contacto y la densidad de electrones en su proximidad. La resistencia de Sharvin, así como la del contacto maxwelliano, está también asociada con una caída de potencial abrupta a través del orificio del contacto. Drude desarrolló ya hace más de cien años una teoría para la conducción eléctrica y térmica de metales basada en la teoría cinética clásica de gases. Drude consideraba un metal como una red-depósito lleno de un gas de electrones, los cuales podían moverse libremente entre los eventos de dispersión en los iones de la red. Sommerfeld realizó posteriormente mejoras considerables en las estimaciones cuantitativas, las cuales tenían en cuenta el principio de exclusión de Pauli de la mecánica cuántica de los electrones, lo que a su vez conduce a la distribución de energía de Fermi-Dirac de los electrones con estados ocupados hasta la energía de Fermi.

En general, el camino libre medio depende de la energía y por tanto, de alguna forma, depende de la tensión, con lo que es necesario conocer las limitaciones de la resistencia de Sharvin y de las conclusiones que se pueden extraer de ello, en particular, sobre el tamaño de los contactos. Esta resistencia no tiene en cuenta correcciones para la corriente debido a la retrodispersión de electrones (con fonones), lo cual conlleva una contribución a la corriente que depende de la energía. La teoría del contacto puntual clásico o de Sharvin ha dado lugar a una técnica conocida hoy en día como espectroscopia de contacto puntual, la cual permite investigar el espectro de fonones de una amplia variedad de metales.

En un trabajo para un congreso (TNT 2014) se estudió la correlación entre la corriente y la resistencia en la modelización de la conmutación resistiva de una estructura MIM.

Considerando el resultado de la Fig. 3.2, donde  $M=29$  y  $N\approx 0.515$  de acuerdo con ajustes experimentales, la relación entre  $R$  y  $I$  puede aproximarse a:

$$R = MI^{-N} \rightarrow R \approx \frac{M}{\sqrt{I}} \quad (3.2)$$

Asumiendo que  $I$  es proporcional a la sección de la parte más estrecha del camino filamentario ( $I \propto A = \pi r^2$ ), es posible demostrar con la expresión (3.2) que  $R$  es consistente con la resistencia Maxwelliana ( $R \sim 1/r$  donde  $r$  es el radio de la constricción) y abre la posibilidad a una relación entre los mecanismos de conducción electrónica clásico y balístico [Tim06]:

$$R \approx \frac{M}{\sqrt{I}} \rightarrow R \approx \frac{k}{r} \quad (3.3)$$

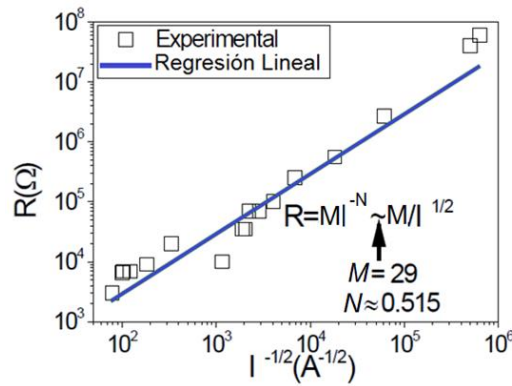


Figura 3.2: Correlación  $R$  vs.  $1/\sqrt{I}$ .

En este capítulo se mostrará cuál es el origen del modelo circuital (modelo introducido por primera vez en la publicación **A**) para la modelización de la conmutación resistiva bipolar. En las publicaciones **A**, **B** y **C** se hace una breve referencia de este origen, mientras que en el sub-apartado 2.7 de la publicación **D** se desarrolla de forma más extensa. También se mostrará la evolución que ha tenido a lo largo del periodo doctoral la entidad matemática (cuyas posibilidades se muestran en las figuras de las publicaciones **C** y **D**) con la que el modelo puede desarrollar un comportamiento de histéresis y así poder representar los estados de conducción en la conmutación resistiva. Además, se expondrán unos resultados interesantes de la publicación **B** y que demuestran que, dentro de un rango amplio de corriente, un modelo de función potencial gobernado por un solo parámetro es capaz de ajustarse a las características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva. La modelización de Preisach para conmutaciones resistivas multinivel se reserva para el siguiente capítulo.

### 3.1. Modelo de contacto puntual cuántico

¿Qué ocurre cuando el tamaño del contacto se reduce a escalas atómicas? R. Landauer [Lan50,Lan70] argumentó en 1957 sobre la naturaleza del transporte electrónico en un conductor unidimensional en términos del flujo de portadores incidentes desde reservorios. Proponía que cualquier conductor podía ser visto como un centro dispersor y que la medida de la conductividad es esencialmente una medida de las propiedades de dispersión del conductor (Fig. 3.3). La conductancia de un canal unidimensional puede describirse en términos del coeficiente de transmisión ( $T$ ). Economou y Soukoulis calcularon una vez más la conductancia de un canal cuántico unidimensional en 1981, considerando la teoría de respuesta lineal:

$$G = \frac{2e^2}{h} T \quad (3.4)$$

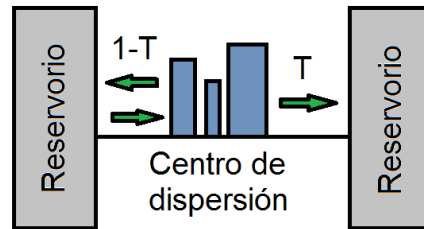


Figura 3.3: Esquema de un sistema de reservorios y conductor.  $T$  es la probabilidad de transmisión.

donde  $e$  es la carga del electrón,  $h$  es la constante de Planck y el factor de dos cuenta para la degeneración de spin,  $G$ , es la conductancia medida entre los reservorios. Si se aplica una tensión a través de dos contactos unidos a un conductor balístico ( $T=1$ ), la corriente es finita y por tanto la resistencia no es cero. Además su valor precisamente es:

$$R_0 = G_0^{-1} = \frac{h}{2e^2} \quad (3.5)$$

donde  $G_0 = (12.9\text{K}\Omega)^{-1}$  recibe el nombre de unidad de conductancia cuántica. En un régimen de respuesta lineal, la conductancia se puede reescribir como:

$$G = \frac{2e^2}{h} NT = G_0 NT \quad (3.6)$$

Donde  $N$  es el número de modos que se pueden propagar a través de la estructura o también el número de canales con energía inferior al nivel de energía de Fermi. Así pues, se puede decir que la ecuación (3.4) corresponde a la conductancia de un conductor balístico monomodo.  $T$  representa la probabilidad promedio de que un

electrón inyectado en uno de los extremos del conductor se transmita al otro extremo. Sin embargo, la ecuación (3.6) solo es válida a temperatura cero y para polarizaciones aplicadas extremadamente bajas. A pesar de esto, se puede extender para casos donde la temperatura no es cero y con tensiones finitas [Mir99,Lor14,Lan16]:

$$I = I^+ - I^- \quad (3.7)$$

donde

$$I^+ = \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} T(E, V) f(E - \beta eV) dE \quad (3.8)$$

y

$$I^- = \frac{2e}{h} \int_{-\infty}^{\infty} T(E, V) f(E + (1 - \beta)eV) dE \quad (3.9)$$

son los componentes de la derecha y la izquierda de la corriente que circula (Fig. 3.4(a-b)).  $E$  es la energía medida desde el nivel de equilibrio de Fermi,  $V$  la tensión aplicada,  $T$  la probabilidad de transmisión para un modo o conducto filamentario,  $0 \leq \beta \leq 1$  la fracción de la polarización aplicada que cae en el lado de la fuente del camino, y  $f$  la función de distribución de Fermi-Dirac. En este contexto,  $T$  es la probabilidad de transmisión para la primera sub-banda cuantizada. Notar que no se trata de una barrera material. La Fig. 3.4(a) muestra un conducto filamentario con una amplia sección transversal (la altura de la barrera de potencial está por debajo del cuasi-nivel de Fermi). La Fig. 3.4(b) muestra uno con una sección muy pequeña (la barrera de potencial está por encima del cuasi-nivel de Fermi). Esta distinción corresponde a caminos filamentosos totalmente ( $T=1$ ) o parcialmente formados ( $T<1$ ).

La conductancia en la constricción, asumiendo forma parabólica, se puede definir en términos de la probabilidad de transmisión:

$$T(E) = [1 + \exp(-\alpha(E - E_0))]^{-1} \quad (3.10)$$

con  $\alpha$  siendo un factor geométrico (relacionado con la forma de la barrera en la dirección longitudinal). Si se asume que la energía del electrón está por debajo del primer nivel de sub-banda, esto es,  $E - E_0 \ll 0$  entonces la ecuación (3.10) se ve como:

$$T(E) \approx \exp(\alpha(E - E_0)) \quad (3.11)$$

En resumen, la corriente que circula a través de un conducto filamentario entre dos electrodos es gobernada por una barrera de potencial correspondiente al primer nivel cuantizado asociado con la constricción. La altura de esta barrera determina el modo de conducción: LRS para una constricción ancha (barrera baja) y HRS para una constricción estrecha (barrera alta). Si la barrera se representa por un potencial parabólico invertido ( $\varphi \equiv E_0 - E_F$ ), la característica  $I-V$  se puede calcular con la aproximación de Landauer para polarización finita [Dat97]. En el caso de la ecuación (3.11), los componentes de la corriente (3.8) y (3.9) se pueden escribir como:

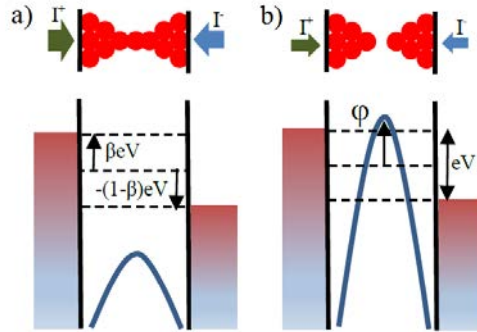


Figura 3.4: a) Diagrama de energías para una constricción ancha, b) Diagrama de energías para una constricción estrecha.  $\beta$  es la fracción de la polarización aplicada que cae en el lado de la fuente de la constricción y  $\varphi$  es la altura de la barrera de potencial medida desde el nivel de equilibrio de [Lan16].

$$I^+ = \frac{2e}{\alpha h} \exp(-\alpha\varphi) \exp(\alpha e \beta V) \quad (3.12)$$

$$I^- = \frac{2e}{\alpha h} \exp(-\alpha\varphi) \exp(-\alpha e (1 - \beta)V) \quad (3.13)$$

La corriente entonces es:

$$I(V) = \frac{2e}{\alpha h} \exp(-\alpha\varphi) [\exp(\alpha e \beta V) - \exp(-\alpha e (1 - \beta)V)] \quad (3.14)$$

Para  $\beta=1/2$ , la ecuación (3.14) se puede escribir así:

$$I(V) = \frac{4e}{h\alpha} \exp(-\alpha\varphi) \sinh\left(\frac{\alpha e}{2} V\right) \quad (3.15)$$

donde  $e$  es la carga del electrón,  $h$  la constante de Planck,  $\alpha$  una constante proporcional a la anchura de la barrera, y  $\varphi$  la altura de la barrera medida desde la energía de equilibrio de Fermi. La expresión (3.15) recuerda a la expresión (2.38) de Guan para la curva  $I-V$ . Sin embargo, en este caso, si el ancho de la barrera se reduce a cero en (3.15),  $\alpha \rightarrow 0$  la corriente resulta:

$$I(V) = \frac{2e^2}{h} V \quad (3.16)$$

Por lo tanto, en el modelo de contacto puntual cuántico para la conmutación resistiva [Suñ98,Mir99,Mir04,Mir10,Mir12], mediante las ecuaciones de (3.7) a (3.9), se proporciona una explicación natural para la dependencia del tipo seno hiperbólico. De esta manera, la magnitud de la corriente de conmutación resistiva se determina por el tamaño del filamento: la característica  $I$ - $V$  sigue una ley exponencial para una constricción estrecha y una dependencia lineal en función de la tensión aplicada para una constricción amplia. Aunque el modelo QPC no hace referencia explícita a la causa última detrás del cambio de resistencia, éste puede originarse en un reordenamiento atómico local causado por la aplicación de un campo externo. Se puede obtener un comportamiento similar como consecuencia del efecto de modulación de la altura de la barrera [Mir12]. La idea de que el conducto filamentario de conmutación resistiva se comporta eléctricamente como un nanocable con valores de conductancia cercanos a enteros múltiples de  $G_0$  se apoya con numerosas observaciones experimentales [Tsu12,Zhu12,Deg12,Che13,Meh13,Lon13,Hu13,Hu14]. Las configuraciones atómicas preferidas para el camino filamentario pueden explicar también esta fenomenología. Los primeros estudios principales llevados a cabo en capas finas de  $\text{HfO}_2$  monoclinicas y amorfas, en las cuales se crean caminos de vacantes de oxígeno, revelaron que incluso los filamentos más cortos (de uno o dos átomos de longitud) pueden mantener canales conductivos que exhiben signos de cuantización [Car12]. La ecuación (3.14) en el caso de confinamiento altamente asimétrico ( $\beta \approx 1$ ) en los dos extremos del filamento se escribe como:

$$I(V) = \frac{2e}{h\alpha} \exp(-\alpha\varphi) [\exp(\alpha eV) - 1] \quad (3.17)$$

La ecuación (3.17) es la forma estándar de un modelo tipo diodo, siendo la principal diferencia el hecho de que en el QPC la constante  $\alpha$  está relacionada con la forma de la barrera de potencial y no con la energía térmica  $kT$ . De acuerdo con el modelo QPC, la dependencia con la temperatura reside principalmente en  $\varphi$  [Wal11]. Por otra parte, para  $\beta=0$ , se obtiene el término rectificador en el modelo de memristor de Chang [Cha11b]. Para  $\varphi=0$ ,  $\beta=1$ , y  $\alpha=1/kT$ , la ecuación (3.14) se reduce a la expresión matemática para el modelo de Wagenaar et al. [Wag12] para dispositivos basados en  $\text{AgS}_2$ . La expresión (3.15) puede tenerse en cuenta para el modelo de las dos uniones rectificadoras de Quinteros et al. [Qui14] considerando  $\beta(V \geq 0)=1$  y  $\beta(V < 0)=0$ . En este último caso, las dos interfaces metal-dieléctrico son tratadas como diodos conmutables en antiparalelo. Las estructuras rectificadoras como aquellas requeridas en memorias no selectivas, se pueden obtener eliminando uno de los diodos paralelos [Kim10c].



### 3.2. Modelo circuital

En este apartado, y de acuerdo con los niveles de abstracción descritos en el capítulo anterior, se trasladará el enfoque desde el nivel mesoscópico del modelo QPC hasta el nivel macroscópico del modelo conductual compacto basado en el circuito eléctrico equivalente de Szot. Uno de los primeros intentos para describir las transiciones  $HRS \leftrightarrow LRS$  de conducción filamentaria mediante un circuito eléctrico equivalente en dispositivos de conmutación resistiva fue propuesto por Szot *et al.* [Szo06]. Szot atribuyó la conmutación de la resistencia eléctrica en capas monocristalinas de  $SrTiO_3$  al cambio en las propiedades de transmisión de vacantes individuales. Según el modelo de Szot el proceso de conmutación es básicamente consecuencia de modulación local del contenido de oxígeno relacionado con la capacidad de autodopaje de las TMO. En estas circunstancias también es posible tener múltiples filamentos (detectados como saltos en las características  $I-V$ ).

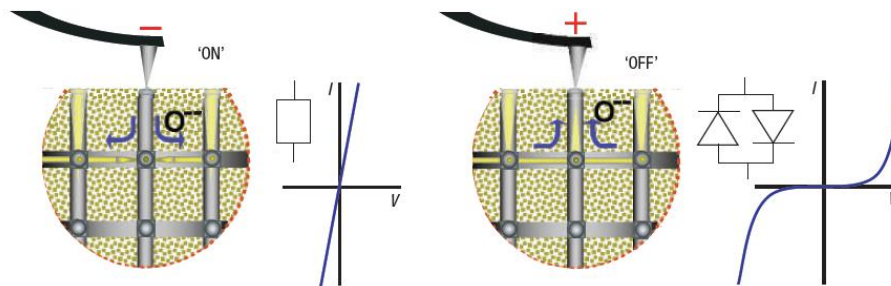


Figura 3.5: Una ilustración esquemática de la electromigración de oxígeno en un segmento superior de la red en un proceso de *set* (conmutación a estado *ON*) y en un proceso de *reset* (conmutación a estado *OFF*) a polarizaciones negativa y positiva, respectivamente. Las propiedades eléctricas se pueden caracterizar con una resistencia de característica  $I/V$  lineal (estado *ON*) y un diodo con característica  $I/V$  no lineal simétrica (estado *OFF*), teniendo en cuenta la conductividad en el elemento de la parte superior imaginado como un circuito eléctrico equivalente [Szo06].

Tal como se muestra de forma esquemática en la Fig. 3.5, la conmutación corresponde a una "apertura" o "cierre" de la vacante individual de posición más elevada en la red, en clara analogía a la noción de "ruptura" y "regeneración" de filamentos en un modelo multifilamentario. Para analizar el comportamiento eléctrico de un sistema filamentario complejo, se construye un circuito eléctrico equivalente basado en una red de resistencias y diodos, la cual tiene su origen en la ruptura dieléctrica en óxidos. Se asume que la malla (metálica) interior de vacantes se caracteriza por una red tridimensional ortogonal de resistencias. Además, esta malla está rodeada por elementos individuales direccionables cuyo comportamiento puede conmutar de forma reversible entre el de un diodo y el de una resistencia, según qué tensión promedio tengan (Fig. 3.6).

En el interior de este esquema se observa un tipo de transición de no conducción a conducción, es decir, una transición de estado HRS a LRS, para una estructura MIM macroscópica donde los electrodos cubren un número determinado de filamentos. También es posible una transición de un subconjunto de estos filamentos mientras que otros permanecen inalterados a una tensión aplicada determinada. Esto también ofrece una explicación al hecho de que se puedan observar diferentes tipos de conmutación dentro del mismo material, incluyendo formas no lineales o conmutación multinivel. La malla puede simularse con una distribución de tensiones promedio críticas (tal como se muestra en la Fig. 3.6), o alternativamente, como una conmutación en cascada de múltiples elementos en el interior de la red, cada uno con su tensión promedio crítica. Estas simulaciones sirven de puente entre el comportamiento eléctrico a nivel de elementos filamentosarios discretos y las propiedades macroscópicas del dispositivo. Szot advertía que serían necesarios estudios más profundos para analizar la dependencia en frecuencia del fenómeno de conmutación y relacionarlo con procesos de electromigración subyacentes, así como las tensiones umbral de las reacciones redox elementales en una red real. Además, la propuesta de Szot no disponía de una expresión analítica de la característica  $I$ - $V$ .

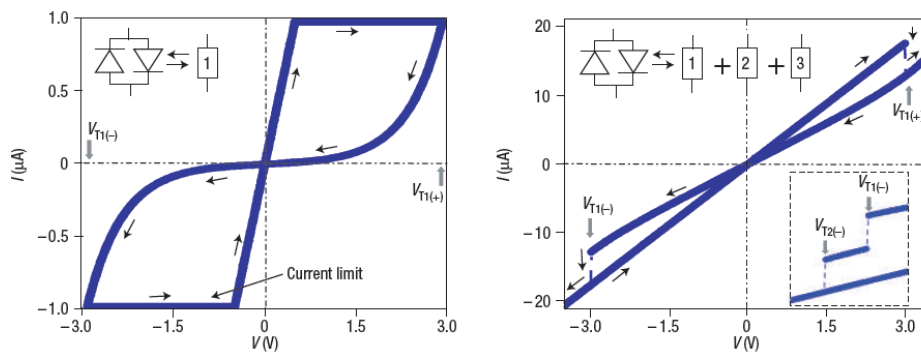


Figura 3.6: Simulación de un comportamiento eléctrico de elementos filamentosarios en contacto con una red ortogonal. Izquierda: conmutación de un solo filamento caracterizado por una transición de un solo elemento de una resistencia a un diodo, y viceversa, a tensiones promedio positiva ( $V_{T1(+)}$ ) y negativa ( $V_{T1(-)}$ ), respectivamente. Derecha: Simulación de una estructura MIM macroscópica de tres elementos, donde un elemento (llamado 1) muestra conmutación biestable (a  $V_{T1}$ ), mientras que los otros dos elementos (llamados 2 y 3) mantienen su carácter óhmico ( $V_{T2}$  y  $V_{T3}$  fuera del rango de barrido de tensión). Esto ilustra la aparente transición entre HRS y LRS. Recuadro: conmutación multinivel debida a la diferencia entre tensiones promedio para los elementos, aquí los elementos 1 y 2 conmutan a diferente tensión promedio ( $V_{T1}$ ,  $V_{T2} < V_{T3}$  fuera de rango del barrido de tensión) [Szo06].

Tal y como se menciona al final del apartado anterior, la conmutación resistiva se puede tratar como dos diodos en antiparalelo. En el modelo se pueden incluir una resistencia en serie  $R$  y resistencias en paralelo  $R_{P1}$ ,  $R_{P2}$  con tal de extender la aproximación de Szot para conmutación resistiva en general. Físicamente,  $R$  puede representar una barrera de potencial local residual, mientras que  $R_{P1}$  y  $R_{P2}$  pueden representar vías de

corriente de fuga locales o de superficie, respectivamente [Bor09,Yi11]. Partiendo de (3.17) y de la Fig. 3.7, la ecuación correspondiente es [Ort00]:

$$I(V) = I_0 \{ \exp[\alpha(V(1 + RG_{p2}) - IR)] - 1 \} - I_0 \{ \exp[-\alpha(V(1 + RG_{p2}) - IR)] - 1 \} + (V - IR)G_{p1} + VG_{p2}(1 + RG_{p1}) \quad (3.18)$$

donde  $I_0$  es la amplitud de la corriente (que en el caso cuántico es  $(2e/h\alpha)\exp(-\alpha\phi)$ ),  $G_{p1} = 1/R_{p1}$  y  $G_{p2} = 1/R_{p2}$ . Los dos primeros términos corresponden a las ecuaciones características de los dos diodos mientras que los otros términos solo dependen de las resistencias del circuito. Asumiendo que siempre opera un diodo a la vez, esto es, se desprecia la corriente inversa de saturación, la solución explícita para la ecuación (3.18) es:

$$I(V) = \text{sgn}(V) \{ (\alpha R)^{-1} W[\alpha I_0 R d \cdot \exp(\alpha d(|V| + I_0 R))] + d(G_{p1}|V| - I_0) - G_{p2}|V| \} \quad (3.19)$$

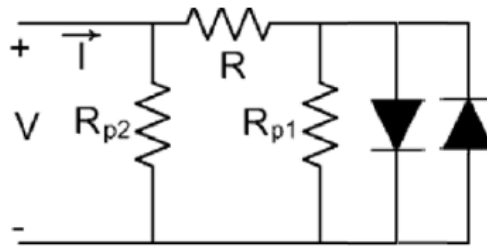


Figura 3.7: Modelo de circuito equivalente para conmutación resistiva. El modelo contiene dos diodos en antiparalelo, una resistencia en serie  $R$  y puede contener dos resistencias en paralelo ( $R_{p1}$  and  $R_{p2}$ ).

donde  $d = (1 + RG_{p1})^{-1}$ ,  $\text{sgn}$  es la función signo y  $|x|$  es el valor absoluto de  $x$ .  $W$  es la función de Lambert [Win03],  $W(x)e^{W(x)} = x$ , la cual se puede aproximar por la función:

$$W(x) \approx \ln(1 + x) \left( 1 - \frac{\ln(1 + \ln(1 + x))}{2 + \ln(1 + x)} \right) \quad (3.20)$$

En el caso de que no haya corrientes de fuga,  $R_{p1} = R_{p2} \rightarrow \infty$ , quedaría el caso ya estudiado por Banwell and Jayakumar [Ban00]:

$$I(V) = \text{sgn}(V) \{ (\alpha R)^{-1} W[\alpha I_0 R \cdot \exp(\alpha(|V| + I_0 R))] - I_0 \} \quad (3.21)$$

Independientemente de los valores de los parámetros del modelo, se obtiene siempre una curva  $I-V$  que cumple  $I(V=0)=0$  (*pinched I-V*). Aunque la ecuación (3.19) es estrictamente válida para valores constantes de los parámetros, se puede extender al caso de parámetros dependientes de la tensión. Para obtener un comportamiento histerético, se introduce una variable de estado a la que se llamará histerón. Dicha

función  $\lambda(V)$ , inspirada en funciones sigmoide y normalizada a la unidad, ha ido evolucionando a lo largo del periodo de doctorado con tal de mejorar sus prestaciones, evolución que se tratará de resumir en el apartado 3.4.

### 3.3. Función potencial

Como caso aparte de los modelos controlados por histerón que se explicarán en el apartado 3.4, aquí se expondrán unos interesantes resultados obtenidos del ajuste de características  $I-V$  de conmutación resistiva mediante una función potencial y que se mostraron en la publicación **B**. En la modelización de características  $I-V$  de ruptura dieléctrica suave (SBD) para estructuras MIM [Mir99b,Ces00,Ces01,Mir09,Gon13] se utiliza un modelo atribuido a la conducción limitada por la carga espacial (SCLC), para el transporte electrónico en una red de conductores y al efecto túnel inelástico [Hou98,Nig03,Mir04,Cha09b, Zhu10]. El modelo de efecto túnel inelástico sugiere que las regiones conductoras a lo largo del camino filamentario se comportan como islotes incrustados en la capa de óxido formando una especie de sistema de unión múltiple. Este modelo también puede utilizarse para la conducción de post-ruptura dieléctrica:

$$I = A|V|^B \quad (3.22)$$

donde  $A > 0$  y  $B \geq 1$ . La expresión (3.22), llamada función potencial, tiene a sus parámetros relacionados con la teoría de percolación de redes conductoras no lineales con una distribución de umbrales de percolación. El número de uniones en serie estaría representado en el parámetro  $B$  de acuerdo con el modelo inelástico. Realizando ajustes con datos experimentales se pueden obtener tan buenos resultados como con el modelo de circuitual de diodos. En rangos de tensiones bajas ( $-2V < V < 2V$ ) no existen diferencias significativas entre ambos modelos, pero debido a que la corriente es dominada por el efecto de resistencia serie, las diferencias entre los modelos se acentúan para polarizaciones mayores.

Investigando la correlación de los parámetros del modelo de función potencial ha permitido profundizar más en el modelo potencial en el ya enunciado rango de tensiones de concordancia entre modelos. De la correlación se estima una dependencia exponencial entre los parámetros  $A$  y  $B$  (ver Fig. 3.8). La dependencia exponencial entre los parámetros  $A$  y  $B$  para capas delgadas de óxido ya ha sido constatada varias veces en trabajos pasados [Mir99b,Ces00,Ces01,Mir09,Gon13]. Gracias a esta observación el número de parámetros libres en el modelo de función potencial se reduce a uno y la ecuación (3.22) puede reescribirse como:

$$I = M \exp(-NB) |V|^B \quad (3.23)$$

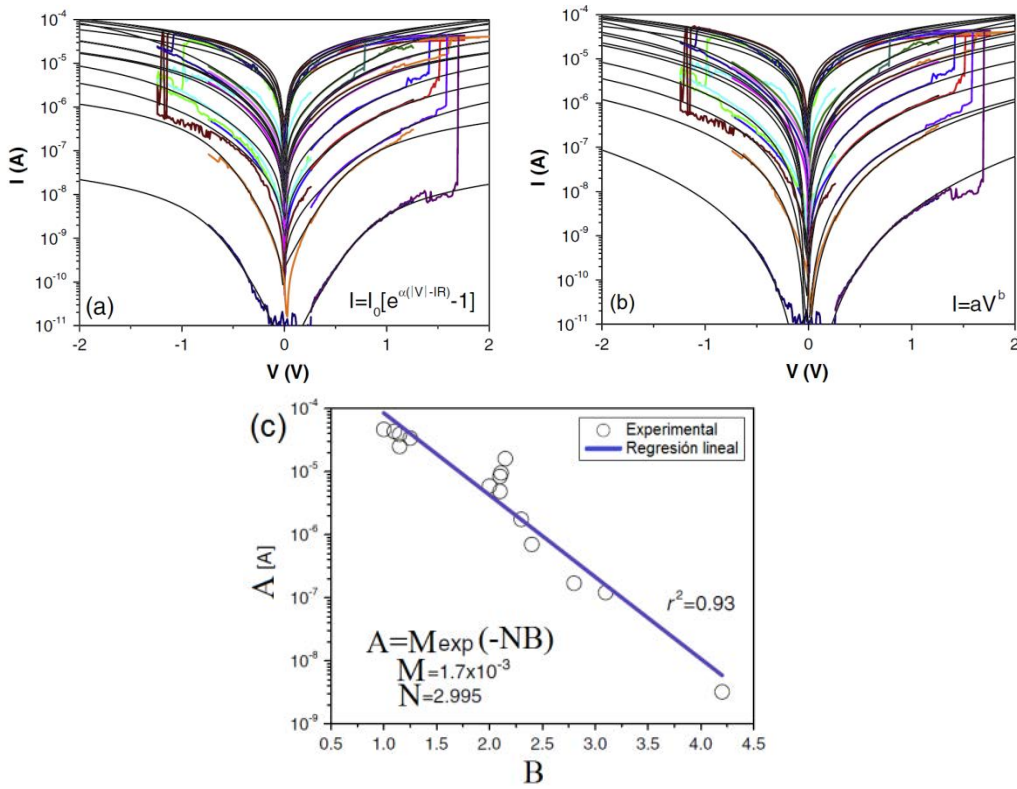


Figura 3.8: (a) Datos experimentales (líneas finas en color) y modelo circuital de diodos (líneas gruesas en negro) de muestras de  $\text{HoTiO}_x$  (b) Datos experimentales (líneas finas en color) y modelo de función potencial (líneas gruesas en negro) de muestras de  $\text{HoTiO}_x$  (c) Correlación entre los parámetros  $A$  y  $B$  de la función potencial.

donde  $M$  y  $N$  son constantes. Así la ecuación (3.23) es un modelo de un solo parámetro,  $B$ , para las curvas características  $I$ - $V$  de post-rotura dieléctrica. Si se centra la atención en el valor límite de la ecuación (3.23) correspondiente al régimen de tensión lineal (HBD), el número de canales  $n$  en una constricción estrecha conectada a dos depósitos de electrones, de acuerdo con la aproximación de Landauer mencionada al principio del capítulo y en [Dat97], puede expresarse como:

$$n = \frac{1}{G_0} \left. \frac{\partial I}{\partial V} \right|_{B=1} \approx 1.09 \quad (3.24)$$

donde  $G_0$  es la unidad de conductancia cuántica.  $n \approx 1.09$  coincide aproximadamente con el número de canales esperados para una constricción monomodo, tal y como se menciona al principio del capítulo y en [Ohn98]. Si bien aún puede ser pronto para saber si el resultado de (3.24) es una coincidencia o si revela una propiedad fundamental del flujo de electrones a través de caminos filamentosos, trabajos recientes indican que la cuantización de la conductancia en dispositivos de conmutación resistiva es una hipótesis plausible que concuerda con el resultado (3.24) [Deg10,Mir10,Lon13, Meh13].

### 3.4. Funciones sigmoide

Físicamente, la conmutación resistiva corresponde a la formación y ruptura de conductos filamentosos a través de una capa de óxido que se encuentra entre dos electrodos metálicos. Esta formación y ruptura se asocia a los estados de conducción del dispositivo, HRS (OFF) y LRS (ON), y se consigue mediante la aplicación de una tensión. El histerón logístico  $\lambda(V)$  es una entidad matemática ideada para representar en el modelo la activación y disolución de los conductos filamentosos. Se puede decir que esta entidad representa la cantidad (normalizada) de filamentos activos dentro del óxido y que  $0 < \lambda(V) < 1$ , donde 0 representa que todos los conductos están cerrados (OFF) y 1 que todos los conductos están abiertos (ON). Es necesario establecer una función continua y derivable que enlace los dos estados.

Se utiliza una función sigmoide para describir la evolución de muchos procesos naturales y curvas de aprendizaje de sistemas complejos que muestran una progresión temporal desde cero al principio, hasta uno cuando ha transcurrido un cierto tiempo. La transición se produce en una región caracterizada por una fuerte aceleración intermedia. Su gráfico tiene una típica forma de "S" estirada. A menudo la función sigmoide se refiere al caso particular de la función logística. En general, una función sigmoide es una función matemática de variable real diferenciable y con exactamente un punto de inflexión. Existen también dos asíntotas  $x \rightarrow \pm\infty$  en las que la función se acerca a 0 y a 1 (Fig. 3.9), respectivamente. Además de la función logística, el grupo de funciones sigmoides incluye, la función error, la función de Gompertz, la función logística generalizada y otras funciones algebraicas. Las distribuciones de probabilidad acumuladas también son funciones sigmoideas. Este tipo de función y sus aproximaciones han sido útiles para diversas aplicaciones [Ali91,Kal92,Koj00,Men96,Sat04,Tse11,Pet15,Sam16].

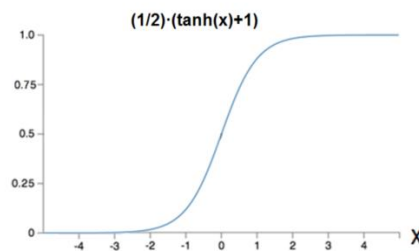


Figura 3.9: Una función sigmoide.

#### 3.4.1. Función logística

Un modelo sencillo para el crecimiento exponencial está dado por la expresión:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda \quad (3.25)$$

cuya solución es:

$$\lambda(V) = \lambda_0 e^{rV} \quad (3.26)$$

Donde  $r$  es la velocidad de transición y  $\lambda_0$  el valor inicial. Verhulst [Ver38] consideró que para eliminar el crecimiento no restringido, una población estable debería tener un nivel de saturación característico del entorno. Para conseguirlo, modificó el modelo exponencial con un factor multiplicativo,  $1 - \lambda$ , el cual representa la deficiencia fraccional del tamaño actual desde el nivel de saturación (normalizado a la unidad).

En el análisis del concepto de función logística [Lot56] la variación  $d\lambda/dV$  es una función del tamaño  $\lambda$  en cualquier tensión  $V$ :

$$\frac{d\lambda}{dV} = f(\lambda) \quad (3.27)$$

Si se expande la función  $f(\lambda)$  en serie de Taylor para  $\lambda=0$  se obtiene la siguiente serie de potencias:

$$f(\lambda) = \lambda f'(0) + \frac{\lambda^2}{2} f''(0) = \lambda \left[ f'(0) + \frac{\lambda}{2} f''(0) \right] \quad (3.28)$$

donde los términos de grado superior se consideran despreciables. Fijando  $f'(0) = r$  y  $f''(0) = -2r$ , donde  $r$  es la velocidad de transición, esto lleva a la ecuación logística de Verhulst:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda(1 - \lambda) \quad (3.29)$$

Esta ecuación también se denomina como ecuación de Verhulst-Pearl después de que Pearl [Pea20] usó la expresión para aproximar el crecimiento de la población de los Estados Unidos en 1920. Verhulst fue el primero en derivar la expresión. La ecuación (3.29) tiene solución:

$$\lambda(V) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\lambda_0} - 1\right) \exp(-rV)} \quad (3.30)$$

donde  $\lambda_0$  es el valor inicial de la función. Utilizando la ecuación (3.30), la amplitud de corriente  $I_0$ , el parámetro de forma de barrera  $\alpha$  y la resistencia  $R$  del modelo circuital pueden expresarse como:

$$I_0 = I_{0OFF} + \frac{I_{0ON} - I_{0OFF}}{1 + \left(\frac{I_{0ON} - I_{00}}{I_{00} - I_{0OFF}}\right) \exp(-r^\pm(V - V^\pm))} \quad (3.31)$$

$$\alpha = \alpha_{OFF} + \frac{\alpha_{ON} - \alpha_{OFF}}{1 + \left(\frac{\alpha_{ON} - \alpha_0}{\alpha_0 - \alpha_{OFF}}\right) \exp(-r^\pm(V - V^\pm))} \quad (3.32)$$

$$R = R_{OFF} + \frac{R_{ON} - R_{OFF}}{1 + \left(\frac{R_{ON} - R_0}{R_0 - R_{OFF}}\right) \exp(-r^\pm(V - V^\pm))} \quad (3.33)$$

estas expresiones ofrecen una transición continua  $ON \leftrightarrow OFF$  durante la aplicación de un barrido de tensión [Mir12].  $I_{0OFF} - \alpha_{OFF}$ ,  $I_{0ON} - \alpha_{ON}$ ,  $r$ , y  $I_{0OFF} - \alpha_{OFF} < I_{00} - \alpha_0 < I_{0ON} - \alpha_{ON}$  son el valor en el estado  $OFF$ , el valor en el estado  $ON$ , la velocidad de transición (positiva y/o negativa, velocidad con la que cambia de estado  $HRS \leftrightarrow LRS$ ) y los valores iniciales de los parámetros, respectivamente.  $V^\pm$  es la tensión promedio, la tensión (positiva y/o negativa) en la cual la transición de estado  $HRS \leftrightarrow LRS$  es más probable (Fig. 3.10).

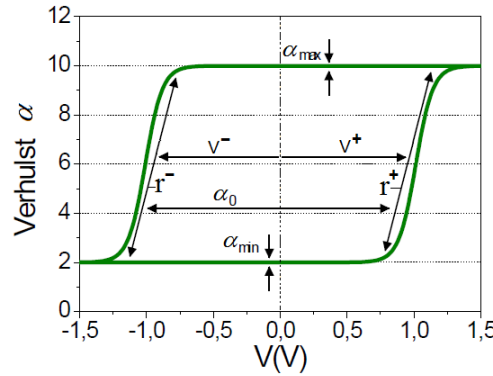


Figura 3.10: Representación de  $\alpha(V)$  como solución de la ecuación de Verhulst. Parámetros:  $\alpha_{OFF} = 2V^{-1}$ ,  $\alpha_{ON} = 10V^{-1}$ ,  $\alpha_0 = 6V^{-1}$ ,  $r^+ = r^- = 16V^{-1}$ ,  $V^+ = 1V$ ,  $V^- = -1V$ .

Se suele establecer como valor inicial  $\lambda_0 = I/2$ , ya que así el término que multiplica a la exponencial en (3.30) es igual a la unidad y se simplifica el uso del modelo. Con tal de representar la modificación del estado del sistema por medio de una tensión aplicada, se sigue una ecuación paramétrica  $\Theta$ :

$$\Theta = \Theta_{min} + \lambda(\Theta_{max} - \Theta_{min}) \quad (3.34)$$

donde  $\Theta_{OFF} = (I_{0OFF}, \alpha_{OFF}, R_{OFF})$  y  $\Theta_{ON} = (I_{0ON}, \alpha_{ON}, R_{ON})$  son los valores en los estados  $OFF$  y  $ON$  de los respectivos parámetros. Algunos de ellos pueden ser constantes si es necesario (por ejemplo,  $\alpha_{OFF} = \alpha_{ON}$ ). Esta aproximación permite modelizar la transición entre dos características  $I-V$  exponenciales cuando la caída de potencial en la resistencia serie es despreciable respecto a la tensión aplicada, o bien entre una exponencial y una de tipo óhmico cuando la caída de potencial en la resistencia y la tensión aplicada son comparables. En resumen, las ecuaciones (3.21) y (3.34) conforman el sistema de



ecuaciones memristivo genérico con el que se realiza el ajuste de los datos experimentales de características  $I$ - $V$  de conmutación memristiva bipolar. Con (3.21) se calcula la corriente en función de la tensión y con (3.34) se modelizan los estados de conducción del sistema y las transiciones:

$$I(V) = \text{sgn}(V) \{ (\alpha R)^{-1} W[\alpha I_0 R \cdot \exp(\alpha(|V| + I_0 R))] - I_0 \} \quad (3.21)$$

$$\Theta = \Theta_{min} + \lambda(\Theta_{max} - \Theta_{min}) \quad (3.34)$$

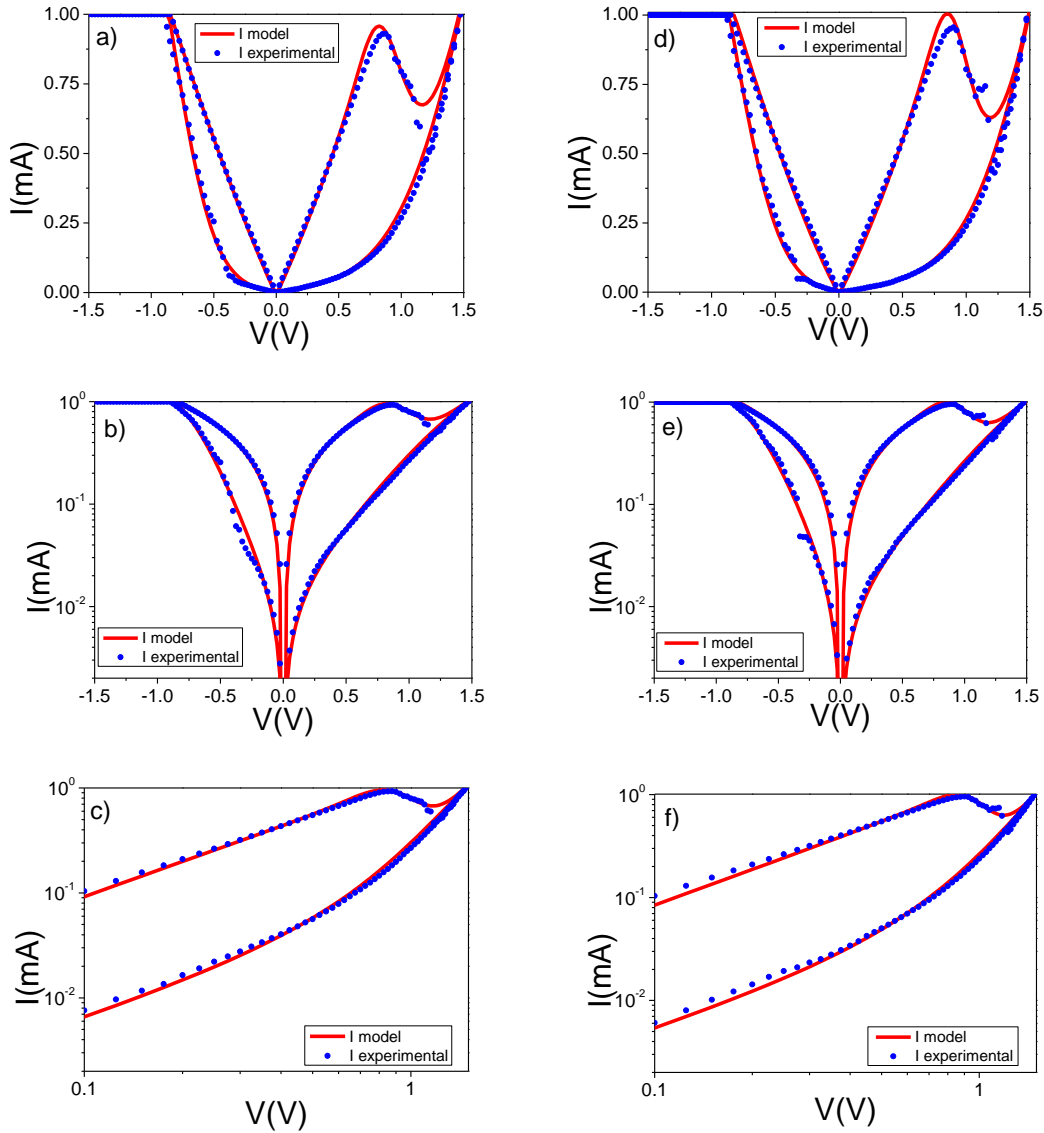


Figura 3.11: Ajustes de 2 curvas características experimentales  $I$ - $V$  ((a), (b), (c) con parámetros  $I_{0OFF} = 8\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{OFF} = 3.8\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 200\Omega$ ,  $I_{0ON} = 600\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{ON} = 3.8\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 600\Omega$ ,  $r^+ = 10\text{V}^{-1}$ ,  $V^+ = 0.7\text{V}$ ,  $r^- = 4\text{V}^{-1}$ ,  $V^- = -1.2\text{V}$  por un lado y (d), (e), (f) con parámetros  $I_{0OFF} = 8\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{OFF} = 3.6\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 150\Omega$ ,  $I_{0ON} = 450\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{ON} = 3.6\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 500\Omega$ ,  $r^+ = 11\text{V}^{-1}$ ,  $V^+ = 0.77\text{V}$ ,  $r^- = 3\text{V}^{-1}$ ,  $V^- = -1.2\text{V}$  por otro lado) en escala lineal ((a) y (d)), semilogarítmica ((b) y (e)) y logarítmica del lado positivo del ciclo de conmutación (transición LRS  $\rightarrow$  HRS o RESET, (c) y (f)) de una muestra de estructura MIM de TaOx. La capa de TaOx tiene un espesor de 4.08nm tras haberse crecido a una presión de 5mbar y temperatura de 350°C. La medición del espesor se realizó con reflectometría de rayos X.

Para el caso unipolar, habría que adaptar la variable de estado  $\lambda$  de la ecuación (3.34) para que el histerón tuviese en cuenta el estado de conducción dentro de una misma polaridad (positiva o negativa), de manera que se tuviese en cuenta una función logística creciente (set) o decreciente (reset), cada una con su tensión promedio correspondiente (generalmente  $V_{set} > V_{reset}$ ), según si el estado es OFF o ON, respectivamente.

En la Fig. 3.11 se muestra el ajuste de datos experimentales  $I-V$  de un par de curvas extraídas de una muestra MIM con  $TaOx$  como aislante. Dicha muestra fue fabricada con una capa de óxido crecida a 5mbar de presión y temperatura 350°C, lo cual influye en su espesor. Los ajustes, mostrados en diferentes escalas, prueban la eficacia del modelo a la hora de reproducir el comportamiento de conmutación resistiva bipolar. La fabricación de las muestras y las mediciones fueron realizadas en Eslovaquia por uno de los colaboradores de las publicaciones [Fro14].

Un método adecuado de empleo del modelo es realizar primero el ajuste de los parámetros relacionados con los estados extremos del sistema,  $I_{OFF}$ ,  $\alpha_{OFF}$ ,  $R_{OFF}$  para HRS y  $I_{ON}$ ,  $\alpha_{ON}$ ,  $R_{ON}$  para LRS, y después ajustar los parámetros relacionados con la transición de estado,  $r^\pm$  y  $V^\pm$ , aunque es posible que estos últimos parámetros requieran pequeños reajustes de los parámetros anteriores.

### 3.4.2. Función logística generalizada

Para mejorar el ajuste de las transiciones de estado, se puede utilizar una forma más general de la función logística. Esta versión ofrece más posibilidades al añadir dos parámetros más al modelo. La función logística generalizada [Nel61] se define como:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda^\xi [1 - \lambda^\rho]^\gamma \quad (3.35)$$

donde  $\xi$ ,  $\rho$  y  $\gamma$  son números reales positivos. A diferencia del desarrollo de Lotka respecto de la ecuación logística de Verhulst desde la expansión en series de Taylor de  $f(\lambda)$  cerca de  $\lambda=0$ , la ecuación (3.35) no puede desarrollarse desde una expansión a menos que  $\xi$ ,  $\rho$  y  $\gamma$  sean enteros positivos, en cuyo caso se puede generar una serie de potencias con los primeros términos en  $\xi$ :  $f(0) = f'(0) = f''(0) = \dots = f^{(\xi-1)}(0) = 0$ .

Turner et al. [Tur76] propusieron una ecuación logística de Verhulst modificada que denominaron ecuación de crecimiento genérica:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda^{1+\rho(1-\gamma)} [1 - \lambda^\rho]^\gamma \quad (3.36)$$

donde  $\rho$  y  $\gamma$  siguen siendo números reales positivos. Esta ecuación es un caso particular de la función (3.34) donde  $\xi = I + \rho(I - \gamma)$  y en la que se debe cumplir que  $\gamma < I + I/\rho$ . La ecuación (3.36) tiene solución (ANEXO I):

$$\lambda(V) = \frac{1}{\left[ 1 + \left[ (\gamma - 1)\rho r V + \left[ \left( \frac{1}{\lambda_0} \right)^\rho - 1 \right]^{1-\gamma} \right]^{\frac{1}{1-\gamma}} \right]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (3.37)$$

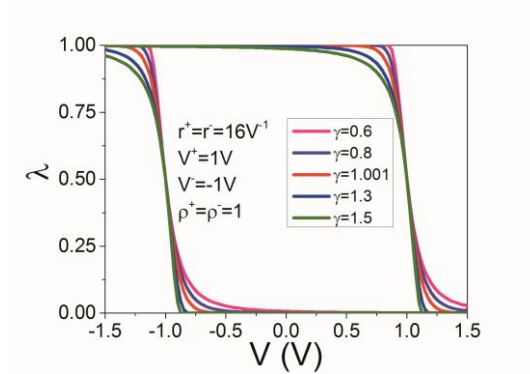


Figura 3.12: Representación de  $\lambda(V)$  como solución de la ecuación genérica para diferentes valores del parámetro  $\gamma$ . Parámetros:  $\rho^+ = \rho^- = 1$ ,  $r^+ = r^- = 16V^{-1}$ ,  $V^+ = 1V$ ,  $V^- = -1V$ .

La función de crecimiento genérica, la cual se ha utilizado en un congreso recientemente (IWOE23), añade respecto a la de Verhulst dos parámetros,  $\gamma$  y  $\rho$ , que actúan sobre la velocidad de transición y también sobre los mismos niveles ON/OFF para  $\gamma$  elevados.  $\gamma$  está limitado por la relación  $\gamma < I + I/\rho$ , con lo que el rango de variación de  $\gamma$  dependerá de  $\rho$ . El comportamiento de la función para diferentes valores  $\gamma$  a un  $\rho$  fijado puede verse en la Fig. 3.12.

Si bien para la solución (3.37), recuperar la solución de Verhulst de forma directa resulta inviable, sí se puede demostrar que para  $\rho = 1$  y  $\gamma \rightarrow 1$ , se recuperan la ecuación y comportamiento de Verhulst.

A continuación se muestran ajustes de datos experimentales con el modelo propuesto. Al igual que en la sección 3.4.1, los ajustes, mostrados a diferentes escalas, prueban la eficiencia del modelo a la hora de reproducir el comportamiento de conmutación resistiva bipolar. En la Fig. 3.13 se muestran ajustes de características  $I-V$  extraídas de una muestra MIM de  $TaOx$  fabricada bajo determinadas condiciones de presión y temperatura, como la muestra de la sección 3.4.1. Dicha muestra fue fabricada con una capa de óxido crecida a 5mbar de presión y temperatura 400°C, lo cual influye en su espesor.

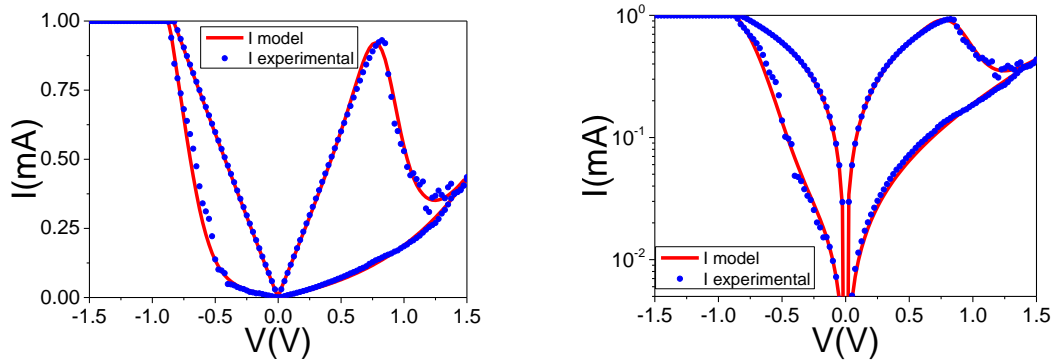


Figura 3.13: Ajuste de característica experimental  $I$ - $V$  con parámetros  $I_{0OFF} = 57\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{OFF} = 1.45\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 100\Omega$ ,  $I_{0ON} = 1.4\text{mA}$ ,  $\alpha_{ON} = 3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 680\Omega$ ,  $r^+ = 9\text{V}^{-1}$ ,  $V^+ = 0.73\text{V}$ ,  $\rho^+ = 1$ ,  $\gamma^+ = 1.001$ ,  $r^- = 4\text{V}^{-1}$ ,  $V^- = -1.03\text{V}$ ,  $\rho^- = 1$ ,  $\gamma^- = 1.25$  en escala lineal (izquierda) y semilogarítmica (derecha) de una muestra de estructura MIM de  $\text{TaO}_x$ . La capa de  $\text{TaO}_x$  tiene un espesor de  $8.32\text{nm}$  tras haberse crecido a una presión de  $5\text{mbar}$  y temperatura de  $400^\circ\text{C}$ . La medición del espesor se realizó con reflectometría de rayos X.

En la Fig. 3.14 se muestran ajustes de características  $I$ - $V$  de dispositivos RRAM de  $\text{HfO}_x$  dopados con aluminio [Gao12]. Estas muestras de  $\text{Al}/\text{Hf}/\text{Al}$  con espesores  $5\text{nm}/20\text{nm}/5\text{nm}$  respectivamente fueron depositadas sobre sustrato ( $\text{Pt}/\text{Ti}/\text{SiO}_2/\text{Si}$ ) a temperatura ambiente por pulverización (*sputtering*).

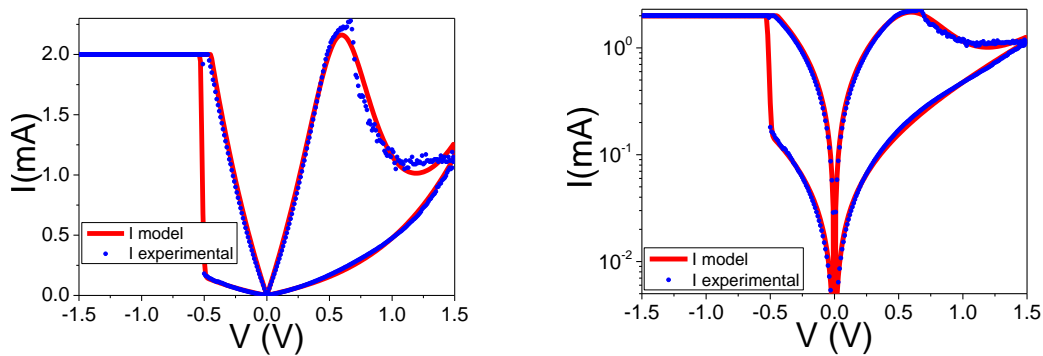


Figura 3.14: Ajuste de característica experimental  $I$ - $V$  con parámetros  $I_{0OFF} = 135\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{OFF} = 1.5\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} \approx 0\Omega$ ,  $I_{0ON} = 2.1\text{mA}$ ,  $\alpha_{ON} = 1.5\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} \approx 0\Omega$ ,  $r^+ = 10\text{V}^{-1}$ ,  $V^+ = 0.69\text{V}$ ,  $\rho^+ = 1.4$ ,  $\gamma^+ = 0.955$ ,  $r^- = 180\text{V}^{-1}$ ,  $V^- = -0.52\text{V}$ ,  $\rho^- = 0.53$ ,  $\gamma^- = 1.007$  en escala lineal (izquierda) y semilogarítmica (derecha) de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{HfO}_x$ .

En la Fig. 3.15 se muestran ajustes de características  $I$ - $V$  de estructuras MIM de  $\text{Cu-SiO}_2$  [Jou11]. Estas estructuras están compuestas por una capa de  $\text{SiO}_2$  dopada con cobre ( $200\text{nm}$  de espesor), un electrodo superior de cobre y un electrodo inferior de  $\text{TaN}$  ( $90\text{nm}$  de espesor). La capa de  $\text{Cu-SiO}_2$  de  $50\text{nm}$  de espesor fue preparada con una técnica de pulverización usando *targets* de cobre y  $\text{SiO}_2$ . La tira de  $\text{Cu}$ , perpendicular con la tira de  $\text{TaN}$  y con la capa de  $\text{Cu-SiO}_2$  en medio, forman una celda MIM cruzada (*crossbar*) de área  $50 \times 50\mu\text{m}^2$ .

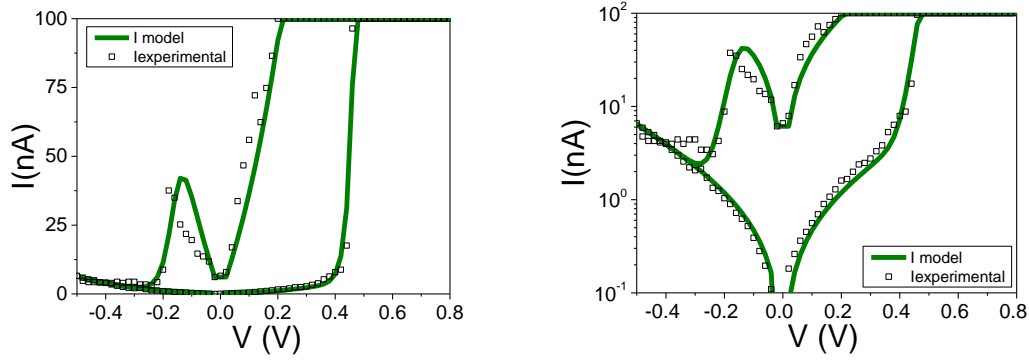


Figura 3.15: Ajuste de característica experimental  $I$ - $V$  con parámetros  $I_{\text{OFF}} = 900\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 4.2\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} \approx 0\Omega$ ,  $I_{\text{ON}} = 70\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{ON}} = 4.2\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} \approx 0\Omega$ ,  $r^+ = 60\text{V}^{-1}$ ,  $V^+ = 0.49\text{V}$ ,  $\rho^+ = 1.1$ ,  $\gamma^+ = 0.99$ ,  $r^- = 60\text{V}^{-1}$ ,  $V^- = -0.16\text{V}$ ,  $\rho^- = 1.1$ ,  $\gamma^- = 0.99$  en escala lineal (izquierda) y semilogarítmica (derecha) de una muestra de estructura MIM de Cu-SiO<sub>2</sub>.

### 3.4.3. Función generalizada normal

La distribución normal generalizada o distribución Gaussiana generalizada (GGD) es una familia de distribuciones de probabilidad continua paramétrica en la cual se añade un parámetro de forma a la distribución normal. Este parámetro de forma introduce desviación y/o asimetría [Hos90,Hos97]. La función de densidad de probabilidad es (Fig. 3.16, izquierda):

$$\frac{d\lambda}{dV} = \frac{\exp\left(\kappa Y - \frac{Y^2}{2}\right)}{a\sqrt{2\pi}} \quad (3.38)$$

donde  $Y$  es

$$\begin{cases} Y = -\kappa^{-1} \ln\left(1 - \frac{\kappa(V - V^\pm)}{a}\right) & \kappa \neq 0 \\ Y = \frac{(V - V^\pm)}{a} & \kappa = 0 \end{cases} \quad (3.39)$$

La tensión de entrada  $V$  es la variable de la función de densidad, la tensión promedio  $V^\pm$  es un parámetro de localización,  $a$  es un parámetro de escala y  $\kappa$  es un parámetro de forma. La distribución acumulada resulta (Fig. 3.16, derecha):

$$\lambda(V) = \frac{1}{2} \left[ 1 + \text{erf}\left(\frac{Y}{\sqrt{2}}\right) \right] \quad (3.40)$$

Cuando el parámetro de forma es cero, se recupera la distribución normal estándar. Valores positivos de este parámetro la función se desvía al lado positivo del eje, y

valores negativos del parámetro desvían la función al lado negativo del eje. Solo cuando el parámetro de forma es cero la función densidad es positiva en todo el espacio real: en este caso la distribución es normal estándar, en cualquier otro caso las distribuciones se desplazan o posiblemente revierten en distribuciones lognormales.

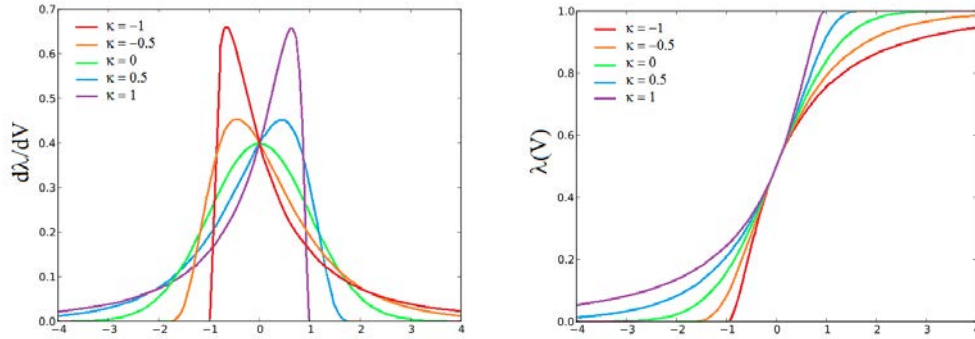


Figura 3.16: Función de densidad de probabilidad para diferentes valores del parámetro de forma  $\kappa$  (izquierda). distribución de probabilidad acumulada para diferentes valores del parámetro de forma  $\kappa$  (derecha).

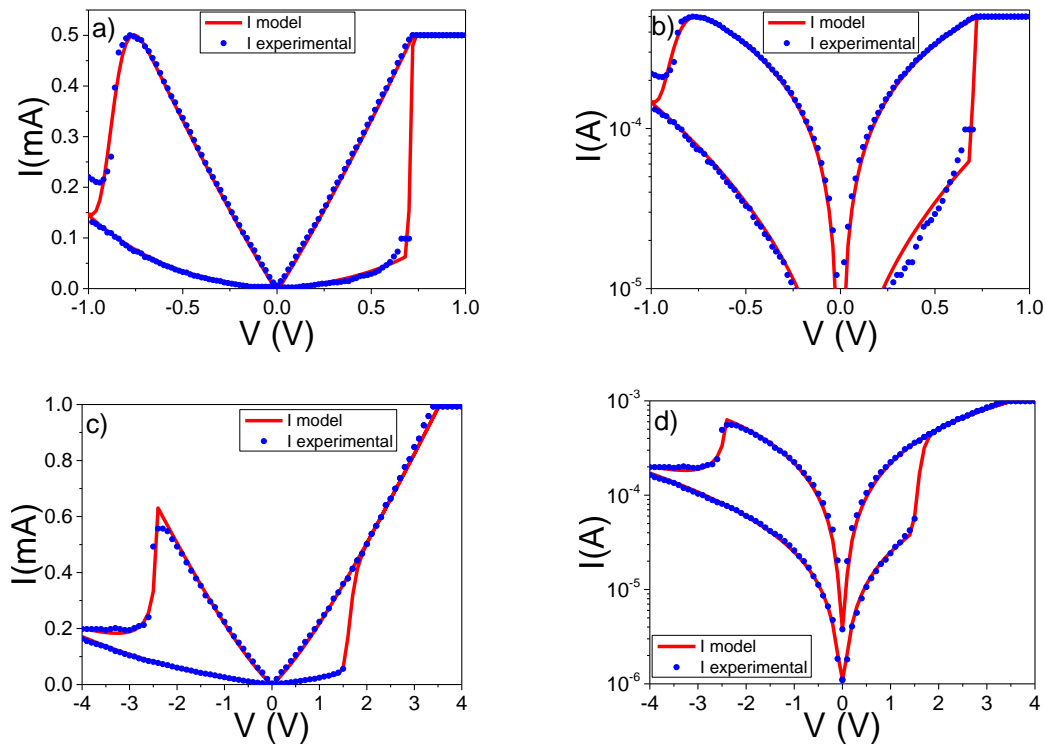


Figura 3.17: Ajuste de característica experimental  $I$ - $V$  con parámetros  $I_{OFF} = 10\mu A$ ,  $\alpha_{OFF} = 3.2V^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 950\Omega$ ,  $I_{ON} = 450\mu A$ ,  $\alpha_{ON} = 3.25V^{-1}$ ,  $R_{ON} = 1K\Omega$ ,  $V^+ = 0.72V$ ,  $a^+ = 0.01V$ ,  $\kappa^+ = -0.2$ ,  $V^- = -0.8V$ ,  $a^- = 0.06V$ ,  $\kappa^- = 0$  en escala lineal (a) y semilogarítmica (b) de una muestra de dispositivo TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN MLC ReRAM y de una muestra de Ag/HfO<sub>x</sub>/LSG ReRAM en escala lineal (c) y semilogarítmica (d) con parámetros  $I_{OFF} = 55\mu A$ ,  $\alpha_{OFF} = 0.4V^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 2.6K\Omega$ ,  $I_{ON} = 150\mu A$ ,  $\alpha_{ON} = 2.1V^{-1}$ ,  $R_{ON} = 2.6K\Omega$ ,  $V^+ = 1.7V$ ,  $a^+ = 0.12V$ ,  $\kappa^+ = -0.2$ ,  $V^- = -2.4V$ ,  $a^- = 0.07V$ ,  $\kappa^- = 2.5$ .

Esta familia de distribuciones se puede usar para modelizar curvas cuya distribución es normal, o que se desvían a la derecha o a la izquierda en relación a una distribución normal. La distribución normal asimétrica es otra distribución que puede ser útil para modelizar desviaciones desde la función normal. Otras distribuciones que se suelen utilizar para modelizar desviaciones en funciones incluyen distribuciones gamma, lognormal y Weibull, pero estas no incluyen distribuciones normales como casos especiales.

Una vez más a continuación se muestran ajustes del modelo con datos  $I$ - $V$  experimentales diversos. Al igual que en secciones anteriores, los ajustes, mostrados a diferentes escalas, prueban la eficiencia del modelo a la hora de reproducir el comportamiento de conmutación resistiva bipolar. En Fig. 3.17(a) y Fig. 3.17(b) se muestran ajustes de características  $I$ - $V$  extraídas de una estructura de TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN en una RAM resistiva de almacenado multinivel por celda (MLC ReRAM) [Pra16].

En Fig. 3.17(c) y Fig. 3.17(d) se muestran ajustes de características  $I$ - $V$  de dispositivos Ag/HfO<sub>x</sub>/LSG ReRAM [Tia14,Sil16]. El LSG-ReRAM tiene forma de sándwich de Ag/HfO<sub>x</sub>/LSG. El espesor de la capa de óxido de grafeno original (GO) en Tereftalato de Polietileno (PET) es de 1 μm.

### Resumen

En este capítulo se describe cuál es el origen del modelo circuital utilizado en la modelización de la conmutación resistiva bipolar. Partiendo del modelo de contacto puntual cuántico, se puede demostrar que la corriente se puede representar como dos diodos en antiparalelo. Además, en el modelo se incluyen una resistencia en serie  $R$ , resistencias en paralelo  $R_{P1}$  y  $R_{P2}$  con el objetivo de extender la aproximación de Szot para la conmutación resistiva, y una variable de estado o histerón inspirada en funciones sigmoide y normalizada a la unidad para obtener un comportamiento de histéresis. El resultado es un modelo compacto, continuo y derivable capaz de reproducir fielmente características  $I$ - $V$  de ciclos completos de conmutación resistiva bipolar (simulación de los estados HRS y LRS y procesos de *set* y *reset*) extraídas de datos experimentales reales. Las funciones sigmoide presentadas ofrecen mejoras en el ajuste. Finalmente se expone un estudio de correlación entre parámetros de un modelo potencial para la conmutación resistiva en el cual se demuestra la posibilidad de reducir los parámetros del modelo a uno solo en un cierto rango de tensiones. En el mismo estudio se demuestra la existencia de cierta consistencia de la resistencia del modelo circuital con la resistencia Maxwelliana.

## 4.

### Modelización de los lazos histeréticos internos

Se cree que Lord Raleigh fue el primero en realizar las primeras observaciones científicas sobre el fenómeno de histéresis [And68]. Dichas observaciones estaban relacionadas con el comportamiento de materiales magnéticos expuestos a un campo eléctrico variable en el tiempo. La histéresis parece ser un fenómeno común a muchos sistemas naturales y ha sido identificada en muchas áreas de estudio diferentes: física, ingeniería, química, biología y economía [Chu70,Chu72,Tal76,Car91,Jil92,Vis94,Phi95,Zir95,Kle97,Led99,Zir99,Hal04,Kra04,Tok05,Wlo06b,Tak08,Var08,Nov10,Nov11,Har12,Tak12,Sok14,Mil15,Tou16].

Durante años, ingenieros, científicos y matemáticos han desarrollado modelos de histéresis basados principalmente en el entendimiento de las propiedades físicas o químicas en un sistema específico de interés. Los modelos matemáticos se adaptan bien al análisis, pero con frecuencia sufren complicaciones en su implementación, ya que generalmente requieren del uso de aproximaciones matemáticas. A menudo es difícil asociar los parámetros del modelo matemático con el sistema físico porque se eliminan de la causa subyacente de la histéresis. En ausencia de estándares en técnicas de control de diseño para elementos no lineales como la histéresis, la intuición es a veces la herramienta más útil disponible para el diseñador.

En los años 30, el ingeniero húngaro Ferenc Preisach desarrolló el modelo conocido como de Preisach clásico mientras trabajaba para Siemens and Halske en Berlín [Del95]. Desarrolló un modelo para la histéresis en materiales magnéticos que combina propiedades físicas y matemáticas [Pre35,May86]. Basó su modelo en una aproximación física intuitiva del proceso de magnetización, aunque en la actualidad es considerado como un modelo de histéresis fenomenológico. En las décadas más recientes el modelo ha sido adaptado y aplicado con éxito en otras áreas, demostrando



su generalidad, una propiedad normalmente asociada a los modelos puramente matemáticos.

Investigando sobre modelos matemáticos de histéresis, muchos nombres de investigadores se repiten con frecuencia [Hor84,Oss90,Zhu94]. El que más es el de Visintin, quien ha escrito y editado importantes trabajos de revisión sobre modelos de histéresis de todo tipo [Vis88,Vis90,Vis 93,Vis 94]. El paso decisivo para la correcta aplicación y comprensión del modelo fue realizado por el matemático ruso M. Krasnosel'skiĭ en la década de los 70, quien aisló las connotaciones físicas (erróneas, o cuanto menos dudosas [Mor01]) de la herramienta matemática que en realidad es y desarrolló además toda la teoría algebraica del modelo [Doo85,May03]. Algunos autores opinan que el modelo de Preisach no es más que un sistema sofisticado de ajuste de curvas [Jil98]. Si bien puede ser considerado como tal, quizá sea más justo su reconocimiento como la contribución (hasta el momento) más destacable a la modelación del ciclo de histéresis [Tak03].

Krasnosel'skiĭ se encontró con el modelo de Preisach y comprendió que contenía una nueva idea matemática general. Separó este modelo de su significado físico y lo representó en una forma matemática pura similar a una resolución espectral de operadores [Kra83,Kra89]. Surge entonces una nueva herramienta matemática para la descripción de la histéresis de un sistema físico. Al mismo tiempo, la aproximación de Krasnosel'skiĭ reveló notablemente la naturaleza fenomenológica del modelo de Preisach. Esto a su vez planteó el problema de determinar las condiciones bajo las cuales el modelo era capaz de representar las no linealidades de la histéresis convencional.

A partir del trabajo de Krasnosel'skiĭ y Pokrovskiĭ en la abstracción del modelo de Preisach, Brokate y Visintin estudiaron las propiedades matemáticas del modelo [Bro89] y propusieron muchas extensiones y variaciones [Kad87,Vaj94]. Estas extensiones fueron a menudo asociadas a nombres como Della Torre o Mayergoyz [May88]. Mayergoyz hizo un recopilatorio de sus propias publicaciones, así como las de otros en el mismo campo en una monografía de varias ediciones [May86,May91, May03] la cual es una excelente referencia del modelo de Preisach y sus extensiones.

Actualmente el modelo de Preisach clásico sirve de base a unas generalizaciones que tratan de superar algunas carencias del modelo original. No obstante, aún no se dispone de un modelo tipo-Preisach que englobe todas ellas. Paralelamente a la generalización del modelo, se ha intentado dotar de sentido físico a algunas características del modelo de Preisach [Ber98].

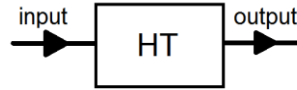


Figura 4.1: Transductor de histéresis [May86].

Para la modelización del fenómeno, se considera un transductor (Fig. 4.1) caracterizado por una entrada y una salida. Este es un transductor de histéresis (HT) si su relación entrada-salida es una transición no lineal de rama a rama que ocurre después de cada cambio de sentido de la entrada (Fig. 4.2). Las ramas de histéresis están determinadas por los valores de entrada de los extremos de las ramas precedentes, mientras que la velocidad de variación de entrada entre sus puntos extremos no tiene influencia sobre la ramificación. La ramificación constituye la esencia de la histéresis, mientras que los bucles son consecuencia de la ramificación, de acuerdo con la definición dada.

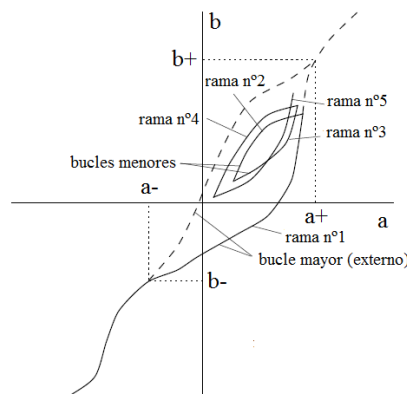


Figura 4.2: Terminología de histéresis. El bucle que engloba la región donde se evalúa  $b$  recibe el nombre de bucle mayor (*major loop*) y los bucles en su interior se denominan bucles menores (*minor loops*). El dominio de los valores de  $a$  que corresponde a esta región es  $[a-, a+]$ ; el rango de la salida es  $[b-, b+]$ . Cada nuevo segmento de la salida en el plano  $a$ - $b$  se llama rama (etiquetados del 1 al 5 en la figura).

Normalmente el transductor es una parte de un sistema. Consecuentemente, su entrada no se conoce de antemano pero viene determinada por la interacción del transductor con el resto del sistema. Por esta razón, se necesita un modelo matemático el cual por sí mismo (por su estructura) detecte y acumule entradas y escoja la rama apropiada de histéresis no lineal en relación a la historia acumulada. Usando estos modelos se pueden intentar descripciones matemáticas de sistema histéretico.

En este capítulo, se incorpora un modelo matemático [May86, Bro89b] a las expresiones mostradas en las secciones del apartado 3.4 del capítulo anterior con el objetivo de ajustar no solo transiciones completas de conmutación resistiva sino también cuando se activan solo algunos canales conductivos. Tomando como base el modelo de histéresis escalar de Preisach (SPH) que describe el fenómeno de histéresis independiente de la velocidad con bucles congruentes y memoria borrable, se puede considerar la creación y ruptura de múltiples canales conductivos en términos de la señal de entrada. Se

presentarán tres modelos diferentes: El primero tiene la dinámica de estados más simple de un modelo tipo Preisach, el segundo representa la forma más general de este tipo del modelo de Preisach y el más versátil y el tercero la formulación compacta de este tipo de modelos. También se utilizarán características de conmutación resistiva extraídas de la literatura de diferentes dispositivos memristores para aplicar ajustes sistemáticos de los modelos. El modelo de Preisach fue brevemente introducido en las publicaciones **C** y **D**, pero será en la publicación que se encuentra en preparación en la que aparecerá un modelo de tipo Preisach para las características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva bipolar.

#### 4.1. Operador de Krasnosel'skiĭ – Pokrovskii

La variable de estado o histerón en esta sección se construye alrededor de dos funciones frontera que restringen el movimiento en el interior de la región delimitada por estas dos curvas. En esta función se considera el número de canales conductores activados a una tensión  $V$ . La aproximación es similar al cálculo de dominios orientados en materiales magnéticos [Lar06]. Cabe recordar que por canal conductor se entiende conducción de tipo filamentaria, conducción generada por defectos así como cualquier otro mecanismo que a base de agregar partes elementales (canales) resulte en la formación de conductos filamentosos. La contribución paralela de estos canales está relacionada con el incremento del área conductora expresada implícitamente por la amplitud de corriente  $I_0$ . De acuerdo con esta idea, la fracción de canales activos a tensión  $V$  en el límite continuo se puede calcular como la solución de:

$$\frac{d\Lambda}{dV} = r\Lambda[1 - \Lambda] \quad (4.1)$$

donde  $r$  es un número real positivo. La ecuación (4.1) puede verse como una función de distribución que tiene en cuenta el número de canales disponibles a una tensión aplicada. Recordar que la solución de la ecuación es:

$$\Lambda(V) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\Lambda_0} - 1\right) \exp(-rV)} \quad (4.2)$$

donde  $\Lambda_0$  es la fracción de canales activos cuando  $V=0V$ . El concepto se aplica tanto a creación como destrucción de canales, que en conmutación bipolar se producen a tensiones positiva ( $\Lambda^+(V-V^+)$ ) y negativa ( $\Lambda^-(V-V^-)$ ), donde la tensión promedio  $V^\pm$  se puede entender también como la tensión en la que la mitad de canales están activados/creados. Las funciones frontera  $\Lambda^\pm < \Lambda$  se pueden definir como (Fig. 4.3):

$$\Lambda^\pm(V) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\Lambda_0} - 1\right) \exp(-r^\pm(V - V^\pm))} \quad (4.3)$$

La ecuación (4.3) define un histerón de spin positivo (sentido anti-horario). La región encerrada por las curvas frontera  $S(\Lambda^+, \Lambda^-)$  se denomina espacio de estados y se asume que  $s \in S$  satisface:

$$s \in S \rightarrow \frac{d\lambda}{dV} = 0 \quad (4.4)$$

donde  $\lambda$  es el estado del sistema. Esto significa que si se aplica una tensión insuficiente no se genera ni se destruye ningún canal. Es la dinámica en función de tensiones más simple que se puede considerar. La evolución de la variable de estado se describe en este caso por segmentos horizontales con contornos pertenecientes a las curvas frontera (Fig. 4.3).

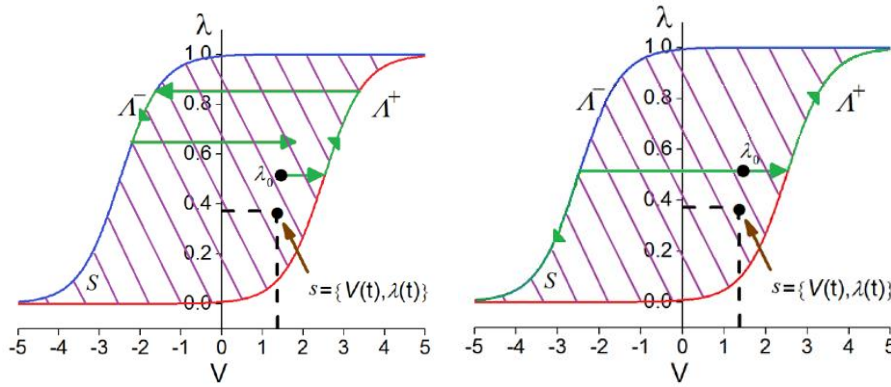


Figura 4.3: Modelo de histerón con las curvas frontera  $\Lambda^+$  y  $\Lambda^-$ .  $S$  es el espacio de estados posibles  $s$ . Evolución de la variable de estado  $\lambda$  en el interior de  $S$ .  $\lambda_0$  es el estado inicial del sistema.

Se define un operador escalar de histéresis  $L: \mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$ :

$$\lambda(t) = L[t_0, \lambda_0]V(t) \equiv \min\{\Lambda^-[V(t)], \max[\lambda_0, \Lambda^+[V(t)]]\} \quad (4.4)$$

donde  $\lambda(V(t_0)) = \lambda_0$  es el estado inicial del sistema. La ecuación (4.4) describe la evolución de la variable de estado en términos del operador de Krasnosel'skiĭ-Pokrovskiĭ [Kra89]. La ecuación (4.4) cumple con la identidad de semigrupo para entradas continuas monótonas crecientes y decrecientes:

$$L[t_1, L[t_0, \lambda_0]V(t_1)]V(t) = L[t_0, \lambda_0]V(t) \quad t_0 \leq t_1 \leq t \quad (4.5)$$

donde  $t_0$ ,  $t_1$  y  $t$  son tres tiempos diferentes consecutivos. La ecuación (4.5) permite construir una aproximación recursiva para  $\lambda$  como:

$$\lambda(t) = \min\{\Lambda^-[V_t], \max[\lambda_{t-1}, \Lambda^+[V_t]]\} \quad t = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

donde  $\lambda_i = \lambda(t)$  y  $V_i = V(t)$  son valores discretos de la variable de estado y de la señal de entrada, respectivamente. Una propiedad importante de la ecuación (4.6) es que por su estructura matemática recursiva simple, no se basa en ningún esquema particular de discretización. Esta es una propiedad que proviene de la identidad (4.5) y que permite usar (4.6) no solo para señales de entrada continuas sino también para discontinuas. En resumen, la ecuación (4.6) se usa para computar la corriente en (3.19). Destacar que para encontrar la característica  $I$ - $V$  no se requiere ni un entorno de simulación de circuitos ni un esquema de integración. En la Fig. 4.4 se muestra la evolución del sistema correspondiente a una tensión senoidal con amplitud creciente.

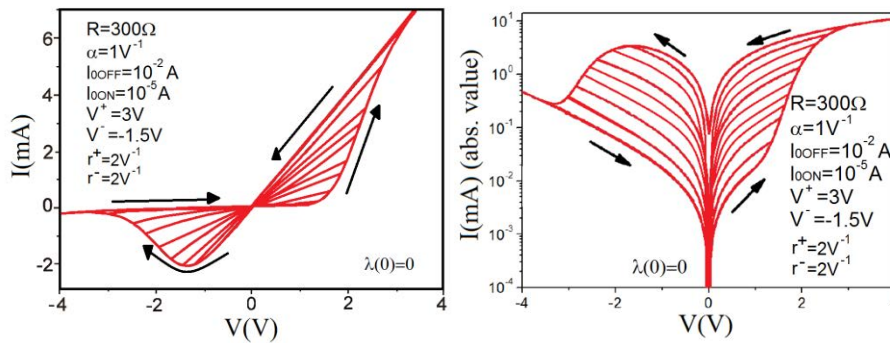


Figura 4.4: Evolución de la corriente correspondiente a una tensión senoidal de amplitud creciente en escala lineal (izquierda) y semilogarítmica (derecha). Procesos parciales de *set* y *reset* tienen lugar en polarizaciones positivas y negativas, respectivamente.

En la Fig. 4.5 se puede ver un ejemplo de dependencia de la variable de estado con la señal de entrada (4.4) diferente de cero. En este caso, dependiente de una función potencial con la tensión. El efecto de considerar esta dependencia comparado con el caso anterior es un redondeo de las curvas de histéresis en los puntos de retorno. Las causas de este efecto de degradación pueden ser tensiones aplicadas grandes y/o aplicaciones de tensión muy prolongadas en el tiempo.

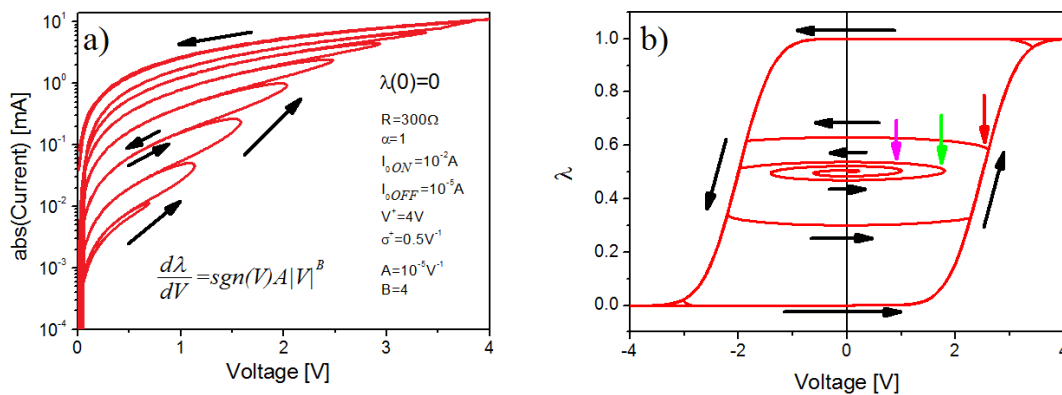


Fig. 4.5: (a) Evolución del sistema correspondiente a una señal de entrada positiva con amplitud creciente, pero con efectos de degradación cerca del límite del proceso de *set*. (b) Evolución de la variable de estado correspondiente a una entrada senoidal de amplitud creciente con efectos de degradación.

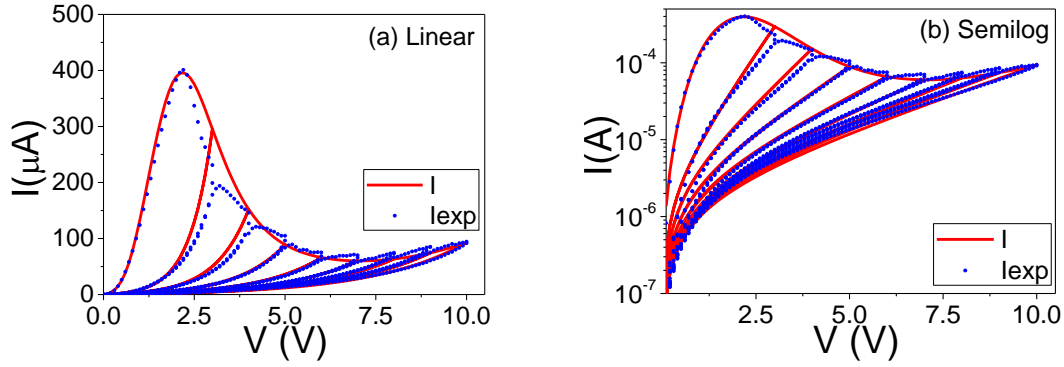


Figura 4.6: (a) Representación lineal y (b) semilogarítmica de datos experimentales (símbolos) y resultado del modelo (línea sólida) para característica  $I$ - $V$  de un proceso de *reset* de una muestra de  $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$ . Parámetros:  $V^+=0.45\text{V}$ ;  $r^+=3.4\text{V}^{-1}$ ;  $I_{\text{OFF}}=2\mu\text{A}$ ;  $I_{\text{ON}}=100\text{nA}$ ;  $\alpha_{\text{OFF}}=0.4\text{V}^{-1}$ ;  $\alpha_{\text{ON}}=12\text{V}^{-1}$ ;  $R_{\text{OFF}}=1\Omega$ ;  $R_{\text{ON}}=1\text{K}\Omega$ ;  $\rho^+=0.5$ ;  $\gamma^+=1.09$ .

En Fig. 4.6(a) y Fig. 4.6(b) se muestran ajustes de la característica  $I$ - $V$  del proceso de *reset* perteneciente a un dispositivo  $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$  (LSMO) [Ort15] utilizando la función logística generalizada como variable de estado y a diferentes escalas con las que se puede ver la eficiencia del modelo.

Las capas de LSMO de tipo Perovskita se fabricaron en sustratos de  $(100)\text{SrTiO}_3$  (STO) mediante Deposición por Solución Química (CSD). El espesor final de las capas de LSMO era de 10–40nm regulado por la concentración molar de la solución depositada. También se depositó *ex-situ* una fina capa de  $\text{CeO}_{2-x}$  en la parte superior del LSMO por Deposición Atómica de Capa (ALD) a  $275^\circ\text{C}$ . El espesor final del  $\text{CeO}_{2-x}$  estaba alrededor de 5–10nm.

## 4.2. Modelo de Preisach

Con un modelo matemático generalizado basado en el modelo escalar de Preisach que se describirá a continuación, es posible generar una variable de estado adecuada para modelizar el comportamiento de conmutación resistiva bipolar. Configurando debidamente los pesos de los elementos de una matriz o plano, es posible generar no solo las transiciones de estado completas, sino también transiciones parciales que físicamente equivaldrían a la creación y ruptura de una parte de los caminos conductivos disponibles en el sistema. Las posibilidades que ofrece la configuración de los pesos de los relés son considerablemente grandes, dado que su evaluación puede darse o bien a partir de una expresión analítica o bien previa identificación del histerón adecuado para los datos experimentales a los que el modelo tiene que ajustarse.

#### 4.2.1. Plano de Preisach

El modelo de histéresis escalar de Preisach [May86], describe un sistema como la suma de operadores biestables o histerones relés desde un punto de vista matemático. En la literatura se propone una notable variedad de implementaciones, pero su definición es suficientemente general [Bro89b]. Cada operador tiene dos estados posibles, 0 y 1. La transición de estado de 0 a 1 se produce cuando una función de entrada  $V$  es mayor que un valor  $\alpha$ . De la misma forma, la transición opuesta se da cuando la función de entrada está por debajo de un valor  $\beta$ . La Fig. 4.7 representa las transiciones discontinuas de estado del relé, en el cual el par  $\{\alpha, \beta\}$  es específico de cada uno de ellos siempre que se cumpla que  $\alpha \geq \beta$  [May86, Ber92, Rac13, Bar15, Rud15, Vis15]:

$$f(V) = \begin{cases} 0 & V \leq \beta \\ 1 & V \geq \alpha \\ f_0 & \beta < V < \alpha \end{cases} \quad (4.7)$$

donde  $f_0$  es el estado inicial de  $f$ . Para cada par  $\{\alpha, \beta\}$  existe un único relé de función peso  $h(V)$ . En consecuencia los relés forman juntos un plano  $\alpha$ - $\beta$ , donde cada punto  $(\alpha, \beta)$  está relacionado con un  $h(V)$ . Esto es lo que se conoce como el plano de Preisach [Har08, Opp10, Mou11, Ano16].

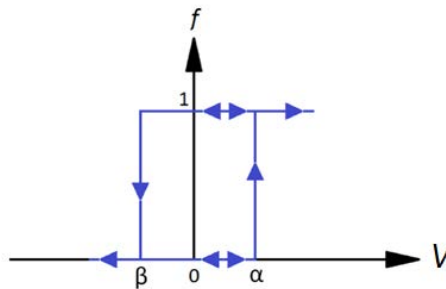


Figura 4.7: Transiciones de estado del relé de histéresis.

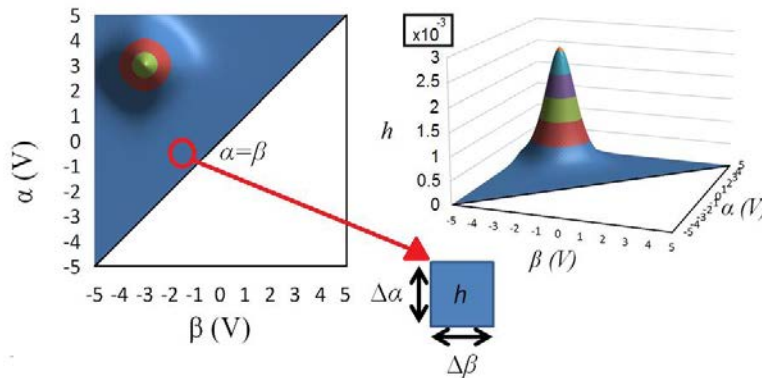


Figura 4.8: Plano de Preisach en plano cenital y en perspectiva tridimensional. El plano está formado por el conjunto de relés  $h$ . El rango de tensiones de  $\alpha$  y  $\beta$  es  $[-5V, 5V]$ . El volumen contenido bajo el plano está normalizado (igual a 1).

El plano de Preisach (Fig. 4.8) es un semiplano definido por  $\alpha \geq \beta$ . Sin embargo, este plano debe estar delimitado para ser usado en un problema o sistema real. Primero, se asume que  $h(\alpha, \beta) = 0$  en  $\alpha < \beta$ . Segundo, se define un valor límite como el valor cuando todos los relés son 1, por tanto, es el valor máximo alcanzado por el sistema. Por ejemplo, en un sistema definido por un barrido de tensión desde  $V_{max} > 0$  a  $V_{min} = -V_{max}$  el plano de Preisach está definitivamente confinado por  $\alpha = \beta$ ,  $\alpha = V_{max}$  y  $\beta = -V_{max}$ . Una notación habitual del relé puede ser:

$$h(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & \beta > \alpha \\ f(\alpha, \beta) = \frac{d\lambda}{d\alpha} \frac{d\lambda}{d\beta} & \beta \leq \alpha \end{cases} \quad (4.8)$$

donde  $f(\alpha, \beta)$  es el peso del relé dentro del plano de Preisach,  $\alpha$  y  $\beta$  corresponden a escalas de tensiones independientes entre sí cuyo rango es  $[V_{min}, V_{max}]$  y  $d\lambda/d\alpha$  y  $d\lambda/d\beta$  son la derivada de la variable de estado o histerón con respecto a la tensión  $\alpha$  y  $\beta$ , respectivamente. La forma de la variable de estado  $\lambda$  depende de los valores de cada uno de los pesos de los relés así como de su distribución en el plano, y su valor máximo es el volumen total contenido bajo el plano, o en el caso discreto, la suma de todos los pesos de los relés.

#### 4.2.2. Espacio de estados

Con tal de ajustar no solo transiciones completas de conmutación resistiva sino también cuando se activan solo algunos canales conductivos, se recupera el concepto de espacio de estados contenido entre dos curvas frontera del apartado 4.1 (Fig. 4.9):

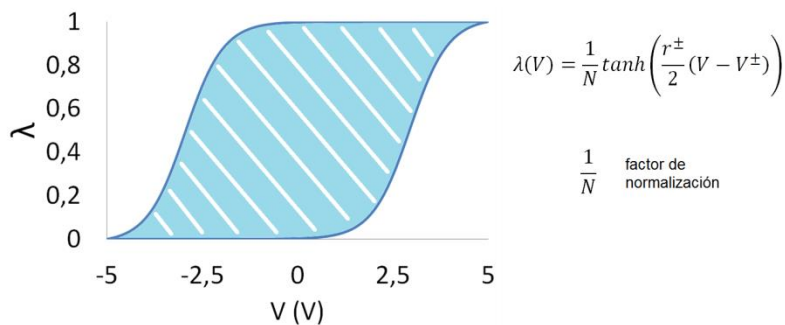


Figura 4.9: Espacio de estados delimitado por la variable de estado  $\lambda$  normalizada a la unidad. El rango de tensiones de la función es  $[-5V, 5V]$ .

El histerón  $\lambda$  o ‘bucle mayor’, cuyo rango es  $0 \leq \lambda(V) \leq 1$  debido a normalización, está relacionado a la activación o desactivación de relés. Entonces, la activación de todos los relés y la posterior desactivación de los mismos reproduce el bucle mayor. Por el momento, y hasta que se se diga otra cosa, el histerón a generar será el logístico y el valor de los relés será:



$$h(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & \beta > \alpha \\ f(\alpha, \beta) = \operatorname{sech}^2\left(\frac{r^+}{2}(\alpha - V^+)\right) \cdot \operatorname{sech}^2\left(\frac{r^-}{2}(\beta - V^-)\right) & \beta \leq \alpha \end{cases} \quad (4.9)$$

Las Fig. 4.10 y Fig. 4.11 muestran el progreso de como se acumulan o borran relés partiendo  $\lambda=0$  por las expresiones (4.10) y (4.11), respectivamente:

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} + \sum_j h(\alpha_i, \beta_j) \quad (4.10)$$

$$\lambda_i = \lambda_{i-1} - \sum_j h(\alpha_j, \beta_i) \quad (4.11)$$

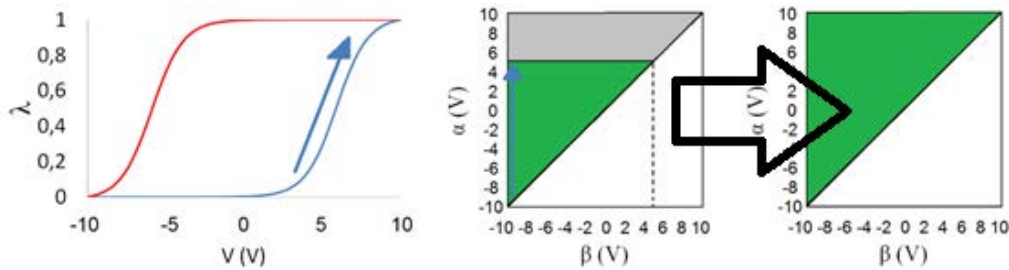


Figura 4.10: Evolución del plano de Preisach durante la activación de relés para reproducir la rama de la curva frontera (4.10) del bucle externo empezando por  $\lambda=0$ . El dominio de  $\lambda$  en este caso es  $[-10V, 10V]$ .

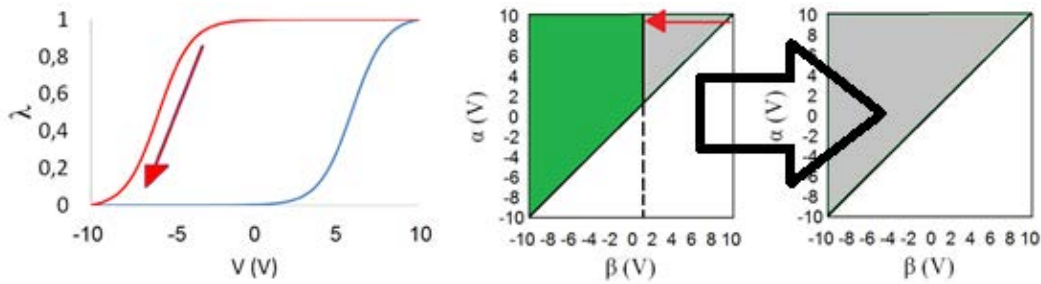


Figura 4.11: Evolución del plano de Preisach durante la desactivación de relés para reproducir la rama de la curva frontera (4.11) del bucle externo empezando por  $\lambda=1$ . El dominio de  $\lambda$  en este caso es  $[-10V, 10V]$ .

Cada elemento  $\lambda_i$  se genera agregando el elemento anterior y la suma horizontal o la resta vertical de la función peso  $h(V)$  desde la tensión inicial  $V$  hasta la tensión relacionada con  $\lambda_i$ . Así pues, a medida que se va generando la rama de la curva frontera (4.10) van acumulándose (“activándose” relés,  $0 \rightarrow 1$ ) filas de  $h(V)$  en el plano en orden creciente de  $\alpha$  hasta la tensión indicada (zona verde en Fig. 4.10), mientras que cuando se genera la de la curva frontera (4.11) van sustrayéndose (“desactivándose” relés,  $1 \rightarrow 0$ ) columnas de  $h(V)$  en el plano en orden decreciente de  $\beta$  hasta la tensión indicada

(zona gris en Fig. 4.11). Cuando el barrido de tensión abarca todo el dominio de  $\alpha$  y  $\beta$  ( $[-10V, 10V]$  para ambas escalas en las Fig. 4.10 y 4.11), el bucle generado es el llamado ‘bucle mayor’ o externo.

Es importante mencionar que la forma del plano de Preisach determinará la forma del histerón  $\lambda$  [Mon12]. Las Fig. 4.12 y 4.13 muestran diferentes distribuciones de planos de Preisach que originan diferentes formas del histerón. Se puede comprobar que incluso con la misma forma de plano se pueden obtener diferentes formas de bucle externo con tan solo desplazar la figura en el plano  $\alpha$ - $\beta$ . En la Fig. 4.12 a la izquierda se muestra una distribución homogénea diseñada para que toda función peso  $h(V)$  sea equidistante en un dominio  $[-10V, 10V]$  con intervalos de 0.1V entre relés. En los otros dos se muestran distribuciones no homogéneas donde la vecindad (distancia entre funciones peso) no es igual para todos ellos. También se puede comprobar que la simetría del histerón depende la simetría de la distribución del plano.

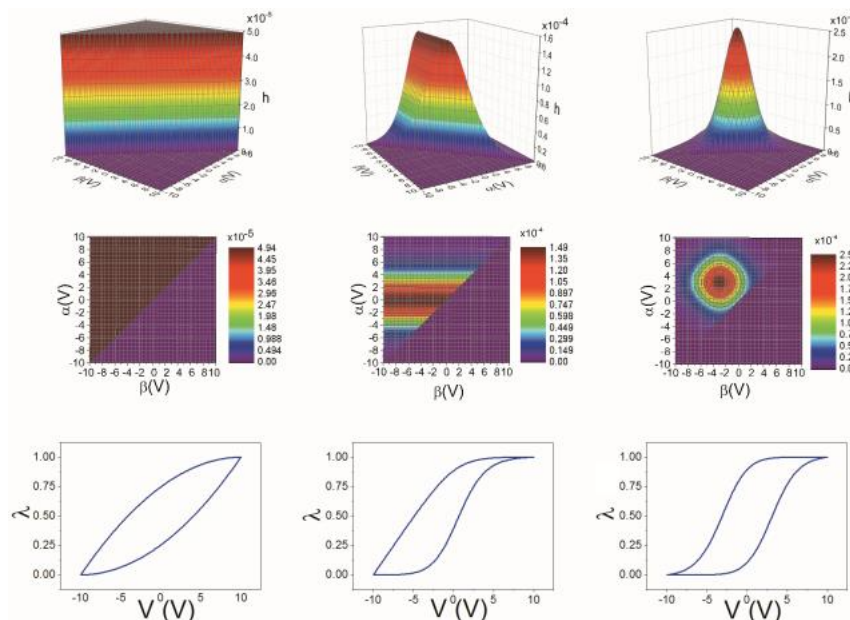


Figura 4.12: Planos de Preisach e histerones construidos a partir de distribuciones de funciones peso  $h(V)$  homogénea (izquierda), de alta densidad alrededor  $\alpha=0$  (medio) y altamente distribuidos en un pico situado en  $(-3V, 3V)$  (derecha).

Surgen propiedades interesantes en el caso de las distribuciones no homogéneas. Por ejemplo, tras probar con varias distribuciones, se puede demostrar que la obtención de histerones simétricos está ligada a distribuciones con simetría diagonal tal y como se muestra en la Fig. 4.13. Cuanto más grande es dicha distancia relativa entre el punto de más alta densidad y el origen del plano  $(0V, 0V)$ , más grande es la distancia entre las curvas frontera y más grande es el área del espacio de estados. Análogamente, pueden generarse histerones asimétricos con distribuciones asimétricas como la mostrada en la parte central de la Fig. 4.12.

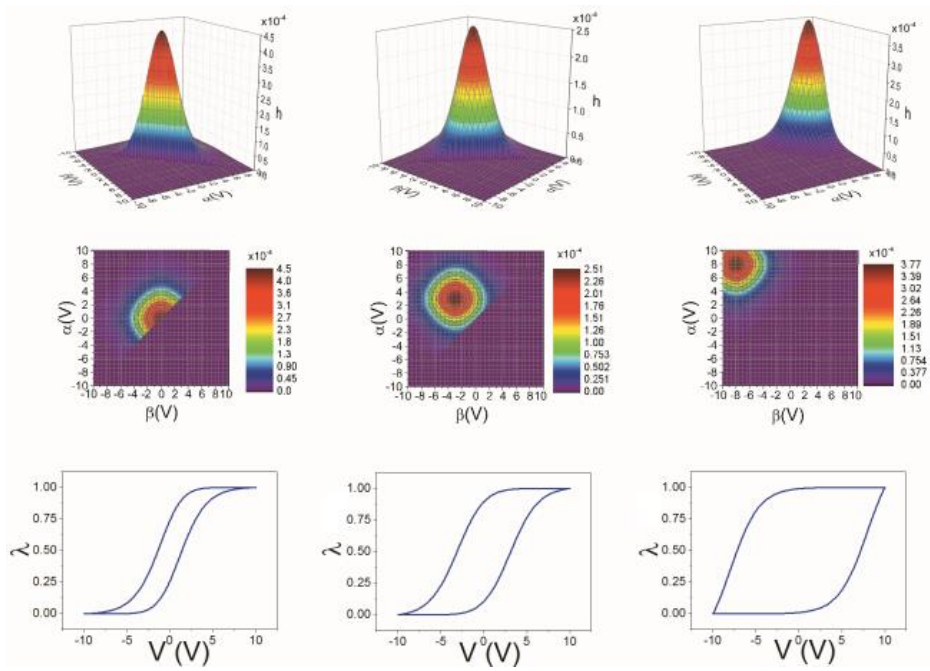


Figura 4.13: Planos de Preisach e histerones de distribuciones de funciones peso  $h(V)$  no homogéneas con alta densidad en  $(0V, 0V)$  (izquierda),  $(-3V, 3V)$  (medio) y  $(-9V, 9V)$  (derecha).

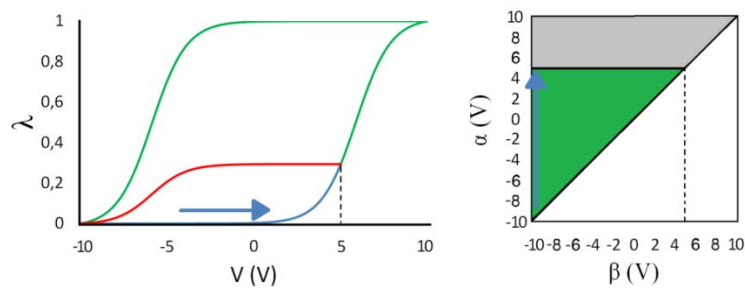


Figura 4.14: Evolución del plano de Preisach durante la activación de relés para reproducir la rama de subida de un bucle menor partiendo de  $\lambda=0$  hasta  $5V$  de acuerdo con la expresión (4.10).

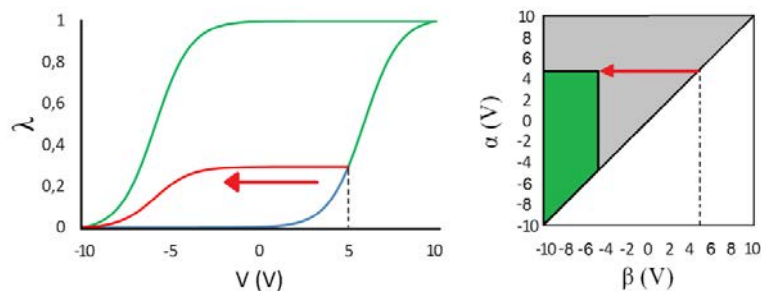


Figura 4.15: Evolución del plano de Preisach durante la desactivación de relés para reproducir la rama de bajada de un bucle menor partiendo de  $5V$  hasta  $\lambda=0$  de acuerdo con la expresión (4.11).

Para generar “bucles menores” o internos de subida dentro del mayor se procede de manera análoga que con el externo. Las Fig. 4.14 y Fig. 4.15 muestran como usando la ecuación (4.10) hasta una tensión menor que la tensión alcanzada por la rama de subida

del bucle externo y luego volviendo al estado inicial con la ecuación (4.11), lo que se genera es un bucle más pequeño contenido en el mayor. En el caso particular de las Fig. 4.14 y Fig. 4.15, a medida que se va generando la rama de la curva frontera (4.10) van activándose relés en las filas de  $h(V)$  en el plano en orden creciente de  $\alpha$  hasta una tensión de 5V (zona verde en Fig. 4.14), una tensión dentro del dominio [-10V, 10V] pero inferior a la tensión del bucle mayor, mientras que cuando se genera la rama de bajada con la ecuación (4.11) van desactivándose los relés por columnas de  $h(V)$  en el plano en orden decreciente de  $\beta$  desde los 5V hasta volver al punto inicial (zona gris en Fig. 4.15). Cuando para al menos una de las dos escalas el barrido de tensión no abarca todo el dominio de  $\alpha$  y  $\beta$  ([-10V, 10V] para ambas escalas en este caso), el bucle generado es un ‘bucle menor’ o interno.

Partiendo siempre de ramas crecientes usando la ecuación (4.10), se pueden generar múltiples bucles menores de subida con puntos extremos de tensiones en el dominio considerado (Fig. 4.16). El número de estos bucles internos cuya rama de bajada se genera con la ecuación (4.11) dependerá del tamaño del intervalo que exista entre relés de un plano o matriz de Preisach generado a un dominio fijado para sus ejes  $\alpha$  y  $\beta$ . Por ejemplo, en un dominio [-10V, 10V] y con un intervalo de 0.1V, se pueden generar:

$$\frac{10V - (-10V)}{0.1V} - 1 \{ \text{"bucle" } V=-10V \} - 1 \{ \text{bucle externo } V = 10V \} = 198 \text{ bucles}$$

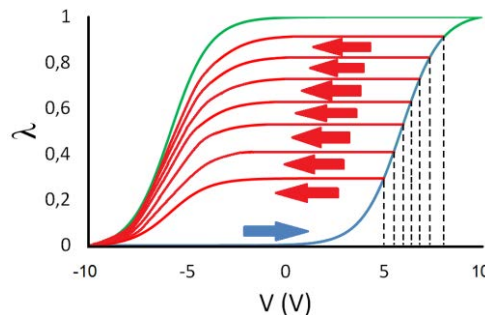


Figura 4.16: Múltiples bucles menores de subida en un dominio [-10V, 10V]. A un dominio fijo, reducir el intervalo entre relés de un plano/matriz de Preisach generado aumenta la resolución así como el número de bucles menores que se pueden generar. Los bucles menores representan la creación y ruptura de múltiples canales conductivos en un evento de conmutación resistiva en función de la tensión de entrada.

Se puede comprobar fácilmente que en lo que se refiere a calcular un plano de Preisach como una matriz de relés, a menor intervalo entre relés, mayor número de bucles se pueden generar y ofrecerá mayor precisión en ajustes de características  $I-V$  multinivel como los que se mostrarán en el apartado 4.2.3. La reducción del intervalo ofrece también mayor suavidad/resolución a la representación de las ramas. Los diferentes niveles de estos bucles menores podrían representar la creación y ruptura de múltiples canales conductivos en un evento de conmutación resistiva en función de la tensión de

entrada. El bucle externo representaría la creación ( $\lambda=1$ ) y ruptura ( $\lambda=0$ ) del total de canales conductores disponibles en el sistema. Cabe destacar que las ramas decrecientes de los bucles menores son cada una de ellas una proyección de la curva frontera decreciente del bucle externo, pero al nivel marcado por la tensión alcanzada por la rama de subida, y de ahí su semejanza con ésta. Dicho de otra manera, la forma del bucle externo será determinante para la forma que tengan sus bucles internos.

De la misma manera que con los bucles menores anteriores, se pueden generar bucles menores o internos de bajada partiendo de  $\lambda=1$ . Las Fig. 4.17 y Fig. 4.18 muestran como usando la ecuación (4.11) hasta una tensión mayor que la tensión alcanzada por la rama de bajada del bucle externo y luego volviendo al estado inicial con la ecuación (4.10), se genera también un bucle más pequeño contenido en el mayor. En este caso particular, a medida que se va generando la rama de la curva frontera (4.11) van desactivándose relés en las columnas de  $h(V)$  en el plano en orden decreciente de  $\beta$  hasta una tensión de  $-5V$  (zona gris en Fig. 4.17), una tensión dentro del dominio  $[-10V, 10V]$  pero superior a la tensión del bucle mayor ( $-10V$ ), mientras que cuando se genera la rama de subida con la ecuación (4.10) van activándose los relés por filas de  $h(V)$  en el plano en orden creciente de  $\alpha$  desde los  $-5V$  hasta volver al punto inicial (zona verde en Fig. 4.18).

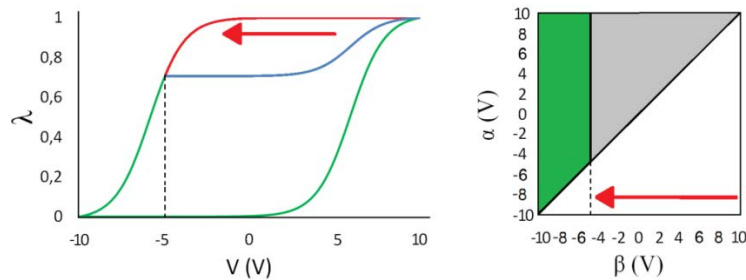


Figura 4.17: Evolución del plano de Preisach durante la desactivación de relés para reproducir la rama de bajada de un bucle menor partiendo de  $\lambda=1$  hasta  $-5V$  de acuerdo con la expresión (4.11).

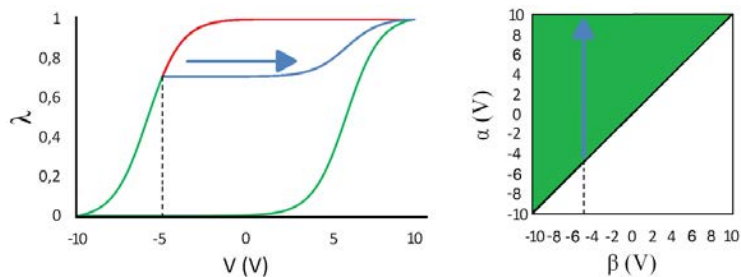


Figura 4.18: Evolución del plano de Preisach durante la activación de relés para reproducir la rama de subida de un bucle menor partiendo de  $-5V$  hasta  $\lambda=1$  de acuerdo con la expresión (4.10).

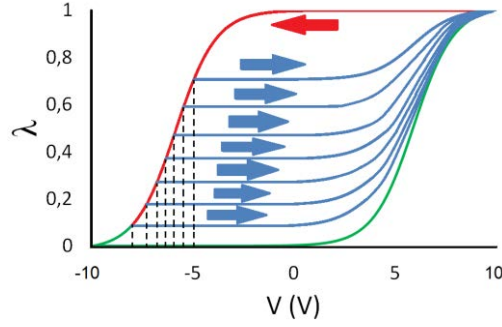


Figura 4.19: Múltiples bucles menores de bajada en un dominio [-10V, 10V]. A un dominio fijo, reducir el intervalo entre relés de un plano/matriz de Preisach generado aumenta la resolución así como el número de bucles menores que se pueden generar. Los bucles menores representan la creación y ruptura de múltiples canales conductivos en un evento de conmutación resistiva en función de la tensión de entrada.

Análogamente a lo visto en la Fig. 4.16 y siempre partiendo de ramas decrecientes usando la ecuación (4.11), se pueden generar múltiples bucles menores de bajada con puntos extremos de tensiones en el dominio considerado (Fig. 4.19). Una vez más el número de estos bucles internos cuya rama de subida se genera con la ecuación (4.10) dependerá del tamaño del intervalo que exista entre relés de un plano o matriz de Preisach generado a un dominio fijado para sus ejes  $\alpha$  y  $\beta$ .

Al igual que ocurre con la Fig. 4.16, las ramas crecientes de los bucles menores son cada una de ellas una transformación afín de la curva frontera creciente del bucle externo, pero al nivel marcado por la tensión alcanzada por la rama de bajada y de ahí su semejanza con ésta.

Para entender con más detalle la evolución del plano de Preisach en función de la tensión de entrada, se puede repetir el ajuste de la característica  $I-V$  de LSMO del apartado 4.1 realizado con el operador de Krasnosel'skiĭ-Pokrovskiĭ, pero ahora usando la metodología presentada en el apartado y capítulo presentes. Esta característica  $I-V$  mostraba un proceso de *reset* de conmutación resistiva dividido en transiciones parciales, originadas por una tensión de entrada en forma de función triangular o rampa periódica de amplitud creciente. Dichas transiciones partían del estado LRS hasta el HRS de forma secuencial. Para el ajuste de la característica, se retoma también la solución a la ecuación de crecimiento genérica como la variable de estado del sistema:

$$\lambda^{\pm}(V) = \frac{1}{\left[ 1 + \left[ (\gamma^{\pm} - 1)\rho^{\pm}r^{\pm}(V - V^{\pm}) + \left[ \left( \frac{1}{\lambda_0} \right)^{\rho^{\pm}} - 1 \right]^{1-\gamma^{\pm}} \right]^{\frac{1}{1-\gamma^{\pm}}} \right]^{\frac{1}{\rho^{\pm}}}} \quad (4.12)$$

donde  $r$ ,  $\rho$  y  $\gamma$  son números reales positivos ( $\gamma < I+I/\rho$ ),  $\lambda_0$  es la fracción de canales creados cuando  $V=0V$ , y la tensión promedio  $V^\pm$  es la tensión en la que la mitad de canales están activados/creados. No obstante, y con tal de simplificar la explicación de la evolución del plano de Preisach, se va a optar por la representación de la respuesta de la variable de estado y el plano a una tensión triangular periódica de amplitud creciente con un número de periodos inferior a la entrada de la curva experimental, si bien el procedimiento realizado es mecánico y relativamente asequible. Se parte de  $\lambda=0$  con la ecuación (4.10) en función de una rampa de tensión de pendiente positiva, comportándose del mismo modo que el bucle externo (en verde), desde  $V = -10V$  hasta alcanzar la tensión  $V= 5V$  (marcado en azul en Fig. 4.20). En este punto, la tensión decrece con una rampa de pendiente negativa hasta  $V=0V$ , y por tanto entra en juego la ecuación (4.11) (marcado en rojo en Fig. 4.21). Véase en el plano de la Fig. 4.20 como la rampa inicial ha activado / acumulado filas de relés  $h(V)$  hasta  $V= 5V$  y luego en el plano de la Fig. 4.21 la rampa decreciente ha desactivado / sustraído columnas de relés hasta  $V=0V$ .

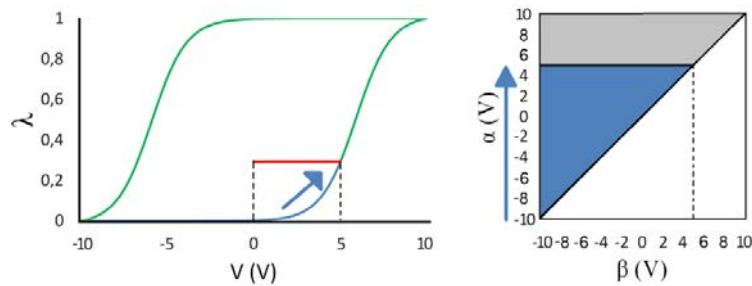


Figura 4.20: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color azul se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente positiva entre  $V=-10V$  hasta  $V=5V$ . La rampa activa / acumula relés en el plano para las filas de  $[-10V, 5V]$  respecto al eje  $\alpha$ .

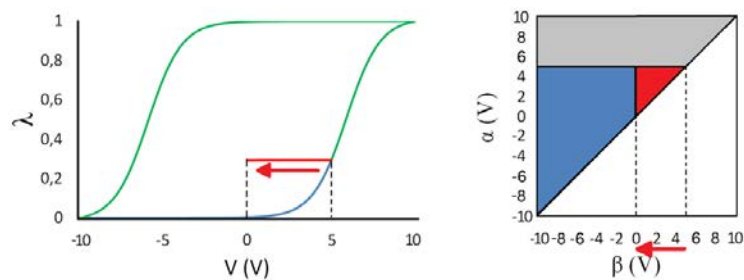


Figura 4.21: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color rojo se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente negativa entre  $V=5V$  hasta  $V=0V$ . La rampa desactiva / sustrae relés en el plano para las columnas de  $[0V, 5V]$  respecto al eje  $\beta$ .

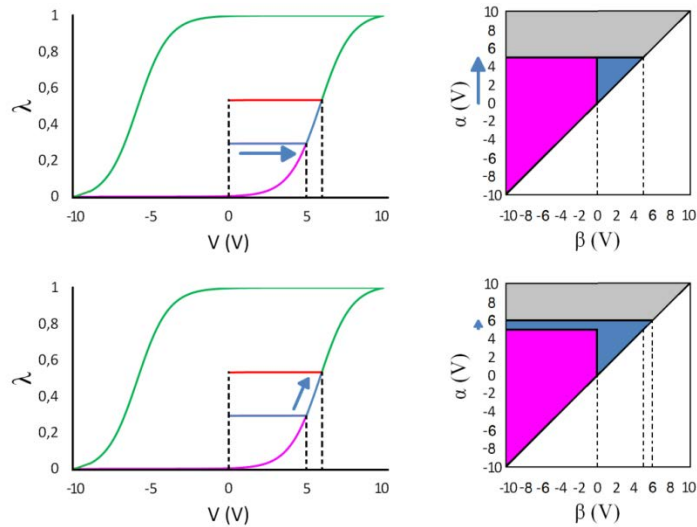


Figura 4.22: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color azul se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente positiva entre  $V=0V$  hasta  $V=6V$ . Arriba, la variable de estado recupera relés desactivados en la rama anterior y recorre la rama en sentido opuesto. Abajo, la variable de estado crece y activa más relés hasta  $V=6V$ .

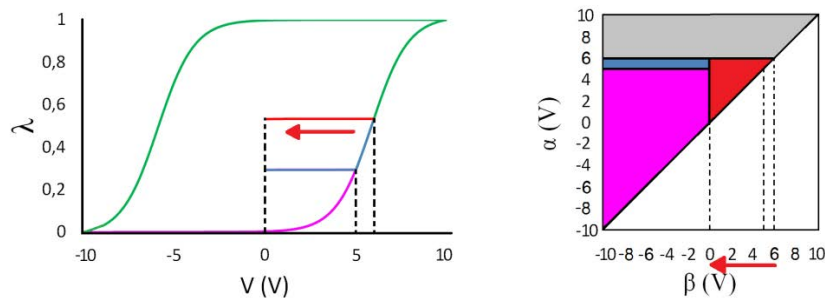


Figura 4.23: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color rojo se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente negativa entre  $V=6V$  hasta  $V=0V$ . La rampa desactiva / sustrae relés en el plano para las columnas de  $[0V, 6V]$  respecto al eje  $\beta$ .

De nuevo la variable de estado activa relés con una nueva rampa de tensión de pendiente positiva. Primero, sumando filas de relés desde  $V=0V$  hasta  $V=5V$  (nivel de tensión máximo alcanzado en el bucle anterior, ver en azul Fig. 4.22, arriba) en el eje  $\beta$ , la variable de estado recupera los relés desactivados y recorre la trayectoria de la rama anterior en sentido opuesto. A partir de ahí vuelven a acumularse filas de relés en todo el dominio de  $\beta$  hasta alcanzar la tensión  $V=6V$  en el eje  $\alpha$  y la variable de estado vuelve a crecer hasta ese punto (marcado en azul en Fig. 4.22, abajo), todo esto con la ecuación (4.10). En este punto y de nuevo, la tensión decrece con una rampa de pendiente negativa hasta  $V=0V$ , y por tanto entra en juego la ecuación (4.11) (marcado en rojo en Fig. 4.23). Se desactivan relés por columnas hasta  $V=0V$ .



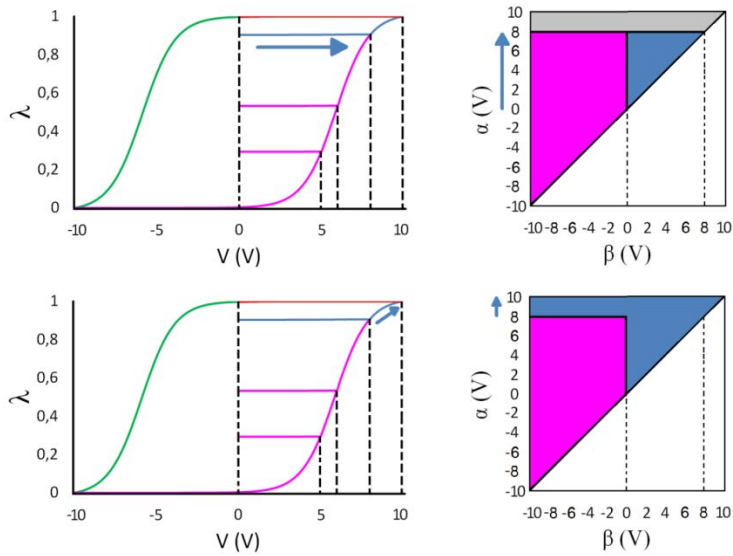


Figura 4.24: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color azul se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente positiva entre  $V=0V$  hasta  $V=10V$ . Arriba, la variable de estado recupera relés desactivados en la rama anterior y recorre la rama en sentido opuesto. Abajo, la variable de estado crece y activa más relés hasta  $V=10V$ .

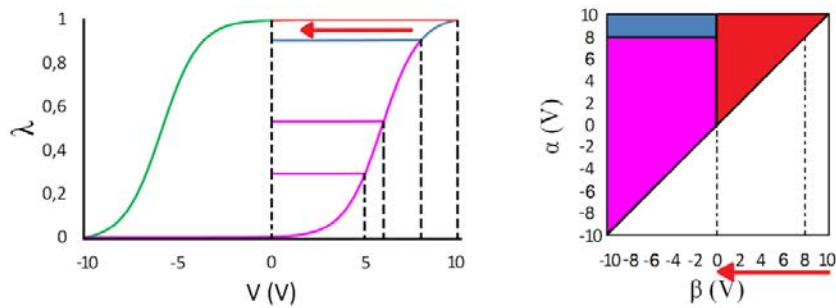


Figura 4.25: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica positiva de amplitud creciente. En color rojo se representa el comportamiento respecto a una rampa de pendiente negativa entre  $V=10V$  hasta  $V=0V$ . La rampa desactiva / sustrae relés en el plano para las columnas de  $[0V, 10V]$  respecto al eje  $\beta$ .

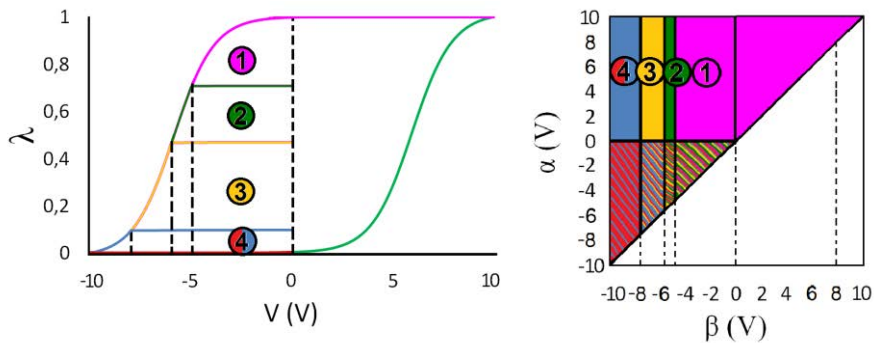


Figura 4.26: Evolución de la variable de estado y del plano de Preisach respecto a una tensión triangular periódica negativa de amplitud creciente. Los diferentes bucles de bajada están numerados y las regiones del plano de Preisach donde éstos activan o desactivan relés están marcadas por colores. Las zonas ralladas en el plano de Preisach corresponden a zonas compartidas por bucles diferentes.

Este proceso puede repetirse por varios semibucles o bucles positivos de subida (cuatro en el ejemplo). En este último bucle mostrado en las Fig. 4.24 y Fig. 4.25 se llega a alcanzar la activación de todos los relés, lo que equivaldría a la creación de todos los canales conductivos posibles y a una conmutación resistiva de HRS a LRS (*set*). Análogamente, podemos tener el comportamiento simétrico en el lado negativo de la tensión. La Fig. 4.26 muestra cuatro bucles negativos de bajada con la correspondiente evolución del plano de Preisach. En este caso, supondría la ruptura de todos los caminos conductivos posibles, y se produciría la conmutación de LRS a HRS (*reset*). Esta forma de proceder ofrece resultados muy similares, por no decir prácticamente idénticos, a los vistos con el operador de Krasnosel'skiĭ-Pokrovskiĭ. En la Fig. 4.27 se muestran los resultados de ajuste del modelo para con la característica  $I-V$  correspondiente al evento de RESET de la estructura de LSMO, ajustados anteriormente con el operador del apartado 4.1, así como el plano de Preisach del cual se obtiene la forma del histerón o bucle externo. En el ANEXO II se incluye un algoritmo en Matlab como ejemplo de implementación del modelo de Preisach.

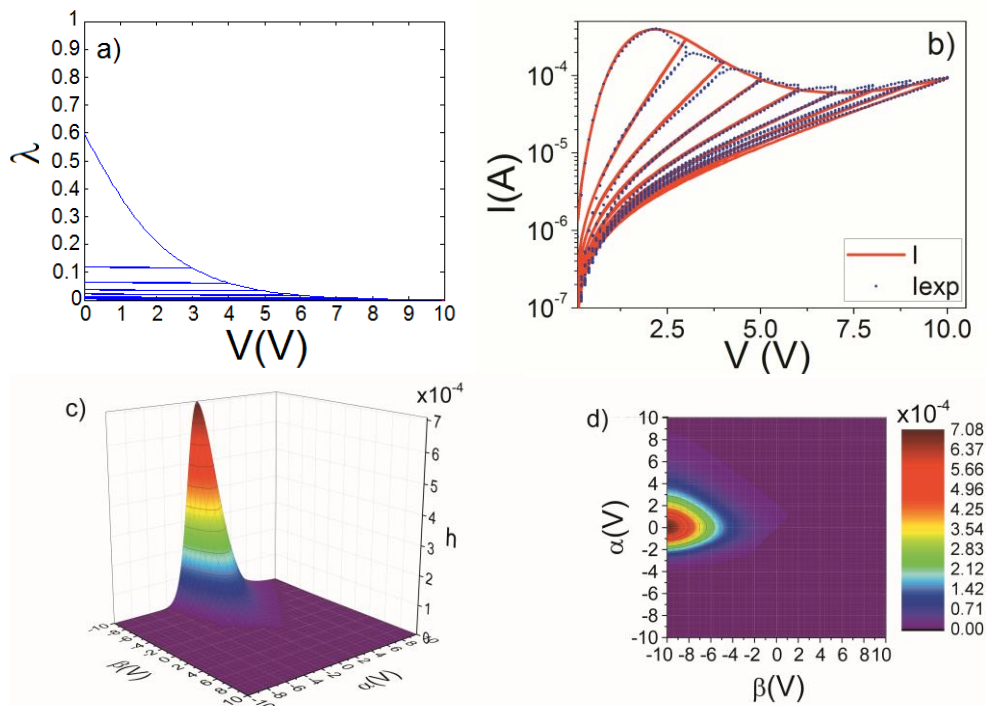


Figura 4.27: Datos experimentales (símbolos) y resultado del modelo (línea sólida) para la característica  $I-V$  de un proceso de *reset* de una muestra de  $\text{La}_{1-x}\text{Sr}_x\text{MnO}_3$ . a) Parte positiva del histerón resultante del ajuste del modelo. b) Representación semilogarítmica del ajuste del modelo a los datos experimentales. c) Perspectiva tridimensional del plano de Preisach origen de la variable de estado o histerón del ajuste del modelo. d) Vista cenital del plano de Preisach origen de la variable de estado o histerón del ajuste del modelo. Parámetros:  $V^+=0.45\text{V}$ ;  $r^+=3.4\text{V}^{-1}$ ;  $I_{\text{OFF}}=2\mu\text{A}$ ;  $I_{\text{ON}}=100\text{nA}$ ;  $\alpha_{\text{OFF}}=0.4\text{V}^{-1}$ ;  $\alpha_{\text{ON}}=12\text{V}^{-1}$ ;  $R_{\text{OFF}}=1\Omega$ ;  $R_{\text{ON}}=1\text{K}\Omega$ ;  $\rho^+=0.5$ ;  $\gamma^+=1.09$ .

Con esto se demuestra que adaptando las herramientas de la modelización de Preisach al modelo circuital la variable de estado sigue modificando los parámetros del modelo y además ahora es posible ajustar transiciones de estado parciales de conmutación resistiva tal y como se puede hacer con el operador de Krasnosel'skiĭ-Pokrovskiĭ. Sin embargo el carácter general del modelo de Preisach ofrece varias posibilidades más en cuanto al ajuste del modelo a conmutación resistiva multinivel. Por ejemplo, se puede realizar una superposición de bucles menores de subida y de bajada como los mostrados en las Fig. 4.16 y Fig. 4.19 En los siguientes apartados se mostrará como con las ramas de ambos tipos de bucle se pueden recrear ajustes de varios niveles de ciclos completos de conmutación dependiente de la limitación de corriente en la medición y conmutaciones con bucles anidados. La Fig. 4.28 muestra ejemplos de ello.

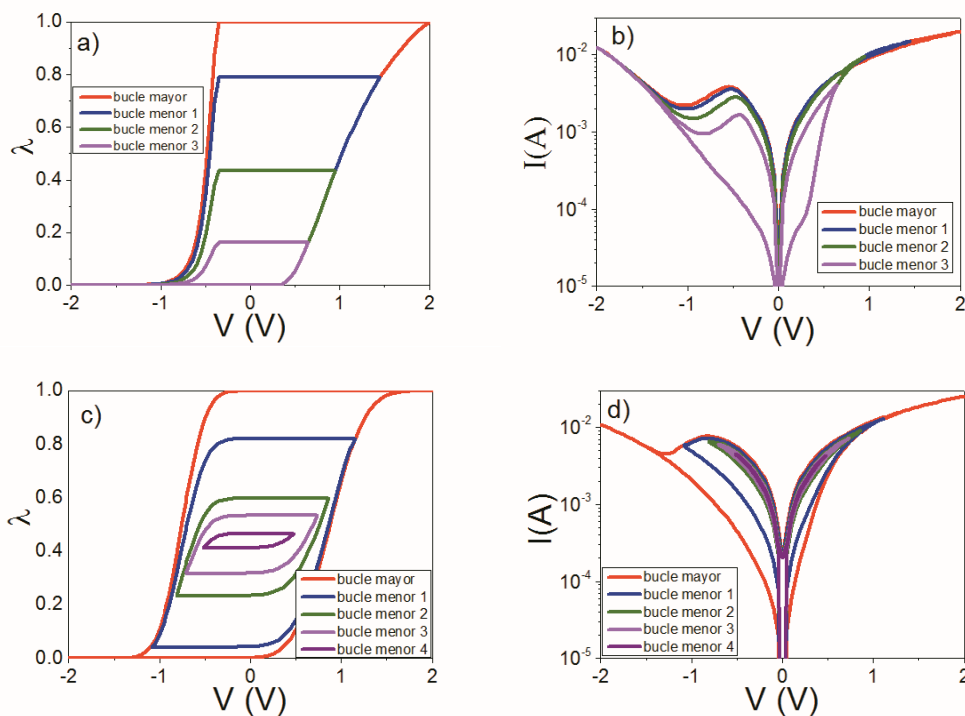


Figura 4.28: Ejemplos de bucles multinivel en (a) histerón y (b) corriente en escala semilogarítmica, y bucles anidados en (c) histerón y (d) corriente en escala semilogarítmica.

#### 4.2.3. Ajuste de conmutación multinivel

En este apartado se mostrarán ajustes de curvas características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva multinivel extraídas de diversas publicaciones. Para estos ajustes la variable de estado utilizada, por la propiedad de modificación de simetría de la distribución y por tanto de recrear más fácilmente transiciones de estado abruptas, es la normal generalizada. Recuperando las características  $I$ - $V$  extraídas de una estructura de TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN en una RAM resistiva de almacenado multinivel por celda (MLC ReRAM) [Pra16] mostradas en la Fig. 3.17 del capítulo anterior, se muestra su ajuste

ahora con diferentes ciclos de conmutación de la misma muestra a diferentes limitaciones de corriente (Fig. 4.29).

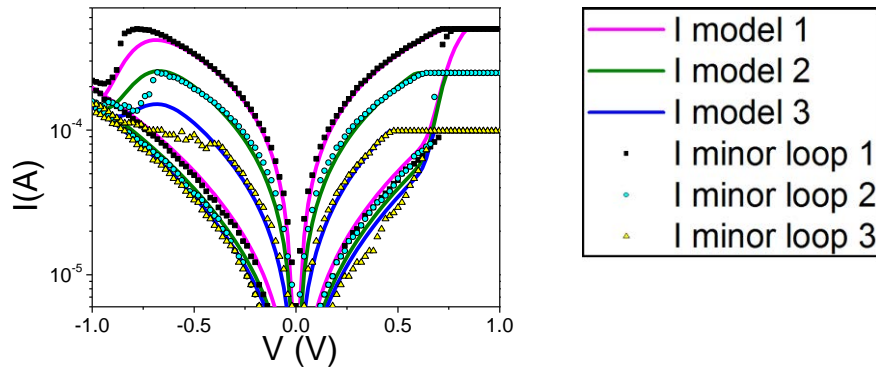


Figura 4.29: Ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación con parámetros  $I_{0OFF} = 10\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{OFF} = 3.2\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 950\Omega$ ,  $I_{0ON} = 450\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{ON} = 3.25\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 1\text{K}\Omega$ ,  $V^+ = 0.855\text{V}$ ,  $a^+ = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.2$ ,  $V^- = -0.715\text{V}$ ,  $a^- = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$  en escala semilogarítmica de una muestra de dispositivo TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN MLC ReRAM.

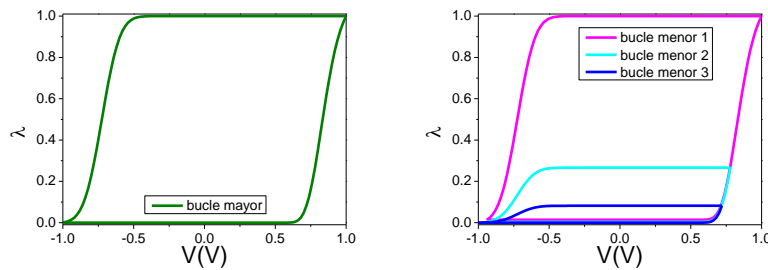


Figura 4.30: Bucle mayor y bucles menores de la variable de estado utilizados en el ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN MLC ReRAM.

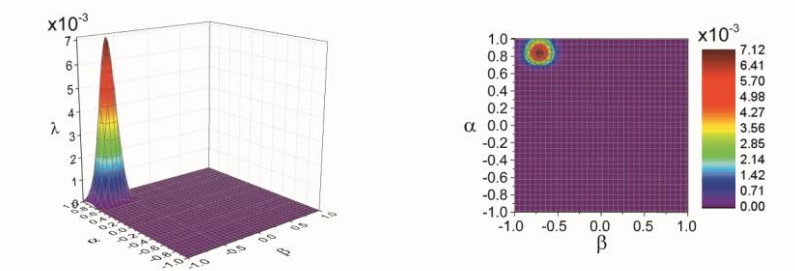


Figura 4.31: Perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) del plano de Preisach origen del histerón/bucle mayor del ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo TiN/Ti/HfO<sub>x</sub>/TiN MLC ReRAM.

El procedimiento habitual para ajustar ciclos de conmutación a diferentes niveles de corriente consiste en identificar el nivel HRS más bajo y el nivel LRS más alto entre los bucles y establecer ahí el bucle mayor o externo, de manera que el resto de niveles queden contenidos en su interior en el ajuste. En la Fig. 4.30 se muestran los histerones

utilizados en el ajuste del dispositivo MLC ReRAM, así como en la Fig. 4.31 se muestra el plano de Preisach del cual provienen.

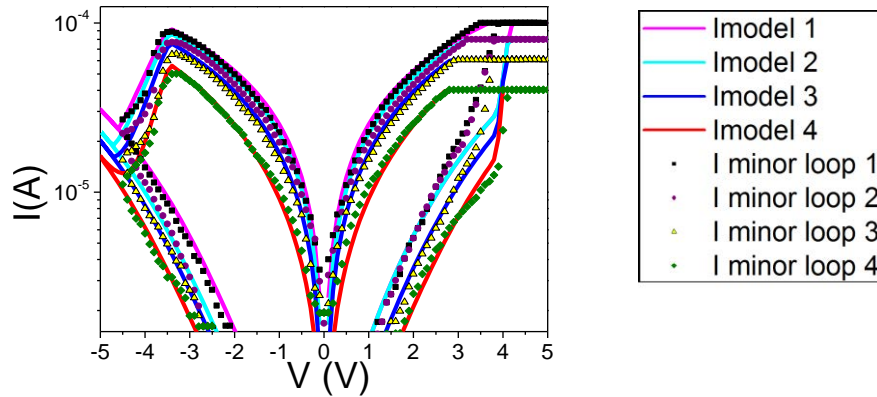


Figura 4.32: Ajuste de cuatro ciclos  $I$ - $V$  de conmutación con parámetros  $I_{0OFF\ set} = 150\text{nA}$ ,  $I_{0OFF\ reset} = 30\text{nA}$ ,  $\alpha_{OFF} = 1.4\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 30\text{K}\Omega$ ,  $I_{0ON} = 55\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{ON} = 1.4\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 30\text{K}\Omega$ ,  $V^+ = 4.3\text{V}$ ,  $a^+ = 0.12\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -3.5\text{V}$ ,  $a^- = 0.12\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.65$  en escala semilogarítmica de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{TaO}_x$ .

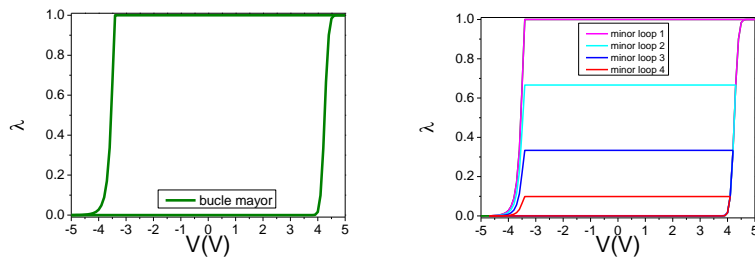


Figura 4.33: Bucle mayor y bucles menores de la variable de estado utilizados en el ajuste de cuatro ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{TaO}_x$ .

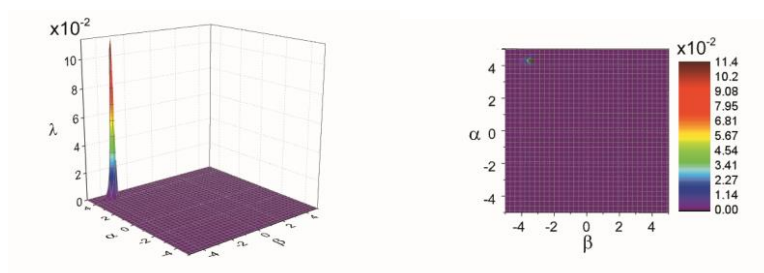


Figura 4.34: Perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) del plano de Preisach origen del histerón/bucle mayor del ajuste de cuatro ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{TaO}_x$ .

En la Fig. 4.32 se muestra el ajuste de cuatro ciclos de diferente CC de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{TaO}_x$  [Pra13]. Se fabricó un dispositivo de tamaño  $150 \times 150\text{ nm}^2$  de  $\text{W}/\text{TiO}_x/\text{TaO}_x/\text{W}$ . El espesor medido en Microscopía Electrónica de Transmisión (TEM) de las capas de  $\text{TiO}_x$  y  $\text{TaO}_x$  es 3 y 7nm, respectivamente. El ajuste del modelo requiere considerar dos amplitudes de corriente OFF  $I_{0OFF}$  para el estado HRS, una para

el *set* y otra para el *reset*. En la Fig. 4.33 se muestran los histerones utilizados en el ajuste del dispositivo RRAM de TaO<sub>x</sub>, así como en la Fig. 4.34 se muestra el plano de Preisach del cual provienen.

En la Fig. 4.35 se muestra el ajuste de tres ciclos de diferente limitación de corriente de una muestra de dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub> [Iel16]. En la Fig. 4.36 se muestran los histerones utilizados en el ajuste del dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub>, así como en la Fig. 4.37 se muestra el plano de Preisach del cual provienen. Se da el caso de que uno de los tres ciclos de conmutación coincide con el bucle mayor.

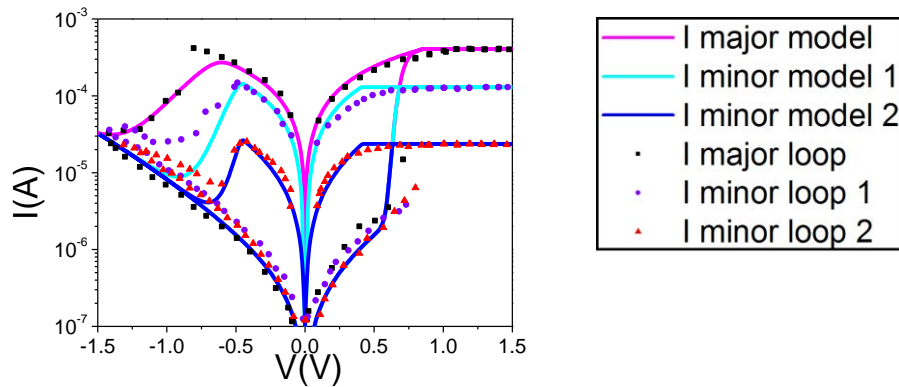


Figura 4.35: Ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación con parámetros  $I_{OFF} = 450\text{pA}$ ,  $\alpha_{OFF} = 3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 2.1\text{K}\Omega$ ,  $I_{ON} = 23\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{ON} = 3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{ON} = 2.1\text{K}\Omega$ ,  $V^+ = 0.885\text{V}$ ,  $a^+ = 0.07\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -0.49\text{V}$ ,  $a^- = 0.04\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.65$  en escala semilogarítmica de una muestra de dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub>.

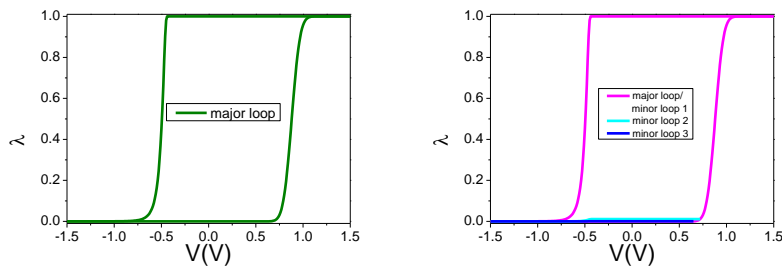


Figura 4.36: Bucle mayor y bucles menores de la variable de estado utilizados en el ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub>.

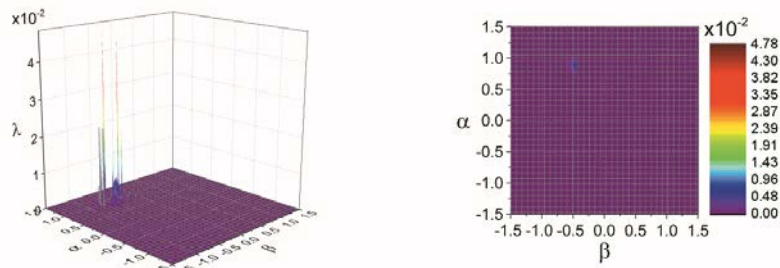


Figura 4.37: Perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) del plano de Preisach origen del histerón/bucle mayor del ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub>

#### 4.2.4. Combinación de histerones

Hasta ahora se han visto ajustes de características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva bipolar realizados en base a un histerón o variable de estado cuyo origen proviene de un semiplano formado por una matriz de elementos de peso  $h(V)$ . Tal peso se puede definir como el producto de una parte  $(d\lambda/d\alpha) \times (d\lambda/d\beta)$  del área total del semiplano y cuya distribución del mismo en la totalidad del plano define el histerón. ¿Sería posible mejorar el ajuste utilizando una variable de estado resultante de una combinación de varios histerones?:

$$\lambda = \sum_{i=1}^N n_i \lambda_i \quad \rightarrow \quad \frac{d\lambda}{d\alpha} \frac{d\lambda}{d\beta} = \sum_{i=1}^N n_i \frac{d\lambda_i}{d\alpha} \frac{d\lambda_i}{d\beta} \quad (4.13)$$

Siendo  $N$  el número de histerones a sumar y  $n_i$  un factor peso asociado al histerón  $\lambda_i$ , se puede establecer un histerón  $\lambda$  como la combinación normalizada a la unidad de dos o más histerones. Por ejemplo, para el caso del dispositivo RRAM de  $\text{HfO}_2$ , utilizando dos histerones  $\lambda_i$  con factores  $n_1 = n_2 = 1$  y cada uno con sus valores paramétricos se pueden obtener un histerón y bucles menores asociados como los de la Fig. 4.38, en la que además se muestran los histerones  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ . El ajuste resultante del modelo circuital para con los datos experimentales se muestra en la Fig. 4.39, y en comparación con el mostrado en la Fig. 4.35, se observa una notable mejora. En la Fig. 4.40 se muestra el plano de Preisach origen del histerón, así como los dos planos de Preisach orígenes de los histerones  $\lambda_i$  de los cuales resulta el plano del histerón  $\lambda$ . Se puede distinguir el parecido de ciertas zonas de la distribución de pesos entre  $\lambda$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ .

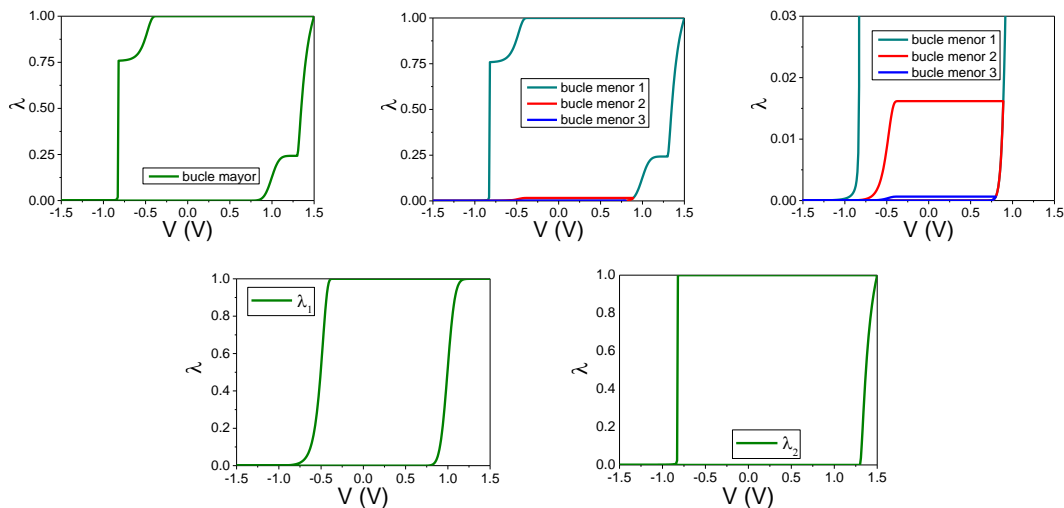


Figura 4.38: Bucle mayor, bucles menores, ampliación de bucles menores (arriba) e histerones  $\lambda_i$  (abajo) de la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  utilizados en el ajuste de tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra de dispositivo RRAM de  $\text{HfO}_2$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.07\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -0.5\text{V}$ ,  $a^- = 0.07\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.42$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 1.4\text{V}$ ,  $a^+ = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -1$ ,  $V^- = -0.82\text{V}$ ,  $a^- = 0.001\text{V}$ ,  $\kappa^- = 1.9$ .

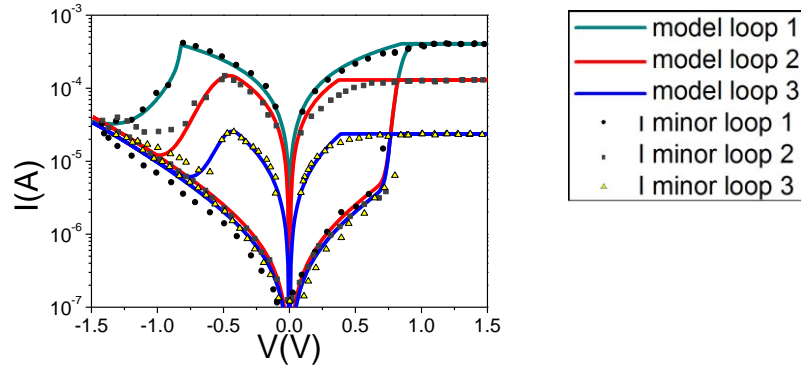


Figura 4.39: Ajuste de los tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de la muestra de dispositivo RRAM de  $\text{HfO}_2$  utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.07\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -0.5\text{V}$ ,  $a^- = 0.07\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.42$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 1.4\text{V}$ ,  $a^+ = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -1$ ,  $V^- = -0.82\text{V}$ ,  $a^- = 0.001\text{V}$ ,  $\kappa^- = 1.9$ . Parámetros para el modelo circuital:  $I_{\text{OFF}} = 700\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 2.75\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 2.1\text{K}\Omega$ ,  $I_{\text{ON}} = 23\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{\text{ON}} = 3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2.1\text{K}\Omega$ .

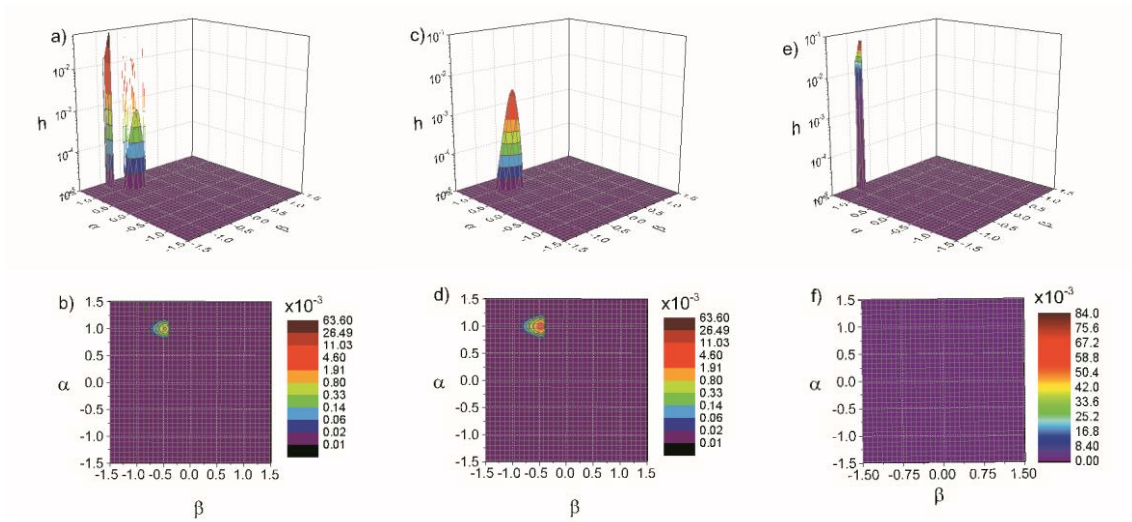


Figura 4.40: Plano de Preisach origen de la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  para el ajuste de los tres ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de la muestra de dispositivo RRAM de  $\text{HfO}_2$  en a) perspectiva tridimensional y b) vista cenital. Plano de Preisach origen del histerón  $\lambda_1$  en c) perspectiva tridimensional y d) vista cenital. Plano de Preisach origen del histerón  $\lambda_2$  en e) perspectiva tridimensional y f) vista cenital.

Otro caso de conmutación multinivel utilizando suma de dos histerones con factores también de  $n_1 = n_2 = 1$  es el de una estructura MIM  $15\mu\text{m} \times 15\mu\text{m}$  de  $\text{TiN}/\text{Ti}/\text{HfO}_2/\text{W}$  con espesores  $200\text{nm}/10\text{nm}/10.5\text{nm}/200\text{nm}$  [Mir16]. Las estructuras fueron fabricadas en el CNM-ICMAB y las mediciones se realizaron en el Departamento de Electricidad y Electrónica de la Universidad de Valladolid. En la Fig. 4.41 se muestra el ajuste y el histerón de cuatro ciclos obtenidos con una limitación de corriente fija en el proceso de *reset* de  $50\text{mA}$  y variando la limitación en el proceso de *set* en cada ciclo. El resultado es una conmutación resistiva multinivel donde el nivel de corriente de cada ciclo disminuye a medida que se aumenta la limitación. En la Fig 4.42 se muestra el plano de Preisach origen del histerón.



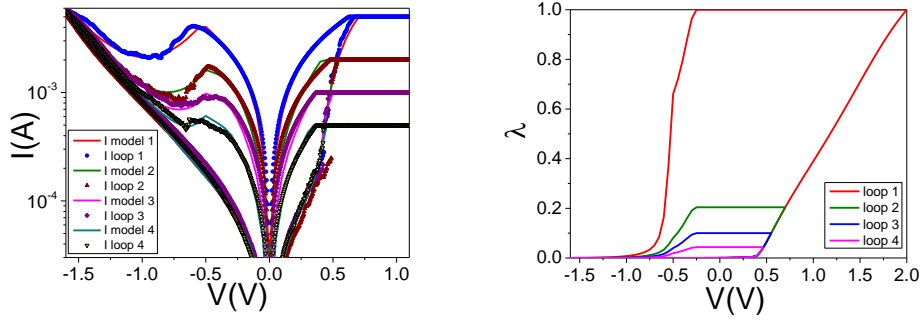


Figura 4.41: Ajuste y variable de estado de cuatro ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de una muestra MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.68\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -1.1$ ,  $V^- = -0.4\text{V}$ ,  $a^- = 0.13\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.5$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 1.6\text{V}$ ,  $a^+ = 0.5\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -0.53\text{V}$ ,  $a^- = 0.04\text{V}$ ,  $\kappa^- = 1$ . Parámetros para el modelo circuital:  $I_{\text{OFF}} = 8\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 4.5\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 30\Omega$ ,  $I_{\text{ON}} = 3\text{mA}$ ,  $\alpha_{\text{ON}} = 4.5\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 80\Omega$ .

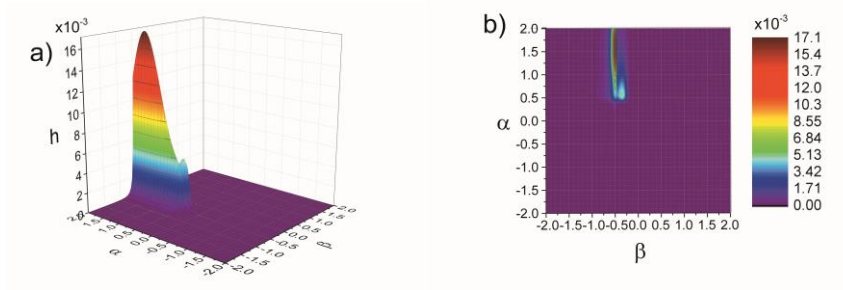


Figura 4.42: Plano de Preisach origen de la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$  para el ajuste de cuatro ciclos  $I$ - $V$  de conmutación de la muestra de dispositivo MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W en a) perspectiva tridimensional y b) vista cenital.

Los bucles anidados tienen su origen en una señal de entrada periódica de amplitud variable de manera que dentro de un bucle externo se generan otros tantos internos, cada uno más pequeño o grande, (según el sentido de la variación de la entrada) que el anterior. Este tipo de bucles suele crearse estableciendo primero un bucle mayor o externo. Los múltiples bucles en su interior son útiles para estudiar las propiedades de lectura, escritura y borrado de información del dispositivo. Es posible construir bucles completos que se van expandiendo tan solo partiendo de un punto arbitrario. La Fig. 4.44 muestra el ajuste utilizando tres histerones  $\lambda_i$  con factores  $n_1 = n_3 = 1$  y  $n_2 = 2$  de bucles anidados de conmutación resistiva obtenidos en unos de los experimentos realizados a 300K con las estructuras MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W de la sección anterior. Estos bucles se generan a partir de una señal de tensión (entrada) periódica de amplitud decreciente que genera ramas de subida y de bajada que van adentrándose cada vez más en el interior del bucle externo. Estas ramas van uniéndose entre sí para formar los bucles internos anidados de la variable de estado (Fig. 4.43).

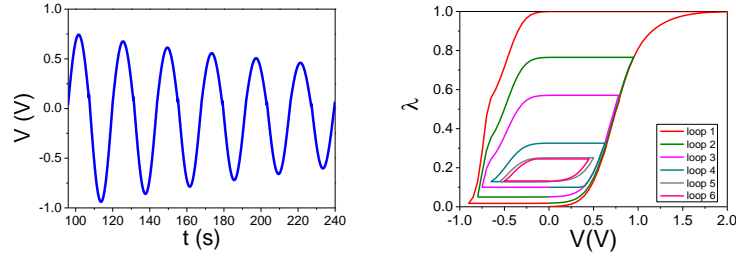


Figura 4.43: Señal de entrada periódica y variable de estado con seis bucles anidados de una muestra MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud decreciente, utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 0.9V$ ,  $a^+ = 0.3V$ ,  $\kappa^+ = -0.28$ ,  $V^- = -0.73V$ ,  $a^- = 0.06V$ ,  $\kappa^- = 0.3$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 0.7V$ ,  $a^+ = 0.2V$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -0.45V$ ,  $a^- = 0.15V$ ,  $\kappa^- = 0$ . Parámetros  $\lambda_3$ :  $V^+ = 0.9V$ ,  $a^+ = 0.3V$ ,  $\kappa^+ = -0.28$ ,  $V^- = -0.73V$ ,  $a^- = 0.06V$ ,  $\kappa^- = 0.3$ .

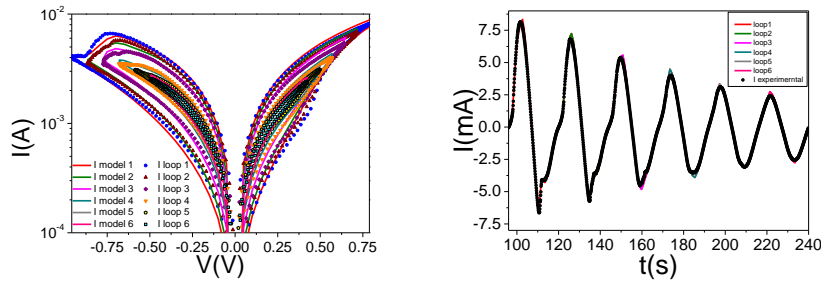


Figura 4.44 Bucles anidados I-V (izquierda) y corriente vs tiempo (derecha) de una muestra MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud decreciente, utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 0.9V$ ,  $a^+ = 0.3V$ ,  $\kappa^+ = -0.28$ ,  $V^- = -0.73V$ ,  $a^- = 0.06V$ ,  $\kappa^- = 0.3$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 0.7V$ ,  $a^+ = 0.2V$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -0.45V$ ,  $a^- = 0.15V$ ,  $\kappa^- = 0$ . Parámetros  $\lambda_3$ :  $V^+ = 0.9V$ ,  $a^+ = 0.3V$ ,  $\kappa^+ = -0.28$ ,  $V^- = -0.73V$ ,  $a^- = 0.06V$ ,  $\kappa^- = 0.3$ . Parámetros para el modelo circuital:  $I_{OFF} = 350\mu A$ ,  $\alpha_{OFF} = 3.6V^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 65\Omega$ ,  $I_{ON} = 7mA$ ,  $\alpha_{ON} = 3.6V^{-1}$ ,  $R_{ON} = 65\Omega$ .

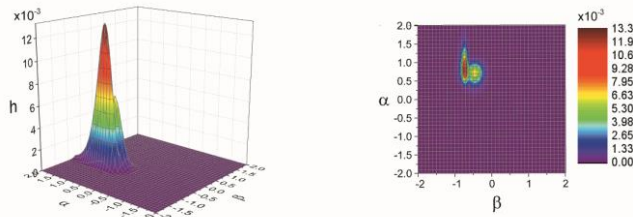


Figura 4.45: Plano de Preisach en perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) para histerones anidados del ajuste de conmutación resistiva de una MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud decreciente.

El ajuste de la Fig. 4.44, que se muestra en función de la tensión y en función del tiempo, utiliza la variable de estado de la Fig. 4.43. Cada bucle anidado, aun estando enlazados de forma consecutiva, posee sus propios estados HRS y LRS. A diferencia de estos, los bucles anidados de la Fig. 4.47, generados por la variable de estado utilizando tres histerones  $\lambda_i$  con factores  $n_1 = n_3 = 1$  y  $n_2 = 2$  y la señal de amplitud creciente de la Fig. 4.46, comparten el mismo HRS. Los planos de Preisach que generan los histerones de ambos conjuntos de bucles se pueden ver en las Fig. 4.45. y Fig. 4.48.

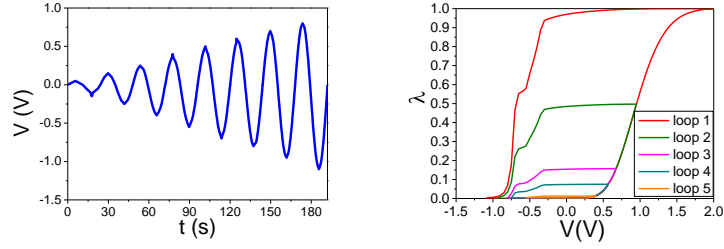


Figura 4.46: Señal de entrada periódica y variable de estado con 5 bucles anidados de una muestra MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud creciente, utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 0.92\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.4\text{V}$ ,  $a^- = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.8$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.7\text{V}$ ,  $a^- = 0.04\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.6$ . Parámetros  $\lambda_3$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.45\text{V}$ ,  $a^- = 0.2\text{V}$ ,  $\kappa^- = -2$ .

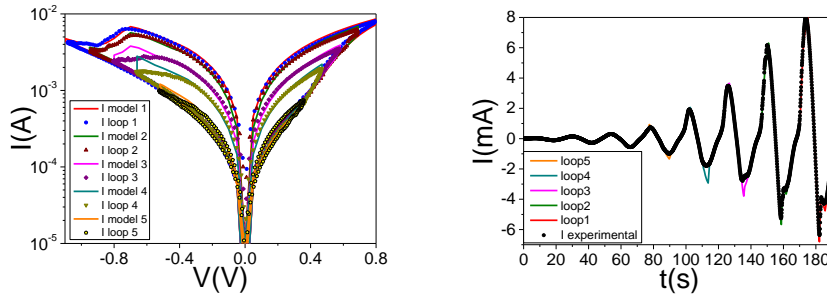


Figura 4.47: Bucles anidados I-V (izquierda) y corriente vs tiempo (derecha) de una muestra MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud creciente, utilizando la variable de estado  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ . Parámetros  $\lambda_1$ :  $V^+ = 0.92\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.4\text{V}$ ,  $a^- = 0.1\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.8$ . Parámetros  $\lambda_2$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.7\text{V}$ ,  $a^- = 0.04\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0.6$ . Parámetros  $\lambda_3$ :  $V^+ = 1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.3\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.19$ ,  $V^- = -0.45\text{V}$ ,  $a^- = 0.2\text{V}$ ,  $\kappa^- = -2$ . Parámetros para el modelo circuital:  $I_{0\text{OFF}} = 120\mu\text{A}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 4.1\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 60\Omega$ ,  $I_{0\text{ON}} = 7\text{mA}$ ,  $\alpha_{\text{ON}} = 4.1\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 75\Omega$ .

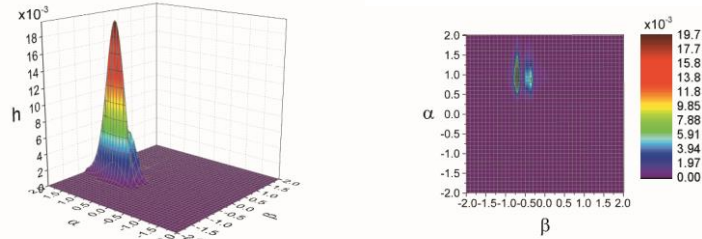


Figura 4.48: Plano de Preisach en perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) para histerones anidados del ajuste de conmutación resistiva de una MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a partir de una señal de amplitud creciente.

#### 4.2.5. Resultados preliminares de identificación del histerón

En vista de que encontrar la combinación ideal de varios histerones para ajustar características  $I$ - $V$  de conmutación resistiva no siempre es fácil, parece necesario disponer de un punto de partida para el cometido de la identificación de la variable de estado. A tal efecto, y dada su alta eficiencia para modelizar el comportamiento de

conmutación resistiva demostrada con varios ejemplos a lo largo de esta tesis, se partirá del modelo circuital de la característica  $I-V$  [Lor15]. Partiendo de la versión implícita del modelo y considerando tan solo un diodo y una resistencia:

$$I(V) = I_0 \{ \exp[\alpha(V - IR)] - 1 \} \quad (4.14)$$

Suponiendo que  $\alpha_{OFF} \approx \alpha_{ON}$  y  $R_{OFF} \approx R_{ON}$ , se puede considerar que la única dependencia con la variable de estado reside en  $I_0$ .

$$I_0(\lambda) = (1 - \lambda)I_{0OFF} + \lambda I_{0ON} = \lambda(I_{0ON} - I_{0OFF}) + I_{0OFF} \quad (4.15)$$

Si se combinan las ecuaciones (4.14) y (4.15) y considerando despreciable la dependencia óhmica de la corriente ( $I \cdot R \approx 0$ ), es posible encontrar una expresión para la variable de estado en función de los datos experimentales  $I-V$ :

$$\lambda(V) = \frac{\frac{I(V)}{\{ \exp(\alpha V) - 1 \}} - I_{0OFF}}{I_{0ON} - I_{0OFF}} \quad (4.16)$$

Además, si se consideran tensiones muy pequeñas, la ecuación (4.16) puede aproximarse a:

$$\lambda(V) = \frac{\frac{I(V)}{\alpha V} - I_{0OFF}}{I_{0ON} - I_{0OFF}} \quad (4.17)$$

En relación con lo anterior, un método para extraer experimentalmente el histerón es realizar medidas de corriente pulsadas a un valor mínimo de tensión mientras se mide también la corriente durante una transición de estado [Mir16]. En la Fig. 4.49 se muestran ejemplos de histerones extraídos. En el ANEXO III se incluye un algoritmo en Matlab para la extracción del histerón.

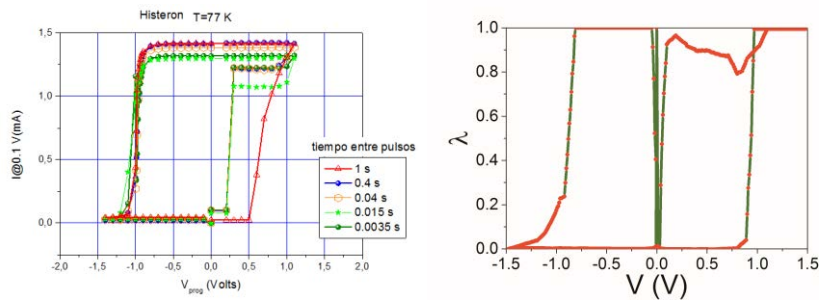


Figura 4.49: Extracción de histerón mediante medidas de corriente pulsadas en una estructura MIM de TiN/Ti-HfO<sub>2</sub>-W a T=77K (izquierda) y extracción de histerón analítica de los datos experimentales de la muestra de dispositivo RRAM de HfO<sub>2</sub> (derecha).

### 4.3. Modelo de Takács

Con el modelo matemático generalizado basado en el modelo escalar de Preisach descrito en este capítulo, es posible generar una variable de estado adecuada para modelizar el comportamiento de conmutación resistiva bipolar. Configurando debidamente los pesos de los elementos de una matriz o plano, es posible generar no solo las transiciones de estado completas, sino también transiciones parciales que físicamente equivaldrían a la creación y ruptura de una parte de los caminos conductivos disponibles en el sistema. Las posibilidades que ofrece la configuración de los pesos de los relees son considerablemente grandes, dado que su evaluación puede darse o bien a partir de una expresión analítica o bien previa identificación del histerón adecuado para los datos experimentales a ajustar. Pero, ¿es posible implementar esta formulación de manera analítica y compacta?

El modelo de Takács proporciona esta descripción analítica y compacta de Preisach en la que los bucles de histéresis se representan con dos funciones de tipo sigmoide y siempre y cuando se dispone de la fórmula de estas funciones. Takács [Tak01] describe una aproximación matemática pura de la curva de saturación y el bucle de histéresis basado en una transformación afín compuesta de una tangente hiperbólica,  $\tanh(x)$ , y funciones lineales. El modelo se puede extender a bucles menores, bucles asimétricos y muchos otros efectos. Se han realizado extensiones de este modelo en diversas publicaciones y trabajos sobre aplicaciones magnéticas [Wlo06,Win09,Chw10,Chw11,Chw12,Fer13,Tha14,Her15,Jan15]. El modelo de Takács parte de la siguiente ecuación afín:

$$\lambda(V) = A \cdot \Lambda(V) + B \quad (4.18)$$

donde  $\Lambda(V) = \tanh(V - V^\pm)$  es la función sigmoide elegida.  $V^\pm$  son las tensiones promedio de cada una de las curvas frontera (Fig. 4.50). Dada una señal de entrada de tensión  $V$  y un estado inicial del sistema  $(V_0, \lambda_0)$ , el procedimiento para obtener  $\lambda(V)$  consiste en solucionar un sistema de ecuaciones de dos incógnitas,  $A$  y  $B$ , que depende del signo de la variación de la tensión a cada punto y del estado  $(V, \lambda)$  previo. Así pues:

$$\text{Si } \frac{dV}{dt} > 0 \quad \begin{cases} 1 = A \cdot \tanh(+\infty) + B \\ \lambda_0 = A \cdot \tanh(V_0 - V^+) + B \end{cases} \quad (4.19)$$

$$\text{Si } \frac{dV}{dt} < 0 \quad \begin{cases} 0 = A \cdot \tanh(-\infty) + B \\ \lambda_0 = A \cdot \tanh(V_0 - V^-) + B \end{cases} \quad (4.20)$$

Cabe destacar que los parámetros  $A$  y  $B$  de las ecuaciones (4.19) y (4.20) no tienen por qué coincidir. Una vez obtenidos  $A$  y  $B$ , se evalúa  $\lambda(V)$  en ese punto con:

$$\text{Si } \frac{dV}{dt} > 0 \quad \lambda(V) = A \cdot \tanh(V - V^+) + B \quad (4.21)$$

$$\text{Si } \frac{dV}{dt} < 0 \quad \lambda(V) = A \cdot \tanh(V - V^-) + B \quad (4.22)$$

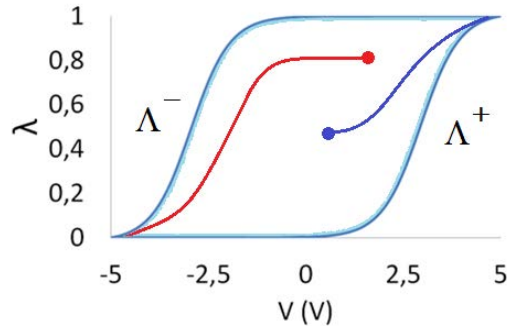


Figura 4.50: Modelo de Takács. En azul, rama de subida. En rojo, rama de bajada.

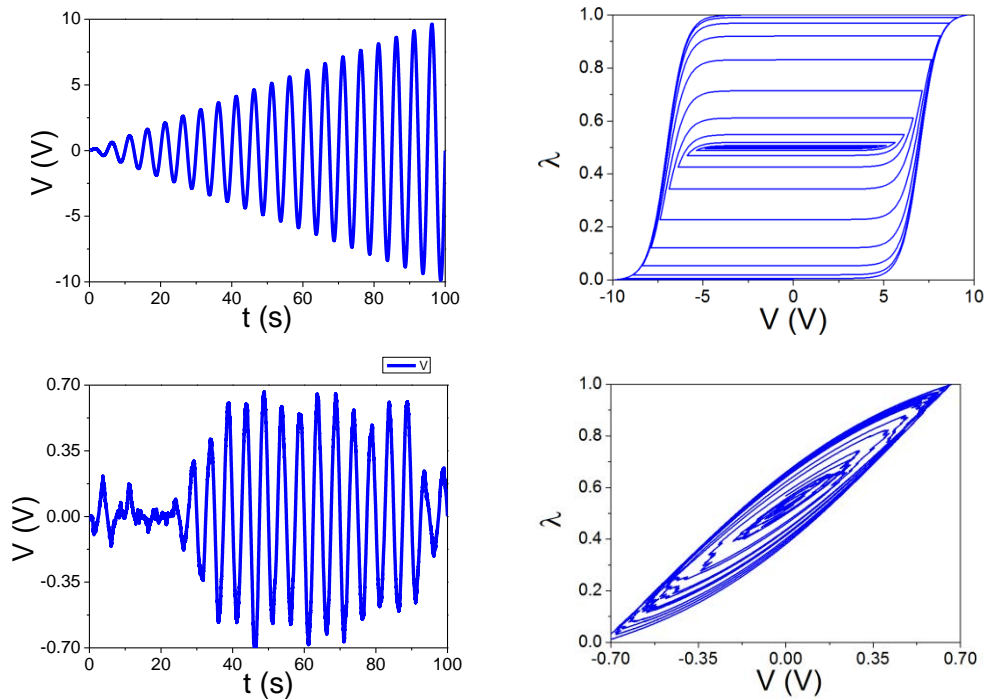


Figura 4.51: Respuesta del modelo de Takács a una señal de entrada periódica de amplitud creciente (arriba) y a una señal de amplitud variable (abajo).

En la Fig. 4.51 se muestran las funciones de estado creadas con el modelo de Takács para una señal de tensión de amplitud creciente y para una señal aleatoria. Las ecuaciones (4.21) y (4.22) crean ramas de subida y bajada, respectivamente. En el ANEXO IV se incluye un algoritmo en Matlab para la implementación del modelo de Takács.

## Resumen

En este capítulo se ha incorporado un modelo matemático a las expresiones mostradas en las secciones del apartado 3.4 del capítulo anterior con tal de ajustar no solo transiciones completas de conmutación resistiva sino también cuando se activan solo algunos canales conductivos. Con el operador de Krasnosel'skiï – Pokrovskii se introduce el concepto de la función y espacio de estados. El modelo de Krasnosel'skiï – Pokrovskii es la dinámica más simple que se puede considerar en función de una señal de entrada, ya que la evolución de la variable de estado se describe por segmentos horizontales con contornos pertenecientes a las curvas frontera. Krasnosel'skiï – Pokrovskii es capaz de representar transiciones de estado parciales en características  $I-V$  de conmutación resistiva. Con un modelo matemático generalizado basado en el modelo escalar de Preisach, las posibilidades que ofrece la configuración de los pesos de los relés son considerablemente grandes, dado que su evaluación puede darse o bien a partir de una expresión analítica o bien previa identificación del histerón adecuado para los datos experimentales a los que el modelo tiene que ajustarse. El modelo de Preisach no solo es capaz de realizar lo mismo que el de Krasnosel'skiï – Pokrovskii, sino que también es capaz de representar conmutaciones resistivas multinivel y bucles anidados. En algunos casos puede ser necesaria la combinación de varios histerones para obtener la variable de estado más adecuada para el ajuste, aunque la dificultad que supone encontrar dicha combinación hace necesaria una forma de identificar el histerón respecto a los datos experimentales. Finalmente el modelo de Takács proporciona una función analítica y compacta del modelo de Preisach en la que los bucles de histéresis se representan con dos funciones simétricas de tipo sigmoide (Takács eligió  $\tanh(x)$ ). El modelo de Takács se basa en una transformación afín compuesta por una función previamente conocida y funciones lineales y es posible extenderlo para bucles menores, asimétricos y muchos otros efectos.

## 5.

### Fabricación de estructuras MIM

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos por parte del doctorando en la fabricación de estructuras MIM de dimensiones pequeñas que muestren conmutación resistiva. El objetivo, dentro del contexto de trabajo y formación del doctorando, es el de obtener datos experimentales de características  $I-V$  de conmutación resistiva de muestras MIM propias a fin de poder utilizarlos en futuros trabajos y comprobar el rendimiento de la estructura MIM fabricada, tanto por su diseño en sí mismo como por la habilidad del doctorando en el proceso de fabricación. La fabricación se llevó a cabo en el CNM-ICMAB de Barcelona. La estructura está definida como cruce de dos líneas de metal de dimensiones pequeñas y en cuyo diseño la utilización de EBL es esencial. Unas muestras fabricadas previamente por otro doctorando [Sau13] y cuyas estructuras son propicias para la creación de MIMs son la base de los diseños de prueba iniciales presentados aquí. El proceso de fabricación de estas muestras se encuentra en el ANEXO V. También se mostrarán resultados de caracterización eléctrica y ajustes del modelo circuital visto en el capítulo 3 y utilizado en las publicaciones **A**, **B**, **C** y **D**.

La litografía por haz de electrones (EBL) es una técnica fundamental para la nanofabricación, permitiendo no solo la escritura directa de estructuras con dimensiones por debajo de los 10nm, sino también tecnologías de diseño de patrones de gran volumen como la litografía óptica y la litografía de nanograbado a través de la formación de máscaras y plantillas. En resumen, implica la exposición por un haz de electrones altamente focalizado para modificar drásticamente la solubilidad de un material/resina protector/a para una etapa de revelado posterior (Fig. 5.1). La técnica más corriente es la litografía de escritura directa (Electrón Beam Direct Write lithography o EBDW). En esta técnica, el haz de electrones escribe un patrón, usualmente sobre una resina de polímero que se opone tal como PMMA.



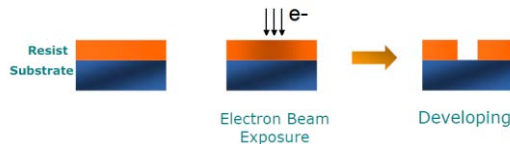


Figura 5.1: Esquema de un proceso EBL para formar un patrón a nanoescala en una resina positiva [Bor10b].

La EBL fue originalmente desarrollada mediante microscopía electrónica de rastreo a la cual se le añadió un generador de patrones y un inhibidor de haz para controlar las áreas del campo de escritura a exponer [McC97,Nab06,Wu10]. La Fig. 5.2 muestra una descripción esquemática de un sistema EBL. Las herramientas modernas de EBL son sistemas totalmente enfocados al diseño de patrones que emplean fuentes de electrones de alta energía para ofrecer un rendimiento rápido. Entre estas herramientas también hay portaobjetos o plataformas mecánicas de alta resolución para permitir la exposición paso a paso de grandes sustratos bajo el foco del haz de electrones, el cual posee un campo relativamente estrecho. Estos sistemas de escritura directa gozan de una resolución extremadamente alta y de la habilidad de crear patrones arbitrarios sin utilizar máscara. Por contra, tardan mucho en escribir patrones grandes y complejos. Se han hecho esfuerzos para superar este obstáculo, como por ejemplo la EBL de proyección [Lid93,Pfe02] y el uso masivo de haces en paralelo [Map14].

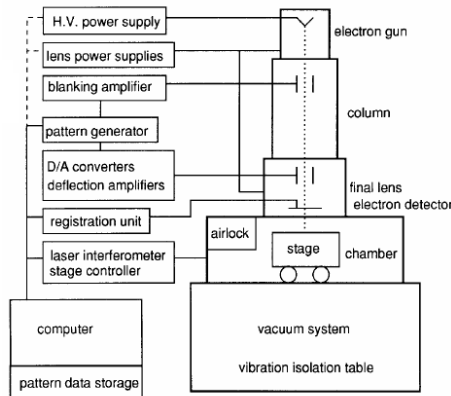


Figura 5.2: Diagrama esquemático del EBL [McC97].

Los objetivos clave de la escritura EBL son conseguir patrones arbitrarios de alta resolución, densidad, sensibilidad y fiabilidad en la resina. Estas características se relacionan entre sí de forma compleja. Las claves determinantes son la calidad de la óptica electrónica (por ejemplo, la habilidad de observar un punto bien enfocado), la elección de la resina, del sustrato y del revelador, y las condiciones del proceso: energía y dosis del haz de electrones, tiempo de revelado y temperatura. Factores que complican estos objetivos pueden ser la deslocalización de electrones debida a dispersiones (efectos de proximidad), colapso del patrón debido a expansión y fuerzas capilares y fluctuaciones en los tamaños de los elementos (rugosidad del borde de la línea).

## 5.1. Concepto de la estructura MIM

La base de los diseños realizados ha sido la reutilización de muestras diseñadas y fabricadas anteriormente por otro doctorando [Sau13], de manera que solo sea necesario depositar el electrodo y el contacto superiores de metal de la MIM. Los fragmentos de oblea reutilizados contienen múltiples chips y, a su vez, cada uno de estos chips contiene 16 pares de estructuras MIM enumerados del 1.1 al 1.8 y del 2.1 al 2.8. La estructura MIM a diseñar debe cumplir los siguientes parámetros básicos:

- La estructura MIM se compone de un cruce de dos líneas / rectángulos / figuras de metal separadas por la capa de óxido. De esta manera, uno de los elementos de metal (o electrodo) quedará por debajo de la capa de óxido y el otro por encima, obteniendo así el esquema Metal- Óxido-Metal (MIM) (Fig. 5.3).

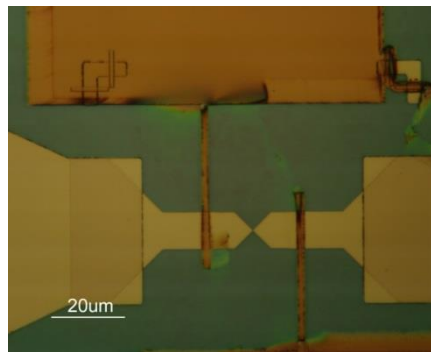


Figura 5.3: Captura con microscopio óptico de dos estructuras MIM. Los metales / electrodos de cada estructura se cruzan a diferentes niveles separados por una capa de óxido.

- Debe tener dos contactos eléctricos (pads), uno en cada uno de los extremos opuestos de los electrodos, para poder realizar la caracterización eléctrica en una mesa de puntas. El radio de las puntas de que se dispone es  $r=1.5\mu\text{m}$ , con lo que es recomendable un tamaño mínimo de  $80\mu\text{m} \times 80\mu\text{m}$  para el contacto.
- La distancia entre pads y la estructura MIM para la caracterización eléctrica con puntas de radio  $r=1.5\mu\text{m}$  debe ser mayor que  $3\mu\text{m}$  (2 veces el radio) (Fig. 5.4).

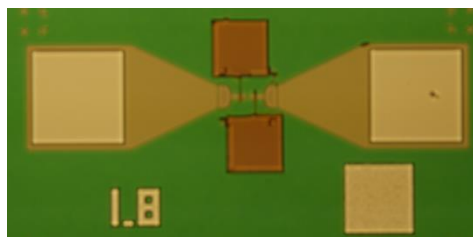


Figura 5.4: Par de estructuras MIM. Cada estructura tiene un pad de  $80\mu\text{m} \times 80\mu\text{m}$  (marrón) y otro de  $150\mu\text{m} \times 150\mu\text{m}$  (blanco), separados por una distancia de  $150\mu\text{m}$  ( $>3\mu\text{m}$ ).

El material seleccionado para el diseño de la estructura debe cumplir los siguientes requisitos:

- Los metales y el óxido elegidos deben tener compatibilidad CMOS, es decir, el metal de la parte inferior de la estructura MIM no debe ser contaminante CMOS. Metales disponibles: Ti, TiN, W, Al.
- No hay limitación de compatibilidad para el metal de la parte superior de la estructura MIM. Metales disponibles: Ti, TiN, W, Al, Ag, Au, Pt, Ni, Cu.
- Óxidos disponibles: Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>, HfO<sub>2</sub>. Diversas publicaciones demuestran la eficacia del HfO<sub>2</sub> como aislante en estructuras de conmutación resistiva [Gon14,Vil14, Cla15,Pic15].
- El sustrato sobre el que se diseñan las estructuras debe ser óptimo para realizar procesos a escala nanométrica. Así mismo la capa del óxido (SiO<sub>2</sub>) que aísla el sustrato (Si) debe ser suficientemente gruesa para soportar las tensiones aplicadas en el dispositivo. Con un espesor de 200nm de SiO<sub>2</sub> y teniendo en cuenta que la tensión de ruptura del SiO<sub>2</sub> es 10<sup>-7</sup>V/cm (1V/nm), la tensión de ruptura de una capa de SiO<sub>2</sub> con este espesor debería de ser de 200V, con lo que no habría peligro en los rangos de tensión habituales en la conmutación resistiva.

A continuación se muestran los diseños de estructura MIM realizados:

- Run8511\_10\_9\_2015: Usando estructuras existentes diseñadas y fabricadas anteriormente, estructuras de metal, W (20nm de espesor), y HfO<sub>2</sub> (10nm de espesor) depositado se usan como metal inferior y aislante de la MIM, respectivamente, añadiendo un rectángulo de TiN (20nm de espesor) como metal superior. Se obtuvieron MIM de tamaño 2.5µm x (2.5µm-10µm) (Fig. 5.5).

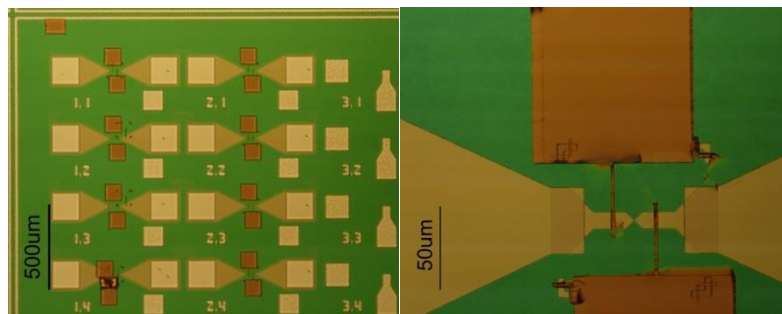


Figura 5.5: Diseño MIM Run8511\_10\_9\_2015.

- Run8934\_21\_12\_2015: Usando las mismas estructuras existentes del diseño anterior y los mismos espesores, los pads de 80x80µm de TiN funcionan también

como metal superior de la MIM. El objetivo no es solo optimizar el proceso de fabricación sino también obtener estructuras más pequeñas (Fig. 5.6).

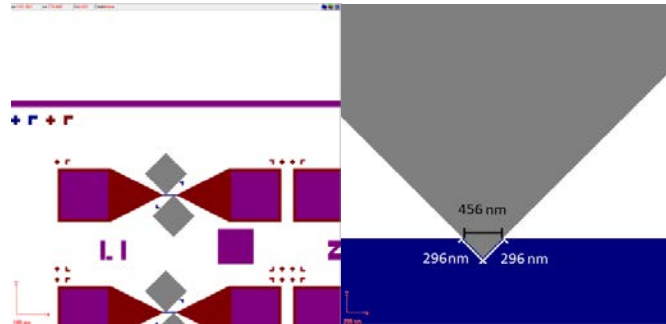


Figura 5.6: Diseño MIM Run8934\_21\_12\_2015.

## 5.2. Caracterización eléctrica

Tras la fabricación de las estructuras (escritura EBL del metal superior + revelado + metalización) e inspección de las mismas mediante microscopio óptico, es el turno de la caracterización eléctrica: Se aplican barridos de tensión crecientes buscando obtener un proceso de formación (*forming*) y a partir de ahí tratar de obtener ciclos de conmutación resistiva mediante barridos de tensión dentro de un rango de tensiones donde se estime que se produzcan los procesos de *set* y *reset*. Todas las mediciones deben realizarse aplicando siempre una limitación de corriente con tal de proteger el dispositivo de una ruptura irreversible. Tras muchas mediciones de corriente vs tensión de las muestras fabricadas, los mejores resultados en características  $I$ - $V$ , es decir, los que más se asemejan a un fenómeno de conmutación resistiva a pesar de mostrar niveles de corriente muy bajos, se han obtenido de las muestras fabricadas en el Run8934\_21\_12\_2015. A continuación se mostrarán algunos de estos resultados, a los cuales se les ha filtrado el ruido asociado al bajo nivel de corriente. Todas las mediciones se han tomado a temperatura ambiente.

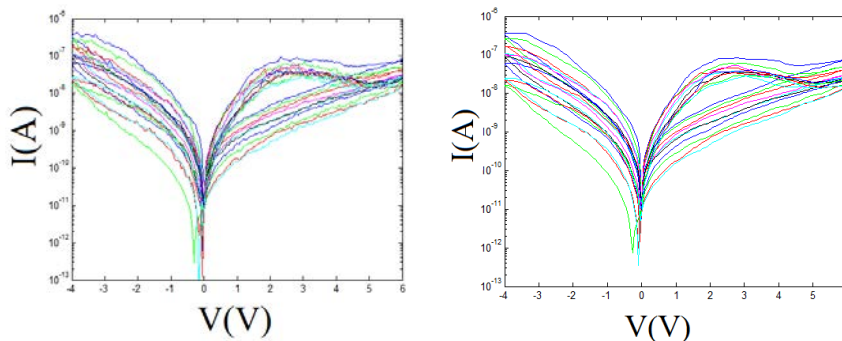


Figura 5.7: Medición 1. Run8934\_21\_12\_2015. Hasta 10 ciclos con barridos de tensión de 0 a -4V y vuelta a 0V y de 0V a 6V y vuelta a 0V. El nivel de corriente de cada ciclo es inferior al anterior. Señal original (izquierda) y señal filtrada (derecha).

**Medición 1 (Fig. 5.7):** Manteniendo una limitación de corriente de  $1\mu\text{A}$  en tensiones negativas y  $7\mu\text{A}$  en tensiones positivas, se realizan varios ciclos de dos barridos de tensión: Uno de 0 a  $-4\text{V}$  y vuelta a  $0\text{V}$  y otro de 0 a  $6\text{V}$  y vuelta a  $0\text{V}$ . Tras 10 ciclos se puede ver como a cada ciclo los niveles de corriente van descendiendo. El ciclo de conmutación se va degradando desde un nivel de corriente del orden de  $100\text{nm}$  hasta uno del orden de  $10\text{nm}$ .

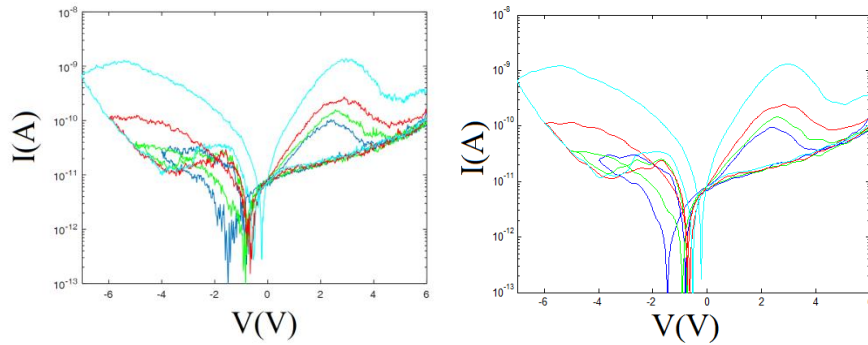


Figura 5.8: Medición 2. Run8934\_21\_12\_2015. Se realizan 4 ciclos de dos barridos de tensión. 1° (azul oscuro):  $6 \rightarrow -4\text{V} \rightarrow 6\text{V}$ . 2° (verde):  $6 \rightarrow -5\text{V} \rightarrow 6\text{V}$ . 3° (rojo)  $6 \rightarrow -6\text{V} \rightarrow 6\text{V}$ . 4° (azul claro):  $6 \rightarrow -7\text{V} \rightarrow 6\text{V}$ . El nivel del estado LRS aumenta a cada ciclo. Señal original (izquierda) y señal filtrada (derecha).

**Medición 2 (Fig. 5.8):** Manteniendo una limitación de corriente de  $1\mu\text{A}$  en todo el rango de tensiones, se realizan 4 ciclos de dos barridos de tensión: el primero de 6 a  $-4\text{V}$  y vuelta a  $6\text{V}$ , el segundo de 6 a  $-5\text{V}$  y vuelta a  $6\text{V}$ , el tercero de 6 a  $-6\text{V}$  y vuelta a  $6\text{V}$  y el último de 6 a  $-7\text{V}$  y vuelta a  $6\text{V}$ . A medida que se aumenta el rango de tensiones negativas a cada ciclo aumenta también el nivel de corriente del estado LRS. El nivel máximo de corriente apenas alcanza  $1\text{nA}$ .

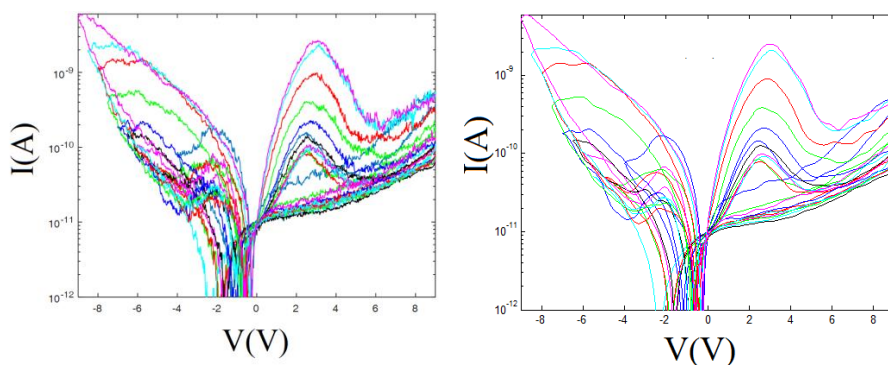


Figura 5.9: Medición 3. Run8934\_21\_12\_2015. Se realizan 11 ciclos de dos barridos de tensión. Los 11 ciclos se diferencian por la tensión final negativa del barrido, que va desde  $-4\text{V}$  en el primer ciclo hasta  $-9\text{V}$  en el último, con una diferencia de  $-0.5\text{V}$  entre cada ciclo. El nivel del estado LRS aumenta a cada ciclo. Señal original (izquierda) y señal filtrada (derecha).

Medición 3 (Fig. 5.9): Manteniendo una limitación de corriente de  $1\mu\text{A}$  en todo el rango de tensiones, se realizan 11 ciclos de dos barridos de tensión: De la misma manera que en la medición 86, cada barrido empieza en  $9\text{V}$ , reduciendo la tensión hasta cierto valor negativo y volviendo a subir hasta  $9\text{V}$ . Así, los 11 ciclos se diferencian por la tensión final negativa del barrido, que va desde  $-4\text{V}$  en el primer ciclo hasta  $-9\text{V}$  en el último, con una diferencia de  $-0.5\text{V}$  entre cada ciclo. Como en el caso de la medición 86, a medida que se aumenta el rango de tensiones negativas a cada ciclo aumenta también el nivel de corriente del estado LRS. El nivel máximo de corriente es del orden de  $1\text{nA}$ .

### 5.3. Simulaciones de resultados preliminares

A continuación se muestran simulaciones del modelo circuital visto en los capítulos anteriores para ajustarlo a los resultados preliminares de las figuras del apartado 5.2 en los que se buscaba obtener conmutación resistiva bipolar. Debido a que en varias de las mediciones los procesos de *set* el nivel de corriente es muy bajo y el ruido muy alto a pesar del filtrado, se ha dado más relevancia al proceso de *reset* en los ajustes. Del conjunto de datos en cada medición se han tomado entre 4 y 5 ciclos para el ajuste del modelo, utilizando como histerón la función generalizada normal. En la mayoría de casos el ajuste se ha realizado en cada ciclo por separado, salvo en la medición 93, donde se ha utilizado el modelo de Preisach para simular el proceso de *reset* de una conmutación multinivel.

En la Fig. 5.10 se muestra el ajuste de 5 de los 10 ciclos obtenidos en la medición 1. Para el ajuste del modelo se ha utilizado como histerón la función generalizada normal en cada uno de los ciclos de conmutación. Los procesos de *set* y *reset* de cada ciclo poseen niveles de corriente diferentes para sus estados LRS y HRS, con lo que ha sido necesario ajustar algunos de los parámetros por separado. Los parámetros ajustados también indican que los niveles de corriente LRS y HRS van descendiendo a cada ciclo.

La Fig. 5.11 muestra el ajuste del ciclo mayor dentro de la medición 2. Los niveles de corriente de los datos experimentales son tan bajos que el único proceso de *set* apreciable y modelizable es el de este ciclo. En cuanto al resto de ciclos, en la Fig. 5.12 se muestra el ajuste de sus procesos de *reset* usando la generalizada normal, donde los parámetros varían para cada ciclo. Empezando por el ciclo más pequeño, las tensiones promedio crecen así como lo hacen también las conductancias cuánticas de sus estados LRS. Cabe recordar que se está hablando de que existe conmutación resistiva a pesar de los bajos niveles de corriente que ofrecen las mediciones.

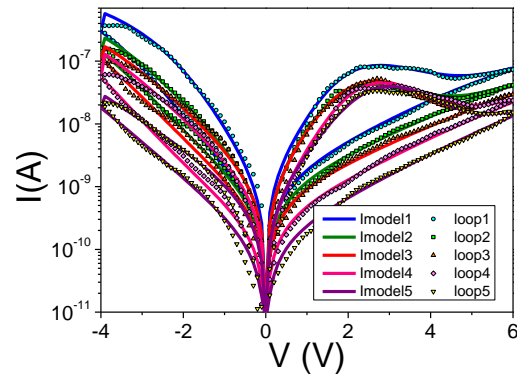


Figura 5.10: Característica  $I$ - $V$  de 5 ciclos de las mediciones 22 y 23. Se ha realizado el ajuste del modelo utilizando como histerón la función generalizada normal en cada uno de los ciclos. Ciclo1:  $V^+ = 3.1\text{V}$ ,  $a^+ = 1.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -2.5\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ set OFF}} = 1\text{nA}$ ,  $I_{0\text{ reset OFF}} = 1.5\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 0.75\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 10\text{M}\Omega$ ,  $I_{0\text{ set ON}} = 1\text{nA}$ ,  $I_{0\text{ reset ON}} = 1.5\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{ON}} = 2.3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2\text{M}\Omega$ . Ciclo2:  $V^+ = 2.7\text{V}$ ,  $a^+ = 1.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -2.5\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ set OFF}} = 1\text{nA}$ ,  $I_{0\text{ reset OFF}} = 1.2\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{set OFF}} = 0.8\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 0.64\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 10\text{M}\Omega$ ,  $I_{0\text{ ON}} = 1\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{set ON}} = 1.6\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset ON}} = 2.3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2\text{M}\Omega$ . Ciclo3:  $V^+ = 2.9\text{V}$ ,  $a^+ = 1.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = -0.2$ ,  $V^- = -2.2\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ set OFF}} = 1\text{nA}$ ,  $I_{0\text{ reset OFF}} = 900\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set OFF}} = 0.55\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset OFF}} = 0.62\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 10\text{M}\Omega$ ,  $I_{0\text{ set ON}} = 1.2\text{nA}$ ,  $I_{0\text{ reset ON}} = 1\text{nA}$ ,  $\alpha_{\text{set ON}} = 1.4\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset ON}} = 2.3\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2\text{M}\Omega$ . Ciclo4:  $V^+ = 3.2\text{V}$ ,  $a^+ = 1.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -2.9\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ set OFF}} = 500\text{pA}$ ,  $I_{0\text{ reset OFF}} = 400\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set OFF}} = 0.5\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset OFF}} = 0.7\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 10\text{M}\Omega$ ,  $I_{0\text{ set ON}} = 800\text{pA}$ ,  $I_{0\text{ reset ON}} = 400\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set ON}} = 1.4\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset ON}} = 2.4\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2\text{M}\Omega$ . Ciclo5:  $V^+ = 3.55\text{V}$ ,  $a^+ = 1.1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.1$ ,  $V^- = -2.9\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ OFF}} = 200\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 0.72\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 10\text{M}\Omega$ ,  $I_{0\text{ ON}} = 600\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set ON}} = 1\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset ON}} = 1.9\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 2\text{M}\Omega$ .

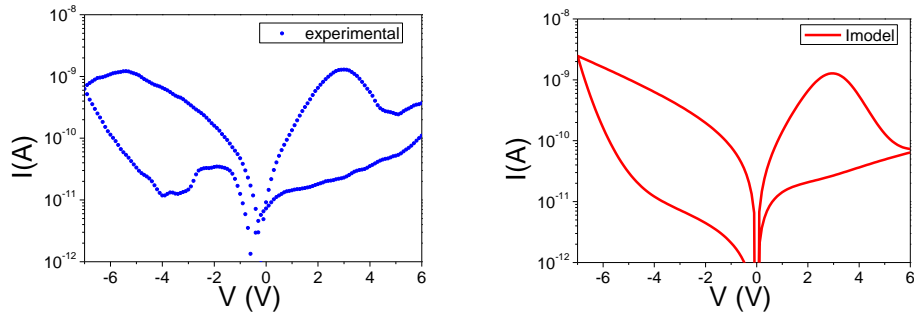


Figura 5.11: Datos experimentales (izquierda) y modelo (derecha) de la característica  $I$ - $V$  de la medición 86.  $V^+ = 3.65\text{V}$ ,  $a^+ = 1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $V^- = -7\text{V}$ ,  $a^- = 2\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{ set OFF}} = 20\text{pA}$ ,  $I_{0\text{ reset OFF}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set OFF}} = 0.1\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset OFF}} = 0.15\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0\text{ set ON}} = 160\text{pA}$ ,  $I_{0\text{ reset ON}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{set ON}} = 0.4\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{reset ON}} = 1.44\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ .

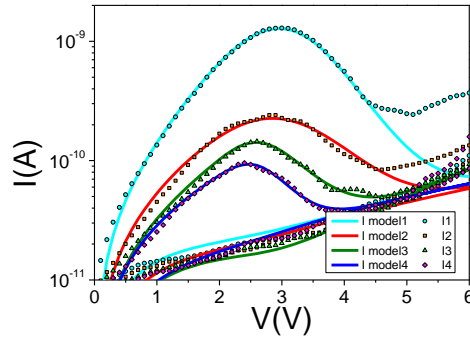


Figura 5.12: Característica  $I$ - $V$  de 4 ciclos de la medición 86. Se ha realizado el ajuste del modelo utilizando como histerón la función generalizada normal en cada uno de los ciclos. Ciclo1:  $V^+ = 3.65\text{V}$ ,  $a^+ = 1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $I_{0 \text{ reset OFF}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset OFF} = 0.15\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0 \text{ reset ON}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset ON} = 1.44\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ . Ciclo2:  $V^+ = 3.4\text{V}$ ,  $a^+ = 1\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0$ ,  $I_{0 \text{ reset OFF}} = 40\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset OFF} = 0.15\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0 \text{ reset ON}} = 40\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset ON} = 0.85\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ . Ciclo3:  $V^+ = 3.1\text{V}$ ,  $a^+ = 0.6\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.3$ ,  $I_{0 \text{ reset OFF}} = 5\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset OFF} = 0.48\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0 \text{ reset ON}} = 28\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset ON} = 0.77\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ . Ciclo4:  $V^+ = 2.9\text{V}$ ,  $a^+ = 0.45\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.2$ ,  $I_{0 \text{ reset OFF}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset OFF} = 0.15\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0 \text{ reset ON}} = 44\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ reset ON} = 0.5\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ .

La Fig. 5.13 muestra el ajuste del ciclo mayor dentro de la medición 3. Dada la dificultad para mostrar el ajuste del modelo para los procesos de *set* de estas mediciones, en esta figura solo se muestra el proceso en el ciclo más grande (mayor corriente LRS). Para modelizar los procesos de *reset* de los 5 ciclos más grandes de entre los 10 pertenecientes a la medición se ha utilizado el modelo de Preisach, generando un histerón de función generalizada normal a partir de un semiplano con relees histerón. El resultado del ajuste de conmutación multinivel y el plano de Preisach se pueden ver en las Fig. 5.14 y 5.15, respectivamente.

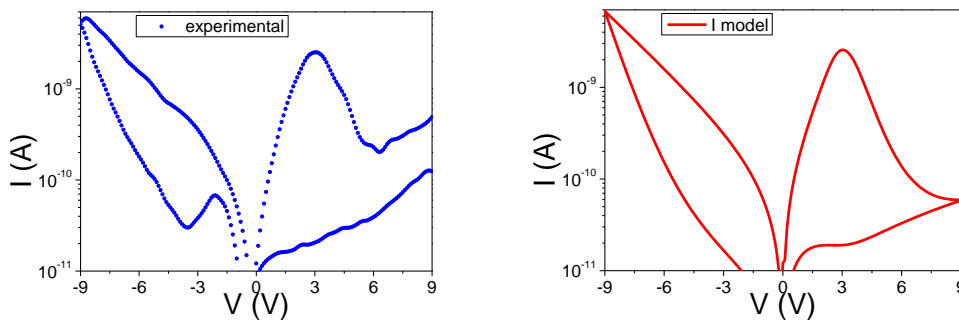


Figura 5.13: Datos experimentales (izquierda) y modelo (derecha) de la característica  $I$ - $V$  de la medición 93. Parámetros:  $V^+ = 4.1\text{V}$ ,  $a^+ = 1.2\text{V}$ ,  $\kappa^+ = 0.45$ ,  $V^- = -8.2\text{V}$ ,  $a^- = 2.5\text{V}$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{0\text{OFF}} = 40\text{pA}$ ,  $\alpha_{\text{OFF}} = 0.1\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{OFF}} = 1\Omega$ ,  $I_{0 \text{ set ON}} = 100\text{pA}$ ,  $\alpha \text{ set ON} = 0.47\text{V}^{-1}$ ,  $\alpha \text{ reset ON} = 1.23\text{V}^{-1}$ ,  $R_{\text{ON}} = 500\Omega$ .



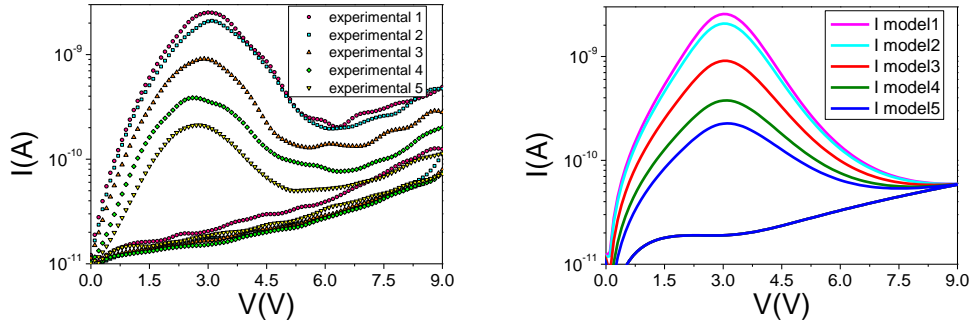


Figura 5.14: Ajuste multinivel de procesos de *reset* pertenecientes a características  $I$ - $V$  de 5 ciclos de la medición 93. El ajuste se ha realizado utilizando el modelo de Preisach. Parámetros:  $V^+ = 4.1V$ ,  $a^+ = 1.2V$ ,  $\kappa^+ = 0.45$ ,  $V^- = -8.2V$ ,  $a^- = 2.5V$ ,  $\kappa^- = 0$ ,  $I_{OFF} = 40pA$ ,  $\alpha_{OFF} = 0.1V^{-1}$ ,  $R_{OFF} = 1\Omega$ ,  $I_{0\ set\ ON} = 100pA$ ,  $\alpha_{\ set\ ON} = 0.47V^{-1}$ ,  $\alpha_{\ reset\ ON} = 1.23V^{-1}$ ,  $R_{ON} = 500\Omega$ .

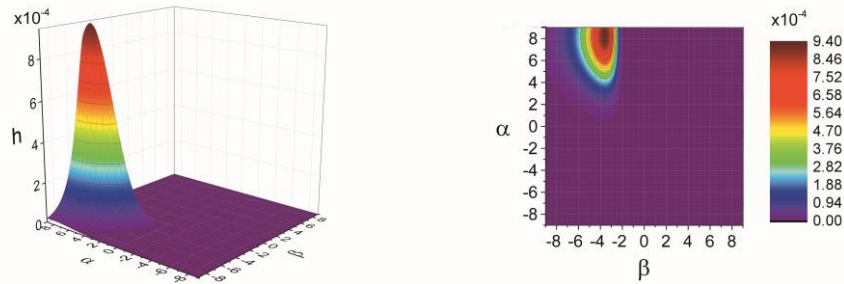


Figura 5.15: Perspectiva tridimensional (izquierda) y vista cenital (derecha) del plano de Preisach origen del histerón del ajuste de procesos de reset pertenecientes a 5 ciclos  $I$ - $V$  de la medición 93.

### Resumen

En este capítulo se han mostrado los resultados obtenidos por el doctorando en la fabricación de estructuras MIM de dimensiones pequeñas que muestren conmutación resistiva. La estructura está definida como cruce de dos líneas de metal (20nm de W para el metal inferior y 20nm de TiN para el metal superior) de dimensiones pequeñas entre las cuales existe una capa de  $HfO_2$  (10nm), y en cuyo diseño la utilización de EBL es esencial. Unas muestras fabricadas previamente por otro doctorando y cuyas estructuras son propicias para la creación de MIMs (contienen líneas de metal de W recubiertas con una capa de  $HfO_2$ ) y su reutilización es la base de los diseños presentados aquí. De los dos diseños realizados durante el periodo de doctorado, el que utiliza parte del pad de caracterización eléctrica como metal superior de la estructura MIM es el que ha dado mejores resultados preliminares en cuanto a obtención de características  $I$ - $V$ . Estas características  $I$ - $V$  muestran cierta conmutación resistiva a pesar de sus bajos niveles de corriente. Finalmente se han realizado ajustes del modelo circuital a los datos experimentales mediante la función generalizada normal y el modelo de Preisach. Debido a la obtención de mejores resultados en los procesos de *reset* que en los de *set*, el ajuste del modelo se ha centrado más en los primeros.

## 6.

# Conclusiones

La línea de investigación en la que se ha enmarcado esta tesis doctoral se sitúa en torno a un modelo compacto para las características de conducción de estructuras metal-aislante-metal (MIM) en las que se observa el fenómeno de conmutación resistiva o resistive switching (RS). El estudio de la conducción posterior al proceso de formación del canal conductor en el dieléctrico (*forming*) ha ganado en importancia en la actualidad en relación con la idea de utilizar el fenómeno de conmutación resistiva como principio de operación de dispositivos electrónicos, sobretodo en el campo de las memorias no volátiles. Las cuatro publicaciones en revistas científicas incluidas en esta tesis presentada por compendio de publicaciones son el producto la investigación realizada a lo largo del periodo doctoral. Además hay una quinta publicación en preparación. El trabajo presentado en esta memoria se ha dividido en seis capítulos de los cuales el sexto y presente capítulo sirve para describir las conclusiones finales.

En el primer capítulo se ha realizado una introducción al fenómeno de la conmutación resistiva empezando por sus orígenes históricos en los años 60. El crecimiento del interés sobre estos fenómenos se debe a las mejoras en la fabricación de capas delgadas de óxidos, a las técnicas experimentales en microscopía y espectroscopía y a la reducción de la escala de dispositivos electrónicos en las décadas de los 80 y 90. Así mismo, a partir del 2000 creció el interés de su utilización para dispositivos de memoria no volátil. El fenómeno de la conmutación resistiva se puede clasificar según si la conmutación de los dos estados de resistividad posibles se produce de forma unipolar, es decir, con el mismo signo de polaridad o de forma bipolar, es decir, con polaridades de signo opuesto, aunque también existe un caso particular de conmutación volátil en el cual solo el estado HRS es estable. En cuanto a la conmutación bipolar, existen dos tipos de conmutación: filamentaria, si la conductividad varía a lo largo de la dirección vertical y se forma un conducto filamentario dentro del aislante, o no filamentaria, si ocurre de forma lateral y uniforme a lo largo de la interfaz entre el óxido y el electrodo. La durabilidad de las RRAM, el aumento de la densidad de información en la

conmutación multinivel y el problema *sneak-path* de las *crossbar arrays* son las ventajas e inconvenientes de las aplicaciones de esta conmutación.

En el segundo capítulo se ha argumentado sobre la abstracción como una herramienta importante de modelización de sistemas en ingeniería y de su versatilidad en cuanto a la definición de sus niveles en cuanto a la descripción de sistemas. En este capítulo se han definido tres niveles con los que se pretendía orientar sobre el tipo de modelo para la conmutación resistiva que se ha elegido en la presente tesis y el porqué: Un nivel microscópico en el que se tienen en cuenta los procesos físicos que dan origen a la conmutación resistiva, un nivel mesoscópico que tiene en cuenta las consecuencias de la conmutación en cuanto a los estados de conducción del dispositivo y un nivel macroscópico que engloba estos estados y las condiciones que los originan en el modelo circuital compacto utilizado en las publicaciones **A**, **B**, **C** y **D**. También se ha ampliado el análisis del estado del arte de modelos de tipo memristivo que se realizó en la publicación **D**. Finalmente se ha definido el modelo presentado como parte de esta tesis como un modelo conductual y compacto basado en el circuito eléctrico equivalente de Szot [Szo06], controlable mediante variables de circuitos y que describe un comportamiento de histéresis capaz de representar conmutaciones resistivas bipolares.

En el tercer capítulo se ha descrito el origen del modelo circuital utilizado en la modelización de la conmutación resistiva bipolar. Partiendo del modelo de contacto puntual cuántico (QPC), descrito en la publicación **D**, se puede demostrar que la corriente se puede representar como dos diodos conmutables en antiparalelo, presentado por primera vez en la publicación **A**. Con el objetivo de extender la aproximación de Szot para la conmutación resistiva, se incluyen en el modelo una resistencia en serie  $R$ , resistencias en paralelo  $R_{P1}$  y  $R_{P2}$  y una variable de estado o histerón inspirada en funciones sigmoide y normalizada a la unidad para obtener un comportamiento de histéresis (en las publicaciones **C** y **D** se muestran las posibilidades de esta función). Es aquí donde el modelo se aparta de su origen, el modelo QPC, para tratar sistemas cuyas conductancias superan los niveles cuánticos en el modelo conductual del capítulo anterior. El resultado es un modelo compacto, continuo y derivable capaz de reproducir fielmente características  $I-V$  de ciclos completos de conmutación resistiva bipolar extraídas de datos experimentales reales, incluyendo la simulación de los estados HRS y LRS y los procesos de *set* y *reset*. Las funciones sigmoide presentadas ofrecen mejoras en el ajuste. También se expone un estudio de resultados muy interesantes que aparecen en la publicación **B** sobre la correlación entre parámetros de un modelo potencial para la conmutación resistiva. Del estudio se deducen la posibilidad de reducir los parámetros del modelo a uno solo en un cierto rango de tensiones, la consistencia de la resistencia del modelo con la resistencia Maxwelliana y que el número de canales conductivos esperados en una constricción estrecha conectada a dos depósitos de electrones coincide con el de una constricción cuántica monomodo.

En el cuarto capítulo se ha incorporado un modelo matemático a las expresiones de histerones del capítulo anterior con tal de ajustar no solo transiciones completas de conmutación resistiva sino también cuando se activan solo algunos canales conductivos. Con el operador de Krasnosel'skiĭ – Pokrovskii se introduce el concepto de la función y espacio de estados. El modelo de Krasnosel'skiĭ – Pokrovskii es la dinámica más simple que se puede considerar en función de una señal de entrada, ya que la evolución de la variable de estado se describe por segmentos horizontales con contornos pertenecientes a las curvas frontera. Krasnosel'skiĭ – Pokrovskii es capaz de representar transiciones de estado parciales en características  $I-V$  de conmutación resistiva. Con un modelo matemático generalizado basado en el modelo escalar de Preisach, las posibilidades que ofrece la configuración de los pesos de los relés son considerablemente grandes, dado que su evaluación puede darse o bien a partir de una expresión analítica o bien previa identificación del histerón adecuado para los datos experimentales a los que el modelo tiene que ajustarse. El modelo de Preisach no solo es capaz de realizar lo mismo que el de Krasnosel'skiĭ – Pokrovskii, sino que también es capaz de representar conmutaciones resistivas multinivel y bucles anidados. En algunos casos puede ser necesaria la combinación de varios histerones para obtener la variable de estado más adecuada para el ajuste, aunque la dificultad que supone encontrar dicha combinación hace necesaria una forma de identificar el histerón respecto a los datos experimentales, y en el capítulo se muestran unos resultados preliminares al respecto que pueden desarrollarse más en el futuro. Un modelo de tipo Preisach para las características  $I-V$  de conmutación resistiva bipolar aparecerá en la publicación que se encuentra en preparación, aunque este tipo de modelo ya fue introducido brevemente en las publicaciones **C** y **D**. Finalmente el modelo de Takács proporciona una función analítica y compacta del modelo de Preisach en la que los bucles de histéresis se representan con dos funciones simétricas de tipo sigmoide (Takács eligió  $\tanh(x)$ ). El modelo de Takács se basa en una transformación afín compuesta por una función previamente conocida y funciones lineales y es posible extenderlo para bucles menores, asimétricos y muchos otros efectos.

En el quinto capítulo se han mostrado los resultados obtenidos por el doctorando en la fabricación de estructuras MIM de dimensiones pequeñas que muestran conmutación resistiva. El objetivo, dentro del contexto de trabajo y formación del doctorando, es el de obtener datos experimentales de características  $I-V$  de conmutación resistiva de muestras MIM propias a fin de poder utilizarlos en futuros trabajos y comprobar el rendimiento de la estructura MIM fabricada, tanto por su diseño en sí mismo como por la habilidad del doctorando en el proceso de fabricación. La estructura está definida como cruce de dos líneas de metal dimensiones nanométricas entre las cuales existe una capa de  $\text{HfO}_2$  del orden de 10nm, y en cuyo diseño la utilización de EBL es esencial. Unas muestras fabricadas previamente por otro doctorando [Sau13] y cuyas estructuras contienen líneas de metal de W recubiertas con una capa de  $\text{HfO}_2$ , idóneas para la creación de MIMs, son la base y se reutilizan para los diseños presentados aquí. De los dos diseños del metal superior de la estructura MIM realizados por el doctorando, el que

ha dado mejores resultados en cuanto a obtención de resultados preliminares de características  $I-V$  de conmutación resistiva bipolar es uno que utiliza parte del pad de caracterización eléctrica como metal superior de la estructura MIM. A pesar de sus bajos niveles de corriente, estas características  $I-V$  parecen mostrar cierta conmutación resistiva. Finalmente se han realizado ajustes del modelo circuital utilizado en las publicaciones **A**, **B**, **C** y **D** a los datos experimentales mediante la función generalizada normal y el modelo de Preisach. Debido a la obtención de mejores resultados en los procesos de *reset* que en los de *set*, el ajuste del modelo se ha centrado más en los primeros.

En cuanto a temas a desarrollar en el futuro a partir del trabajo realizado en esta tesis, se pueden encontrar, entre otros, los siguientes:

- Sistematización del proceso de identificación del histerón. Encontrar un algoritmo mecánico con el que obtener la variable de estado a partir de datos experimentales  $I-V$ .
- Extensión del modelo conductual a conmutación resistiva unipolar. Modificar la ecuación del histerón con tal de que las transiciones de estado se produzcan en la misma polaridad de la tensión de entrada.
- Ampliación del modelo a fenómenos que dependen del tiempo, como características  $I-V$  pulsadas de conmutación resistiva.
- Más correlaciones entre parámetros del modelo circuital que, como en el caso del modelo potencial, permitan reducir el número de parámetros.
- Implementación del modelo en un simulador circuital tipo Spice.
- Optimización de un programa ejecutable (Matlab, C, etc.) para la automatización del ajuste del modelo a los datos experimentales.
- Nuevos diseños de estructuras MIM que permitan observar fenómenos de conmutación resistiva.
- Ampliación del modelo a las propiedades de operación RRAM de estructuras 1T1R.

## Referencias

- [Abd11] Abdalla H, Pickett MD. "SPICE modeling of memristors". IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS), 1832–5, May 2011, Rio de Janeiro, Brazil.
- [Adl78] Adler D, Henisch HK, Mott N, "The mechanism of threshold switching in amorphous alloys". Reviews of Modern Physics, Vol. 50, No. 2, 209-20, 1978.
- [Ali12] Alibart F, Gao L, Hoskins BD, Strukov DB. "High precision tuning of state for memristive devices by adaptable variation-tolerant algorithm". Nanotechnology, Vol. 23, No. 7, 075201, 2012.
- [Ali91] Alippi C, Storti-Gajani G. "Simple approximation of sigmoidal functions: realistic design of digital neural networks capable of learning". IEEE International Symposium on Circuits and Systems, Vol. 3, 1505-8, 1991.
- [Ama17] Amatllé i Lluçà E. Thesis: "Design of a multi-level memory cell with new emerging non-volatile memristive technology". Escola Tècnica d'Enginyeria de Telecomunicació de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya, 2017.
- [And68] Anderson JC. "Magnetism and magnetic materials". Chapman and Hall Ltd. London 1968.
- [Ano16] Anooshahpour F, Polushin IG, Patel RV. "Classical preisach model of hysteretic behavior in a da vinci instrument". IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), July 2016, Banff, Alberta, Canada.
- [Bae04] Baek IG, Lee MS, Seo S, Lee MJ, Seo DH, Suh DS, Park JC, Park SO, Kim HS, Yoo IK, Chung UI, Moon JT. "Highly scalable nonvolatile resistive memory using simple binary oxide driven by asymmetric unipolar voltage pulses." IEEE International Electron Devices Meeting Technical Digest, December 2004, 587-90.
- [Bai14] Bai Y, Wu H, Wu R, Zhang Y, Deng N, Yu Z, Qian H. "Study of multi-level characteristics for 3D vertical resistive switching memory". Scientific reports, Vol. 4, 5780, 2014.

- [Bai15] Bai Y, Wu H, Wang K, Wu R, Song L, Li T, Wang J, Yu Z, Qian H. "Stacked 3D RRAM array with graphene/CNT as edge electrodes". *Scientific Reports* Vol. 5, No. 13785, 2015.
- [Bal13] Balatti S, Larentis S, Gilmer DC, Ielmini D. "Multiple memory states in resistive switching devices through controlled size and orientation of the conductive filament". *Advanced materials*, Vol. 25, No. 10, 1474-8, 2013.
- [Ban00] Banwell TC, Jayakumar A. "Exact analytical solution for the current flow through diode with series resistance". *Electronics Letters*, Vol. 36, No. 4, 291-2, 2000.
- [Bar15] Baronti F, Femia N, Saletti R, Visone C, Zamboni W. "Preisach modelling of lithium-iron-phosphate battery hysteresis". *Journal of Energy Storage*, Vol. 4, 51–61, 2015.
- [Bas11] Basov DN, Averitt RD, van der Marel D, Dressel M, Haule K, "Electrodynamics of correlated electron materials". *Reviews of Modern Physics*, Vol. 83, No. 2, 471-541, 2011.
- [Bec00] Beck A, Bednorz JG, Gerber C, Rossel C, Widmer D. "Reproducible switching effect in thin oxide films for memory applications". *Applied Physics Letters*, Vol. 77, No. 1, 139-41, 2000.
- [Bed86] Bednorz JG, Muller KA. "Possible high T<sub>c</sub> superconductivity in the Ba-La-Cu-O system". *Zeitschrift Fur Physik B-Condensed Matter*, Vol. 64, No. 2, 189-93, 1986.
- [Ben09] Benderli S, Wey TA. "On SPICE macromodelling of TiO<sub>2</sub> memristors". *Electronics Letters*, Vol. 45, No. 7, 377–9, 2009.
- [Ber92] Bertotti G, "Dynamic generalization of the scalar Preisach model of hysteresis". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol 28, No. 5, 2599-601, 1992.
- [Ber98] Bertotti G. "Hysteresis in magnetism". Academic Press. San Diego, 1998.
- [Bie76] Biederman H. "Metal-insulator-metal sandwich structures with anomalous properties". *Vacuum*, Vol. 26, No. 12, 513-23, 1976.
- [Bio09] Biolek Z, Biolek D, Biolkova V. "SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift". *Radio Engineering*, Vol. 18, No. 2, 210–4, 2009.
- [Bor09] Borghetti J, Strukov DB, Pickett MD, Yang JJ. "Electrical transport and thermometry of electroformed titanium dioxide memristive switches". *Journal of Applied Physics*, Vol. 106, 124504, 2009.

- [Bor10] Borghetti J, Snider GS, Kuekes PJ, Yang JJ, Stewart DR, Williams RS. "Memristive' switches enable 'stateful' logic operations via material implication". *Nature*, Vol. 464, No. 7290, 873-6, 2010.
- [Bor10b] Borrisé X, "EBL with Elphy Plus (Intro notes)". ICN & CNM-CSIC, 2010.
- [Bro89] Brokate M, Visintin A, "Properties of the Preisach model for hysteresis". *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. Vol. 402, 1-40, 1989.
- [Bro89b] Brokate M, "Some mathematical properties of the preisach model for hysteresis", *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 25, No. 4, 2922-4, 1989.
- [Bur08] Burr GW, Kurdi BN, Scott JC, Lam CH, Gopalakrishnan K, Shenoy RS, "Overview of candidate device technologies for IBM". *Journal of Research and Development*, Vol. 52, No. 4, 449–64, 2008.
- [Cao09] Cao X, Li XM, Gao XD, Zhang YW, Liu XJ, Wang Q, Chen LD. "Effects of the compliance current on the resistive switching behavior of TiO<sub>2</sub> thin films". *Applied Physics A*, Vol. 97, 883–7, 2009.
- [Car12] Cartoixa X, Rurali R, Suñé J. "Transport properties of oxygen vacancy filaments in metal/crystalline or amorphous HfO<sub>2</sub>/metal structures". *Physical Review B: Condensed Matter*, Vol. 86, No. 16, 165445, 2012.
- [Car91] Carpenter KH. "A differential equation approach to minor loops in the Jiles-Atherton hysteresis model". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 27, No. 6, 4404-6, 1991.
- [Ces00] Ceschia M, Paccagnella A, Turrini M, Candelori A, Ghidini G, Wyss J. "Heavy ion irradiation of thin gate oxides". *IEEE Transactions on Nuclear Science*, Vol. 47, No. 6, 2648–55, 2000.
- [Ces01] Cester A, Paccagnella A, Suñé J, Miranda E. "Post-radiation-induced soft breakdown conduction properties as a function of temperature". *Applied Physics Letters*, Vol. 79, No.9, 1336–8, 2001.
- [Cha09] Chae SC, Lee JS, Choi WS, Lee SB, Chang SH, Shin H, Kahng B, Noh TW, "Multilevel unipolar resistance switching in TiO<sub>2</sub> thin films". *Applied Physics Letters* Vol. 95, No. 9, 093508, 2009.
- [Cha09b] Chang W, Liao J, Lo Y, Wu T. "Resistive switching characteristics in Pr<sub>0.7</sub>Ca<sub>0.3</sub>MnO<sub>3</sub> thin films on LaNiO<sub>3</sub>-electrodized Si substrate". *Applied Physics Letters*, Vol. 94, No. 17, 172107, 2009.
- [Cha11] Chang SH, Lee SB, Jeon DY, Park SJ, Kim GT, Yang SM, Chae SC, Yoo HK, Kang BS, Lee MJ, Noh TW. "Oxide double-layer nanocrossbar for ultrahigh-density bipolar resistive memory". *Advanced materials*, Vol. 23, No. 35. 4063-7, 2011.



- [Cha11b] Chang T, Jo SH, Kim KH, Sheridan P, Gaba S, Lu W. "Synaptic behaviors and modeling of a metal oxide memristive device". *Applied Physics A*, Vol. 102, No. 4, 857–63, 2011.
- [Cha12] Chang YF, Chen PY, Chen YT, Xue F, Wang Y, Zhou F, Fowler B, Lee JC. "Study of polarity effect in SiO<sub>x</sub>-based resistive switching memory". *Applied Physics Letters*, Vol. 101, No. 5, 052111, 2012.
- [Che10] Chen A. "Switching control of resistive switching devices". *Applied Physics Letters*, Vol. 97, No. 26, 263505, 2010.
- [Che13] Chen C, Gao S, Zeng F, Wang GY, Li SZ, Song C, Pan F. "Conductance quantization in oxygen-anion-migration-based resistive switching memory devices". *Applied Physics Letters*, Vol. 103, No. 4, 043510, 2013.
- [Cho11] Cho B, Song S, Ji Y, Kim TW, Lee T. "Organic resistive memory devices: performance enhancement, integration, and advanced architectures" *Advanced Functional Materials*, Vol. 21, No. 15, 2806-29, 2011.
- [Chr94] Chrisey DB, Hubler GK, "Pulsed Laser Deposition of Thin Films". Wiley, 1994.
- [Chu10] Chung A, Deen J, Lee JS, Meyyappan M. "Nanoscale memory devices". *Nanotechnology*, Vol. 21, No. 41, 412001, 2010.
- [Chu11] Chua L. "Resistance switching memories are memristors". *Applied Physics A*, Vol. 102 No. 4, 765–83, 2011.
- [Chu70] Chua L, Stromsmoe A. "Lumped-circuit models for nonlinear inductors exhibiting hysteresis loops". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Vol. 17, No. 4, 564-74, 1970.
- [Chu71] Chua L. "Memristor-the missing circuit element". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Vol. 18, No. 5, 507–19, 1971.
- [Chu72] Chua L, Bass SC. "A generalized hysteresis model". *IEEE Transactions on Circuit Theory*, Vol. 19, No. 1, 36-48, 1972.
- [Chu76] Chua L, Kang S. "Memristive devices and systems". *IEEE Proceedings*, Vol. 64, No. 2, 209–23, 1976.
- [Chw10] Chwastek K, "A dynamic extension to the Takács model". *Physica B*, Vol. 405, No. 17, 3800–2, 2010.
- [Chw11] Chwastek K, Szczygowski J, Wilczynski W, "Minor loops in the Harrison model". *Acta Physica Polonica A*, Vol. 121, No. 4, 941-4, 2012.
- [Chw12] Chwastek K. "Higher order reversal curves in some hysteresis models". *Archives of Electrical Engineering*, Vol. 61, No. 4, 455-70, 2012.

- [Cla15] Claramunt S, Wu Q, Maestro M, Porti M, Gonzalez MB, Martin-Jimenez J, Campabadal F, Nafria M. "Non-homogeneous conduction of conductive filaments in Ni/HfO<sub>2</sub>/Si resistive switching structures observed with CAFM". *Microelectronic Engineering*, Vol. 147, 335-338, 2015.
- [Cli14] Clima S, Sankaran K, Chen YY, Fantini A, Celano U, Belmonte A, Zhang L, Goux L, Govoreanu B, Degraeve R, Wouters DJ, Jurczak M, Vandervorst W, De Gendt S, Pourtois G, "RRAMs based on anionic and cationic switching: a short overview. *physica status solidi (RRL)*". *Rapid Research Letters*, Vol. 8, No. 6, 501-11, 2014.
- [Dat97] Datta S. "Electronic transport in mesoscopic systems". Cambridge University Press; 1997.
- [Dea70] Dearnale G, Stoneham AM, Morgan DV. "Electrical phenomena in amorphous oxide films", *Reports on Progress in Physics*, Vol. 33, No. 3, 1129-91, 1970.
- [Deg10] Degraeve R, Roussel Ph, Goux L, Wouters D, Kittl J, Altimime L, Jurczak M, Groeseneken G. "Generic learning of TDDDB applied to RRAM for improved understanding of conduction and switching mechanism through multiple filaments". In: *IEEE international electron device meeting*, December 2010.
- [Deg12] Degraeve R, Fantini A, Clima S, Govoreanu B, Goux L, Chen YY, Wouters DJ, Roussel Ph, Kar GS, Pourtois G, Cosemans S, Kittl JA, Groeseneken G, Jurczak M, Altimime L. "Dynamic hour glass model for set and reset in HfO<sub>2</sub> RRAM". *Symposium on VLSI Technology Digest*, 75–6, June 2012.
- [Del95] Della Torre E, Vajda F. "Properties of accommodation models". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 31, No.3, 1775-80, 1995.
- [Dil12] "Microelectronics: Fabrication of micro/nano structures on silicon surface". <http://www.dileepnanotech.com/articles/Lithography.html>. 2012.
- [Dit12] Dittmann R, Muenstermann R, Krug I, Park D, Menke T, Mayer J, Besmehn A, Kronast F, Schneider CM, Waser R. "Scaling potential of local redox processes in memristive SrTiO<sub>3</sub> thin-film devices". *IEEE Proceedings*, Vol. 100, No. 6, 1979–90, 2012.
- [Doo85] Doong T, Mayergoyz ID. "On numerical implementation of hysteresis models". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 21, No.5, 1853-55, 1985.
- [Dri09] Driscoll T, Kim HT, Chae BG, Kim BJ, Lee YW, Jokerst NM, Palit S, Smith DR, Di Ventra M, Basov DN. "Memory metamaterials". *Science*, Vol. 325, No. 5947, 1518-21, 2009.
- [Dur98] Duran PA. "A practical guide to analog behavioral modeling for ic system design", Springer, US, 1998.

- [Ele13] <http://electronics.stackexchange.com/questions/76097/what-are-the-characteristics-of-a-memristor>. 2013.
- [Eme13] "Emerging research devices". International Technology Roadmap for Semiconductors, 2013.
- [Esh12] Eshraghian K, Kavehei O, Cho KR, Chappell JM, Iqbal A, Al-Sarawi SF, Abbott D. "Memristive device fundamentals and modeling: applications to circuits and systems simulation". IEEE Proceedings Vol. 100, No. 6, 1991–2007, 2012.
- [Fer13] Ferjani MJ. "Magnetic hysteresis modeling and numerical simulation for ferromagnetic materials". International Conference on Control, Decision and Information Technologies (CoDIT), 516-23, May 2013.
- [Fra01] Frank DJ, Dennard RH, Nowak E, Solomon PM, Taur Y, Wong HSP. "Device scaling limits of Si MOSFETs and their application dependencies". Proceedings of the IEEE, Vol. 89, No. 3, 259-88, 2001.
- [Gao12] Gao B, Liu L, Liu X, Kang J. "Resistive switching characteristics in HfOx layer by using current sweep mode". Microelectronic Engineering, Vol. 94, 14-17, 2012.
- [Gon13] Gonzalez M, Rafi J, Beldarrain O, Zabala M, Campabadal F. "Charge trapping and electrical degradation in atomic layer deposited Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> films". Microelectronic Engineering, Vol. 109C, 57–9, 2013.
- [Gon14] Gonzalez MB, Rafi JM, Beldarrain O, Zabala M, Campabadal F. "Analysis of the switching variability in Ni/HfO<sub>2</sub>-based RRAM devices". IEEE Transactions on Device and Materials Reliability, Vol. 14, No. 2, 769-71, 2014.
- [Gov11] Govoreanu B, Kar GS, Chen Yy, Paraschiv V, Kubicek S, Fantini A, Radu IP, Goux L, Clima S, Degraeve R, Jossart N, Richard O, Vandeweyer T, Seo K, Hendrickx P, Pourtois G, Bender H, Altimime L, Wouters DJ, Kittl JA, Jurczak M. "10x10nm<sup>2</sup> Hf / HfOx crossbar resistive RAM with excellent performance, reliability and low-energy operation". IEEE International Electron Devices Meeting (IEDM) (Washington, DC, December 2011).
- [Gru16] Gruss D, Velizhanin KA, Zwolak M. "Landauer's formula with finite-time relaxation: Kramers' crossover in electronic transport". Scientific Reports, Vol. 6, No. 24514, 2016.
- [Gua12] Guan X, Yu S, Wong HSP. "A SPICE compact model of metal oxide resistive switching memory with variations". IEEE Electron Device Letters Vol. 33, No. 10, 1405–7, 2012.

- [Guo09] Guo HX, Gao LG, Xia YD, Jiang K, Xu B, Liu ZG, Yin J. "The growth of metallic nanofilaments in resistive switching memory devices based on solid electrolytes". *Applied Physics Letters* Vol. 94, No. 15, 153504, 2009.
- [Ha11] Ha SD, Ramanathan S. "Adaptive oxide electronics: a review". *Journal of Applied Physics*, Vol. 110, No. 7, 071101, 2011.
- [Hal04] Halbert D, Etien E, Champenois G. "An inversible model for hysteresis characterization at constant flux amplitude". *Journal of Electrical Engineering*, Vol. 55, No. 11-12, 319–23, 2004.
- [Har08] Harrison RJ, Feinberg JM. "FORCinel: An improved algorithm for calculating first-order reversal curve distributions using locally weighted regression smoothing". *Geochemistry. Geophysics. Geosystems*, Vol. 9, No. 5, 2008.
- [Har12] Harrison RG. "Modeling high-order ferromagnetic hysteretic minor loops and spirals using a generalized positive-feedback theory". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 48, No. 3, 1115-29, 2012.
- [Has12] Hashem N, Das S. "Switching-time analysis of binary-oxide memristors via a nonlinear model". *Applied Physics Letters*, Vol. 100, No. 26, 262106, 2012.
- [Hea98] Heath JR, Kuekes PJ, Snider GS, Williams RS. "A defect-tolerant computer architecture: Opportunities for nanotechnology". *Science*, Vol. 280, No. 5370, 1716-21, 1998.
- [Her15] Herceg D, Herceg D, Pršal M. "Using padé approximation in takács hysteresis model". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 51, No. 7, 7301304, 2015.
- [Hia65] Hiatt WR, Hickmott TW, "Bistable switching in niobium oxide diodes". *Applied Physics Letters* Vol. 6, No. 6, 106-8, 1965.
- [Hic62] Hickmott TW. "Low-frequency negative resistance in thin anodic oxide films". *Journal of Applied Physics*, Vol. 33, No. 9, 2669-82, 1962.
- [Ho11] Ho Y, Huang GM, Li P. "Dynamical properties and design analysis for nonvolatile memristor memories". *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, Vol. 58, No. 4, 724–36, 2011.
- [Hor84] Hornung U. "The mathematics of hysteresis". *Bulletin of the Australian Mathematical Society* Vol. 30, 271-287. 1984.
- [Hos90] Hosking JRM. "L-moments—analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics". *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol. 52, 105–24. 1990.

- [Hos97] Hosking JRM, Wallis JR. "Regional frequency analysis—an approach based on L-moments". Cambridge University Press, 1997.
- [Hou98] Houssa M, Nigam T, Mertens P, Heyns M. "Model for the current–voltage characteristics of ultrathin gate oxides after soft breakdown". *Journal of Applied Physics*, Vol. 84, No. 8, 4351–5, 1998.
- [Hu13] Hu C, McDaniel MD, Ekerdt JG, Yu ET. "High ON/OFF ratio and quantized conductance in resistive switching of TiO<sub>2</sub> on silicon". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 34, No. 11, 1385–7, 2013.
- [Hu14] Hu C, McDaniel MD, Posadas A, Demkov AA, Ekerdt JG, Yu ET. "Highly controllable and stable quantized conductance and resistive switching mechanism in single-crystal TiO<sub>2</sub> resistive memory on silicon". *Nano Letters*, Vol. 14, No. 8, 4360–7, 2014.
- [Hua12] Huang CH, Huang JS, Lin SM, Chang WY, He JH, Chueh YL. "ZnO<sub>1-x</sub> nanorod arrays/ZnO thin film bilayer structure: from homojunction diode and high-performance memristor to complementary 1D1R application". *Acs Nano*, Vol. 6, No. 9, 8407-14, 2012.
- [Hua12b] Huang Y, Huang R, Pan Y, Zhang L, Cai Y, Yang G, Wang Y. "A new dynamic selector based on the bipolar RRAM for the crossbar array application". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 59, No. 8, 2277–80, 2012.
- [Hur10] Hur JH, Lee MJ, Lee CB, Kim YB, Kim CJ. "Modeling for bipolar resistive memory switching in transition-metal oxides". *Physics Reviews B: Condensed Matter*, Vol. 82, No. 15, 155321, 2010.
- [Hur12] Hur JH, Kin KM, Chang M, Lee SR, Lee D, Lee CB, Lee MJ, Kim YB, Kim CJ, Chung UI. "Modeling for multilevel switching in oxide-based bipolar resistive memory". *Nanotechnology*, Vol. 23, No. 22, 225702. 2012.
- [Iel11] Ielmini D. "Modeling the universal set/reset characteristics of bipolar RRAM by field- and temperature-driven filament growth". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 58, No. 12, 4309–17, 2011.
- [Iel12] Ielmini D, Nardi F, Balatti S. "Evidence for voltage-driven set/reset processes in bipolar switching RRAM". *IEEE Trans Electron Devices* Vol. 59, No. 8, 2049–56. 2012.
- [Iel16] Ielmini D. "Resistive switching memories based on metal oxides: mechanisms, reliability and scaling". *Semiconductor Science & Technology*, Vol. 31, No. 6, 063002, 2016.
- [Jan15] Jankowski B, Słusarek B, Szczygowski J, Chwastek K. "Modelling hysteresis loops in fe-based soft magnetic composites using takács description". *Acta Physica Polonica A*, Vol. 128, No. 1, 116-9, 2015.

- [Jeo09] Jeong DS, Schroeder H, Waser R. "Mechanism for bipolar switching in a Pt/TiO<sub>2</sub>/Pt resistive switching cell". *Physics Reviews B: Condensed Matter*, Vol. 79, No. 19, 195317, 2009.
- [Jeo11] Jeong DS, Cheong Bk, Kohlstedt H, "Pt/Ti/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>/Al tunnel junctions exhibiting electroforming-free bipolar resistive switching behavior". *Solid-State Electronics*, Vol. 63, No. 1, 1-4, 2011.
- [Jil92] Jiles D. "A self consistent generalized model for the calculation of minor loop excursions in the theory of hysteresis". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 28, No. 5, 2602-4, 1992.
- [Jil98] Jiles D. "Introduction to magnetism and magnetic materials". (2<sup>a</sup> Edición). Chapman & Hall, London, 1998.
- [Jim13] Jiménez D, Miranda E, Tsurumaki-Fukuchi A, Yamada H, Suñé J, Sawa A. "Multilevel recording in Bi-deficient Pt/BFO/SRO heterostructures based on ferroelectric resistive switching targeting high density information storage in nonvolatile memories". *Applied Physics Letters*, Vol. 103, No. 26, 263502, 2013.
- [Jog09] Joglekar YN, Wolf SJ. "The elusive memristor: properties of basic electrical circuits". *European Journal of Physics*, Vol. 30, No. 4, 661–76, 2009.
- [Jou11] Jou S, Hwang BR, Li CJ. "Resistance switching properties in Cu/Cu-SiO<sub>2</sub>/TaN device". *Proceedings of the World Congress on Engineering (WCE)*, Vol II, July 2011, London, U.K.
- [Kad87] Kadar G, Della Torre E. "Hysteresis modelling: I. noncongruency". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 23, No.5, 2820-5, 1987.
- [Kal92] Kalman BL, Kwasny SC. "Why tanh: choosing a sigmoidal function". *Proceedings: IJCNN International Joint Conference on Neural Networks*, Vol. 4, 578 - 58, 1992.
- [Kat03] Kato K, Song PK, Odaka H, Shigesato Y. "Study on thermochromic VO<sub>2</sub> Films Grown on ZnO Coated Glass Substrates for Smart windows". *Japanese Journal of Applied Physics Part 1-Regular Papers Short Notes & Review Papers* Vol. 42, No. 10, 6523-31, 2003.
- [Kim10] Kim HD, An HM, Kim KC, Seo Y, Nam KH, Chung HB, Lee EB, Kim TG. "Large resistive-switching phenomena observed in Ag/Si<sub>3</sub>N<sub>4</sub>/Al memory cells". *Semiconductor Science and Technology*, Vol. 25, No. 6, 065002, 2010.

- [Kim10b] Kim S, Jeong HY, Choi SY, Choi YK. "Comprehensive modeling of resistive switching in the Al/TiO<sub>x</sub>/TiO<sub>2</sub>/Al heterostructure based on space-charge limited conduction". *Applied Physics Letters*, Vol. 97, No. 3, 033508, 2009.
- [Kim10c] Kim KH, Jo SH, Gaba S, Lu W. "Nanoscale resistive memory with intrinsic diode characteristics and long endurance". *Applied Physics Letters*, Vol. 96, No. 5, 053106, 2010.
- [Kim11] Kim HD, An HM, Lee EB, Kim TG. "Stable bipolar resistive switching characteristics and resistive switching mechanisms observed in aluminum nitride-based ReRAM devices". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 58, No. 10, 3566-73, 2011.
- [Kim11b] Kim KM, Jeong DS, Hwang CS. "Nanofilamentary resistive switching in binary oxide system; a review on the present status and outlook". *Nanotechnology*, Vol. 22, No. 25, 254002, 2011.
- [Kim14] Kim S, Choi SH, Lee J, Lu WD. "Tuning resistive switching characteristics of tantalum oxide memristors through Si doping". *ACS Nano*, Vol. 8, No. 10, 10262–9, 2014.
- [Kin12] Kinoshita K, Tanaka H, Yoshihara M, Kishida S. "Insight into distribution and switching of resistive random-access memory filaments based on analysis of variations in memory characteristics". *Journal of Applied Physics*, Vol. 112, No. 4, 044503, 2012.
- [Kle97] Kleineberg T. "A generalized approach for modelling the nonlocal memory of hysteretic systems". *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 166, No. 3, 315-20, 1997.
- [Koj00] Kojic A, Annaswamy AM. "Global parameter identification in systems with a sigmoidal activation function". *Proceedings of the American Control Conference Chicago, Illinois June 2000*.
- [Kra04] Krah JH, Bergqvist AJ. "Numerical optimization of a hysteresis model". *Physica B*, Vol. 343, No. 1-4, 35–38, 2004.
- [Kra83] Krasnosel'skiĭ M, Pokrovskiĭ A, "Systems with hysteresis", Springer-Verlag, Nauka, Moscow, 1983.
- [Kra89] Krasnosel'skiĭ M, Pokrovskiĭ A, "Systems with hysteresis", Springer, 1989.
- [Kro56] Kröger FA, Vink HJ, "Solid state physics". Vol. 3. Academic Press, New York, 1956.
- [Kva13] Kvatinsky S, Friedman EG, Kolodny A, Weiser UC. "TEAM: threshold adaptive memristor model". *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, Vol. 60, No. 1, 211–21, 2013.

- [Lac08] Lacaita AL, Wouters DJ. "Phase-change memories". *Physica Status Solidi a-Applications and Materials Science*, Vol. 205, No. 10, 2281-97, 2008.
- [Lan16] Lanza M, Miranda E. "Model for multi-filamentary conduction in graphene/h-boron nitride/graphene-based resistive switching devices using the nonlinear landauer approach". 2016.
- [Lan57] Landauer R. "Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction", *IBM Journal of Research and Development*, Vol. 1, No. 3, 223-31, 1957.
- [Lan70] Landauer R. "Electrical resistance of disordered one-dimensional lattices", *Philosophical Magazine*, Vol. 21, 863-7, 1970.
- [Lar06] Laroze D, Vargas P, Albir D, Vazquez M. "Box model for hysteresis loops of arrays of Ni nanowires", *Brazilian Journal of Physics*, Vol. 36, No. 3b, 908-9, 2006.
- [Lar12] Larentis S, Nardi F, Balatti S, Gilmer DC, Ielmini D. "Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM—Part II: modeling". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 59, No. 9, 2468–75, 2012.
- [Led99] Lederer D, Igarashi H, Kost A, Honma T. "On the parameter identification and application of the jiles-atherton hysteresis model for numerical modelling of measured characteristics". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No. 3, 1211-4, 1999.
- [Lee07] Lee MJ, Park Y, Suh DS, Lee EH, Seo S, Kim DC, Jung R, Kang BS, Ahn SE, Lee CB, Seo DH, Cha YK, Yoo IK, Kim JS, Park BH. "Two series oxide resistors applicable to high speed and high density nonvolatile memory". *Advanced materials* Vol. 19, No. 22, 3919-23, 2007.
- [Lee08] Lee HY, Chen PS, Wu TY, Chen YS, Wang CC, Tzeng PJ, Lin CH, Chen F, Lien CH, Tsai MJ. "Low power and high speed bipolar switching with a thin reactive Ti buffer layer in robust HfO<sub>2</sub> based RRAM" *Technical Digest International Electron Devices Meeting December 2008*, 297–300.
- [Lee09] Lee MJ, Kim SI, Lee CB, Yin H, Ahn SE, Kang BS, Kim KH, Park JC, Kim CJ, Song I, Kim SW, Stefanovich G, Lee JH, Chung SJ, Kim YH, Park Y, "Low-temperature-grown transition metal oxide based storage materials and oxide transistors for high-density non-volatile memory". *Advanced Functional Materials*, Vol. 19, No. 10, 1587-93, 2009.
- [Lee10] Lee SB, Chang SH, Yoo HK, Kang BS. "Stabilizing the forming process in unipolar resistance switching using an improved compliance current limiter". *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 43, No. 485103, 2010.



- [Lee11] Lee MJ, Lee CB, Lee D, Lee SR, Chang M, Hur JH, Kim YB, Kim CJ, Seo DH, Seo S, Chung UI, Yoo IK, Kim. "A fast, high-endurance and scalable non-volatile memory device made from asymmetric Ta<sub>2</sub>O<sub>5-x</sub>/TaO<sub>2-x</sub> bilayer structures". *Nature Materials*, Vol. 10, No. 8, 625–30, 2011.
- [Lee15] Lee JS, Lee S, Noh TW, "Resistive switching phenomena: A review of statistical physics approaches". *Applied Physics Reviews*, Vol. 2, No. 3, 031303, 2015.
- [Lid93] Liddle JA, Berger SD. "High-throughput projection electron-beam lithography employing SCALPEL" *SPIE Proceedings Charged-Particle Optics*, Vol. 2014, 66–76, September 1993.
- [Lim15] Lim EW, Ismail R. "Conduction mechanism of valence change resistive switching memory: a survey". *Electronics*, Vol. 4, No. 3, 586-613, 2015.
- [Lin10] Linn E, Rosezin R, Kuegeler C, Waser R, "Complementary resistive switches for passive nanocrossbar memories". *Nature materials*, Vol. 9, No. 5, 403-6, 2010.
- [Lin14] Linn E, Siemon A, Waser R, Menzel S. "Applicability of well-established memristive models for simulations of resistive switching devices". *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, Vol. 61, No.8, 2402–10, 2014.
- [Liu00] Liu SQ, Wu NJ, Ignatiev A, "Electric-pulse-induced reversible resistance change effect in magnetoresistive films," *Applied Physics Letters*, Vol. 76, No. 19, 2749–51, 2000.
- [Liu09] Liu M, Wang AW, He X, Liu Q, Guan W. "Multilevel resistive switching with ionic and metallic filaments". *Applied Physics Letters*, Vol. 94, No. 23, 233106, 2009.
- [Liu11] Liu X, Biju KP, Lee J, Park J, Kim S, Park S, Shin J, Sadaf SMD, Hwang H. "Parallel memristive filaments model applicable to bipolar and filamentary resistive switching". *Applied Physics Letters*, Vol.99, No. 11, 113518, 2011.
- [Lon12] Long S, Cagli C, Ielmini D, Liu M, Suñé J. "Analysis and modeling of resistive switching statistics". *Journal of Applied Physics*, Vol. 111, No. 7, 074508, 2012.
- [Lon13] Long S, Lian X, Cagli C, Cartoixa X, Rurali R, Miranda E, Jiménez D, Perniola L, Liu M, Suñé J. "Quantum-size effects in hafnium-oxide resistive switching". *Applied Physics Letters*, Vol. 102, No. 18, 183505, 2013.
- [Lor14] Lorenzi P. Thesis: "Emerging resistive switching memories and neuromorphic applications", Sapienza Università Di Roma, 2014.

- [Lor15] Lorenzi P, Rao R, Irrera F, Suñe J, Miranda E. "A thorough investigation of the progressive reset dynamics in HfO<sub>2</sub>-based resistive switching structures". *Applied Physics Letters*, Vol. 107, No. 11, 113507, 2015.
- [Lot56] Lotka AJ. "Elements of mathematical biology". Dover, New York, 1956.
- [Lu12] Lu Y, Gao B, Fu Y, Chen B, Liu L, Liu X, Kang J. "A simplified model for resistive switching of oxide-based resistive random access memory devices". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 33, No. 3, 306–8, 2012.
- [Map14] Mapper Lithography, Delft, [www.mapperlithography.com](http://www.mapperlithography.com)
- [May03] Mayergoyz ID. "Mathematical models of hysteresis and their applications". Elsevier. Nueva York, 2003.
- [May86] Mayergoyz ID. "Mathematical models of hysteresis". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 22, No. 5, 603–8, 1986.
- [May88] Mayergoyz ID. "Friedman G. generalized Preisach model of hysteresis". *IEEE Transactions on Magnetism*, Vol. 24, No. 1, 212-17, 1988.
- [May91] Mayergoyz ID. "Mathematical models of hysteresis". Springer-Verlag, New York, 1991.
- [McC97] McCord MA, Rooks M. "Electron beam lithography. In: Rai-Choudury P", editor. *Handbook of microlithography, micromachining and microfabrication*, Vol. 1. Bellingham: SPIE; 1997.
- [Meh13] Mehonic A, Vrajitoarea A, Cuff S, Hudziak S, Howe H, Labbé C, et al. "Quantum conductance in silicon oxide resistive memory devices". *Scientific Reports*, Vol. 3, No. 2708, 2013.
- [Men96] Menon AR, Mehrotra K, Mohan CK, Ranka S. "Characterization of a Class of Sigmoid Functions with Applications to Neural Networks". *Neural Networks*, Vol. 9, No. 5, 819–35, 1996.
- [Mic12] Micron & Gartner. "Flash storage gigabyte growth trends", 2012.
- [Mil15] Milovanovic AM, Koprivica BM. "Mathematical model of major hysteresis loop and transient magnetizations". *Electromagnetics*, Vol. 35, No. 3, 155-66, 2015.
- [Mir04] Miranda E, Suñe J. "Electron transport through broken down ultra-thin SiO<sub>2</sub> layers in MOS devices". *Microelectronics Reliability*, Vol. 44, No. 1, 1–23, 2004.
- [Mir09] Miranda E, O'Connor, Hughes G, Casey P, Cherkaoui K, Monaghan S, Long R, O'Connell D, Hurley P. "Effects of the semiconductor substrate material on the post-breakdown current of MgO dielectric layers". *ECS Transactions*, Vol. 25, No. 6, 79–86, 2009.

- [Mir10] Miranda E, Walczyk C, Wenger C, Schroeder T. "Model for the resistive switching effect in HfO<sub>2</sub> MIM structures based on the transmission properties of narrow constrictions". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 31, No. 6, 609–11, 2010.
- [Mir12] Miranda E, Jimenez D, Suñé J. "The quantum point-contact memristor". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 33, No. 10, 1474–6, 2012.
- [Mir16] Miranda E. "Electronic materials and devices characterization group (GCME)". Universidad de Valladolid, 2016.
- [Mir99] Miranda E. Thesis: "Soft and hard breakdown in ultrathin SiO<sub>2</sub> films". Departament d'Enginyeria electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, 1999.
- [Mir99b] Miranda E, Suñé J, Rodríguez R, Nafria M, Aymerich X. "A function-fit model for the soft breakdown failure mode". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 20, No. 6, 265–7, 1999.
- [Mon12] Monnor T, Yimnirun R, Kanchiang K, Laosiritaworn Y. "Hysteresis scaling by defined hysteron pattern in preisach model". *Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science*, Vol. II WCECS, 1283–6, San Francisco, USA. October 2012.
- [Moo98] Moore GE. "Cramming more components onto integrated circuits" *Proceedings of the IEEE*, Vol. 86, No. 1, 82-5, 1998.
- [Mor01] Morrish AH. "The physical principles of magnetism". Wiley and Sons. New York, 1965. (Republished: IEEE Press. New York, 2001).
- [Mou11] Mousavi SA, Engdahl G. "Differential approach of scalar hysteresis modeling based on the preisach theory". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 47, No. 10, 3040-3, 2011.
- [Mue10] Muenstermann R, Menke T, Dittmann R, Waser R, "Coexistence of filamentary and homogeneous resistive switching in fe-doped SrTiO<sub>3</sub> thin-film memristive devices". *Advanced materials* Vol. 22, No. 43, 4819-22, 2010.
- [Nab06] Nabity J, Compbell LA, Zhu M, Zhou W. "E-beam nanolithography integrated with scanning electron microscope". In: Zhou W, Wang ZhL, editors. *Scanning microscopy for nanotechnology: techniques and applications*. 1st ed. New York: Springer; 2006.
- [Nai05] Naidyuk YG, Yanson IK. "Point-contact spectroscopy", *Springer Series in Solid-State Sciences*, Vol. 145, Ch. No. 2, 7-15, 2005.

- [Nar12] Nardi F, Larentis S, Balatti S, Gilmer DC, Ielmini D. "Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM—Part I: experimental study". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 59, No. 9, 2461–7, 2012.
- [Nel61] Nelder JA, "The fitting of generalization of the logistic curve". *Biometrics*, Vol. 17, No. 1, 89-110, 1961.
- [Nig03] Nigam T, Martin S, Abusch-Magder D. "Temperature dependence and conduction mechanism after analog soft breakdown". In: *Proceedings IEEE international reliability physics symposium, IRPS*, 417–23, 2003.
- [Nov10] Nová I, Zemánek I. "Analytical model with flexible parameters for dynamic hysteresis loops modelling". *Journal of Electrical Engineering*, Vol. 61. No. 7/s, 46-9, 2010.
- [Nov11] Nová I, Zemánek I. "Analytical inverse model with flexible parameters for dynamic hysteresis loops modelling". *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review)*, Vol. 87, No. 9, 89-92, 2011.
- [Odw73] O'Dwyer JJ. "The theory of electrical conduction and breakdown in solid dielectrics". Clarendon Press, 1973.
- [Ohn98] Ohnishi H, Kondo Y, Takayanagi K. "Quantized conductance through individual rows of suspended gold atoms". *Nature*, Vol. 395, No. 6704, 780–3, 1998.
- [Opp10] Oppermann K, Armingier BR, Zagar BG. "A contribution to the classical scalar Preisach hysteresis model for magneto-elastic materials". *Proceedings of IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, 180-5, 2010.
- [Ort00] A. Ortiz-Conde, F. Garcia-Sánchez, and J. Muci, "Exact analytical solutions of forward non-ideal diode equation with series and shunt parasitic resistances," *Solid-State Electronics*, Vol. 44, No. 10, 1861–4, 2000.
- [Ort15] R. Ortega, M. Coll, J. Gonzalez, A. Palau, X. Obradors, E. Miranda, T. Puig, J. Suñe, "Resistive switching in CeO<sub>2</sub>/La<sub>0.8</sub>Sr<sub>0.2</sub>MnO<sub>3</sub> bilayer for non-volatile memory applications", *Microelectronics Engineering*, Vol. 147, 37-40, 2015.
- [Oss90] Ossart F, Meunier G, "Comparison between various hysteresis models and experimental data". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 26, No. 5, 2837-9, 1990.
- [Pan14] Panda D, Tseng TY. "Perovskite oxides as resistive switching memories: A review". *Ferroelectrics*, Vol. 471, No. 1, 23-64, 2014.

- [Par10] Park WY, Kim GH, Seok JY, Kim KM, Song SJ, Lee MH, Hwang CS. "A Pt/TiO<sub>2</sub>/Ti Schottky-type selection diode for alleviating the sneak current in resistance switching memory arrays". *Nanotechnology*, Vol. 21, No. 19, 195201, 2010.
- [Pea20] Pearl R, Reed LJ, "On the rate of growth of the population of United States since 1790 and its mathematical representation". *Proceedings national Academy of Sciences USA*, Vol. 6, No. 6, 275-88, 1920.
- [Pen13] Peng HY, Pu L, Wu JC, Cha D, Hong JH, Lin WN, Li YY, Ding JF, David A, Li K, Wu T. "Effects of electrode material and configuration on the characteristics of planar resistive switching devices". *Applied Physics Letters Materials*, Vol. 1, No. 5, 052106, 2013.
- [Pet15] Petrescu L, Cazacu E, Petrescu C. "Sigmoid functions used in hysteresis phenomenon modeling". *The 9th International Symposium on Advanced Topics in Electrical Engineering*, May 2015, Bucharest, Romania.
- [Pfe02] Pfeiffer HC, Stickel W. "PREVAIL – IBM's e-beam technology for next generation lithography". *Future Fab International*, Vol. 12, 187, 2002.
- [Phi95] Philips DA, Dupré LR, Melkebeek JA. "Comparison of Jiles and Preisach hysteresis models in magnetodynamics". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 31, No. 6, 3551-3, 1995.
- [Pic09] Pickett MD, Strukov DB, Borghetti JL, Yang JJ, Snider GS, Stewart DR, Williams RS. "Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices". *Journal of Applied Physics*, Vol. 106, No. 7, 074508, 2009.
- [Pic13] Pickett MD, Medeiros-Ribeiro G, Williams RS. "A scalable neuristor built with Mott memristors". *Nature materials*, Vol. 12, No. 2, 114-7, 2013.
- [Pic15] Picos R, Roldan JB, Al Chawa MM, Garcia-Fernandez P, Jimenez-Molinos F, Garcia-Moreno E. "Semiempirical modeling of reset transitions in unipolar resistive-switching based memristors". *Radioengineering*, Vol. 24, No. 2, 420-4, 2015.
- [Pou16] Pouyan P, Amat E, Rubio A. "Memristive crossbar memory lifetime evaluation and reconfiguration strategies". *IEEE Transactions on Emerging Topics in Computing*, Vol. PP. No. 99, 1-12, 2016
- [Pra13] Prakash A, Jana D, Maikap S. "TaOx-based resistive switching memories: prospective and challenges". *Nanoscale Research Letters*, Vol. 8, No. 1, 418, 2013.
- [Pra16] Prakash A, Hwang H. "Multilevel cell storage and resistance variability in resistive random access memory". *Physical Sciences Reviews*, Vol. 1, No. 6, 10, 2016.

- [Pre35] Preisach F. "Über die magnetische nachwirkung". *Zeitschrift für Physik*, Vol. 94, No. 5, 277-302, 1935.
- [Qui14] Quinteros C, Zazpe R, Marlasca FG, Golmar F, Casanova F, Stoliar P, Hueso L, Levy P. "HfO<sub>2</sub> based memory devices with rectifying capabilities". *Journal of Applied Physics*, Vol. 115, No.2, 024501, 2014.
- [Rac13] Rachinskii D, Amann A, Brokate M, McCarthy SP. "Cascading effects in the moving preisach model". *American Control Conference (ACC)*, June 2013, Washington, DC, USA.
- [Rak10] Rak A, Cserey G. "Macromodeling of the memristor in SPICE". *IEEE Transactions on Comput-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, Vol. 29, No. 4, 632–6, 2010.
- [Ram13] Ramu AT, Strukov DB. "Thermal modeling of resistive switching devices". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 60, No. 6, 1938–43, 2013.
- [Rib05] Ribes G, Mitard J, Denais M, Bruyere S, Monsieur F, Parthasarathy C, Vincent E, Ghibaudo G. "Review on high-k dielectrics reliability issues". *IEEE Transactions on Device and Materials Reliability*, Vol. 5, No. 1, 5–19, 2005.
- [Ros01] Rossel G, Miejer GI, Brémaud D, Widmer D. "Electrical current distribution across a metal–insulator–metal structure during bistable switching". *Journal of Applied Physics*, Vol. 90, No. 6, 2892–8, 2001.
- [Rud15] Ruderman M. "Computationally efficient formulation of relay operator for Preisach hysteresis modeling". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 51, No.12, 7302004, 2015.
- [Rus09] Russo U, Kamalanathan D, Ielmini D, Lacaíta AL, Kozicki MN. "Study of multilevel programming in Programmable Metallization Cell (PMC) memory". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 56, No. 5, 1040-7, 2009.
- [Sac12] Sacchetto D, De Micheli G, Leblebici Y. "Multiterminal memristive nanowire devices for logic and memory applications: a review". *Proceedings IEEE* Vol. 100, No. 6, 2008–20, 2012.
- [Sam16] Saminathan V, Paramasivam K. "Missing fourth element memristor modeling with new window function derived from sigmoid logistic equation". *International Journal of Advanced Engineering and Technology*, Vol. VII, No. I, 384-6, 2016.
- [San07] Sánchez MJ, Rozenberg MJ, Inoue IH. "A mechanism for unipolar resistance switching in oxide nonvolatile memory devices". *Applied Physics Letters*, Vol. 91, No. 25, 252101, 2007.

- [Sas16] Sassine G, La Barbera S, Najjari N, Minvielle M, Dubourdieu C, Alibart F. "Interfacial versus filamentary resistive switching in TiO<sub>2</sub> and HfO<sub>2</sub> devices". *Journal of Vacuum Science & Technology B*, Vol. 34, No. 1, 012202, 2016.
- [Sat04] Satapathy JK, Das S. "Ber performance improvement of an FNN based equaliser using fuzzy tuned sigmoidal activation function". *International Conference on Signal Processing & Communications (SPCOM)*, 2004.
- [Sau13] Saura X, Lian X, Jiménez D, Miranda E, Borrísé X, Campabadal F, Suñé J. "Field-effect control of breakdown paths in HfO<sub>2</sub> based MIM structures". *Microelectronics Reliability*, Vol. 53, No. 9, 1346–50, 2013.
- [Saw08] Sawa A. "Resistive switching in transition metal oxides". *Materials Today*, Vol. 11, No. 6, 28-36, 2008.
- [Sch07] Schindler C, Thermadam SCP, Waser R, Kozicki MN. "Bipolar and Unipolar Resistive Switching in Cu-Doped SiO<sub>2</sub>". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 54, No. 10, 2762-8, 2007.
- [Sco07] Scott JC, Bozano LD. "Nonvolatile memory elements based on organic materials". *Advanced materials*, Vol. 19, No. 11, 1452-63, 2007.
- [Seo04] Seo S, Lee MJ, Seo DH, Jeoung EJ, Suh DS, Joung YS, Yoo IK, Hwang IR, Kim SH, Byun IS, Kim JS, Choi JS, Park BH, "Reproducible resistance switching in polycrystalline NiO films". *Applied Physics Letters*, Vol. 85, No. 23, 5655-7, 2004.
- [Seo10] Seo M, Kyoung J, Park H, Koo S, Kim HS, Bernien H, Kim BJ, Choe JH, Ahn YH, Kim HT, Park N, Park QH, Ahn K, Kim Ds, "Active terahertz nanoantennas based on VO<sub>2</sub> phase transition". *Nano Letters*, Vol. 10, No. 6, 2064-8, 2010.
- [Sha12] Shang Y, Fei W, Yo H. "Analysis and modeling of internal state variables for dynamic effects of nonvolatile memory devices". *IEEE Transactions on Circuits and Systems I, Regular Paper*, Vol. 59, No. 9, 1906–18, 2012.
- [She11] Sheridan P, Kim K, Gaba S, Ghang T, Chen L, Lu W. "Device and SPICE modeling of RRAM devices". *Nanoscale*, Vol. 3, No. 9, 3833–40, 2011.
- [Shi10] Shin S, Kim K, Kang SM. "Compact models for memristors based on charge–flux constitutive relationships". *IEEE Transactions Comput-Aided Design Integrated Circuits and Systems*, Vol. 29, No. 4, 590–8, 2010.
- [Shk09] Shkabko A, Aguirre MH, Marozau I, Lippert T, Weidenkaff A. "Measurements of current–voltage-induced heating in the Al/SrTiO<sub>3</sub> xNy/Al memristor during electroformation and resistance switching". *Applied Physics Letters*, Vol. 95, No. 15, 152109, 2009.

- [Sil16] Silva A MT, Carabineiro S AC. "Advances in carbon nanostructures". Chapter 3. InTech. October 5th, 2016.
- [Sim63] Simmons J. "Generalized formula for the electric tunnel effect between similar electrodes separated by a thin insulating film". *Journal of Applied Physics*, Vol. 34, No. 6, 1793-803, 1963.
- [Sim67] Simmons J, Verderber R. "New conduction and reversible memory phenomena in thin insulating films". *Proceedings of the Royal Society of London Series a-Mathematical and Physical Sciences*, Vol. 301, No. 1464,77–102, 1967.
- [Sok14] Sokalski KZ, "An approach to modeling and scaling of hysteresis in soft magnetic materials i magnetization curve". arXiv:1409.0583 [cond-mat.mtrl-sci] 2014.
- [Str07] Strukov DB, Likharev KK. "Defect-tolerant architectures for nanoelectronic crossbar memories". *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*, Vol. 7, No. 1, 151-67, 2007.
- [Str08] Strukov DB, Sniden GS, Stewart DR, Williams RS. "The missing memristor found". *Nature*, Vol. 453, No. 7191, 80–3, 2008.
- [Suñ98] Suñé J, Miranda E, Nafria M, Aymerich X. "Point contact conduction at the oxide breakdown of MOS devices". *IEEE Integrated Electronic Devices Meeting* 191–4, 1998.
- [Szo06] Szot K, Speier W, Bihlmayer G, Waser R. "Switching the electrical resistance of individual dislocations in single-crystalline SrTiO<sub>3</sub>". *Nature Materials*, Vol. 5, No. 4, 312–20, 2006.
- [Tak01] Takács J. "A phenomenological mathematical model of hysteresis". *COMPEL*, Vol. 20, No. 4, 1002-14, 2001.
- [Tak03] Takács J. "Mathematics of hysteretic phenomena". Wiley and Sons. New York, 2003.
- [Tak08] Takács J, Kovács G, Varga LK. "Hysteresis reversal". *Physica B*, Vol. 403, No. 13-16, 2293–7, 2008.
- [Tak12] Takács J. "The everett integral and its analytical approximation". *Advanced Magnetic Materials*, Dr. Leszek Malkinski (Ed.), ISBN: 978-953-51-0637-1, InTech. 2012.
- [Tal76] Talukdar SN, Bailey JR. "Hysteresis Models For System Studies". *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vol. PAS-95, No. 4, 1429-34, 1976.



- [Tan12] Tanaka H, Kinoshita K, Yoshihara M, Kishida S. "Correlation between filament distribution and resistive switching properties in resistive random access memory consisting of binary transition-metal oxides". AIP Advanced, Vol. 2 No. 2, 022141, 2012.
- [Tha14] Thanawarithorn R, Aree P. "An extension of takács model for hysteresis loop representation of single-phase transformer". 11th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology (ECTI-CON), 1-5, 2014.
- [Tho06] Thompson SE, Parthasarathy S. "Moore's law: the future of Si microelectronics". Materials Today, Vol. 9, No. 6, 20-5, 2006.
- [Tia14] Tian H, Chen HY, Ren TL, Li C, Xue QT, Mohammad MA, Wu C, Yang Y, Wong HS. "Cost-effective, transfer-free, flexible resistive random access memory using laserscribed reduced graphene oxide patterning technology". Nano Letters, Vol. 14, No. 6, 3214-9, 2014.
- [Tim06] Timsit R S, "Electrical conduction through small contact spots". IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies, Vol. 29, No. 4, 727-34, 2006.
- [Tok05] Tokic A, Madzarevic V, Uglesic I. "Hysteresis model in transient simulation algorithm based on BDF numerical method". IEEE Russia Power Tech, 1-7, 2005.
- [Tou16] Tousignant M, Sirois F, Kedous-Lebouc A. "Identification of the Preisach model parameters using only the major hysteresis loop and the initial magnetization curve". IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC), 2016.
- [Tse11] Tse Guan Tan, Teo J, Anthony P. "A comparison of two sigmoidal-type activation functions in video game controller evolution". IEEE Conference on Sustainable Utilization and Development in Engineering and Technology (STUDENT) The University of Nottingham, Semenyih, Selangor, Malaysia. October 2011.
- [Tsu12] Tsuruoka T, Hasegawa T, Terabe K, Aono M. "Conductance quantization and synaptic behavior in a Ta2O5-based atomic switch". Nanotechnology, Vol. 23, No. 43, 435705, 2012.
- [Tur76] Turner ME, Bradley E, Kirk K, Pruitt K. "A theory of Growth". Mathematical Biosciences, Vol. 29, No. 3-4, 367-73, 1976.
- [Vaj94] Vajda F, Della Torre E. "Identification of parameters on accommodation model". IEEE Transactions on Magnetics, Vol. 30, No. 6, 4371- 3, 1994.
- [Val11] Valov I, Waser R, Jameson JR, Kozicki MN. "Electrochemical metallization memories fundamentals, applications, prospects". Nanotechnology Vol. 22, No. 25, 254003, 2011.

- [Val13] Valov I, Kozicki MN. "Cation-based resistance change memory". *Journal of Physics D-Applied Physics*, Vol. 46, No. 8, 074005, 2013.
- [Val13b] Valov I, "Redox-based resistive switching memories (ReRAMs): electrochemical systems at the atomic scale". *ChemElectroChem* Vol. 1, No. 1, 26–36, 2013.
- [Var08] Varga LK, Kovács G, Takács J. "Modeling the overlapping, simultaneous magnetization processes in ultrasoft nanocrystalline alloys". *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 320, No. 3-4, L26–L29, 2008.
- [Ver38] Verhulst PF. "Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement". *Correspondance, Mathématique et Physique*, Vol. 10, 113-21, 1838.
- [Vil14] Villena MA, González MB, Jiménez-Molinos F, Campabadal F, Roldán JB, Suñé J, Romera E, Miranda E. "Simulation of thermal reset transitions in resistive switching memories including quantum effects". *Journal of Applied Physics*, Vol. 115, No. 21, 214504, 2014.
- [Vis15] Visone C, Zamboni W. "Loop orientation and Preisach modeling in hysteresis systems". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 51, No. 11, 7301404, 2015.
- [Vis88] Visintin A. "Mathematical models of hysteresis". In J.J. Moreau, P.D. Panagiotopoulos, and G. Strang, editors, *Topics in Nonsmooth Mechanics*, chapter VIII, pages 295-326. Birkhauser Verlag. Boston. 1988.
- [Vis90] Visintin A. "A Collection of references on hysteresis". In *Numerical Analysis and Mathematical Modelling*. Volume 24. Pages 321-7. Banach Center Publication. Warsaw. 1990.
- [Vis93] Visintin A, editor. "Models of hysteresis". Number 286 in *Pitman Research Notes in Mathematics Series*. Longman Scientific and Technical. 1993.
- [Vis94] Visintin A. "Differential models of hysteresis". Volume 111 of *Applied Mathematical Sciences (Yellow book)*. Springer-Verlag. New York 1994.
- [Wag12] Wagenaar JJT, Morales-Masis M, Ruitenbeek JM. "Observing ‘‘quantized’’ conductance steps in silver sulfide: two parallel resistive switching mechanisms". *Journal of Applied Physics*, Vol. 111, No. 1, 014302, 2012.

- [Wal11] Walczyk C, Walczyk D, Schroeder T, Bertaud T, Sowinska M, Lukosius M, Fraschke M, Wolansky D, Tillack B, Miranda E, Wenger C. "Impact of temperature on the resistive switching behavior of embedded HfO<sub>2</sub>-based RRAM devices". *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 58, No. 9, 3124–31, 2011.
- [Wan10] Wang FZ, Helian N, Wu S, Lim MG, Guo Y, Parker MA. "Delayed switching in memristors and memristive systems". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 31, No. 7, 755–7, 2010.
- [Was07] Waser R, Aono M. "Nanoionics-based resistive switching memories". *Nature Materials*, Vol. 6, No. 11, 833–40, 2007.
- [Was09] Waser R, Dittmann R, Staikov G, Szot K. "Redox-based resistive switching memories – nanoionic mechanisms, prospects, and challenges". *Advanced Materials*, Vol. 21, No. 25-26, 2632–63, 2009.
- [Win03] Winitzki S. "Uniform Approximations for Transcendental Functions". *International Conference on Computational Science and Its Applications ICCSA: Computational Science and Its Applications* 788-9, 2003.
- [Win09] Windarko NA, Choi J. "Hysteresis modeling for estimation of state-of-charge in NiMH Battery based on improved takacs model". *INTELEC - 31st International Telecommunications Energy Conference*, 1-6, 2009.
- [Wlo06] Wlodarski Z, Wlodarska J, Brykalski A. "Experimental verification of hysteresis models". *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 372, No. 1-2, 160–3, 2006.
- [Wlo06b] Wlodarski Z. "Extraction of hysteresis loops from main magnetization curves". *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, Vol. 308, No. 1, 15–9, 2007.
- [Won12] Wong HSP, Lee HY, Yu S, Chen YS, Wu Y, Chen PS, Lee B, Chen FT, Tsai MJ, "Metal-oxide RRAM". *Proceedings of the IEEE*, Vol. 100, No. 6, 1951–70, 2012.
- [Won15] Wong HSP, Salahuddin S. "Memory leads the way to better computing. *Nature Nanotechnology*". Vol. 10, No. 3, 191–4, 2015.
- [Wou15] Wouters DJ, "Resistive memories (RRAM) - principles & technology". *Workshop on Memristive systems for Space applications ESTEC*, Noordwijk, NL, 2015.
- [Wu10] Wu CS, Makiuchi Y, Chen CD, In: Wang M, editors. "Lithography. High-energy electron beam lithography for nanoscale fabrication". *Croatia: InTech*; 2010.

- [Wu11] Wu X, Li K, Raghavan N, Michel Bosman, Wang QX, Cha D, Zhang XX, Pey KL. "Uncorrelated multiple conductive filament nucleation and rupture in ultra-thin high-K dielectric based resistive random access memory". *Applied Physics Letters*, Vol. 99, No. 9, 093502, 2011.
- [Wu16] Wu Q, Claramunt S, Porti M, Nafria M, Aymerich X. "Evaluation of ultra-thin structures composed of graphene and high-k dielectrics for resistive switching memory applications". *International Journal of Nanotechnology*, Vol. 13, No. 8-9, 634-41, 2016.
- [Yak11] Yakopcic C, Taha TM, Subramanyam G, Pino RE, Rogers S. "A memristor device model". *IEEE Electron Device Letters*, Vol. 32, No. 10, 1436–8, 2011.
- [Yan08] Yang JJ, Pickett MD, Li X, Ohlberg DAA, Stewart DR, Williams RS. "Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices". *Nature Nanotechnology*, Vol. 3, No. 7, 429–33. 2008.
- [Yan09] Yang JJ, Miao F, Pickett MD, Ohlberg DAA, Stewart DR, Lau CN, Williams RS. "The mechanism of electroforming of metal oxide memristive switches". *Nanotechnology*, Vol. 20, No.21, 215201, 2009.
- [Yan09b] Yang YC, Pan F, Liu Q, Liu M, Zeng F. "Fully room-temperature-fabricated nonvolatile resistive memory for ultrafast and high-density memory application". *Nano Letters*, Vol. 9, No. 4, 1636–43, 2009.
- [Yan09c] Yang JJ, Borghetti J, Murphy D, Stewart DR, Williams RS. "A family of electronically reconfigurable nanodevices". *Advanced Materials*, Vol. 21, No. 37, 3754–8, 2009.
- [Yan10] Yang JJ, Zhang MX, Strachan JP, Miao F, Pickett MD, Kelley RD, Medeiros-Ribeiro G, Williams RS. "High switching endurance in TaOx memristive devices". *Applied Physics Letters*, Vol. 97, No. 23, 232102, 2010.
- [Yan12] Yang JJ, Strukov DB, Stewart DR. "Memristive devices for computing". *Nature Nanotechnology*. Vol. 8, No. 1, 13–24, 2012.
- [Yan12b] Yang JJ, Zhang MX, Pickett MD, Miao F, Strachan JP, Li WD, Yi W, Ohlberg DAA, Choi BJ, Wu W, Nickel JH, Medeiros-Ribeiro G, Williams RS. "Engineering nonlinearity into memristors for passive crossbar applications". *Applied Physics Letters*, Vol. 100, No. 11, 113501, 2012.
- [Yan13] Yang JJ, Strukov DB, Stewart DR. "Memristive devices for computing". *Nature Nanotechnology*, Vol. 8, No. 1, 13-24, 2013.
- [Yao12] Yao J, Zhong L, Natelson D, Tour JM. "In situ imaging of the conducting filament in a silicon oxide resistive switch". *Scientific reports*, Vol. 2, No. 242, 2012.

- [Yi11] Yi W, Perner F, Qureshi M, Abdalla H, Pickett MD, Yang JJ, Zhang MXM, Medeiros-Ribeiro G, Williams RS. "Feedback write scheme for memristive switching devices". *Applied Physics A*, Vol. 102, No. 4, 973–82, 2011.
- [Yu11] Yu S, Wu Y, Wong HSP. "Investigating the switching dynamics and multilevel capability of bipolar metal oxide resistive switching memory". *Applied Physics Letters* Vol. 98, 103514, 2011.
- [Yu11b] Yu S, Wong HSP. "Compact modeling of conducting-bridge random-access memory (CBRAM)." *IEEE Transactions on Electron Devices*, Vol. 58, No. 5, 1352–60, 2011.
- [Zhi11] Zhirnov VV, Meade R, Cavin RK, Sandhu G. "Scaling limits of resistive memories". *Nanotechnology*, Vol. 22, No. 25, 254027, 2011.
- [Zhu02] Zhuang WW, Pan W, Ulrich BD, Lee JJ, Stecker L, Burmaster A, Evans DR, Hsu ST, Tajiri M, Shimaoka A, Inoue K, Naka T, Awaya N, Sakiyama K, Wang Y, Liu SQ, Wu NJ, Ignatiev A. "Novell colossal magnetoresistive thin film nonvolatile resistance random access memory (RRAM)". *IEEE International Electron Devices Meeting*, December 2002, Technical Digest 193-8.
- [Zhu10] Zhuge F, Dai W, He C, Wang A, Liu Y, Li M, Wu YH, Cui P, Li RW. "Nonvolatile resistive switching memory based on amorphous carbon". *Applied Physics Letters*, Vol. 96, No. 16, 163505, 2010.
- [Zhu12] Zhu XJ, Su W, Liu Y, Hu B, Pan L, Lu W, Zhang J, Li RW. "Observation of conductance quantization in oxide-based resistive switching memory". *Advanced Materials*, Vol. 24, No. 29, 3941–6, 2012.
- [Zhu94] Zhu JG. Thesis: "Numerical modelling of magnetic materials for computer aided design of electromagnetic devices". University of Technology, Sydney, 1994.
- [Zir95] Zirka SE, Moroz YI. "Hysteresis modeling based on transplanted". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 31, No. 6, 3509-11, 1995.
- [Zir99] Zirka SE, Moroz YI. "Hysteresis modeling based on similarity". *IEEE Transactions on Magnetics*, Vol. 35, No. 4, 2090-6, 1999.

## **Publicaciones**



# Modeling of the Hysteretic $I$ - $V$ Characteristics of $\text{TiO}_2$ -Based Resistive Switches Using the Generalized Diode Equation

Juli Blasco, Nestor Ghenzi, Jordi Suñé, *Fellow, IEEE*, Pablo Levy, and Enrique Miranda, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—An equivalent circuit representation for the conduction characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based resistive switches based on the generalized diode equation is reported. The proposed model consists of two antiparallel diodes with series and parallel resistances representing the filamentary current pathway spanning the oxide layer and the possible parasitic conduction effects. The model accounts for the pulse-induced hysteretic behavior exhibited by the  $I$ - $V$  characteristic after electroforming. Three different approaches, each one of them with increased complexity, are assessed: 1) constant; 2) nanowire-like; and 3) sigmoidal diode amplitude. In all cases, the logarithmic conductance of the diodes is modeled using a logistic-type threshold function.

**Index Terms**—Resistive switching, MIM,  $\text{TiO}_2$ .

## I. INTRODUCTION

**D**ESPITE the major technological advances achieved in the last years in the fabrication of metal-insulator-metal (MIM) information storage cells for nonvolatile memory devices [1], a simple and flexible analytic model able to represent the wide variety of quasi-static current-voltage ( $I$ - $V$ ) characteristics exhibited by resistive switching (RS) devices is still lacking. On the other hand, several models have been proposed to account for the switching dynamics using physics- and/or circuit-based approaches [2]–[8]. Physically, the RS effect in MIM devices has been ascribed to the alternate formation (low resistance state, LRS) and dissolution (high resistance state, HRS) of a filamentary current path spanning the oxide film following a redox process [1]. The filament is initiated by the so-called electroforming process, which is statistically consistent with the percolation theory of oxide breakdown [9]. Interestingly, no clear dependence of both LRS and HRS on the dielectric thickness has been found yet, which is an indication that the current is presumably driven by the narrowest section of the filament regardless of its specific location (bulk or interface). This limitation for the electron

Manuscript received December 6, 2013; accepted December 27, 2013. Date of publication February 3, 2014; date of current version February 20, 2014. This work was supported in part by the Ministry of Science and Innovation under Grant TEC2012-32305 and in part by the DURSI of the Generalitat de Catalunya, Spain, under Grant 2009SGR783. The work of P. Levy was supported in part by the PIP under Grant 20080047 “MeMO,” in part by MeMOSat Project, and in part by CONICET. The review of this letter was arranged by Editor T. Wang.

J. Blasco, J. Suñé, and E. A. Miranda are with the Departament d'Enginyeria Electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona 08193, Spain (e-mail: enrique.miranda@uab.cat).

N. Ghenzi and P. Levy are with the Gerencia de Investigación y Aplicaciones, Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires 1872, Argentina.

Color versions of one or more of the figures in this letter are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/LED.2014.2297992

0741-3106 © 2014 IEEE. Personal use is permitted, but republication/redistribution requires IEEE permission.

See [http://www.ieee.org/publications\\_standards/publications/rights/index.html](http://www.ieee.org/publications_standards/publications/rights/index.html) for more information.

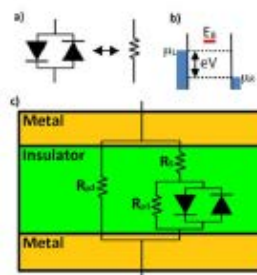


Fig. 1. (a) Szot's model for the RS mechanism [15]. The two antiparallel diodes and the resistance represent the HRS and LRS states, respectively. (b) Schematic of the potential barrier with height  $E_B$  sandwiched between metal electrodes with electrochemical potentials  $\mu_1$  and  $\mu_2$ . (c) Equivalent electrical circuit model including series ( $R_S$ ) and parallel ( $R_{P1}$  and  $R_{P2}$ ) resistances.

flux is often modeled by a material [7], [8], [10]–[12] or virtual [13], [14] potential barrier. In this letter, we modeled the  $I$ - $V$  characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based MIM resistive switches using an extension of Szot's equivalent electrical circuit for the HRS  $\leftrightarrow$  LRS transition [15] [see Fig. 1(a)]. Starting out from the generalized diode equation [16], three different approaches for the hysteretic  $I$ - $V$  curves are assessed. The connection with the physics of filamentary conduction is also discussed.

## II. EXPERIMENTAL DETAIL

The RS effect in crossbar patterned  $\text{Al}(50 \text{ nm})/\text{TiO}_2(50 \text{ nm})/\text{Au}(50 \text{ nm})$  structures was investigated.  $\text{TiO}_2$  films were grown by reactive sputtering with a pressure of 20 mTorr and a power of 150 W at room temperature. The bottom (BE) and top (TE) electrodes were deposited by the thermal evaporation method. All the measurements were performed with BE grounded. Three devices with area  $100 \mu\text{m}^2$  were electroformed (approx.  $-11 \text{ V}$ ) with current compliances  $I_{CC}$  of 50, 100, and  $150 \mu\text{A}$ . After electroforming the devices exhibited bipolar RS as shown in Fig. 2(a). The RS pulsed  $I$ - $V$  characteristics were obtained following a two-step process. First, voltage ramps consisting of pulses (4 ms duration) of increasing/decreasing amplitude with step 25 mV, were applied and the current measured. A time interval of 1 s in between pulses was considered in order to minimize the effects of Joule heating of previous pulses [17]. Second, the remnant two terminal resistance was measured in between the pulses by means of a non disturbing constant voltage at 0.1 V. Fig. 2(b) illustrates the resistance hysteresis switching loop for different compliance values.



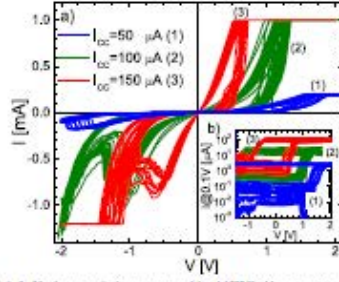


Fig. 2. (a)  $I$ - $V$  characteristics measured in  $\text{AlTiO}_2/\text{Au}$  structures after electroforming with different current compliances  $I_{CC}$ . (b) Resistance hysteresis switching loops associated with the curves shown in (a). Current compliances are used to limit the degradation of the device.

### III. MODEL DESCRIPTION AND FITTING RESULT

According to quantum theory, the current that flows through a nanojunction characterized by a tunneling barrier or subband structure of height  $E_B$  can be approximated by the expression [18]:

$$I = I_{L \rightarrow R} - I_{R \rightarrow L} \approx A \left\{ \exp[-\gamma(E_B - \mu_L)] - \exp[-\gamma(E_B - \mu_R)] \right\} \quad (1)$$

where  $A$  and  $\gamma$  are constants that depend on the particular features of the barrier shape and injection mechanism considered [19].  $\mu_L$  and  $\mu_R$  are the electrochemical potentials at the left and right reservoirs of the junction, respectively [see Fig. 1(b)]. Under the application of a positive bias  $V > 0$ ,  $\mu_L - \mu_R = eV$  so that (1) can be rewritten as:

$$I(V) \approx I_0 [\exp(\beta V) - 1] \quad (2)$$

which is formally equivalent to the ideal diode equation.  $I_0 = A \exp(-\beta\Phi)$  is referred to as the diode amplitude.  $\Phi$  is the barrier height with respect to  $\mu_R$ ,  $e$  the electron charge and  $\beta \approx d \ln(I)/dV$  the logarithmic conductance of the diode, *i.e.* the slope of the  $I$ - $V$  curve in log-linear axes. For  $V < 0$  a similar equation, with the appropriate signs, holds. As pointed out in [18], for  $\beta \ll 1$ ,  $I(V) \approx A\beta V$ , thus the potential barrier is associated with a resistance  $(A\beta)^{-1}$ . This is consistent with the diode-resistor transition depicted in Fig. 1(a), but at variance with the magnitude of  $I$  expected in either case. Notice that for  $E_B < \mu_L$ , the barrier vanishes for part of the electron injection window which can, in principle, accommodate a linear  $I$ - $V$  characteristic with the right magnitude. In this regard, the barrier height modulation is the physical mechanism behind the quantum point-contact (QPC) model for RS devices [13]. In order to extend Szot's approach for RS [15] to other material systems than the one considered here, for the sake of generality, series ( $R_S$ ) and parallel resistances ( $R_{P1}$ ,  $R_{P2}$ ) are included in the circuit model. Physically,  $R_S$  may represent a remnant local potential barrier, while  $R_{P1}$  and  $R_{P2}$  may represent localized and area distributed parallel leakage current pathways, respectively [10], [11].

From (2) and Fig. 1(c), the corresponding equation reads:

$$I(V) = I_0 \left\{ \exp[\beta(V(1 + R_S G_{P2}) - IR_S)] - 1 \right\} - I_0 \left\{ \exp[-\beta(V(1 + R_S G_{P2}) + IR_S)] - 1 \right\} + (V - IR_S)G_{P1} + VG_{P2}(1 + R_S G_{P1}) \quad (3)$$

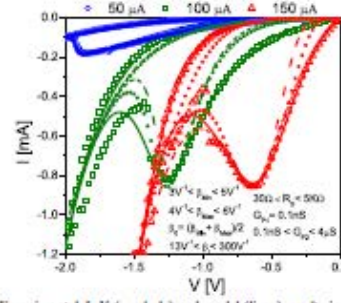


Fig. 3. Experimental  $I$ - $V$  (symbols) and model (lines) results in the negative bias region for the three compliances investigated. Dotted, dashed and solid lines correspond to approaches a), b) and c), respectively.

where  $G_{P1} = 1/R_{P1}$  and  $G_{P2} = 1/R_{P2}$ . Assuming that each diode is active at a time, (3) can be solved using the Lambert- $W$  function as [16]:

$$I(V) = \text{sgn}(V) \left\{ (\beta R_S)^{-1} W \left[ \beta I_0 R_S \kappa \exp(\beta \kappa (|V| + I_0 R_S)) \right] + \kappa (|V| G_{P1} - I_0) - |V| G_{P2} \right\} \quad (4)$$

where  $\kappa = (1 + G_{P1} R_S)^{-1}$ ,  $\text{sgn}$  is the sign function and  $|x|$  is the absolute value of  $x$ . In this letter, the logarithmic conductance of the diodes is modeled using the threshold function:

$$\beta(V) = \beta_{Min} + \frac{\beta_{Max} - \beta_{Min}}{1 + \left( \frac{\beta_{Max} - \beta_0}{\beta_0 - \beta_{Min}} \right) \exp[-\beta_r V_\phi]} \quad (5)$$

which provides a continuous transition  $\beta_{Min} \leftrightarrow \beta_{Max}$  during the application of the voltage sweep [20].  $\beta_{Min}$ ,  $\beta_{Max}$ ,  $\beta_r$ , and  $\beta_{Min} < \beta_0 < \beta_{Max}$  are the maximum, minimum, switching rate, and initial value of  $\beta$ , respectively.  $V_\phi$  is the applied voltage with an additional phase shift. This parameter determines the set and reset voltages at which the transition HRS  $\leftrightarrow$  LRS takes place. Since  $\beta = \beta(V)$ , notice that (4) is strictly valid for the steady values  $\beta = \beta_{Min}$  and  $\beta = \beta_{Max}$ . In what follows, three particular approaches for the diode amplitude are assessed.

#### A. Constant Amplitude (Dotted Line in Fig. 3)

For  $I_0$  constant, (3) can be expressed as:

$$I(V) = 2I_0 \sinh[\beta(V(1 + R_S G_{P2}) - IR_S)] + (V - IR_S)G_{P1} + VG_{P2}(1 + R_S G_{P1}) \quad (6)$$

which corresponds to the models reported in [21] and [22] with  $R_S = 0$  and  $R_{P1} = R_{P2} = \infty$ . Since there is no relationship between  $I_0$  and  $\beta$ , in general, it is hard to capture the behavior of the LRS and HRS  $I$ - $V$  curves in the whole bias range. However, this approach is useful for modeling the transition between two nonlinear  $I$ - $V$  curves that are not too far apart. As shown in Fig. 3, the deviation from the experimental data can be significant if one attempts to reproduce the negative differential resistance region accurately. The deviations can be compensated in part using the series and shunt resistances.

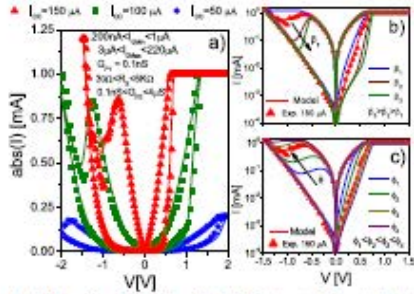


Fig. 4. (a) Experimental and theoretical  $I$ - $V$  characteristics calculated using approach (c) for three current compliances. (b) Effect of the transition rate  $\beta$  on the  $I$ - $V$  curves. (c) Effect of the phase shift  $\phi$  on the  $I$ - $V$  curves.

#### B. Quantum-Wire Amplitude (Dashed Line in Fig. 3)

Alternatively, (6) can be expressed as:

$$I(V) = 2I_m \frac{\exp(-\beta\Omega)}{\beta} \frac{\sinh[\beta(V(1+R_S G_{P2}) - IR_S)]}{(V - IR_S)G_{P1} + V G_{P2}(1 + R_S G_{P1})} \quad (7)$$

so that  $I_0 = I_m \exp[-\beta\Omega]/\beta$  in (4).  $I_m$  and  $\Omega$  are fitting constants. (7) closely resembles the expression for the current given by the QPC model in the soft-breakdown mode [20]. Notice also that (7) is similar to (2) and to the gap modulation model of Guan *et al.* [8] except for the factor  $\beta$  in the denominator of  $I_0$ . Moreover, for  $\Omega = 0$ , the expression for the RS  $I$ - $V$  characteristics in solid electrolytes is obtained [23]. Now,  $\beta$  and  $I_0$  are correlated: a lower logarithmic conductance is associated with larger diode amplitude. In the limit  $\beta \rightarrow 0$  (LRS), (7) yields a linear  $I$ - $V$  independent of  $\beta$  and  $\Omega$ , key parameters for setting both the HRS current magnitude and its slope. This approach is suitable for modeling the transition between exponential (HRS) and linear (LRS)  $I$ - $V$  curves.

#### C. Sigmoidal Amplitude (Solid Lines in Figs. 3 and 4)

In this case  $I_0$  in (4) is driven by an expression similar to (5) but with parameters  $I_{0\max}$ ,  $I_{0\min}$ ,  $I_{0r}$ , and  $I_{0m} < I_0 < I_{0\max}$ . This is a physically unrestricted approach. Since the number of parameters increases significantly this approach provides the best fitting results in the whole bias range for the three current compliances considered in this letter [see Fig. 4(a)]. As illustrated in Fig. 4(b) and (c), the model nicely fits the  $I$ - $V$  characteristics in log-linear axis as well. Notice the effect of  $\beta_r$  and  $\phi$  on the model curves. When  $I_0$  and  $\beta$  are in phase, the model can deal with the switching between two exponential  $I$ - $V$  curves. However, if the sigmoidals are in counterphase, the model can represent the switching between an exponential and a linear  $I$ - $V$ .

#### IV. CONCLUSION

An equivalent circuit for the hysteretic  $I$ - $V$  characteristics of TiO<sub>2</sub>-based MIM structures after electroforming was presented. The model extends Szot's circuitual description for RS, incorporating series and parallel resistances and a threshold function to account for the transition between the high and low resistance states. This basic approach can

be further extended by including memory effects, aging effects, stochasticity, etc., on the model parameters as well as physics-based switching rules for the threshold function.

#### REFERENCES

- [1] R. Waser, R. Dittmann, G. Staikov, *et al.*, "Redox-based resistive switching memories—Nanionic mechanisms, prospects, and challenges," *Adv. Mater.*, vol. 21, nos. 25–26, pp. 2632–2663, Jul. 2009.
- [2] D. Jeong, H. Schroeder, and R. Waser, "Mechanism for bipolar switching in a Pt/TiO<sub>2</sub>/Pt resistive switching cell," *Phys. Rev. B*, vol. 79, no. 19, pp. 195317-1–195317-10, May 2009.
- [3] H. Gao, J. Kang, Y. Chen, *et al.*, "Oxide-based RRAM: Unified microscopic principle for both unipolar and bipolar switching," in *Proc. IEEE IEDM*, Dec. 2011, pp. 417–420.
- [4] R. Degraeve, A. Fantini, S. Klima, *et al.*, "Dynamic 'hour glass' model for SET and RESET in HfO<sub>2</sub> RRAM," in *Proc. Symp. VLSI Technol.*, Jun. 2012, pp. 75–76.
- [5] Z. Birolek, D. Birolek, and V. Holikova, "SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift," *Radioengineering*, vol. 18, no. 2, pp. 210–214, 2009.
- [6] D. Ielmini, "Modeling the universal set/reset characteristics of bipolar RRAM by field- and temperature-driven filament growth," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. 58, no. 12, pp. 4309–4317, Dec. 2011.
- [7] S. Menzel, U. Botzger, and R. Waser, "Simulation of multilevel switching in electrochemical metallization memory cells," *J. Appl. Phys.*, vol. 111, no. 1, pp. 014501-1–014501-5, Jan. 2012.
- [8] X. Guan, S. Yu, and H.-S. P. Wong, "A SPICE compact model of metal oxide resistive switching memory with variations," *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 33, no. 10, pp. 1405–1407, Oct. 2012.
- [9] S. Long, C. Cagli, D. Ielmini, *et al.*, "Analysis and modeling of resistive switching statistics," *J. Appl. Phys.*, vol. 111, no. 7, pp. 074508-1–074508-19, Apr. 2012.
- [10] J. Borgatti, D. B. Strukov, M. D. Pickett, *et al.*, "Electrical transport and thermometry of electroformed titanium dioxide memristive switches," *J. Appl. Phys.*, vol. 106, no. 12, pp. 124504-1–124504-5, Dec. 2009.
- [11] W. Yi, F. Perner, M. Qureshi, *et al.*, "Feedback write scheme for memristive switching devices," *Appl. Phys. A*, vol. 102, no. 4, pp. 973–982, Mar. 2011.
- [12] J. Hur, M. Lee, C. Lee, *et al.*, "Modeling for bipolar resistive memory switching in transition-metal oxides," *Phys. Rev. B*, vol. 82, no. 15, pp. 155321-1–155321-5, Oct. 2010.
- [13] E. Miranda, C. Wakrzyk, C. Wenger, *et al.*, "Model for the resistive switching effect in HfO<sub>2</sub> MIM structures based on the transmission properties of narrow constrictions," *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 31, no. 6, pp. 609–611, Jun. 2010.
- [14] V. Zhirnov, R. Meade, R. K. Cavin, *et al.*, "Scaling limits of resistive memories," *Nanotechnology*, vol. 22, no. 25, pp. 254027–254048, Jun. 2011.
- [15] K. Szot, W. Speier, G. Bihlmayer, *et al.*, "Switching the electrical resistance of individual dislocations in single-crystalline SrTiO<sub>3</sub>," *Nature Mater.*, vol. 5, pp. 312–320, Mar. 2006.
- [16] A. Ortiz-Conde, F. Garcia-Sánchez, and J. Muci, "Exact analytical solutions of forward non-ideal diode equation with series and shunt parasitic resistances," *Solid-State Electron.*, vol. 44, no. 10, pp. 1861–1864, Jan. 2000.
- [17] N. Ghenzi, M. Sánchez, and P. Levy, "A compact model for binary oxides-based memristive interfaces," *J. Phys. D: Appl. Phys.*, vol. 46, no. 41, pp. 415101-1–415101-3, Oct. 2013.
- [18] D. Segal and A. Nitzan, "Heating in current carrying molecular junctions," *J. Chem. Phys.*, vol. 117, pp. 3915–3927, Aug. 2002.
- [19] D. K. Ferry, S. M. Goodnick, and J. Bird, *Transport in Nanostructures*, 2nd ed. Cambridge, U.K.: Cambridge Univ. Press, 2009.
- [20] E. Miranda, D. Jiménez, and J. Šušć, "The quantum point-contact memristor," *IEEE Electron Device Lett.*, vol. 33, no. 10, pp. 1474–1476, Oct. 2012.
- [21] J. Simmons and R. Verderber, "New conduction and reversible memory phenomena in thin insulating films," *Proc. R. Soc. London Ser. A, Math. Phys. Sci.*, vol. 301, no. 1464, pp. 77–102, Oct. 1967.
- [22] C. Rossel, G. I. Meijer, D. Bremaud, *et al.*, "Electrical current distribution across a metal-insulator-metal structure during bistable switching," *J. Appl. Phys.*, vol. 90, no. 6, pp. 2892–2898, Sep. 2001.
- [23] M. Morales-Masis, H.-D. Wiemhofer, and J. M. van Ruitenbeek, "Towards a quantitative description of solid electrolyte conductance switches," *Nanoscale*, vol. 2, no. 10, pp. 2275–2280, Aug. 2010.





Contents lists available at ScienceDirect

Microelectronics Reliability

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/microrel](http://www.elsevier.com/locate/microrel)



## Single-parameter model for the post-breakdown conduction characteristics of HoTiO<sub>x</sub>-based MIM capacitors



J. Blasco<sup>a</sup>, H. Castán<sup>b</sup>, H. García<sup>b</sup>, S. Dueñas<sup>b</sup>, J. Suñé<sup>a</sup>, M. Kemell<sup>c</sup>, K. Kukli<sup>c</sup>, M. Ritala<sup>c</sup>, M. Leskelä<sup>c</sup>, E. Miranda<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> *Departament d'Enginyeria Electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, Cerdanyola del Vallès, Spain*

<sup>b</sup> *Departamento de Electricidad y Electrónica, Universidad de Valladolid, Valladolid, Spain*

<sup>c</sup> *Department of Chemistry, University of Helsinki, Helsinki, Finland*

### ARTICLE INFO

*Article history:*  
Received 28 June 2014  
Accepted 8 July 2014  
Available online 6 August 2014

*Keywords:*  
Breakdown  
Reliability  
High-κ  
Resistive switching

### ABSTRACT

The post-breakdown conduction characteristics of holmium titanium oxide (HoTiO<sub>x</sub>)-based metal-insulator-metal capacitors fabricated by the atomic layer deposition technique on Si substrates were investigated. Diode-like and power-law models were fitted to the experimental current-voltage (*I-V*) curves and the results assessed with the aim of detecting any possible correlation among the model parameters. It was found that the number of parameters involved can be reduced in both cases and that for the power-law model a single parameter is solely required to approximate the *I-V* curves in a wide current range (from 10<sup>-11</sup> to 10<sup>-4</sup> A). This property, which has also been observed in a variety of material systems, was used to simulate the bipolar switching behavior exhibited by the *I-V* characteristics. The connection with the physics of electron transport through atom-sized constrictions is discussed.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

The advent of alternative high-permittivity (high-κ) oxide films as gate insulators in metal-insulator-semiconductor (MIS) and in metal-insulator-metal (MIM) structures has opened up the possibility of investigating in detail the electron transport mechanism occurring after the dielectric breakdown (BD) in a wide variety of material systems. A number of studies carried out along the last decades both in SiO<sub>2</sub> and high-κ films have contributed to the basic understanding of this issue but there are still many aspects that would be worth investigating in a larger extent [1]. One of these aspects is the specific link between the properties of the virgin high-κ material and its post-BD conduction characteristic. Alternatively, the question can be posed in a different way: given that the phenomenology associated with dielectric BD is in a broad sense always the same, is it possible to identify any common feature of post-BD conduction in thin oxide films? It is generally accepted that the dielectric BD consists in the local accumulation of defects generated by some kind of applied stress (electrical, irradiation, etc.) and the consequent formation of a filamentary path spanning the oxide layer. The appearance of this path is consistent with the percolation theory [2] and has been microscopically related to the formation of a chain of defects between the electrodes or to

the migration of metal atoms removed from the capacitor plates [3,4]. In addition, depending on the magnitude of the localized leakage current, the BD event is often referred to as a soft (SBD) or hard (HBD) breakdown. While the distinction between SBD and HBD does not follow strict criteria, SBD has been reported to be well-described by an exponential or a power-law dependence with the applied voltage whereas HBD has been largely associated with ohmic-like behavior [1]. One important phenomenon that is strongly connected with oxide BD is the resistive switching (RS) effect, i.e. the reversible formation and dissolution of the filamentary path by means of the application of electrical stimuli [5]. Although the switching effect has been ascribed to the movement of oxygen vacancies, the nature of the electron transport along the filaments is still a controversial issue. It is worth mentioning that RS is the mechanism behind the operating principle of ReRAM devices, which are believed to revolutionize the memory market in a near future [6].

In this work, we have focused the attention on the post-BD current-voltage (*I-V*) characteristics of holmium titanium oxide (HoTiO<sub>x</sub>)-based MIM capacitors. We have chosen to investigate HoTiO<sub>x</sub> because this material combines a high permittivity metal oxide (TiO<sub>2</sub>: κ ≈ 80–86, ΔE<sub>C</sub> ≈ 0 eV) with a large conduction band-offset oxide (Ho<sub>2</sub>O<sub>3</sub>: κ ≈ 13, ΔE<sub>C</sub> ≈ 2 eV with Si), key parameters for the operation of advanced MOSFET devices [7]. The structures were electrical stressed so as to generate post-BD currents of

\* Corresponding author.

increasing magnitude and the resulting  $I$ - $V$  characteristics were analyzed using two well-known transport models: diode-like and power-law [1]. The correlation among the model parameters was investigated in each case with the aim of detecting overparametrization. Although several reports have demonstrated the localized nature of electron transport after BD through one or more conduction channels, a systematic comparison of the filament conduction properties in different structures or material systems is still missing. This paper attempts to contribute in this direction by presenting new experimental data from an alternative high- $\kappa$  dielectric such as  $\text{HoTiO}_3$  and by retrieving already published post-BD data obtained by several research groups along the last fifteen years.

## 2. The samples

The devices investigated in this paper were fabricated by the atomic layer deposition (ALD) technique. The dielectric growth sequence over the TiN electrode deposited on the p-type Si (100) substrate is  $10 \times [25 \times \text{TiO}_2 + 75 \times \text{Ho}_2\text{O}_3] + 25 \times \text{TiO}_2$ . Titanium tetra-isopropoxide (TIP), holmium beta-diketonate and ozone were used as precursors. Annealing temperature was 600 °C for 30 min in  $\text{N}_2$ . The oxide thickness obtained by the energy dispersive X-ray (20 keV) spectrometer method is 18.7 nm. For a complete description of the material properties and fabrication process see Ref. [8]. For the  $I$ - $V$  measurements, the voltage was applied to the top electrode with the substrate grounded. The devices were alternately subjected to positive and negative voltage sweeps with the same maximum voltages or with increasing voltages. No specific rule was applied. Zero-crossing bipolar RS is observed in some of the  $I$ - $V$  curves.

## 3. Model equations and fitting results

In this paper, two models for the post-BD conduction characteristics in  $\text{HoTiO}_3$  are considered: diode-like and power-law. In the first case, the  $I$ - $V$  curve is expressed by the following implicit equation:

$$I = I_0 \{ \exp[\alpha(|V| - IR)] - 1 \} \quad (1)$$

where  $I_0 > 0$  represents the diode saturation current,  $\alpha > 0$  a constant, and  $R \geq 0$  a series resistance.  $|V|$  is the absolute value of  $V$ . The diode-like model has been attributed to Schottky, tunneling, and quantum point-contact (QPC) conduction [19–11]. In the case of Schottky and tunneling conduction, expression (1) has been associated with the formation of a material potential barrier while in the QPC model the potential barrier corresponds to the first quantized subband within the constriction. In this latest approach,  $\alpha$  and  $I_0$  are related to the longitudinal shape and cross-section area of the constriction, respectively.  $R$  is often ascribed to the resistance of part of the filamentary path or to a potential drop occurring outside the region of interest (contact resistances). The solution of Eq. (1) is given by:

$$I = (\alpha R)^{-1} W[\alpha I_0 R \exp[\alpha(|V| + I_0 R)]] - I_0 \quad (2)$$

where  $W$  is the Lambert function [12], i.e. the solution of the transcendental equation  $w \exp(w) = x$ . Expression (2) has been recently used to model the RS effect in  $\text{TiO}_2$ -based MIM capacitors [13]. Fig. 1 shows fitting results using Eq. (2). For comparison, the experimental and simulation results are plotted in three different ways: Fig. 1a in log-linear axis, Fig. 1b in linear-linear axis and Fig. 1c in log-log axis. The model parameter values are analyzed in the following section. The agreement is excellent in all kind of plots except at the highest current levels for  $V > 0$  because of the limited electron injection from the inverted p-type Si substrate. This is clearly seen in Fig. 1b as a reduction in the slope of the HBD  $I$ - $V$  curves. Notice

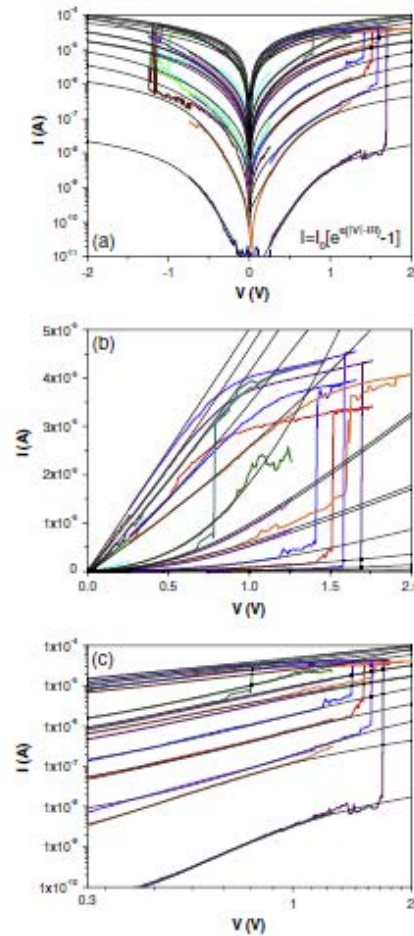


Fig. 1. Experimental (thick solid lines) and fitting (thin solid lines) results using the diode-like model for post-BD conduction in  $\text{HoTiO}_3$ . (a) Data in log-linear axis, (b) data in linear-linear axis, and (c) data in log-log axis. Positive and negative voltage sweeps were applied in order to induce progressive damage to the structures. Some of the curves exhibit RS.

also that the transition voltages (set voltages) from the high resistance state (SBD) to the low resistance state (HBD) decrease for increasing current levels. This is consistent with a power-driven transition rather than with a voltage-induced transition.

In the second case, the  $I$ - $V$  characteristic is expressed by the simple relationship:

$$I = a|V|^b \quad (3)$$

where  $a > 0$  and  $b \geq 1$  are constants. Expression (3) has been extensively used for modeling the SBD current in MIS capacitors [14–18]. The power-law model is often ascribed to space charge limited conduction (SCLC) to electron transport in a network of conductors,

and to inelastic quantum tunneling [1,19–22]. More specifically,  $a$  and  $b$  have been linked to the percolation theory of nonlinear conductor networks with a distribution of percolation thresholds. The inelastic tunneling model proposes that the conducting sites along the breakdown path behave as isolated islands embedded in the oxide layer forming a sort of multijunction system. In this case, the parameter  $b$  is related to the number of junctions in series. Fitting results using expression (3) are illustrated in Fig. 2. Again, three kinds of plots are considered and the agreement between the experimental and simulated curves is as good as with the previous approach. No significant difference between both models is detected within the investigated voltage range ( $-1.25 \text{ V} < V < 1.75 \text{ V}$ ). For larger biases the deviation between both models

becomes notable because the current is dominated by the series resistance effect.

**4 Discussion and conclusions**

With the aim of simplifying the model treatments and detecting overparametrization, the possible correlations among the model parameters were investigated. The analyzed data were taken from the fitting results shown in Figs. 1 and 2. First, Fig. 3 illustrates the correlations for the diode-like model parameters. Notice that the strongest correlation occurs for the dataset  $R$  vs.  $I_0$  (see Fig. 3a). This indicates that  $R$  is not an external artefact but it is an inherent

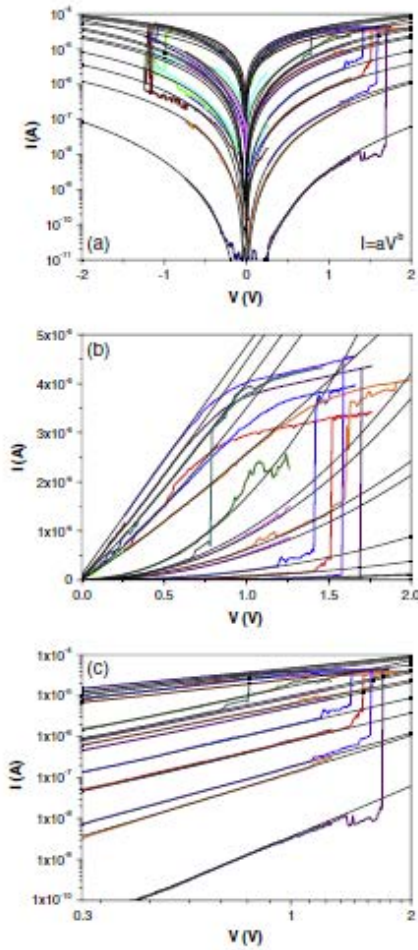


Fig. 2. Experimental (thick solid lines) and fitting (thin solid lines) results using the power-law model for post-BD conduction in HoTGO. (a) Data in log-linear axis, (b) data in linear-linear axis, and (c) data in log-log axis. Positive and negative voltage sweeps were applied in order to induce progressive damage to the structures. Some of the curves exhibit RS.

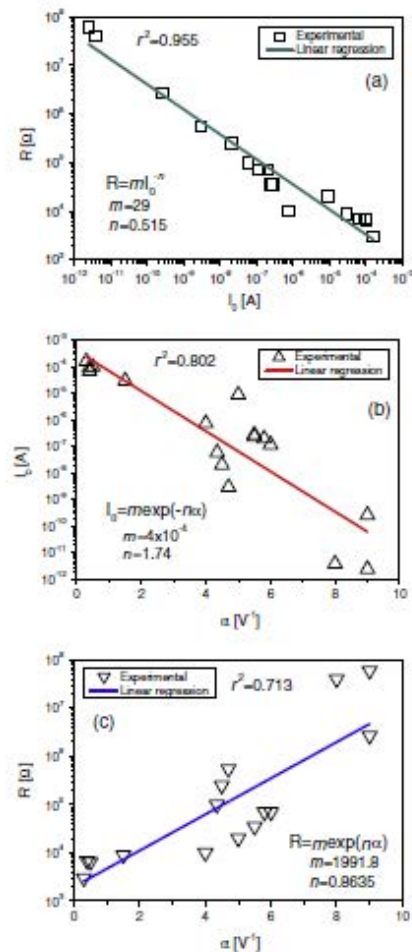


Fig. 3. Correlations among the parameters for the diode-like model (see Eq. (2)). (a)  $R$  vs.  $I_0$ , (b)  $I_0$  vs.  $\alpha$ , and (c)  $R$  vs.  $\alpha$ . The solid lines are the best fitting results.  $r$  is the linear correlation coefficient.

feature of the electron transport mechanism. As the lateral size of the filament increases,  $I_0$  increases which in turn yields a reduction of the constriction resistance  $R$  according to a power law. The other two plots,  $I_0$  vs.  $\alpha$  (Fig. 3b) and  $R$  vs.  $\alpha$  (Fig. 3c) also exhibit some degree of correlation yet the spread is larger than in the previous case. The best linear trends and their corresponding equations are indicated in each plot. These findings suggest that, at least, the number of parameters in Eq. (2) can be reduced in one. More conclusive results on this point will require a larger dataset than the one explored here. Second, the correlation between the fitting parameters used in expression (3) is illustrated in Fig. 4. It has been reported several times in the past that for thin oxide layers there is a remarkable exponential dependence between the constants  $a$  and  $b$  [14–18]. This is corroborated again in Fig. 4 for our  $\text{HoTiO}_3$ -based device. Thanks to this observation the number of free parameters in the power-law model reduces to one so that we can rewrite expression (3) as:

$$I = \text{mexp}(-nb)|V|^n \quad (4)$$

with  $m = 1.7 \times 10^{-3} \text{ A}$  and  $n = 2.995$ . Given that  $m$  and  $n$  are constants, Eq. (4) is a single-parameter ( $b$ ) model for the post-BD  $I$ - $V$  characteristics. As shown in Fig. 5, this latest relationship can be used to represent the RS effect by means of a relay hysteron in the plane  $b$ - $V$ . In this particular example,  $b$  switches from 2.47 (SBD) to 1.27 (HBD) at  $V_{\text{swt}} = 1.5 \text{ V}$ . The switching from HBD to SBD takes place at  $V_{\text{swt}} = -1 \text{ V}$ .

Fig. 6 shows trend lines obtained from post-BD data reported in several papers. Even though most of the experimental data deals with the SBD mode exclusively, in the case of  $\text{HoTiO}_3$ , the trend line reaches the HBD regime ( $b \approx 1$ ) and ends at the upper region of the SBD mode ( $b \approx 4$ ) (see Fig. 4). The solid lines in Fig. 6 correspond to ion irradiated  $\text{SiO}_2$  [15,16] and electrically stressed  $\text{SiO}_2$  [14],  $\text{MgO}$  [17] and  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [18]-based capacitors. Notice that all the segment lines exhibit almost the same slope with  $n$  ranging from 2.82 to 2.99 (except for case [16] in which the original data points are not uniformly spread). Interestingly, because of the similarity of Eq. (4) with the expression for the current given by the QPC model [23], the obtained  $n$  values might reflect the presence of a tunneling barrier acting as the switching element. This common behavior might also be attributed to the presence of a  $\text{SiO}_2$  interfacial layer with RS properties [29]. These hypothesis cannot be confirmed yet and require further investigation. In addition, whereas  $m$  does not follow any particular rule (it might be related to the effective damaged area),  $n$  seems to slightly increase with the current magnitude.

To conclude, let us focus the attention on the limiting value of expression (4) corresponding to the linear voltage regime (HBD).

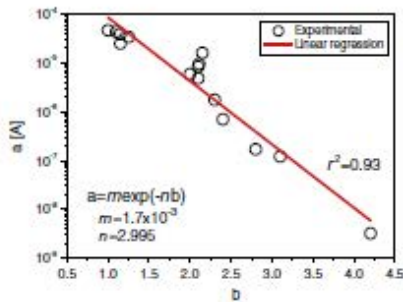


Fig. 4. Correlation between the parameters for the power-law model. The solid line was obtained using the least square method.  $r$  is the linear correlation coefficient.

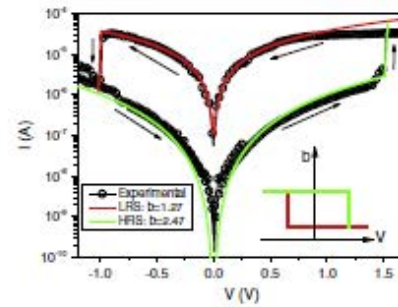


Fig. 5. Experimental (symbols) and model (solid lines) results using the single-parameter model Eq. (4). The inset illustrates the hysteron relay used to obtain the  $I$ - $V$  characteristic. Notice that this is not a physical model for RS.

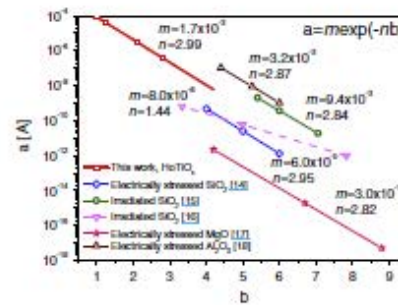


Fig. 6. Correlation between the parameters  $a$  and  $b$  associated with the power-law model. Data were taken from the papers indicated in the legend. Notice that the current range investigated covers almost thirteen orders of magnitude.

The normalized differential conductance  $g$ , which according to the Landauer approach gives the number of conducting channels in a narrow constriction connected to two electron reservoirs [24], reads for the case under study:

$$g = \frac{1}{G_0} \left. \frac{\partial I}{\partial V} \right|_{b=1} = \frac{1.7 \times 10^{-3}}{7.75 \times 10^{-5}} \exp(-2.995) \approx 1.09 \quad (5)$$

where  $G_0 = 2e^2/h$  is the quantum conductance unit,  $e$  the electron charge and  $h$  the Planck constant. Remarkably,  $g \approx 1.09$  coincides approximately with the number of channels expected for a single-atom constriction [25]. Why this property is only observed in  $\text{HoTiO}_3$  and cannot be obtained by direct extrapolation of the power-law model for the SBD currents in other material systems is still an open question. Work under progress will elucidate whether (5) is a coincidence or if it reveals a fundamental property of the electron flow through the filamentary paths. Recent reports indicate that conductance quantization in RS devices is a plausible hypothesis [26–29], which would be in line with the result expressed by (5). The universal behavior of the data illustrated in Fig. 6 (almost identical slope), which comprises devices with different oxide layers, electrode material, fabrication technology, device area, oxide thickness, etc., seems to point out to a common feature of the post-BD currents, likely the low dimensionality of the generated conducting paths somehow expressed by the reduced number of parameters required to represent the  $I$ - $V$  curves.

### Acknowledgements

We acknowledge the funding support of the Ministerio de Economía y Competitividad, Spain under Project number TEC2012-32305 (partially funded by the European Union under the FEDER program) and Spanish TEC2011 under Grant No. 27292-C02-01. The Finnish Centre of Excellence in Atomic Layer Deposition is also acknowledged for sample provision.

### References

- [1] Miranda E, Suhé J. Electron transport through broken down ultra-thin SiO<sub>2</sub> layers in MOS devices. *Microbiol Rev* 2004;44:1–23.
- [2] Long S, Cagli C, Infirrié D, Liu M, Suhé J. Analysis and modeling of resistive switching statistics. *J Appl Phys* 2012;111:074508.
- [3] Waser R, Dittmann R, Saifov G, Saut K. Redox-based resistive switching memories: nanionic mechanisms, prospects, and challenges. *Adv Mater* 2009;21:2632.
- [4] Wu X, Cha D, Bokman M, Raghavan N, Miggi D, Boisenko V, et al. Intrinsic nonfilamentation in resistive switching. *J Appl Phys* 2013;113:134509.
- [5] Ye J, Li Y, Gao J, Peng H, Wu S, Wu T. Nanoscale resistive switching and filamentary conduction in NiO thin films. *Appl Phys Lett* 2010;97:132108.
- [6] Lanza M. A review on resistive switching in high- $\kappa$  dielectrics: a nanoscale point of view using conductive atomic force microscope. *Materials* 2014;2155–82.
- [7] Ren T, Yen L, Su S. Effect of post-deposition annealing on structural and electrical properties of high- $\kappa$  HfO<sub>2</sub> gate dielectrics. *Appl Surf Sci* 2009;268:1534–7.
- [8] Kuiti D, Kennell M, Dimi M, Puukilainen E, Tammi A, Stein R, Ritala M, Leckela M. Holmium titanium oxide films grown by atomic layer deposition. *Thin Solid Films*. doi: 10.1016/j.tsf.2014.06.028.
- [9] Naffa M, Suhé J, Aymerich X. Exploratory observations of post-breakdown conduction in polycrystalline-HfO<sub>2</sub> and metal-gated thin-oxide metal-oxide-semiconductor capacitors. *J Appl Phys* 1993;73:205–15.
- [10] Boglietti J, Strukov D, Pickett D, Jiahua Yang J, Stewart D, Stanley Williams R. Electrical transport and thermometry of electroformed titanium dioxide memristive switches. *J Appl Phys* 2009;105:124504.
- [11] Tian X, Zhu W, Liu W, Yao Y, Nguyen B, Yu H. A self-rectifying AIO<sub>2</sub> bipolar SRAM with sub-50- $\mu$ A soft-read current for cross-bar architecture. *IEEE Electron Device Lett* 2012;33:1400–4.
- [12] Ortiz-Conde A, Garcia-Sánchez F, Muci J. Exact analytical solutions of forward non-ideal diode equation with series and shunt parasitic resistances. *Solid-State Electron* 2000;44:1861–4.
- [13] Blasco J, Ghemil N, Suhé J, Levy P, Miranda E. Modeling of the hysteretic I–V characteristics of TiO<sub>2</sub>-based resistive switches using the generalized diode equation. *IEEE Electron Device Lett* 2014;35:390–2.
- [14] Miranda E, Suhé J, Rodríguez R, Naffa M, Aymerich X. A function-fit model for the soft breakdown failure mode. *IEEE Electron Device Lett* 1999;20:765–7.
- [15] Ciesler A, Paccagnella A, Suhé J, Miranda E. Post-irradiation-induced soft breakdown conduction properties as a function of temperature. *Appl Phys Lett* 2001;79:1336–8.
- [16] Cocchia M, Paccagnella A, Tamini M, Gandolfi A, Ghislini C, Weiss J. Heavy ion irradiation of thin gate oxides. *IEEE Trans Nucl Sci* 2000;47:2548–55.
- [17] Miranda E, O'Connell D, Hughes C, Casey P, Chiriacosi K, Monaghan S, Lutz B, O'Connell D, Hurley P. Effects of the semiconductor substrate material on the post-breakdown contrast of MgO dielectric layers. *ECS Trans* 2009;25:79–86.
- [18] González M, Raffi B, Barrián O, Zabala M, Campabadal F. Charge trapping and electrical degradation in atomic layer deposited Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> films. *Microbiol Eng* 2013;109:57–9.
- [19] Zhang F, Dai W, He C, Wang A, Liu Y, Li M, et al. Nonvolatile resistive switching memory based on amorphous carbon. *Appl Phys Lett* 2010;96:163505.
- [20] Chang W, Liao J, Lu Y, Wu T. Resistive switching characteristics in Fe<sub>2</sub>Ca<sub>2</sub>MnO<sub>7</sub> thin films on LaNO<sub>3</sub>-electrodeposited Si substrate. *Appl Phys Lett* 2009;94:172107.
- [21] Houssa M, Nigam T, Merrens P, Heyns M. Model for the current-voltage characteristics of ultrathin gate oxides after soft breakdown. *J Appl Phys* 1998;84:4351–5.
- [22] Nigam T, Martin S, Abusch-Magder D. Temperature dependence and conduction mechanism after anky soft breakdown. In: *Proc IEEE international reliability physics symposium, IRPS'03*; 2003, p. 417–25.
- [23] Miranda E, Jiménez D, Suhé J. The quantum point-contact memristor. *IEEE Electron Dev Lett* 2012;33:1474–6.
- [24] Datta S. *Electronic transport in mesoscopic systems*. Cambridge University Press; 1998.
- [25] Ohnishi H, Kondo Y, Takayanagi K. Quantum conductance through individual rows of suspended gold atoms. *Nature* 1998;395:280–3.
- [26] Miranda E, Walczyk C, Wenger C, Schroeder T. Model for the resistive switching effect in HfO<sub>2</sub> MIM structures based on the transmission properties of narrow constrictions. *IEEE Electron Device Lett* 2010;31:505.
- [27] Degraeve R, Rappael Ph, Goux L, Weuners D, Kim J, Alkintime I, Jurczak M, Groeseneken G. Genetic learning of TDOE applied to SRAM for improved understanding of conduction and switching mechanism through multiple filaments. In: *IEEE international electron device meeting*; 2010, p. 284.1.
- [28] Long S, Lian S, Cagli C, Carrozza X, Ruttali R, Miranda E, et al. Quantum-size effects in hafnium-oxide resistive switching. *Appl Phys Lett* 2013;102:183505.
- [29] Mohoric A, Rajitsoarea A, Cuff S, Hrubak S, Howe H, LaBbe C, et al. Quantum conductance in silicon oxide resistive memory devices. *Sci Rep* 2013;3:2708.







## Modeling of the switching I-V characteristics in ultrathin (5 nm) atomic layer deposited HfO<sub>2</sub> films using the logistic hysteron

Julio Blasco

Departament d'Enginyeria Electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, 08193 Cerdanyola del Valles, Barcelona, Spain

Peter Jančovič and Karol Fröhlich

Institute of Electrical Engineering, SAS, Dúbravská cesta 9, 841 04 Bratislava, Slovakia

Jordi Suñé and Enrique Miranda<sup>a)</sup>

Departament d'Enginyeria Electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, 08193 Cerdanyola del Valles, Barcelona, Spain

(Received 12 August 2014; accepted 17 October 2014; published 29 October 2014)

The current-voltage (*I-V*) characteristics of Pt/HfO<sub>2</sub>(5 nm)/TiN resistive switching structures are modeled using an equivalent electric circuit which consists of two antiparallel diodes in combination with a single series resistance, the only difference between the diodes being the threshold functions used to simulate the set and reset events. The switching process is achieved by means of a mathematical entity called the logistic hysteron, which governs the model parameters. The authors show that the model is able to capture the shape of the *I-V* curves both for positive and negative biases obtained under different current compliance limits for the set process ranging from 0.5 to 10 mA. In order to demonstrate the feasibility of the proposed approach, experimental and model results for the *I-V* curves are plotted using alternative representations: linear-linear, log-linear, and log-log axis. The role played by the series resistance is discussed in terms of the normalized differential conductance  $d\ln(I)/d\ln(V)$ . © 2014 American Vacuum Society.

[<http://dx.doi.org/10.1116/1.4900599>]

### 1. INTRODUCTION

Resistive switching (RS) phenomenon in thin dielectric films is extensively investigated worldwide by academia and industry because of its enormous potential in the field of nonvolatile memories.<sup>1</sup> Physically, RS corresponds to the reversible formation and rupture of a defect or vacancy filamentary pathway spanning an oxide film sandwiched between two metal electrodes. The associated microstructural change in the dielectric layer allows storing one bit of information without the requirement of refreshing cycles. This mechanism is expected to substitute current memory technologies based on charge transfer or phase change effects in the near future because of the better scaling possibilities and the lower energy consumption involved.<sup>1</sup> In general, the device is initially subjected to the so-called electroforming process, which corresponds to the generation of a localized damage in the oxide matrix (a kind of soft breakdown event). The alternately switching of this weak oxide region between an ON and OFF state is achieved by the application of ramped or pulsed voltages or currents. The OFF and ON states are associated with a high and a low resistance state, respectively. As the result of this fundamental change in the insulating property of the oxide layer, the current-voltage (*I-V*) characteristic of the device follows a pinched hysteretic loop with the application of periodic voltages or currents. Typically, the OFF state does not coincide with the fresh conduction characteristic and the ON state exhibits Ohmic or exponential-like behavior, similarly to the

soft and hard breakdown regimes occurring in ultrathin oxides.<sup>2</sup> Two main types of RS behaviors are observed: unipolar and bipolar switching, which are characterized by identical or opposite voltage polarities for the set and reset operations. Nonpolar often refers to a switching process in which the voltage polarity is irrelevant.

In the last decade, several models have been proposed to account for the *I-V* characteristics associated with the OFF and ON states of RS devices. They are mainly based on physical mechanisms such as Schottky conduction, space charge limited conduction, trap-assisted conduction and quantum point-contact conduction.<sup>3-5</sup> Most of them are fundamentally aimed to explain the OFF state, totally disregarding the ON conduction mode. In this work, we focus the attention on the RS behavior of ultrathin (5 nm) HfO<sub>2</sub> layers subjected to different set conditions (current compliances) and we propose a model which can deal with both the ON and OFF states consistently within the same framework. Remarkably, HfO<sub>2</sub> is of great interest because of its compatibility with current CMOS technologies. In addition, the RS properties of HfO<sub>2</sub> have been extensively investigated in the past.<sup>6</sup> To model the *I-V* curves we consider an equivalent electrical circuit formed by two opposite diodes connected in parallel and a series resistance as illustrated in Fig. 1(a). This scheme is similar, though not identical, to that proposed by Szot *et al.* and which was invoked to explain the reduction-oxidation vacancy process in SrTiO<sub>3</sub> thin films.<sup>7</sup> Concerning this circuit, notice that if the potential drop in the resistance is comparable to the applied voltage, the system behaves as a linear resistor as expected for the ON state [see Fig. 1(b)]. On the contrary, if the potential drop in the

<sup>a)</sup>Electronic mail: [enrique.miranda@uab.cat](mailto:enrique.miranda@uab.cat)

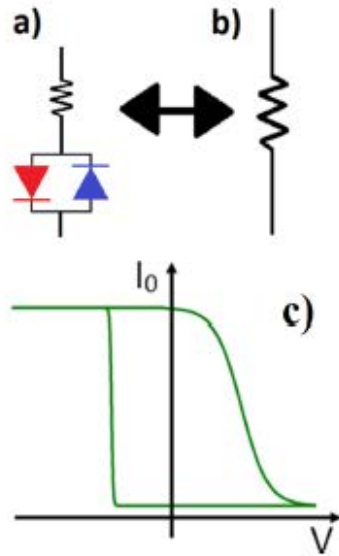


FIG. 1. (Color online) (a) Scheme of the two-diode model with series resistance. (b) Effect of a large potential drop in the series resistance of the model. (c) Hysteretic loop for the diode current amplitude as a function of the applied voltage.

resistance is negligible, the  $I$ - $V$  curve remains exponential irrespective of the magnitude of the current. This means that by an appropriate choice of the series resistance value, different behaviors for the ON state can be achieved. The same idea was also explored for  $\text{TiO}_2$ -based RS devices.<sup>8</sup> We show that by modeling the diode current amplitude using an asymmetric hysteretic loop such as the one illustrated in Fig. 1(c), we can approximate reasonably well the switching  $I$ - $V$  characteristics of our  $\text{HfO}_2$ -based devices in the whole experimental bias and current ranges. The good fitting results are demonstrated by using different representations for the voltage and current axis (linear-linear, log-linear, and log-log).

This paper is organized as follows: in Sec. II, the devices used for the experiments and the measurement setup are described. In Sec. III, the proposed model, which is based on the solution of the generalized diode equation in combination with the asymmetric logistic hysteron, is discussed. The experimental and fitting results are reported in Sec. IV. The effect of the series resistance on the shape of the  $I$ - $V$  curves is explored using the normalized differential conductance. Finally, the conclusions of this work are presented in Sec. V.

## II. DEVICES AND EXPERIMENTAL SETUP

The devices investigated in this work were fabricated as follows: a TiN (70nm) bottom electrode was reactively sputtered in  $\text{Ar}/\text{N}_2$  plasma at 200 °C. The  $\text{HfO}_2$  film was

prepared by atomic layer deposition method at 300 °C using TEMAH precursor. The phase composition of the films was analyzed using grazing incidence x-ray diffraction on a Bruker AXS-D8 Discover system. The film thickness (5 nm) was determined by x-ray reflectivity using the same equipment. The Pt (30nm) top electrode was evaporated using an electron gun through a shadow mask at room temperature. The Pt electrode was capped by a 30nm-thick Au layer.

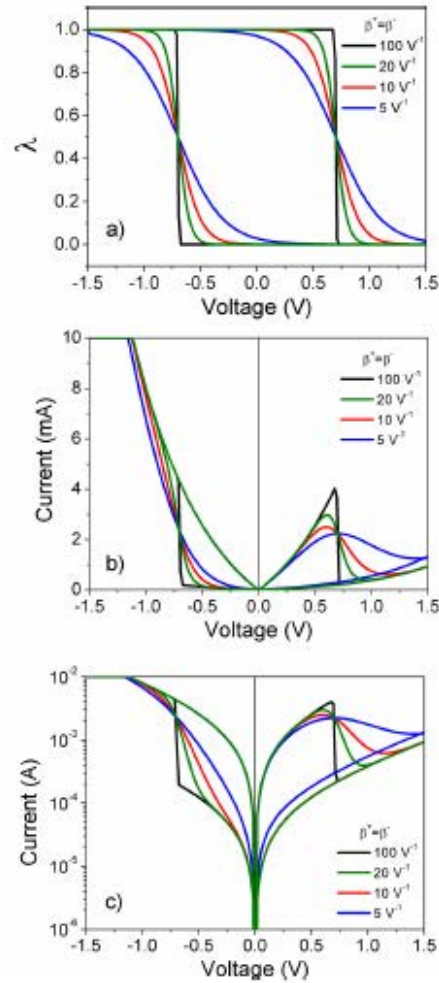


FIG. 2. (Color online) (a) Plot of the symmetric logistic hysteron as a function of the applied voltage for different switching rates. (b) Model results for the  $I$ - $V$  characteristics without compliance limit in the negative bias region. (c) Model results in log-linear axis.

TiN, which can be easily oxidized during the dielectric growth, acts as an oxygen reservoir due to its high affinity to oxygen while Pt serves as the inert electrode with high Schottky barrier when deposited on the  $\text{HfO}_2$  films.<sup>9</sup>

The electrical characterization of the MIM structures was performed using a Keithley 4200 Semiconductor

Characterization System. After an initial electroforming ( $\approx -1.5$  V), bipolar switching loops are obtained using different current compliances (0.5–10 mA) in the negative bias region. No current compliance was applied for positive voltages. During the measurement, the top electrode was always biased and the bottom electrode was grounded. The  $I$ - $V$  characteristics are highly asymmetric with abrupt set and gradual reset transitions. In Sec. III, the proposed model is presented.

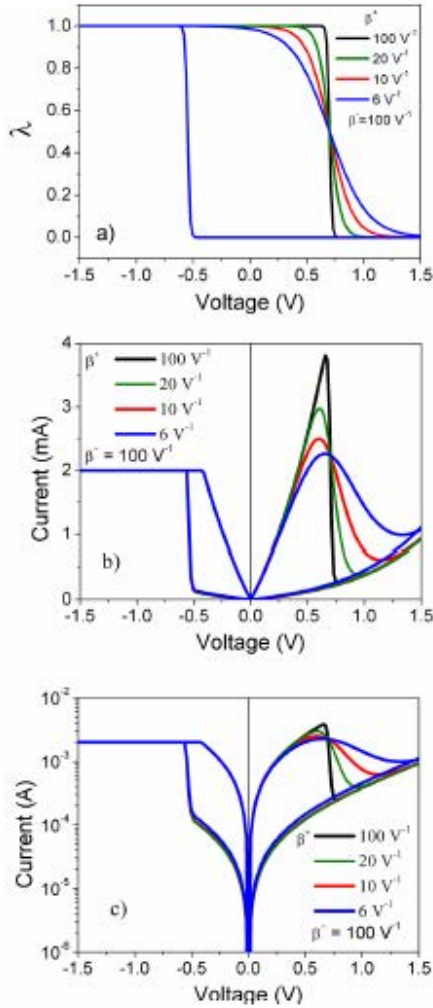


FIG. 3. (Color online) (a) Plot of the asymmetric logistic hysteron as a function of the applied voltage for different switching rates. (b) Model results for the  $I$ - $V$  characteristics with compliance limit in the negative bias region. (c) Model results in log-linear axis.

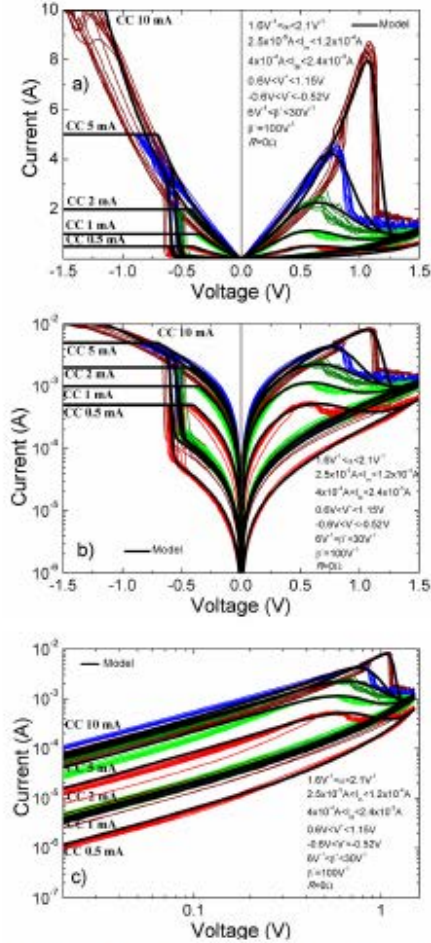


FIG. 4. (Color online) (a) Experimental (lines) and fitting (heavy lines) results for the  $I$ - $V$  characteristics using Eq. (2) in linear-linear axis. (b) The same results in log-linear axis. (c) The same results in log-log axis. CC is the current compliance limit.

### III. MODEL EQUATIONS

Starting out from the simple diode equation with series resistance  $R$

$$I = I_0 \{ \exp[\alpha(V - IR)] - 1 \}, \quad (1)$$

we can approximate (neglecting the inverse saturation current of the diodes) the solution of the circuit shown in Fig. 1(a) by the expression<sup>10</sup>

$$I = \frac{1}{\alpha R} W \{ \alpha I_0 R \exp[\alpha(|V| + I_0 R)] \} - I_0, \quad (2)$$

where  $\alpha$  is a fitting constant and  $I_0$  the current amplitude.  $W$  is the Lambert function, i.e., the solution of the transcendental equation  $w e^w = x$ .  $|V|$  is the absolute value of  $V$ . Although Eq. (2) is strictly valid for constant  $I_0$ , we extend it *ad hoc* to the case  $I_0 = I_m + \lambda(I_M - I_m)$ , where  $0 < \lambda < 1$  is called the logistic hysteron

$$\lambda(V) = \begin{cases} \{1 + \exp[\beta^+(V - V^+)]\}^{-1} & dV/dt > 0 \\ \{1 + \exp[\beta^-(V - V^-)]\}^{-1} & dV/dt < 0, \end{cases} \quad (3)$$

$I_m > 0$  and  $I_M > 0$  are the minimum and maximum diode current amplitudes, respectively,  $V^- < 0$  and  $V^+ > 0$  the set and reset voltages, respectively,  $\beta^+ > 0$  the transition rate from the ON to the OFF state and  $\beta^- > 0$  the transition rate from the OFF to the ON state.  $dV/dt$  is the time derivative of the voltage sweep. Notice that  $\lambda(V^+) = \lambda(V^-) = 1/2$ , which are independent of  $\beta^+$  and  $\beta^-$ . In case of  $\beta^+ = \beta^-$ , the symmetric hysteron is obtained [see Fig. 2(a)]. The word *hysteron* comes from the celebrated Preisach model for the hysteresis  $B$ - $H$  curve of ferromagnetic materials.<sup>11</sup> The *relay hysteron*, which is the fundamental building block of the Preisach model, corresponds to  $\beta^+ = \beta^- = \infty$ . The effect of different values of the  $\beta^+ = \beta^-$  parameter on the  $I$ - $V$  curves calculated using Eq. (2) is illustrated in Figs. 2(b) and 2(c). It is worth noticing that the  $I$ - $V$  curves are not symmetric with respect to the origin of coordinates. Figure 3(a) illustrates the case of an asymmetric logistic hysteron ( $\beta^+ \neq \beta^-$ ) with  $\beta^-$ , for simplicity, fixed to a large value. The  $I$ - $V$  plots shown in Figs. 3(b) and 3(c) include the current compliance limit  $I_{CC}$  for negative biases. Under this condition,  $I_0(V < 0) = \min[I_m + \lambda(I_M - I_m), I_{CC}]$ , where *min* refers to the minimum value of the two arguments of the function.

Remarkably, the idea that the RS  $I$ - $V$  characteristics can be represented by some sort of diode-like model has been explored in the past. As already mentioned, Szot *et al.*<sup>7</sup> proposed that the electrical characteristics of SrTiO<sub>3</sub> thin films in the OFF state are described by symmetric antiparallel diodes. However, no analytic expression for the current is provided. Yang *et al.*<sup>12</sup> proposed an equivalent circuit consisting of a diode and a resistor for TiO<sub>2</sub>-based RS MIM structures. A similar approach for electroformed TiO<sub>2</sub> films in which a tunneling barrier plays the major role for the electron transport was reported by Borghetti *et al.*<sup>13</sup> In this case, an expression for the derivative of the  $V$ - $I$  curves is used. Hir *et al.*<sup>14</sup> also presented a diode-resistor model, which

describes the bipolar RS in Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>. The model is based on the modulation of a Schottky barrier formed at the metal-oxide interface and predicts a rectifying behavior for the ON state. This feature is not observed in our devices. As shown in Sec. IV, the asymmetric hysteron is a key element for simulating the experimental  $I$ - $V$  curves.

### IV. EXPERIMENTAL AND FITTING RESULTS

In this section, experimental and fitting results using Eq. (2) are compared. The experimental  $I$ - $V$  characteristics were measured in different devices using a set of current

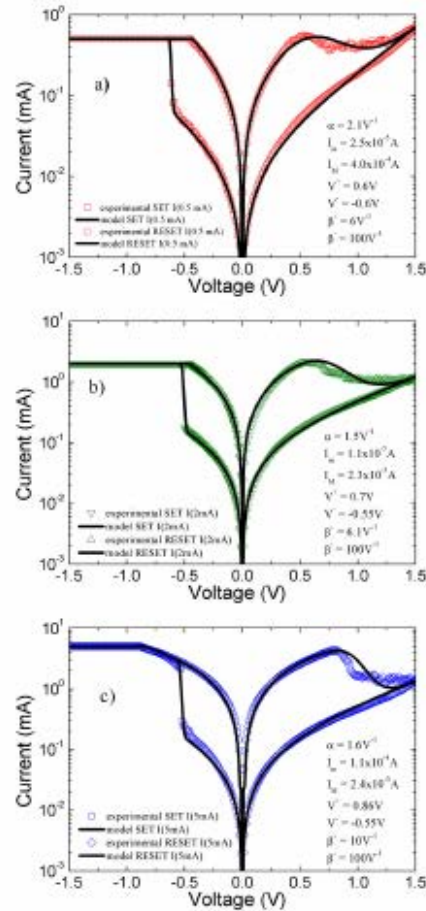


FIG. 5. (Color online) Experimental and fitting results for particular  $I$ - $V$  curves with different current compliances: (a)  $I_{CC} = 0.5$  mA, (b)  $I_{CC} = 2$  mA, and (c)  $I_{CC} = 5$  mA. The model parameters are indicated in the figures.

compliance limits in the negative bias region: 0.5, 1, 2, 5, and 10 mA. At least ten cycles per device were registered. The spread from cycle to cycle is associated with the variability of the filament transmission properties. As shown in Fig. 4, the experimental curves (in color) exhibit bipolar RS with abrupt set transitions ( $V < 0$ ) and gradual reset

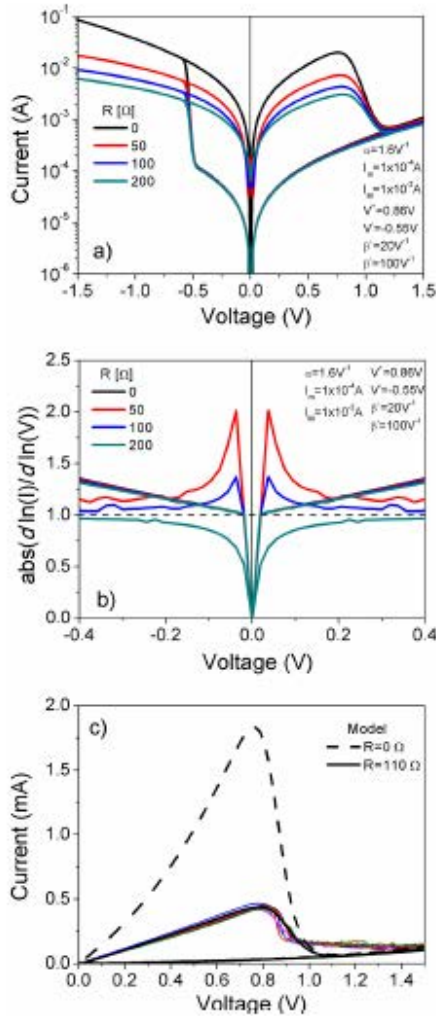


FIG. 6. (Color online) (a) Effect of the series resistance  $R$  on the  $I$ - $V$  model curve calculated using Eq. (2). (b) Normalized logarithmic conductance curves in the low bias region. Notice the change from exponential to linear behavior as the series resistance increases. (c) Linearization of the  $I$ - $V$  characteristic using a large series resistance.

transitions ( $V > 0$ ). The heavy solid lines (in black) correspond to the fitting results. The model parameter values are indicated in the figures. Notice that the model curves were obtained using  $R=0$ , which means that the ON and OFF states follow exponential relationships with the applied voltage. The effect of  $R > 0$  is analyzed below. Figure 4(a) shows the experimental and fitting results in linear-linear axis, Fig. 4(b) in log-linear axis, and Fig. 4(c) in log-log axis. The agreement is very good in all the cases. The major deviations occur for the  $I_{CC}=5$  and 10 mA curves because large current jumps take place in the  $I$ - $V$  characteristics at the reset event. These abrupt transitions are typical of a sudden filament rupture. In order to demonstrate the quality of the fitting results, three particular examples are illustrated in Fig. 5 ( $I_{CC}=0.5, 2$ , and 5 mA). One important aspect of the proposed approach is that Eqs. (2) and (3) are continuous and derivable except at some critical points such as the maximum and minimum applied voltages. There is no discontinuity at  $V=0$  because  $I(0)=0$  regardless the values of  $\beta^+$  and  $\beta^-$ .

Although the fitting results discussed above were obtained using  $R=0$ , it is worth considering the effect of including this parameter on the model curves. This is shown in Fig. 6(a). As expected, as  $R$  increases the current decreases in the whole bias range. However,  $R$  mainly affects the ON state. This current lowering is also associated with a gradual change of the voltage dependence of the curves. Figure 6(b) illustrates this effect using the normalized differential conductance  $g$  calculated from Eq. (2)

$$g = \frac{d \ln I}{d \ln V} = \frac{V}{I} \frac{dI}{dV} \approx \begin{cases} \alpha V & R \ll 1 \\ 1 & R \gg 1. \end{cases} \quad (4)$$

Expression (4) can be interpreted as follows:<sup>15</sup> when the potential drop in the series resistance  $R$  is negligible, the  $I$ - $V$  characteristic is exponential so that the curve  $g$ - $V$  is approximately linear (far from the switching voltages). On the other hand, if the effect of  $R$  dominates the  $I$ - $V$  characteristic,  $g \approx 1$ , which is independent of  $V$  and of any other model parameter (dashed line in Fig. 6(b)). The clearest example of a linear  $I$ - $V$  relationship for the ON state is that corresponding to the  $I_{CC}=5$  mA curve [see Fig. 6(c)]. In this case, the effect of a large  $R$  value (solid line) is compensated using a large  $I_M$  value (dashed line). This provides the expected linear behavior for the ON state  $I$ - $V$  curve. Although the ON state is frequently associated with Ohmic-type conduction, an exponential dependence on the applied voltage for this state has also been reported.<sup>13</sup>

## V. CONCLUSIONS

The  $I$ - $V$  characteristics of Pt/HfO<sub>2</sub>/TiN resistive switching structures were simulated using a two-diode model with series resistance in combination with the so-called asymmetric logistic hysteron, a mathematical tool specially devised to represent the activation and dissolution of the filamentary path spanning the oxide layer. The model was tested on a set of experimental  $I$ - $V$  curves obtained under different current compliance limits. It was shown how the model can be applied to simulate a linear or exponential ON current state

depending on the series resistance value. The normalized differential conductance can help to elucidate which approach is more accurate.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work was supported by the Ministerio de Economía y Competitividad of Spain under Project TEC2012-32305 with funding of the EU (FEDER program) and by Project APVV-0509-10 (Slovakia). E.M. also acknowledges the National Scholarship Programme of the Slovak Republic. The authors acknowledge the support from IHP (Innovations for High Performance Microelectronics), Germany, for the sample preparation.

- <sup>1</sup>R. Waser, R. Dimann, G. Stokov, and K. Szot, *Adv. Mater.* **21**, 2632 (2009).  
<sup>2</sup>E. Miranda and J. Suić, *Microelectron. Reliab.* **44**, 1 (2004).  
<sup>3</sup>J. Huang, C. Kuo, W. Chang, and T. Hou, *Appl. Phys. Lett.* **96**, 262901 (2010).

- <sup>4</sup>S. Kim, H. Jeong, S. Choi, and Y. Choi, *Appl. Phys. Lett.* **97**, 033508 (2010).  
<sup>5</sup>E. Miranda, C. Walczyk, C. Wenger, and T. Schroeder, *IEEE Electron Device Lett.* **31**, 609 (2010).  
<sup>6</sup>P. Goson, M. Mougnot, C. Vallée, C. Joré, V. Jousseume, H. Grampeix, and F. El Kamel, *J. Appl. Phys.* **107**, 074307 (2010).  
<sup>7</sup>K. Szot, W. Speier, G. Bihlmayer, and R. Waser, *Nat. Mater.* **5**, 312 (2006).  
<sup>8</sup>J. Blasco, N. Ghemzi, J. Suić, P. Levy, and E. Miranda, *IEEE Electron Device Lett.* **35**, 390 (2014).  
<sup>9</sup>P. Janovic, B. Hudco, E. Doboscka, J. Deser, J. Fedor, and K. Frohlich, *Appl. Surf. Sci.* **312**, 112 (2014).  
<sup>10</sup>A. Ortiz-Conde, F. Garcia-Sanchez, and J. Muci, *Solid State Electron.* **44**, 1861 (2000).  
<sup>11</sup>J. Mucki, P. Nitzli, and P. Zecca, *SIAM Rev.* **35**, 94 (1993).  
<sup>12</sup>J. J. Yang, M. Pickett, X. Li, D. Ohlberg, D. Stewart, and R. Stanley Williams, *Nat. Nanotechnol.* **3**, 429 (2008).  
<sup>13</sup>J. Borghetti, D. Strukov, M. Pickett, J. Joshua Yang, D. R. Stewart, and R. Stanley Williams, *J. Appl. Phys.* **106**, 124504 (2009).  
<sup>14</sup>J. H. Hur, M.-J. Lee, C. B. Lee, Y.-B. Kim, and C.-J. Kim, *Phys. Rev. B* **82**, 155321 (2010).  
<sup>15</sup>E. Miranda, A. Méhonic, J. Suić, and A. J. Kenyon, *Appl. Phys. Lett.* **103**, 222904 (2013).



Contents lists available at ScienceDirect

**Microelectronics Reliability**

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/microrel](http://www.elsevier.com/locate/microrel)



Introductory Invited Paper

## Equivalent circuit modeling of the bistable conduction characteristics in electroformed thin dielectric films



J. Blasco<sup>a</sup>, N. Ghenzi<sup>b</sup>, J. Suñé<sup>a</sup>, P. Levy<sup>b</sup>, E. Miranda<sup>a,\*</sup>

<sup>a</sup> *Departament d'Enginyeria Electrònica, Universitat Autònoma de Barcelona, Cerdanyola del Vallès, Spain*

<sup>b</sup> *Departamento de Materia Condensada, GIA, GEMAN, CAC, Comisión Nacional de Energía Atómica, Buenos Aires, Argentina*

### ARTICLE INFO

**Article history:**

Received 29 October 2014

Accepted 29 October 2014

Available online 15 November 2014

**Keywords:**

MIM

Oxide breakdown

Resistive switching

Memristor

RRAM

TiO<sub>2</sub>

### ABSTRACT

In the last few years a number of models based on simple circuitial representations have been proposed to account for the resistive switching (RS) current–voltage (*I*–*V*) characteristics of metal–insulator–metal (MIM) structures. These devices typically exhibit two well-defined conduction levels after electroforming often referred to as the low and high resistance states that can be cyclically reached by the application of bipolar periodic voltage or current. The resulting hysteretic behavior arises from a reversible change of the electron transmission properties of the insulating film driven by an external stimulus. In this paper, after an overview of a variety of RS model proposals relying on circuitial descriptions and basic analytic expressions, a model based on the solution of the generalized diode equation is discussed. The model is simple and flexible and consists of two opposite-biased diodes with series and shunt resistances that represent the filamentary current pathway spanning the oxide layer as well as the possible parasitic effects. The model parameters are governed by a mathematical entity called the logistic system that can be linked to the internal state equation of the so-called memristive systems. For illustrative purposes, the switching *I*–*V* characteristics of TiO<sub>2</sub>-based MIM structures electroformed with different current compliances are examined in detail using this approach. Experimental results on bipolar RS by other authors are also assessed within the same framework.

© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

The use of electroformed metal–insulator–metal (MIM) structures as the core elements in nonvolatile memories is currently considered a viable alternative for the implementation of high capacity information storage systems and logic applications [1–6]. This promising technology, called RRAM for Resistance change Random Access Memory, can adopt the form of stackable crossbar arrays and is the subject of extensive investigation by academia and industry worldwide [7–9]. The operational principle of these devices as memory elements relies on their ability to withstand the reversible formation and rupture of a single or multiple filamentary defect or metal paths spanning the dielectric layer for a large number of read–write cycles ( $>10^{10}$  [10]). The physical phenomenon is known as the resistive switching (RS) effect and has been observed in many binary transition metal oxides (TMO) and multinary oxides such as NiO [11–20], TiO<sub>2</sub> [21–36], HfO<sub>2</sub> [37–49], Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub> [9,10,50–55], ZnO [56–61], SiO<sub>x</sub> [62–65], CeO<sub>x</sub> [66–68], Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [69], SnO<sub>2</sub> [70], ZrO<sub>2</sub> [71], MgO [72], Nb<sub>2</sub>O<sub>5</sub> [73],

Yb<sub>2</sub>O<sub>3</sub> [74], SrTiO<sub>3</sub> [75–81], Pr<sub>1–x</sub>Ca<sub>x</sub>MnO<sub>3</sub> [82–84], and La<sub>1–x</sub>Ca<sub>x</sub>MnO<sub>3</sub> [85,86], among others. The simplicity, low cost, high endurance, fast switching time, scalability, multi-bit storage capability, controllable programming current and in some cases compatibility with conventional CMOS technology make RRAM devices serious contenders to memories based on charge transfer mechanisms such as flash [3,79,81,87]. However, in spite of these auspicious news, variability and reliability are still major concerns for oxide-based RRAMs [88–91].

One of the most accepted pictures for RS attributes the alternate formation and dissolution of the filamentary pathways to an electrochemical reduction–oxidation (REDOX) process occurring within the insulating matrix driven by an external electrical stimuli [2]. Modifications of the oxide layer at the interfaces with the electrodes caused by the accumulation of mobile charge may also be involved [58,77]. Memories based on this principle are referred to as Valence Change Memories (VCM). As the result of this electron–ion interplay, the oxide becomes more or less permeable to the electron flow with the consequent resistance change between a low (LRS) and a high (HRS) resistance state. A similar phenomenology has also been reported in the case of the formation and rupture of metallic-like filamentary paths [92,93]. This is the

\* Corresponding author.

<http://dx.doi.org/10.1016/j.microrel.2014.10.017>  
0026-2714/© 2014 Elsevier Ltd. All rights reserved.



operational principle of Conducting Bridge RAMs (CBBRAM), also called Electrochemical Metallization Memories (ECM) or Programmable Metallization Cells (PCM), which are based on the relocation of metal ions within a solid electrolyte. The transitions HRS  $\leftrightarrow$  LRS can be abrupt (digital RS) or gradual (analog RS) indicating the sudden or progressive opening/closing of multiple parallel leakage paths or the narrowing/widening of the cross-section area of a single filament [4,94–97]. This latest property (tunable resistance) has been suggested for multi-level or multi-bit storage systems [54,71,98,99]. In general, the switching occurs after reaching certain threshold voltages with the same (unipolar RS) or with opposite (bipolar RS) polarities and they are called the SET (HRS  $\rightarrow$  LRS) and RESET (LRS  $\rightarrow$  HRS) voltages (see Fig. 1). The particular features of the switching processes seem to be related not only to the properties of the dielectric material but also to the metal electrodes and forming conditions. In addition, current compliances (CC) are often applied during the SET process in order to limit the thermal effects caused by the current runaway [26,100,101]. On the other hand, Joule heating at the bottleneck of the filament has been implicated in the dissolution mechanism of the conducting bridges, mainly for unipolar RS [51]. The first oxide breakdown event upon the application of electrical stress is called electroforming and corresponds to the generation of a localized weak oxide region susceptible to subsequent microscopic changes. From the statistical viewpoint, the electroforming event is fully consistent with the percolation theory of dielectric breakdown [90]. After this, the application of increasing and decreasing voltage sweeps leads to a pinched hysteretic behavior of the current-voltage ( $I$ - $V$ ) characteristic which has been often interpreted in terms of the memristor theory. This theory, which links electric charge and magnetic flux linkage in a device, was originally proposed by Chua [102], later reformulated for memristive systems by Chua and Kang [103], and finally extended by Chua himself to RRAM devices in 2011 [104]. Briefly, memristive systems are two-terminal circuit elements characterized by two coupled equations: one for the  $I$ - $V$  curve of the device and one for its internal state variable [105–107]. While in linear systems the first relationship expresses an Ohmic-type dependence, the second one is written as a time derivative in order to account for the previous history of the device. The  $I$ - $V$  model can be extended to nonlinear devices satisfying  $I(V=0)=0$  and the state variable can be multidimensional [108]. Importantly, the connection between memristors and RRAMs has not been exempt from criticism and is still matter of debate [109,110]. In addition, it has been widely recognized the correspondence of the HRS and LRS with the soft-breakdown (SBD) and hard-breakdown (HBD) conduction modes occurring in thin dielectric films [64,86]. Both the SBD and HBD modes have been thoroughly investigated in ultrathin ( $t_{ox} < 5$  nm)  $\text{SiO}_2$  layers as well as in thicker high permittivity (high- $\kappa$ ) dielectrics used as gate insulators in MOSFET

devices [111]. Physical models for the filamentary conduction in  $\text{SiO}_2$  and high- $\kappa$  films have been reviewed in Ref. [112].

However, in spite of the major technological advances and better understanding of the physics behind RS achieved during the last few years, simple and flexible analytic models able to account for the wide variety of switching  $I$ - $V$  curves exhibited by different dielectric films and electrode materials are hard to find in literature. While some of the available approaches are difficult to implement in circuit simulators because of the complexity of the physical processes involved or the mathematical constraints in the model equations and its derivatives [15,107,113–117], other models only focus the attention on the HRS and LRS  $I$ - $V$ s separately, completely disregarding the gradual transition between both states that in many cases characterizes the RS phenomenon. Other approaches are exclusively aimed at describing the SET and RESET switching dynamics caused by the application of current or voltage pulses [118–120]. Many SPICE-oriented models for RS have been recently reported [93,106,107,121–125], but their ability to accurately represent not only the electron transport characteristics in different materials but also their specific memory properties when subjected to arbitrary input signals has been seriously questioned [126]. Since the publication of Strukov's memristor model in 2008 [127], a number of simple approaches based on combinations of linear, nonlinear and rectifying devices have been developed to describe the bistable conduction characteristics of electroformed MIM devices. Some of them are reviewed in Section 2. In Section 3, a simple circuit model for the hysteretic  $I$ - $V$  characteristics is extensively discussed. The proposed approach consists of two opposite-biased diodes with series and shunt resistances that represent the filamentary current pathway spanning the oxide layer and the possible parasitic effects. Earlier versions of this model were reported elsewhere [128,129]. It is worth pointing out that, in this work, the emphasis is on the representation of the  $I$ - $V$  curves rather than on the physics foundations of the RS electron transport mechanisms. The objective is to achieve a flexible, continuous and derivable model expressible by means of analytic functions. In order to reproduce the hysteretic behavior caused by the application of bipolar periodic voltage, the diode parameters in our model are driven by a mathematical entity referred to as the logistic hysteron (see Fig. 2a). As it is shown in Section 3, this entity, in its simplest form, can be written as a state equation for memristive systems. The hysteron concept within the present context comes from the celebrated Preisach model for the hysteretic  $B$ - $H$  curve of ferromagnetic materials [130]. The relay hysteron, which is the fundamental building block of the Preisach model, describes the instantaneous activation and deactivation of a memory element with threshold voltages  $\alpha$  and  $\beta$  (see Fig. 2b). Here, the suitability of a smoothed version of this mathematical tool is demonstrated. The extension of the proposed

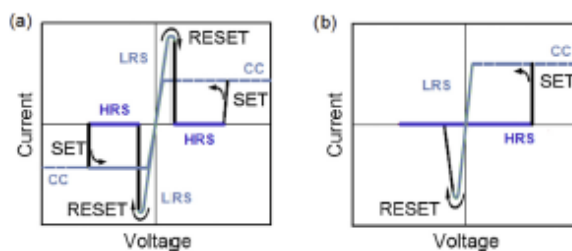


Fig. 1. The two basic resistive switching schemes: (a) unipolar RS and (b) bipolar RS. CC is the current compliance limit. HRS and LRS correspond to the high and low resistance states, respectively.

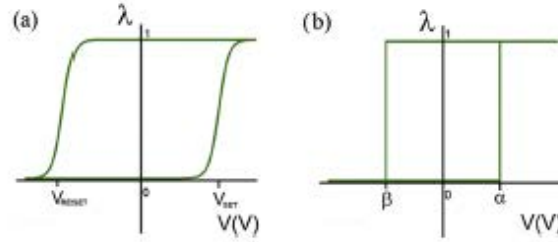


Fig. 2. (a) Logistic hysteron with SET and RESET voltages. (b) Relay hysteron with activation and deactivation voltages  $\alpha$  and  $\beta$ , respectively.

approach to the case of arbitrary input signals involves the decomposition of the logistic hysteron in elementary relay hystérons and the introduction of an important tool in the synthesis of hysteretic systems, namely the  $\alpha$ - $\beta$  memory plane [131]. This issue will not be covered here.

This paper is organized as follows: in Section 2, several models which can describe the HRS and LRS  $I$ - $V$  curves in terms of simple circuital representations or function-fit equations are reviewed. After this, in Section 3, our own approach for the RS  $I$ - $V$  characteristics based on the solution of the generalized diode equation and the logistic hysteron is discussed. In Section 4, the switching  $I$ - $V$  characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based MIM structures electroformed with different current compliances are considered for demonstrative purposes. The model is also fitted to experimental results obtained by other authors. Finally, in Section 5, the conclusions of this work are presented.

## 2. Equivalent circuit models for RS

In this Section, different models proposed to deal with the bistable  $I$ - $V$  characteristic exhibited by electroformed thin dielectric films in MIM structures will be discussed. Given the large number of publications related to RS, it is worth pointing out that the model list reported below is by far not exhaustive. Models that are described by simple mathematical expressions or which admit a circuital representation will be exclusively analyzed here. Models that rely on the numerical solution of differential equations [114,115,132], iterative calculations [113,133], Monte Carlo simulations [134,135] or which exclusively focus the attention on the HRS  $I$ - $V$  curve adopting conventional electron transport mechanisms in dielectrics (Poole-Frenkel conduction [46,57,63,70,90,136], Schottky emission [15,32,35,45,47,54,76–78,137], space charge limited conduction [23,26,28,56,68,138,139], trap assisted tunneling [41,65,90,140], etc.) are also deliberately omitted. For additional information, the reader is redirected to the excellent review papers on these subjects [1,2,45,141–144].

### 2.1. Dopant-drift model

The dopant-drift memristor model for  $\text{TiO}_2$  layers proposed by Strukov et al. [127] represents a breakthrough in the field of RS devices. Although Strukov's model has been widely investigated, mainly from the theoretical viewpoint [28,123,145,146], it is seldom applied in its original form to practical RS cases. In this regard, the application of the complementary series resistors model often requires the introduction of additional constraints in the state equation in the form of window functions [1,105,147]. The two equations that describe this model are (see Fig. 3):

$$V = [(R_{\text{HRS}} - R_{\text{LRS}})x + R_{\text{LRS}}]I \quad (1)$$

$$\dot{x} = Kf(x,I) \quad (2)$$

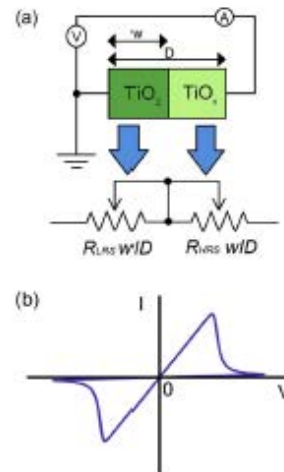


Fig. 3. (a) Schematic of the vacancy-drift memristor model.  $V$  is the voltmeter,  $A$  the ammeter, and  $x = w/D$  the length of doped region normalized to the size of the device and (b) typical simulation result for the  $I$ - $V$  characteristic.

where  $0 \leq x \leq 1$  is the state variable ( $x = w/D$  in Fig. 3a),  $\dot{x}$  its time derivative,  $K$  a constant related to the drift velocity of the oxygen deficiencies,  $R_{\text{LRS}}$  the LRS resistance,  $R_{\text{HRS}}$  the HRS resistance, and  $f$  the window function ( $f = 1$  in Strukov's model). In general,  $f$  is chosen so as to comply with  $f(0,0) = f(1,0) = 0$  to ensure no drift of the dopant front beyond the boundaries of the device. One important aspect of Strukov's model is the absence of well-defined threshold voltages for the SET and RESET events. For a simple sinusoidal input signal the model yields a pinched hysteresis loop (see Fig. 3b). However, a recent study has revealed lacking of predictability of the models expressed by Eqs. (1) and (2) regardless of the considered window function [126].

### 2.2. Local reduction-oxidation model

One of the earliest attempts to describe the HRS  $\leftrightarrow$  LRS transitions of the filamentary current by means of an equivalent electrical circuit comprising nonlinear devices was proposed by Szot et al. [75], who attributed the switching of the electrical resistance in electroformed single-crystalline  $\text{SrTiO}_3$  layers to a change in the transmission properties of individual dislocations. According to Szot's model the switching process is basically a consequence of

the local modulation of the oxygen content related to the self-doping capability of TMOs. As schematically illustrated in Fig. 4, RS is associated with an electrochemical dosing and opening process of a single dislocation at the surface of the dielectric. The electrical behavior of such nanowire is represented by an equivalent circuit formed by a network of resistors and diodes. It is also assumed that the inner network of dislocations is characterized by a 3D orthogonal lattice of resistors connected to individually addressable elements which can reversibly change between a diode and a resistor. Multiple filaments (detected as jumps in the  $I$ - $V$  curves) are also possible within this framework. Although no analytic expression for the  $I$ - $V$  characteristic is provided, the authors suggest that their model bridges the gap between the electrical behavior on the level of the discrete filamentary elements and the macroscopic properties of the material. The proposed circuit scheme is the initial seed of the diode-like model discussed in Section 3.

### 2.3. Memristor-rectifier model

The idea of using an equivalent circuit approach has also been considered by Yang et al. [148]. In this case, the hysteretic  $I$ - $V$  curves are modeled using a combination of memristors and rectifiers which in turn can be used to construct a family of electronically reconfigurable circuit elements [58]. From the physical viewpoint, the device behavior is explained in terms of the coupled electron and ion dynamics driven by the applied electric field. Studying the bipolar switching  $I$ - $V$  characteristics of micro- and nanoscale  $\text{TiO}_2$  junction devices with Pt electrodes, the authors were able to demonstrate that the HRS  $\leftrightarrow$  LRS transitions involve changes in the potential barrier heights at the Pt/ $\text{TiO}_2$  interfaces due to the drift of positively charged oxygen vacancies (see Fig. 5a). The modifications of these barriers alternately lead to Ohmic- or rectifying-type characteristics. In this model, the  $I$ - $V$  curves are

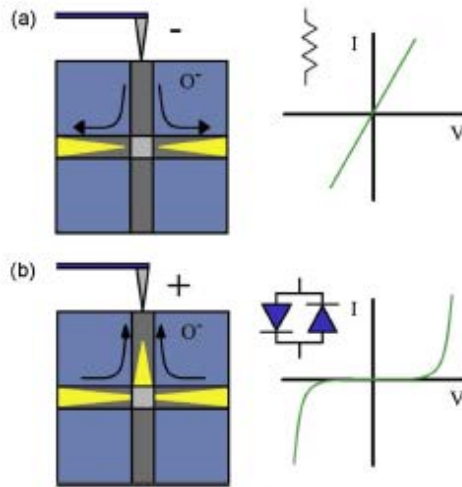


Fig. 4. Schematic representation of the RS phenomenon in  $\text{SrTiO}_3$  associated with the drift of oxygen vacancies: (a) corresponds to Ohmic-type conduction (LRS) and (b) corresponds to diode-like conduction (HRS). The state of the system is changed by the application of a localized voltage on the material surface. The dislocations are represented by an orthogonal network of resistors and diodes.

mathematically described by the phenomenological equation (Fig. 5b and c):

$$I = w^n \beta \sinh(\alpha V) + \chi [\exp(\gamma V) - 1] \quad (3)$$

in which the first term represents a flux-controlled memristor:  $\beta \sinh(\alpha V)$  is the approximation considered for LRS, which is related to electron tunneling through a thin insulating residual barrier.  $\alpha$ ,  $\beta$ , and  $n$  are fitting constants and  $w$  is the state variable of the memristor. While for  $n = 1$  the drift velocity of the oxygen vacancies is directly proportional to the electric field, in the general case,  $n$  is used as a free parameter in the model which can be adjusted to modify the switching behavior. The second term in Eq. (3) represents the rectifying HRS which in this case adopts the form of a diode.  $\chi$  and  $\gamma$  are fitting constants. According to the authors themselves, Eq. (3) was chosen more for its simplicity and ability to reproduce the  $I$ - $V$  characteristics than as a detailed physics model. A thorough analysis based on Local Pressure-modulated Conductance Microscopy (LPMCM) revealed that a localized conducting channel was responsible for the electronic switching.

A modification of Yang's model for  $\text{WO}_3$ -based MIM devices which involves an exponential voltage dependence in the state equation was proposed by Chang et al. [149]:

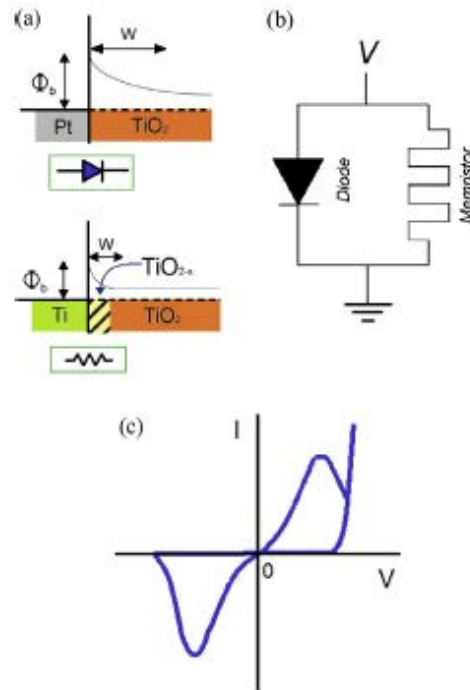


Fig. 5. (a) Energy diagram of the metal/dielectric interface showing the effect of the accumulation/deficiency of oxygen. The Schottky barrier represents the rectifying junction and the resistance represents the collapse of this barrier and the consequent appearance of the Ohmic behavior.  $\Phi_b$  and  $w$  are the barrier height and its width, respectively. (b) Equivalent circuit model formed by a rectifier in parallel with a memristive device. (c) Typical simulated RS  $I$ - $V$  curve using this model.

$$I(V) = w\gamma \sinh(\delta V) + (1 - w)\alpha[1 - \exp(-\beta V)] \quad (4)$$

$$\dot{w} = \lambda \sinh(\eta V) \quad (5)$$

where the state variable  $w$  is initially associated with the length of the gap that separates the doped (conductive) and undoped (resistive) device regions and later with the lateral size of the conductive filament.  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$ , and  $\eta$  are fitting constants. In this case, Eq. (4) expresses the contribution of two parallel conduction mechanisms. For  $w = 0$ , Schottky-barrier emission dominates, whereas for  $w = 1$ , tunneling is the main conduction mechanism. The hyperbolic sine in Eq. (5) reflects the exponential dependence of the velocity of the vacancy front with the applied field. Expression (5) can be extended (using two independent exponentials instead of  $\sinh$ ) to account for the asymmetrical behavior of the  $I$ - $V$  curve for positive and negative biases. The authors have also shown that the fittings of hysteresis loops can be improved by adding a diffusion term in Eq. (5). The LTSPICE code for Chang's memristor model is also provided in Ref. [149].

#### 2.4. Tunneling barrier model

Borghetti et al. [150] investigated the electrical transport characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based MIM structures as a function of the temperature. A completely different behavior was reported after electroforming compared to the fresh device, which indicates the transition from area-distributed current flow to localized conduction. Again, two distinctive limiting behaviors were observed: Ohmic-like for the LRS and exponential for the HRS. This latest mode is attributed to tunneling through a potential barrier and the switching to voltage-induced changes in the oxygen vacancy concentration in the gap between the tip of the filamentary pathway and the adjacent metal contact (see Fig. 6). The nonlinear HRS  $I$ - $V$  characteristic is approximated with a diode-like exponential dependence  $i(V) = i_0(e^{qV/kT} - 1)$ , where  $i_0$  and  $V_0$  are two state-dependent parameters. The differential resistance of the system is given by the expression  $dv/di = R_0 + (V_0/i_0)/(i/i_0 + 1)$ , where  $R_0$  is the series resistance corresponding to the electroformed metallic channel in series with the tunneling gap. The role of  $R_0$  in the metallic-nonmetallic transition is also investigated as a function of the temperature. Similar arguments were used by Pickett et al. [31], but, in this case, Simmons' tunneling expression for a rectangular potential barrier with image force effect was considered for the  $I$ - $V$  curves [151]. The width of the tunneling barrier  $w$  is identified as the dominant state variable and not the barrier height. The switchings HRS  $\leftrightarrow$  LRS are achieved by means of a set of nonlinear functions of the current and of  $w$  which are numerically coupled to the tunneling equation in series with the Ohmic conduction channel ( $R_0$ ). The length of the gap is modulated by the applied voltage or current. On the contrary, in Ref. [152] the Stratton tunneling equation is used instead of Simmons' to compute the current.

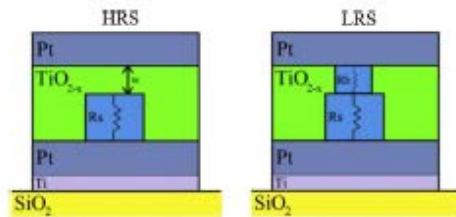


Fig. 6. Schematic of the tunneling barrier model for RS. The resistance  $R_0$  associated with the electroformed metallic channel is in series with a tunneling gap having a width  $w$  (HRS). For LRS, a metallic channel with resistance  $R_0$  bridges the gap.

One major problem of this latest approach is the discontinuity in the tunneling expressions for different voltage regimes, which is solved using logistic-type smoothing functions for the transition. As in the previous case, the complete model has been developed for the SPICE framework.

#### 2.5. Schottky barrier model

Hur et al. [137] proposed an equivalent circuit model for the bipolar RS  $I$ - $V$  characteristics in  $\text{Ta}_2\text{O}_5/\text{TaO}_2$  stacks. The circuit is illustrated in Fig. 7a. In this case the HRS  $I$ - $V$  curve exhibits a rectifying behavior for negative applied bias (see Fig. 7b). The model is based on the modulation of the Schottky barrier height caused by the drift of oxygen vacancies. The devices require electroforming so that a filamentary pathway for conduction is implicitly assumed. Bistable switching occurs as the conducting path is oxidized or reduced in the vicinity of the metal electrode-oxide layer interface. In the LRS, the doped  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  region close to the interface is represented by a resistor while for HRS, the resulting undoped  $\text{Ta}_2\text{O}_5$  is represented by a diode and a series resistance. The drift of oxygen vacancies in and out of the region of interest leads to the following dynamical equation for the length of the doped region  $w(t)$ :

$$\dot{w} = \mu_V \frac{R_{OH}}{L} I w(L - w) \quad (6)$$

where  $\mu_V$  is the mobility of the oxygen vacancies,  $R_{OH}$  the LRS resistance, and  $L$  the active oxide thickness. Remarkably, Eq. (6) resembles the logistic equation which is later invoked in Section 3 in connection with the generalized diode-like model. In this case, the product  $w(t)[L - w(t)]$  corresponds to the window function.  $w(t)$  can now be used to calculate the total resistance of the device  $R(t)$  as in Strukov's model. An additional constant series resistance  $R_0$  for the  $\text{TaO}_x$  region is also taken into account. Then, the  $I$ - $V$  characteristic is expressed by a Schottky barrier model with a variable resistance  $R(t)$  as:

$$I(t) = \begin{cases} i_0 \left[ \exp\left\{\frac{q}{\eta kT} V(t) - I(t)R(t)\right\} - 1 \right] & \text{for } V > 0 \\ i_0 & \text{for } V < 0 \end{cases} \quad (7)$$

where  $i_0$  is the diode current amplitude,  $T$  the temperature,  $q$  the electron charge,  $k$  the Boltzmann constant, and  $\eta$  the ideality factor. The model includes the electric field-induced barrier lowering effect typical of Schottky contacts as well as ideality factors larger than one due to the presence of interface states. The model  $I$ - $V$  characteristics nicely agree with the experimental data. A typical simulated curve is illustrated in Fig. 7b.

#### 2.6. Sinh(x)-based conduction models

Many recently proposed models describe the HRS current in electroformed devices by means of an hyperbolic sine dependence with the applied voltage. Occasionally, this consideration has also been extended to LRS [75]. This voltage dependence ultimately leads to pinched hysteresis loops, symmetric and Ohmic-type  $I$ - $V$  curves for low applied biases, and exponential behavior of the conduction characteristics for large applied biases. In some cases, this choice has a physics foundation but in a vast majority this particular dependence is simply considered because it yields good fitting results [75,153]. To our knowledge, Simmons and Verderber were the first to use an hyperbolic sine dependence for the reversible memory phenomena in thin insulating films [154]. They proposed a model for the  $I$ - $V$  curve of the form:

$$I(V) = K(V) \sinh[k(V)V] \quad (8)$$

where  $K$  and  $k$  are two functions of the applied voltage. Expression (8) was ascribed to direct tunneling in between defect sites and the

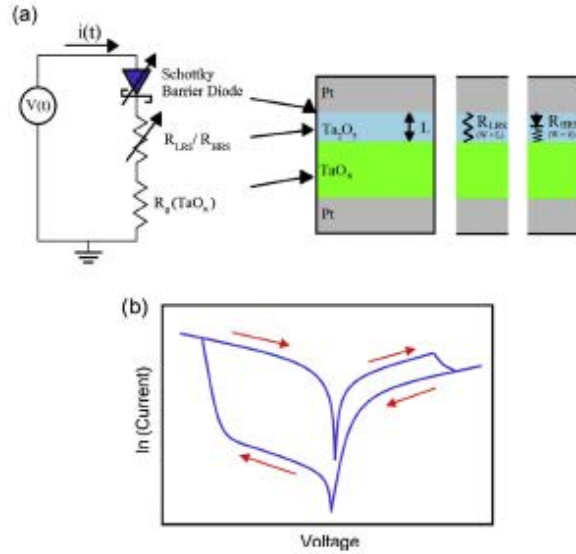


Fig. 7. (a) Equivalent circuit model proposed by Hui et al. [137] with variable Schottky barrier, variable series resistor and fixed base-layer resistance. LRS corresponds to  $w = L$  (doped region in Ohmic state), HRS corresponds to  $w = 0$  (no doped layer) with a top Schottky barrier. (b) Typical simulation result for the  $I$ - $V$  curve. Notice the rectifying behavior of the HRS curve for negative biases.

transitions HRS  $\leftrightarrow$  LRS to the existence of a resonant discrete energy level within the insulator forbidden band. Guan et al. [125] have also implemented a SPICE compact model for RS which makes use of a  $\sinh(x)$ -based expression. Inspired by the association of RRAM operation with the conductive filament growth as a consequence of the movement of oxygen vacancies, the authors assumed the formation of a tunneling barrier of variable width (see Fig. 8). In their model, the change of the gap length  $g$  is associated with the probability for oxygen ions to overcome activation energy barriers following an Arrhenius-type law:

$$\dot{g} = v_0 \exp\left(-\frac{E_{am}}{kT}\right) \sinh\left(\frac{q\alpha V}{kT}\right) \quad g \geq g_{min} \quad (9)$$

where  $v_0$  is a velocity related to the attempt-to-escape frequency and  $E_{am} \sim 1.2$  eV is the activation energy (migration barrier) for vacancy generation (oxygen migration) in a SET (RESET) process.  $I$

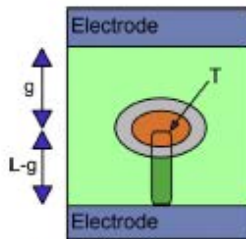


Fig. 8. Conceptual structure of a metal-oxide-based RRAM cell used for compact modeling in Guan's model [125].  $L$  is the oxide thickness,  $g$  is the gap length and  $T$  the temperature at the tip of the filament.

is the thickness of the switching material and  $a$  is the hopping distance.  $V$  is the voltage applied across the cell and  $g_{min}$  is the minimum gap size at which the tip of the filament is considered to be in contact with the electrode.  $\gamma$  is a local enhancement factor that takes into account the polarization of the material and the non-uniform potential distribution across the device. Eq. (9) is derived from the Mott-Gurney ionic hopping current [93]. Assuming that the current exponentially depends on the tunneling distance and the field strength, the authors proposed that the RS  $I$ - $V$  characteristic can be expressed as:

$$I(g, V) = I_0 \exp\left(-\frac{g}{g_0}\right) \sinh\left(\frac{V}{V_0}\right) \quad (10)$$

where  $I_0$ ,  $g_0$ , and  $V_0$  are fitting parameters. Both the linear and exponential regions of the  $I$ - $V$  curves can be captured by Eq. (10) by a proper selection of  $V_0$ . Unfortunately, in Ref. [125], the complete macromodel is only used to represent the transient response of RRAMs and not the  $I$ - $V$  curves. An interesting point of the model is the inclusion of the joule heating effect in the formation of the gap and the cycle-to-cycle stochasticity in  $g$ .

A memristor model which takes into account the asymmetry of the experimental RS  $I$ - $V$  curves was proposed by Yakopcic et al. [155]. The model is shown to be suitable for linearly increasing and sinusoidal inputs and is expressed as:

$$I(t) = \begin{cases} a_1 x(t) \sinh[bV(t)] & V \geq 0 \\ a_2 x(t) \sinh[bV(t)] & V < 0 \end{cases} \quad (11)$$

where  $a_1$  and  $a_2$  are the amplitude parameters and  $b$  is a parameter that controls the intensity of the threshold functions. The state variable  $x(t)$  determines the switching dynamics of the device and its derivative is given by the equation:

$$\dot{x} = \eta g(V) f(x) \quad (12)$$

where  $g(V)$  is the function implementing the threshold behavior and  $f(x)$  a window function  $\eta$  is a fitting constant. The factorization into functions of  $V$  and  $x$  expressed by Eq. (12) is later recovered in Section 3 in connection with the dynamical equation for the logistic hysteron.

2.7. Quantum point-contact model

The quantum point-contact (QPC) model for dielectric breakdown [108,112,156,157] provides a natural explanation for the hyperbolic sine dependence discussed in the previous point. According to this model, the current that flows through a filamentary pathway between metal electrodes (electron reservoirs) is governed by a tunneling barrier corresponding to the first quantized level associated with the confinement of the electron wave function. The height of this barrier determines the conduction mode: LRS for a wide constriction (low barrier) and HRS for a narrow constriction (high barrier). As similar argument holds in terms of the width of the barrier. If the barrier is represented by an inverted parabolic potential and the applied voltage drops symmetrically at both ends of the conductive bridge, the  $I$ - $V$  characteristic can be obtained from the finite-bias Landauer approach as [158]:

$$I(V) = \frac{4e}{h\alpha} \exp(-\alpha\phi) \sinh\left(\frac{\alpha e}{2}V\right) \tag{13}$$

where  $e$  is the electron charge,  $h$  the Planck constant,  $\alpha$  a constant proportional to the width of the barrier, and  $\phi$  the potential barrier height measured from the equilibrium Fermi energy (see Fig. 9a). Expression (13) strongly resembles Guan's model for the  $I$ - $V$  curve (see Eq. (10)), except that in this case the prefactor in the current and the slope of the curve are correlated. Remarkably, if the barrier width shrinks to zero in Eq. (13),  $\alpha \rightarrow 0$  so that the current reads:

$$I(V) = \frac{2e^2}{h}V \tag{14}$$

which corresponds to the electron transport characteristic of a monomode ballistic conductor (transmission probability  $T=1$  in

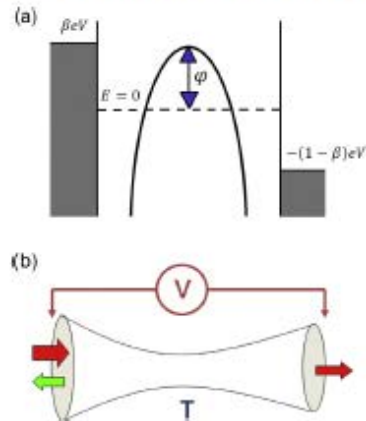


Fig. 9. Quantum point-contact (QPC) model for filamentary conduction. (a) The potential barrier corresponds the first quantized subband associated with the electron wavefunction confinement.  $0 < \beta < 1$  is the fraction of the potential that drops in the source side of the constriction and  $\phi$  is the barrier height measured with respect to the equilibrium Fermi level. For symmetrical potential drops at the two ends of the filament  $\beta = 1/2$ . (b) Representation of the filamentary pathway with a transmitted and reflected electron wave.  $T$  is the transmission probability and  $V$  the applied voltage.

Fig. 9b).  $G_0 = 2e^2/h = (12.9 \text{ k}\Omega)^{-1}$  is the quantum conductance unit. In this way, the RS current magnitude is determined by the lateral size of the filament: the  $I$ - $V$  characteristic follows an exponential law for a narrow constriction and a linear dependence as a function of the applied voltage for a wide constriction. The same result is obtained as a function of the barrier height but this analysis requires the complete expression for the  $I$ - $V$  curve [112]. Although the QPC model does not make explicit reference to the ultimate cause behind the resistance change, the central idea is that it originates in a local atomic rearrangement driven by the external applied field. The idea that the RS filament electrically behaves as a nanowire with conductance values close to integer multiples of  $G_0$  is supported by numerous experimental observations [53,55,61,159–163]. It is worth pointing out that preferred atomic configurations for the filamentary path instead of true conductance quantization can also explain this phenomenology. First principle studies carried out in monoclinic and amorphous  $\text{HfO}_2$  thin films, in which oxygen vacancy paths are created, revealed that even the shortest filaments (one or two atoms long) can sustain conductive channels that exhibit signs of conductance quantization [164].

Interestingly, Eq. (13) can be rewritten as:

$$I(V) = \frac{2e}{h\alpha} \exp(-\alpha\phi) \left\{ \left[ \exp\left(\frac{\alpha e}{2}V\right) - 1 \right] - \left[ \exp\left(-\frac{\alpha e}{2}V\right) - 1 \right] \right\} \tag{15}$$

which from a circuitual viewpoint can be represented by two opposite-biased parallel diodes. This corresponds to the circuit representation used in Szo't's model for the HRS [75]. Moreover, Eq. (15) can be generalized to the case of asymmetric potential drops at the two ends of the filament as:

$$I(V) = \frac{2e}{h\alpha} \exp(-\alpha\phi) \left\{ \left[ \exp(\alpha\beta V) - 1 \right] - \left[ \exp(-\alpha(1-\beta)V) - 1 \right] \right\} \tag{16}$$

with  $0 < \beta < 1$  a new parameter.  $\beta$  is the fraction of the applied voltage that drops on the source side of the constriction. Notice that for  $\beta = 1$ , Eq. (16) reduces to the standard form of a Schottky barrier emission model, the main difference being the fact that in the QPC model the constant  $\alpha$  is related to the shape of the potential barrier rather than to the inverse of the thermal energy  $kT$ . According to the QPC model, the temperature dependence mainly resides in  $\phi$  [165]. On the other hand, for  $\beta = 0$ , the rectifying term in Chang's memristor model is obtained [149]. For  $\phi = 0$ ,  $\beta = 1$ , and  $\alpha = 1/kT$ , Eq. (16) reduces to the mathematical expression of a recently proposed model by Wagenaar et al. for  $\text{AgS}_2$ -based CBRAM devices [166]. Expression (16) can also account for the two rectifying junctions model proposed by Quintero et al. [49] taking  $\beta(V > 0) = 1$  and  $\beta(V < 0) = 0$ . In this latest case, the two metal-dielectric interfaces are treated as back-to-back switchable diodes

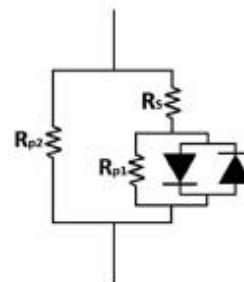


Fig. 10. Equivalent electrical circuit model for RS proposed in this work. The model comprises two opposite-biased parallel diodes, a series resistance ( $R_s$ ) and two parallel resistances ( $R_{p1}$  and  $R_{p2}$ ).

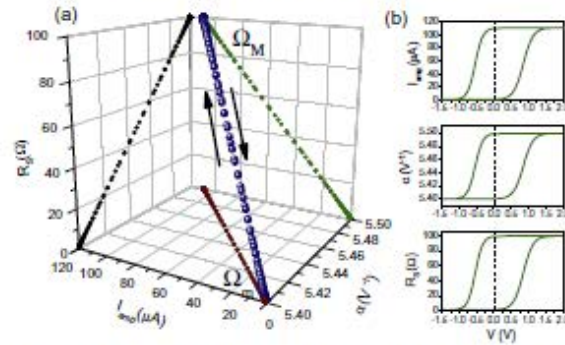


Fig. 11. (a) Evolution of the RS effect in the  $D$ -space. The two end points of the segment line correspond to the low and high resistance stationary states. (b) Evolution of the model parameters according to the logistic hysteron (see Fig. 2a).

with series resistance. Notice that self-rectifying structures, such as those required for intrinsic selectorless memories, can be obtained by eliminating one of the parallel diodes [167]. For a complete review about nanoscale diodes and the role played by the interfaces see Ref [168]. In Section 3, the generalized diode equation and the use of the logistic hysteron for modeling the RS  $I$ - $V$  characteristics of electroformed devices will be discussed.

### 3. The generalized diode model for RS

As it was pointed out in Section 2, a central idea in the modeling of the RS behavior of MIM devices consists in considering two coupled equations, in which one of the equations expresses a relationship for the  $I$ - $V$  curve and the other equation somehow represents the memory effect. This second equation is often expressed as a time derivative of an internal state variable, which can adopt different meanings: resistance change, variation of the doped length, modulation of the barrier width and/or height, etc. A large number of the models proposed to deal with the  $I$ - $V$  characteristics in RS devices relies on an Ohmic-type dependence between  $I$  and  $V$  which simply arises from the linear equation of memristive systems as originally proposed by Chua and Kang [103]. Notice that

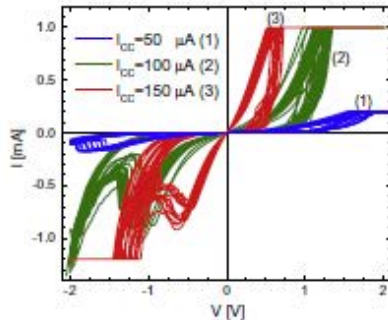


Fig. 12. Experimental  $I$ - $V$  characteristics measured in Al/TiO<sub>2</sub>/Au structures after electroforming with different current compliances  $I_{cc}$ . Current compliances of 1 mA and 0.2 mA were used to limit the degradation of the devices during the voltage sweeps.

this assumption does not mean that the  $I$ - $V$  curve is linear (because of the state equation). However, as we have already mentioned in Section 2, the  $I$ - $V$  model can be extended to nonlinear devices. Of course, this is out from the canonical formulation of memristive

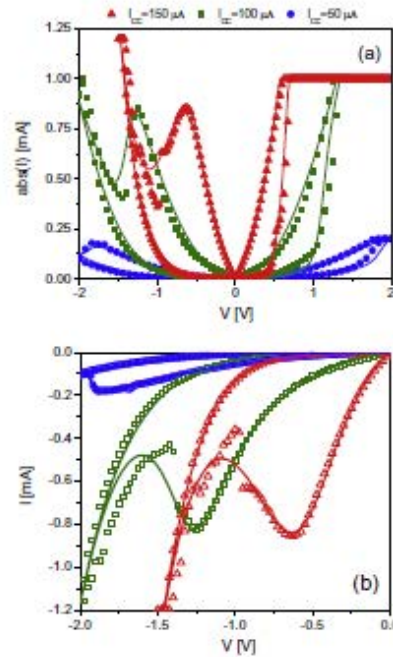


Fig. 13. (a) Experimental (symbols) and model (solid lines) results for the  $I$ - $V$  curves for three different current compliances values used in the electroforming stage. Notice that the curves are highly asymmetric. (b) Details of the curves shown in (a). Model parameter values:  $\alpha_{0,0.1} = 2.1 \text{ V}^{-1}$ ,  $\alpha_{0,0.2} = 5.4 \text{ V}^{-1}$ ,  $R_{0,0.1} = 80 \Omega$ ,  $R_{0,0.2} = 1500 \Omega$ ,  $I_{0,0.1} = 590 \text{ nA}$ ,  $I_{0,0.2} = 110 \mu\text{A}$ ,  $0.85 \text{ V} < V^* < 1.9 \text{ V}$ ,  $-1.75 \text{ V} < -0.54 \text{ V}$ ,  $5 \text{ V}^{-1} < \Gamma^* < 7.06 \text{ V}^{-1}$ ,  $1 \text{ V}^{-1} < \Gamma^* < 11 \text{ V}^{-1}$ .

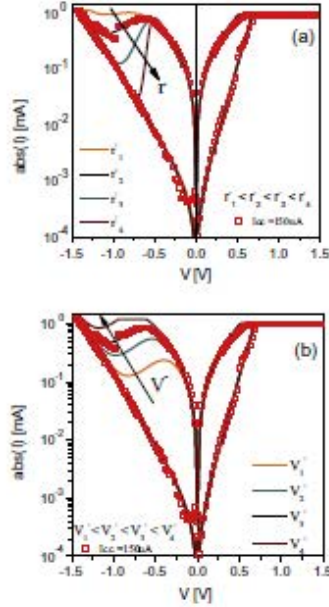


Fig. 14. (a) Experimental ( $I_{cc} = 150 \mu A$ ) and model  $I$ - $V$  characteristics as a function of  $r_i$ :  $r_1 = 7 V^{-1}$ ,  $r_2 = 9.08 V^{-1}$ ,  $r_3 = 15 V^{-1}$ ,  $r_4 = 40 V^{-1}$  and (b) model results as a function of  $V_i$ :  $V_1 = -0.3 V$ ,  $V_2 = -0.45 V$ ,  $V_3 = -0.54 V$ ,  $V_4 = -0.65 V$ .

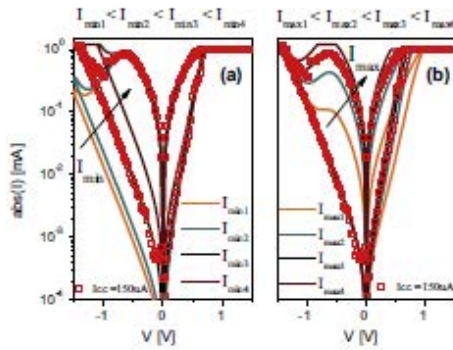


Fig. 15. Experimental ( $I_{cc} = 150 \mu A$ ) and model  $I$ - $V$  characteristics (a) Effect of  $I_{max}$  on the  $I$ - $V$  curves:  $I_{max1,2,3,4} = 59 \mu A, 100 \mu A, 500 \mu A, 3 \mu A$  and (b) effect of  $I_{min}$  on the  $I$ - $V$  curves:  $I_{min1,2,3,4} = 11 \mu A, 50 \mu A, 110 \mu A, 200 \mu A$ .

systems. In this Section, we will consider the particular case of two opposite-biased diodes in connection with the model developed in Section 2.7. However, in what follows, we will not restrict the amplitude of the diode current and the potential profile parameter to those strictly stipulated by the quantum approach. In addition, we will include additional parameters such as series ( $R_S$ ) and parallel resistances ( $R_{p1}$  and  $R_{p2}$ ) which could represent inherent or parasitic conduction effects (see Fig. 10). As in previous models,

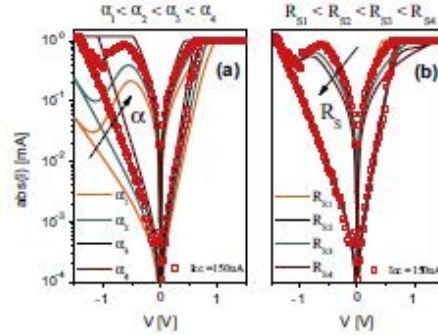


Fig. 16. Experimental ( $I_{cc} = 150 \mu A$ ) and theoretical  $I$ - $V$  characteristics. (a) Effect of  $\alpha$  on the model curves:  $\alpha_{1,2,3,4} = 3 V^{-1}, 4 V^{-1}, 5.4 V^{-1}, 7 V^{-1}$  and (b) effect of the  $R_S$  on the model curves:  $R_{S1,2,3,4} = 1 \Omega, 80 \Omega, 500 \Omega, 1 k\Omega$ .

$R_S$  may represent a remnant local potential barrier, while  $R_{p1}$  and  $R_{p2}$  may represent localized and area-distributed parallel leakage current paths, respectively. In its general form, the proposed model makes neither an specific reference to the ion migration effect in the dielectric material nor to the kind of electron transport (filamentary or homogeneous). Of course, the selection of a particular conduction mechanism will reduce the number of free parameters according to the physical constraints.

The  $I$ - $V$  characteristic for the circuit illustrated in Fig. 10 is given by the transcendental equation:

$$I = I_0 \{ \exp[\alpha(V(1 + R_S G_{p2}) - IR_S)] - 1 \} - I_0 \{ \exp[-\alpha(V(1 + R_S G_{p2}) - IR_S)] - 1 \} + (V - IR_S)G_{p1} + V G_{p2} (1 + R_S G_{p1}) \quad (17)$$

where  $G_{p1} = 1/R_{p1}$  and  $G_{p2} = 1/R_{p2}$ . Notice that Eq. (17) satisfies  $I(-V) = -I(V)$  as expected for an odd function. Assuming that one diode is operating at a time, i.e. neglecting the inverse saturation current, the solution of Eq. (17) reads [169]:

$$I(V) = \text{sgn}(V) \{ (\alpha R_S)^{-1} W[\alpha I_0 R_S d \exp(\alpha d(|V| + I_0 R_S))] + d[G_{p1}|V| - k] + G_{p2}|V| \} \quad (18)$$

where  $d = (1 + R_S G_{p1})^{-1}$ ,  $\text{sgn}$  is the sign function and  $|k|$  is the absolute value of  $x$ .  $W$  is the Lambert function [170], that is the solution of the equation  $we^w = x$ . Notice that regardless of the model parameter values, a pinched  $I$ - $V$  curve ( $I(V=0) = 0$ ) is always obtained. Although Eq. (18) is strictly valid for constant parameter values, we extend it *ad hoc* to the case of voltage-dependent parameters. In order to achieve the hysteretic behavior we introduce the logistic hysteron defined as:

$$\lambda(V) = \{ 1 + \exp[-r^s(V - V^*)] \}^{-1} \quad (19)$$

where  $r^s$  is the switching rate and  $V^*$  the transition voltage.  $\lambda$  is a threshold parameter that varies in between 0 and 1 as a function of the applied bias. The plus and minus signs refer to the SET and RESET processes, respectively, which in this work are assumed to occur at opposite polarities (bipolar RS). The extension to unipolar RS is straightforward. The state of the system is now described by the vector  $\Omega = (I_0, \alpha, R_S)$ , where  $I_0$  is the diode current amplitude,  $\alpha$  the low-voltage logarithmic conductance of the diode and  $R_S$  the series resistance. For the sake of simplicity,  $R_{p1}$  and  $R_{p2}$  are taken as constants but they can be included in the state vector as well. In order to represent the modification of the system state caused by



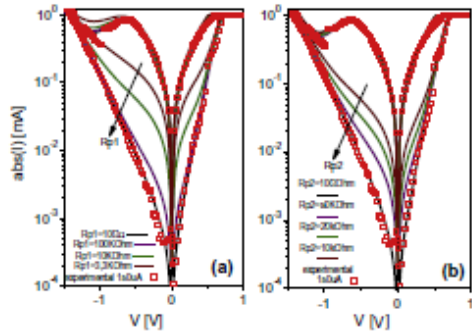


Fig. 17. Experimental and model  $I$ - $V$  characteristics for the  $150 \mu\text{A}$  current compliance curve. (a) Effect of the  $R_{p1}$  on the  $I$ - $V$  curves.  $R_{p1-4} = 10 \text{ G}\Omega$ ,  $100 \text{ k}\Omega$ ,  $10 \text{ k}\Omega$ ,  $3.3 \text{ k}\Omega$  and (b) effect of the  $R_{p2}$  on the  $I$ - $V$  curves.  $R_{p2-4} = 10 \text{ G}\Omega$ ,  $50 \text{ k}\Omega$ ,  $20 \text{ k}\Omega$ ,  $10 \text{ k}\Omega$ .

the applied voltage, the following parametric equation for  $\Omega$  is postulated:

$$\Omega = \Omega_{\min} + \lambda(\Omega_{\max} - \Omega_{\min}) \quad (20)$$

where  $\Omega_{\min} = (I_{\min}, \alpha_{\min}, R_{S\min})$  and  $\Omega_{\max} = (I_{\max}, \alpha_{\max}, R_{S\max})$  are the end points, minimum and maximum, respectively, of the segment line defined by  $\Omega$  (see Fig. 11a). Fig. 11b illustrates the hysteretic behavior of the model parameters. If necessary, some of these parameters may also be constant. It is worth pointing out that this approach allows modeling the transition between two exponential  $I$ - $V$  curves (if the potential drop across  $R_S$  is negligible with respect to the applied voltage) and the transition between an exponential

$I$ - $V$  curve and an Ohmic-type one (if the potential drop across  $R_S$  is comparable to the applied voltage). Moreover, notice that Eq. (19) can be expressed in the generic form:

$$\lambda(V) = \left\{ 1 + \left( \frac{1 - \lambda_0}{\lambda_0} \right) \exp[-rV] \right\}^{-1} \quad (21)$$

where  $\lambda_0 = \lambda(V=0)$ . Since Eq. (21) is the solution of the logistic equation, the state equation for  $\lambda$  is given by the expression:

$$\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dV} \frac{dV}{dt} = rV\lambda(1 - \lambda) \quad (22)$$

Notice the similarity of Eq. (22) with Eq. (6) and the natural appearance of the window function  $\lambda(1 - \lambda)$ . In this case, a voltage driven mechanism for the SET and RESET processes was assumed in Eq. (19) but the same can be done with respect to the current. The hysteretic behavior provided by  $\lambda$  can also be interpreted as a delay between the applied voltage and the change in the electron transmission properties of the oxide layer [98,105]. The derivative of the logistic hysteron  $d\lambda/dV$  has been related to the statistical distribution of the SET and RESET voltages of the elementary domains in multiferroic  $\text{BiFeO}_3$  films [171,172]. In the present case, the logistic hysteron is the key element for modeling the switching behavior of the  $I$ - $V$  curve between two stationary states, namely HRS and LRS, and this transition is described as a segment line in the  $\Omega$ -space. For an arbitrary input signal and for an arbitrary memory effect (for instance with or without the wipe-out property), the evolution of the system state can be represented as a trajectory in this space. Here a single hysteron was assumed for illustrative purposes but a decomposition on elementary relay hysterons is also possible. In this regard, the proposed approach is equivalent to the Preisach model for the  $B$ - $H$  curve of magnetic materials [130,131].

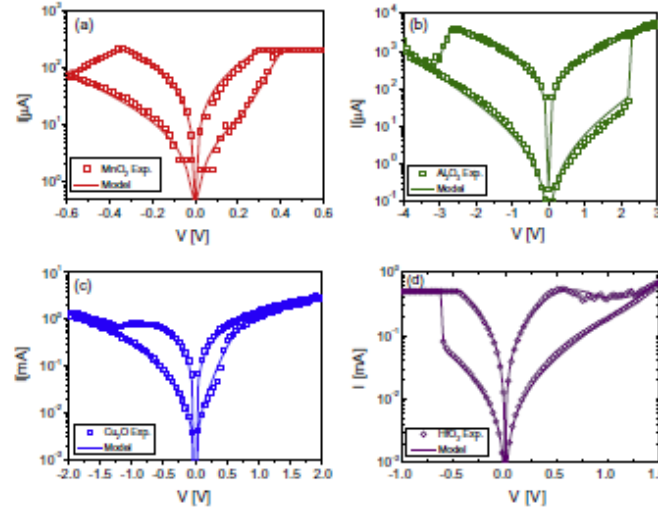


Fig. 18. Experimental  $I$ - $V$  characteristics extracted from literature (symbols) and model results (solid lines): (a)  $\text{MnO}_2$  [173]:  $\alpha_{\text{on}} = \alpha_{\text{off}} = 3.5 \text{ V}^{-1}$ ,  $I_{\text{on,0}} = 11 \mu\text{A}$ ,  $I_{\text{off,0}} = 130 \mu\text{A}$ ,  $R_{\text{on,0}} = R_{\text{off,0}} = 1 \Omega$ ,  $V^* = 0.4 \text{ V}$ ,  $V^* = -0.4 \text{ V}$ ,  $r^* = r^* = 20 \text{ V}^{-1}$ ; (b)  $\text{Al}_2\text{O}_3$  [174]:  $\alpha_{\text{on}} = 1.6 \text{ V}^{-1}$ ,  $\alpha_{\text{off}} = 1.9 \text{ V}^{-1}$ ,  $I_{\text{on,0}} = 700 \text{ nA}$ ,  $I_{\text{off,0}} = 270 \mu\text{A}$ ,  $R_{\text{on,0}} = 1 \Omega$ ,  $R_{\text{off,0}} = 200 \Omega$ ,  $V^* = 2.3 \text{ V}$ ,  $V^* = -2.5 \text{ V}$ ,  $r^* = 85 \text{ V}^{-1}$ ,  $r^* = 30 \text{ V}^{-1}$ ; (c)  $\text{Cu}_2\text{O}$  [175]:  $\alpha_{\text{on}} = \alpha_{\text{off}} = 3.4 \text{ V}^{-1}$ ,  $I_{\text{on,0}} = 20 \mu\text{A}$ ,  $I_{\text{off,0}} = 800 \mu\text{A}$ ,  $R_{\text{on,0}} = R_{\text{off,0}} = 500 \Omega$ ,  $V^* = 0.8 \text{ V}$ ,  $V^* = -0.7 \text{ V}$ ,  $r^* = r^* = 7 \text{ V}^{-1}$ ; (d)  $\text{HfO}_2$  [176]:  $\alpha_{\text{on}} = \alpha_{\text{off}} = 2.1 \text{ V}^{-1}$ ,  $R_{\text{on,0}} = R_{\text{off,0}} = 1 \Omega$ ,  $I_{\text{on,0}} = 25 \mu\text{A}$ ,  $I_{\text{off,0}} = 400 \mu\text{A}$ ,  $V^* = 0.6 \text{ V}$ ,  $V^* = -0.6 \text{ V}$ ,  $r^* = 6 \text{ V}^{-1}$ ,  $r^* = 100 \text{ V}^{-1}$ .

#### 4. Experimental and fitting results using the diode-like model

In the first part of this section, we apply the model discussed in Section 3 to electroformed  $\text{TiO}_2$ -based MIM structures fabricated in our labs. After this, we apply the same approach to measurements performed by other authors obtained in a variety of devices. The first set of devices corresponds to crossbar-patterned  $\text{Al}(50\text{ nm})/\text{TiO}_2(50\text{ nm})/\text{Au}(50\text{ nm})$  structures. The oxide films were grown by reactive sputtering with a pressure of 20 mTorr and a power of 150 W at room temperature. The bottom and top electrodes were deposited by the thermal evaporation method. Devices with area of  $100\ \mu\text{m}^2$  were electroformed at approximately  $-11\text{ V}$  with current compliances  $I_C$  of 50, 100, and 150  $\mu\text{A}$ . After electroforming the devices exhibited bipolar RS as shown in Fig. 12. Compliances of 1 mA and 0.2 mA are used during the SET process. Compliance of 1.2 mA is used for the RESET curves in the case of  $I_C = 150\ \mu\text{A}$ . Variability from cycle-to-cycle is clearly observed in Fig. 12. Further details about the fabrication process of the devices and electrical characterization can be found in Ref. [128].

Fig. 13a shows some selected experimental  $I$ - $V$  curves and model results using Eqs. (18)–(20). Notice that the  $I$ - $V$  curves are not symmetric with respect to the applied bias and that exhibit negative differential resistance regions for  $V < 0$ . The proposed model is able to capture these features using an asymmetrical logistic hysteron. Fig. 13b shows a detail of the RESET curves. In order to illustrate the effect of the parameters on the model curves, a reference  $I$ - $V$  characteristic ( $I_C = 150\ \mu\text{A}$ ) was selected. First, the roles played by the hysteron parameters  $r^+$  and  $V^-$  on the model curves are illustrated in Fig. 14a and b, respectively. While  $r^+$  determines the RESET transition rate, the threshold voltage  $V^-$  sets the voltage at which the transition LRS  $\rightarrow$  HRS takes place. As illustrated in Fig. 15, the resistance window is determined by the transition amplitude  $I_{On\max} + I_{On\min}$ . Increasing these parameters increases the diode current both in the LRS and HRS. Importantly,  $I_{On\max}$  and  $I_{On\min}$  can also affect both the shape of the SET and RESET transitions. As expected, the logarithmic conductance  $\alpha$  (see Fig. 16a) and the series resistance  $R_S$  (see Fig. 16b) mainly affect the HRS and LRS curves, respectively. Importantly,  $R_{S\max}$  in combination with a properly chosen  $I_{On\max}$  can be used to linearize the LRS  $I$ - $V$  curve. Concerning the parallel resistances  $R_{p1}$  and  $R_{p2}$ , these parameters mainly modify the low-current/low-voltage region of the curves introducing a positive deviation from the exponential behavior (see Fig. 17). Both shunt resistances yield similar results so that they cannot be easily distinguished by simply considering the experimental  $I$ - $V$  curves. For our own experimental curves, these parameters play a minor role, but in other cases they can be worth considering.

To conclude, Fig. 18 shows several experimental  $I$ - $V$  curves extracted from different published papers. The experimental data were fitted using Eqs. (18)–(20). First, Fig. 18a shows bipolar RS for a  $\text{TiN}/\text{MnO}_2/\text{Pt}$  device with a  $120\ \mu\text{m}$  diameter electrode [173]. A forming process was required to induce RS at 1–1.5 V. In this case  $R_{S\min}$  and  $R_{S\max}$  are negligible so that both LRS and HRS are described by exponential curves. Fig. 18b shows the RS behavior of radio frequency sputtered  $\text{Al}_2\text{O}_3$  thin films [174]. In Fig. 18c, RS in a  $\text{Cu}_2\text{O}$  thin film is illustrated [175]. Finally, in Fig. 18d, experimental and fitting results are shown for  $\text{HfO}_2$ -based electroformed MIM structures [176]. In this case, the SET and RESET events take place at negative and positive biases, respectively, so that a clockwise motion for the logistic hysteron is considered.

#### 5. Conclusions

Modeling of the resistive switching effect in electroformed MIM devices is a hot topic in the area of nonvolatile memory devices. The issue is also of great interest for the device physics community

in general because of the connections with the field of memristive systems. In spite of the large number of published papers on this topic, there is no consensus yet about what is the best and more convenient approach available for representing the bistable  $I$ - $V$  characteristic exhibited by such structures. In this work, several models based on simple circuit descriptions and mathematical expressions were reviewed. We have also proposed a very simple model based on the combination of diodes and resistances. To achieve the hysteretic behavior a mathematical entity called the logistic hysteron was used. Here, the focus was put on the representation of the conduction characteristics of devices subjected to periodic voltage signals. The generalization of these ideas to arbitrary input signals and to the particular memory properties of different materials is in progress.

#### Acknowledgments

A part of the work has been performed in the project PANACHE, co-funded by grants from Spain (Project Nos. PCIN2013-076 and TEC2012-32305 of the Spanish Ministerio de Economía y Competitividad) and the ENIAC Joint Undertaking, Project TEC2012-32305 was co-funded by the EU under the FEDER program. The authors also acknowledge the support of the project PICT-MeMOsAT, MINCTIP, Argentina and the DURSI of the Generalitat de Catalunya under contract 2014SGR384. Jordi Suñé also acknowledges the ICREA Academia award. Pablo Levy is member of CONICET, Argentina.

#### References

- [1] Waizer R, Aono M. Nanoscale-based resistive switching memories. *Nat Mater* 2007;6:833–40.
- [2] Waizer R, Dittmann R, Stallov G, Saut K. Redox-based resistive switching memories – nanoscale mechanisms, prospects, and challenges. *Adv Mater* 2009;21:2632–63.
- [3] Chung A, Deen J, Lee JS, Meeyappan M. Nanoscale memory devices. *Nanoscale* 2010;2:1–42001.
- [4] Kim KM, Jeong DS, Hwang CS. Nanoflamentary resistive switching in binary oxide systems: a review on the present status and outlook. *Nanoscale* 2011;2:2540–2.
- [5] Ha SD, Ramasathan S. Adaptive oxide electronics: a review. *J Appl Phys* 2011;110:07101.
- [6] Sacchetti D, De Micheli G, Leblebici Y. Multiterminal memristive nanowire devices for logic and memory applications: a review. *Proc IEEE* 2012;100:2008–20.
- [7] Yang YC, Pan F, Liu Q, Liu M, Zeng F. Fully room-temperature-fabricated nonvolatile resistive memory for ultrafast and high-density memory application. *Nano Lett* 2009;9:9536–43.
- [8] Yang JJ, Zhang MX, Pickett MD, Miao F, Strachan JP, Li WD, et al. Engineering nonlinearity into memristors for passive crossbar applications. *Appl Phys Lett* 2012;100:113501.
- [9] Huang Y, Huang R, Pan Y, Zhang L, Gu Y, Yang G, et al. A new dynamic selector based on the bipolar RRAM for the crossbar array application. *IEEE Trans Electron Devices* 2012;59:2277–80.
- [10] Kim S, Choi SH, Lee J, Lu WD. Tuning resistive switching characteristics of tantalum oxide memristors through Si doping. *ACS Nano* 2014;8:10262–9.
- [11] Kim DC, Seo S, Ahn SE, Suh DS, Lee MJ, Park BH, et al. Rectification of filamentary conductors for the resistive memory switching in NiO films. *Appl Phys Lett* 2006;88:202102.
- [12] Park GS, Li XS. Observation of electric-field induced Ni filament channels in polycrystalline NiO. *Appl Phys Lett* 2007;91:222103.
- [13] Kim SJ, Lee JH, Chang YW, Hwang SS, Yoo KH. Reversible resistive switching behaviors in NiO nanowires. *Appl Phys Lett* 2008;93:033503.
- [14] Choi JH, Das SN, Myoung JM. Controllable resistance switching behavior of NiO/SiO<sub>2</sub> double layers for nonvolatile memory applications. *Appl Phys Lett* 2009;95:062105.
- [15] Jeong DS, Schroeder H, Waizer R. Mechanism for bipolar switching in a Pt/TiO<sub>2</sub>/Pt resistive switching cell. *Phys Rev B: Condens Matter* 2009;79:116317.
- [16] Ye JY, Li YQ, Gao J, Peng HY, Wu SX, Wu T. Nanoscale resistive switching and filamentary conduction in NiO thin films. *Appl Phys Lett* 2010;97:132108.
- [17] Sun QQ, Gu JJ, Chen L, Zhou P, Wang PF, Ding SJ, et al. Controllable filament with electric field engineering for resistive switching uniformity. *IEEE Electron Device Lett* 2011;32:1357–9.
- [18] Kim YS, Kim JS, Choi JS, Hwang IR, Hoag SH, Kang SO, et al. Resistive switching behaviors of NiO films with controlled number of conducting filaments. *Appl Phys Lett* 2011;98:132104.

- [19] Hwang J, Lee M, Bae J, Hong S, Kim JS, Choi J, et al. Effects of a local resistor on conducting filament characteristics and unipolar resistive switching behavior in a Pt/NiO/Pt structure. *IEEE Electron Device Lett* 2012;33:881–3.
- [20] Nishi F, Dejonghe D, Spiga S, Muller C, Bourelle B, Ichimi D. Switching of nanoscale filaments in NiO by conductive atomic force microscopy. *J Appl Phys* 2012;112:054330.
- [21] Rohde C, Choi BJ, Jeong DS, Choi S. Identification of a determining parameter for resistive switching of TiO<sub>2</sub> thin films. *Appl Phys Lett* 2006;88:262907.
- [22] Choi BJ, Jeong DS, Kim SK, Rohde C, Choi S, Oh JH, et al. Resistive switching mechanism of TiO<sub>2</sub> thin films grown by atomic-layer deposition. *J Appl Phys* 2005;98:033715.
- [23] Kim KM, Choi BJ, Jeong DS, Hwang CS, Han S. Influence of carrier injection on resistive switching of TiO<sub>2</sub> thin films with Pt electrodes. *Appl Phys Lett* 2006;89:162912.
- [24] Kim KM, Choi BJ, Hwang CS. Localized switching mechanism in resistive switching of atomic-layer-deposited TiO<sub>2</sub> thin films. *Appl Phys Lett* 2007;90:242906.
- [25] Yoshida C, Tsunoda K, Nishino H, Sugiyama Y. High speed resistive switching in Pt/TiO<sub>2</sub>/Ni film for nonvolatile memory application. *Appl Phys Lett* 2007;91:223510.
- [26] Cao X, Li XM, Gao XD, Zhang YW, Liu XJ, Wang Q, et al. Effects of the compliance current on the resistive switching behavior of TiO<sub>2</sub> thin films. *Appl Phys A* 2009;97:883–7.
- [27] Kim S, Choi YK. A comprehensive study of the resistive switching mechanism in Al/TiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>/Al-structured 1R1R1. *IEEE Trans Electron Devices* 2009;56:3040–54.
- [28] Kim S, Jeong HY, Choi SY, Choi YK. Comprehensive modeling of resistive switching in the Al/TiO<sub>2</sub>/TiO<sub>2</sub>/Al heterostructure based on space-charge-limited conduction. *Appl Phys Lett* 2009;97:033508.
- [29] Kim KM, Hwang CS. The conical shape filament growth model in unipolar resistance switching of TiO<sub>2</sub> thin film. *Appl Phys Lett* 2009;94:122109.
- [30] Yang JJ, Miao F, Pickett MD, Ohlberg DAA, Stewart DR, Lau CN, et al. The mechanism of electroforming of metal oxide memristive switches. *Nanotechnology* 2009;20:215201.
- [31] Pickett MD, Strukov DB, Borghetti JL, Yang JJ, Snider GS, Stewart DR, et al. Switching dynamics in titanium dioxide memristive devices. *J Appl Phys* 2009;106:074508.
- [32] Hwang JJ, Kao CW, Chang WC, Hsu TH. Transition of stable rectification to resistive-switching in Ti/TiO<sub>2</sub>/Pt oxide diode. *Appl Phys Lett* 2010;96:262901.
- [33] Kim KM, Kim GH, Song SJ, Soek JY, Lee MH, Yoon JH, et al. Electrically configurable electroforming and bipolar resistive switching in Pt/TiO<sub>2</sub>/Pt structures. *Nanotechnology* 2010;21:305203.
- [34] Kwon DH, Kim KM, Jang JH, Jhon JM, Lee MH, Kim GH, et al. Atomic structure of conducting nanofilaments in TiO<sub>2</sub> resistive switching memory. *Nat Nanotech* 2010;5:148–53.
- [35] Cheng YL, Lai PY, Chen YC, Chen JS. Schottky barrier mediated single-polarity resistive switching in Pt layer-included TiO<sub>2</sub> memory device. *ACS Appl Mater Interfaces* 2011;3:1918–24.
- [36] Ghemil N, Sanchez MJ, Rubi D, Rosenzweig MJ, Ustunlar C, Weiseman M, et al. Tailoring conductive filaments by electroforming polarity in memristive based TiO<sub>2</sub> junctions. *Appl Phys Lett* 2014;104:183505.
- [37] Walczyk Ch, Wenger Ch, Sahal R, Lukatski M, Fox A, Dabrowski J, et al. Pulse-induced low-power resistive switching in HfO<sub>2</sub> metal-insulator-metal diodes for nonvolatile memory applications. *J Appl Phys* 2009;105:114103.
- [38] Hamoui M, Nagata T, Okuyow T. Impact of Cu electrode on switching behavior in a Cu/HfO<sub>2</sub>/Pt structure and resultant Cu ion diffusion. *Appl Phys Express* 2009;2:061401.
- [39] Wang Y, Liu Q, Long S, Wang W, Wang Q, Zhang M, et al. Investigation of resistive switching in Cu-doped HfO<sub>2</sub> thin film for multilevel non-volatile memory application. *Nanotechnology* 2010;21:045202.
- [40] Gotsen P, Mougennot M, Valée C, Javel C, Jausseume V, Gampel H, et al. Resistance switching in HfO<sub>2</sub> metal-insulator-metal devices. *J Appl Phys* 2010;107:074507.
- [41] Yu S, Guan X, Wang HSP. Conduction mechanism of TiN/HfO<sub>2</sub>/Pt resistive switching memory: a trap-assisted-tunneling model. *Appl Phys Lett* 2011;99:063507.
- [42] Lin XL, Hsu TH, Shieh J, Lin JH, Chou CT, Lee YJ. Electrode dependence of filament formation in HfO<sub>2</sub> resistive-switching memory. *J Appl Phys* 2011;109:084104.
- [43] Bertaud T, Walczyk D, Walczyk Ch, Kubacki S, Sowińska M, Schroeder T, et al. Resistive switching of HfO<sub>2</sub>-based metal-insulator-metal diodes: impact of the top electrode material. *Thin Solid Films* 2011;520:4651–5.
- [44] Chen YY, Pauratik G, Adelmann C, Goux I, Gouzeanu B, Degroove R, et al. Insights into N-filament formation in unipolar-switching Ni/HfO<sub>2</sub>/TiN resistive random access memory device. *Appl Phys Lett* 2012;100:113513.
- [45] Lee JK, Jang S, Park J, Chung SW, Roh JS, Hong SJ, et al. Accurate analysis of conduction and resistive-switching mechanisms in double-layered resistive-switching memory devices. *Appl Phys Lett* 2012;101:10B505.
- [46] Long B, Li Y, Mandal S, Jha R, Leedy K. Switching dynamics and charge transport studies of resistive random access memory devices. *Appl Phys Lett* 2012;101:113503.
- [47] Syu YE, Chang TC, Iou JH, Tsai TM, Chang KC, Tsai MJ, et al. Atomic-level quasi-oxidation reaction of HfO<sub>2</sub> memristor. *Appl Phys Lett* 2013;102:172908.
- [48] Wu X, Chu D, Bauman M, Raghavan N, Mgas DB, Bonifantio VE, et al. Intrinsic nanoflamentation in resistive switching. *J Appl Phys* 2013;113:114503.
- [49] Quintero C, Zappe R, Marlasca FG, Gokmar F, Casanova F, Stolar P, et al. HfO<sub>2</sub> based memory devices with rectifying capabilities. *J Appl Phys* 2014;115:024501.
- [50] Terai M, Sakonuma Y, Katsuj S, Hada H. Resistance controllability of Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>/TiO<sub>2</sub> stack ReRAM for low-voltage and multilevel operation. *IEEE Electron Device Lett* 2010;31:204–6.
- [51] Yang JJ, Zhang MX, Strachan JP, Miao F, Pickett MD, Kelley RD, et al. High switching endurance in TaO<sub>x</sub> memristive devices. *Appl Phys Lett* 2010;97:232102.
- [52] Yang Y, Sheridan P, Lu W. Complementary resistive switching in tantalum oxide-based resistive memory devices. *Appl Phys Lett* 2012;100:20B112.
- [53] Tsunoda K, Hasegawa T, Terabe K, Aono M. Conductance quantization and synaptic behavior in a Ta<sub>2</sub>O<sub>5</sub>-based atomic switch. *Nanotechnology* 2012;23:435705.
- [54] Hur JH, Kim KM, Chang M, Lee SR, Lee D, Lee CB, et al. Modeling for multilevel switching in oxide-based bipolar resistive memory. *Nanotechnology* 2012;23:225702.
- [55] Chen C, Gao S, Zeng F, Wang GY, Li SZ, Song C, et al. Conductance quantization in oxygen-anion-enrichment-based resistive switching memory devices. *Appl Phys Lett* 2013;103:04B510.
- [56] Peng H, Wu T. Nonvolatile resistive switching in spinel ZnMn<sub>2</sub>O<sub>4</sub> and filament ZnMn<sub>2</sub>O<sub>4</sub>. *Appl Phys Lett* 2009;95:152106.
- [57] Lee S, Kim H, Yan DJ, Rhee SW, Yang K. Resistive switching characteristics of ZnO thin film grown on stainless steel for flexible nonvolatile memory devices. *Appl Phys Lett* 2009;95:262113.
- [58] Yang JJ, Borghetti J, Murphy D, Stewart DR, Williams RS. A family of electronically reconfigurable nanodevices. *Adv Mater* 2009;21:3754–8.
- [59] Yang YC, Pan F, Zeng F. Bipolar resistance switching in high-performance Cu/ZnO/Mn/Pt nonvolatile memories: active region and influence of Joule heating. *New J Phys* 2010;12:023008.
- [60] Zhuge F, Peng S, He C, Zhu X, Chen X, Liu Y, et al. Improvement of resistive switching in Cu/ZnO/Pt sandwiches by weakening the randomness of the formation/rupture of Cu filaments. *Nanotechnology* 2011;22:275204.
- [61] Zhu XJ, Su W, Liu Y, Hu B, Pan L, Lu W, et al. Observation of conductance quantization in oxide-based resistive switching memory. *Adv Mater* 2012;24:3941–5.
- [62] Schindler C, Thermanan SCP, Waser R, Kozicki MN. Bipolar and unipolar resistive switching in Cu-doped SiO<sub>2</sub>. *IEEE Trans Electron Devices* 2007;54:2762–8.
- [63] Zhang L, Huang R, Gao D, Wu D, Kuang Y, Tang P, et al. Unipolar resistive switch based on silicon monoxide realized by CMOS technology. *IEEE Electron Device Lett* 2009;30:870–2.
- [64] Chang YF, Chen PM, Chen YT, Xue F, Wang Y, Zhou F, et al. Study of polarity effect in SiO<sub>2</sub>-based resistive switching memory. *Appl Phys Lett* 2012;101:062111.
- [65] Melonic A, Cuffi S, Wojcik M, Hudlak S, Labo C, Rirk R, et al. Electrically tailored resistance switching in silicon oxide. *Nanotechnology* 2012;23:452011.
- [66] Sun X, Sun B, Liu L, Xu N, Liu X, Han R, et al. Resistive switching in GeO<sub>2</sub> films for nonvolatile memory application. *IEEE Electron Device Lett* 2009;30:334–6.
- [67] Dou C, Kakushima K, Ahmed P, Tsutsui K, Nishiyama A, Sugii N, et al. Resistive switching behavior of a CeO<sub>2</sub> based ReRAM cell incorporated with Si buffer layer. *Microelectron Reliab* 2012;52:688–91.
- [68] Ismail M, Huang CY, Panda D, Huang CJ, Tsai TL, Jeng JH, et al. Forming-free bipolar resistive switching in nonstoichiometric ceria films. *Nanoscale Res Lett* 2014;9:46.
- [69] Silva H, Gomes H, Pogorelec YG, Stallings P, de Lencow DM, Azeiteiro JP, et al. Resistive switching in nanostructured thin films. *Appl Phys Lett* 2009;94:20D107.
- [70] Nagashima K, Yanagida T, Oka K, Kawai T. Unipolar resistive switching characteristics of room temperature grown SnO<sub>2</sub> thin films. *Appl Phys Lett* 2009;94:242902.
- [71] Liu M, Wang AW, He X, Liu Q, Guan W. Multilevel resistive switching with ionic and metallic filaments. *Appl Phys Lett* 2009;94:233106.
- [72] Chiu FC, Shih WC, Peng JJ. Conduction mechanism of resistive switching films in MgO memory devices. *J Appl Phys* 2012;111:094104.
- [73] Maline H, Berger L, Martin D, Klein V, Slesarek S, Jakschik S, et al. Filamentary resistive switching in amorphous and polycrystalline Ni<sub>2</sub>O<sub>3</sub> thin films. *Solid-State Electron* 2012;72:73–7.
- [74] Tseng HC, Chang TC, Huang JJ, Yang FC, Chen YF, Jian PY, et al. Investigating the improvement of resistive switching trends after post-forming negative bias stress treatment. *Appl Phys Lett* 2011;99:132104.
- [75] Saut X, Speier W, Bihlmayer G, Waser R. Switching the electrical resistance of individual dislocations in single-crystalline Si/TiO<sub>2</sub>. *Nat Mater* 2006;5:312–20.
- [76] Choi D, Lee D, Sim H, Chang M, Hwang H. Reversible resistive switching of Si/TiO<sub>2</sub> thin films for nonvolatile memory applications. *Appl Phys Lett* 2006;88:082904.
- [77] Shikubo A, Aguirre MH, Marozau I, Lippert T, Weidenkaff A. Measurements of current-voltage-induced heating in the Al/Si/TiO<sub>2</sub>/Ni/Al memristor during electroformation and resistance switching. *Appl Phys Lett* 2009;95:152109.
- [78] Guo X. Roles of Schottky barrier and oxygen vacancies in the electroforming of Si/TiO<sub>2</sub>. *Appl Phys Lett* 2012;101:152903.

- [79] Ditzmann R, Muenstermann R, Krug I, Park D, Menke T, Mayer J, et al. Scaling potential of local redox processes in memristive  $\text{SrTiO}_3$  thin-film devices. *Proc IEEE* 2012;100:1979–90.
- [80] Sülte S, Jansen CH, Ditzmann R, Koehn A, Krug I, Muenstermann R, et al. Detection of filament formation in forming-free resistive switching  $\text{SrTiO}_3$  devices with Ti top electrodes. *Appl Phys Lett* 2012;90:223503.
- [81] Peng HY, Pu L, Wu JC, Chu D, Hong JH, Lin WN, et al. Effects of electrode material and configuration on the characteristics of planar resistive switching devices. *Appl Phys Lett Mater* 2013;1:052105.
- [82] Balkalov A, Wang YQ, Shen B, Laurent B, Tsui S, Sun Y, et al. Field-driven hysteretic and reversible resistive switch at the  $\text{Ag-Pb}_{1-x}\text{Ga}_x\text{O}_{3-x}$  interface. *Appl Phys Lett* 2008;93:0937–9.
- [83] Chang WY, Liao JH, Lo YS, Wu TB. Resistive switching characteristics in  $\text{Pb}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  thin films on  $\text{LaNO}_2$ -electrodeposited Si substrate. *Appl Phys Lett* 2009;94:172107.
- [84] Lee W, Jo G, Lee S, Park J, Jo M, Lee J, et al. Nonvolatile resistive switching in  $\text{Pb}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  devices using multilayer graphene electrodes. *Appl Phys Lett* 2011;98:032105.
- [85] Hasan M, Dong R, Choi HJ, Lee DS, Seong DJ, Pyun MB, et al. Uniform resistive switching with a thin reactive metal interface layer in metal- $\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$ -metal heterostructures. *Appl Phys Lett* 2008;92:202102.
- [86] Yang R, Li XM, Yu WD, Guo XD, Liu XJ, Guo X, et al. Stable bipolar resistance switching behaviour induced by a soft breakdown process at the  $\text{Al}/\text{La}_{0.7}\text{Ca}_{0.3}\text{MnO}_3$  interface. *J Phys D: Appl Phys* 2009;42:175405.
- [87] Zhilovoy VV, Meade R, Carlini BK, Sandhu G. Scaling limits of resistive memristors. *Nanotechnology* 2011;22:254027.
- [88] Zhang J, Hsu W, Chen FT, Lee HW, Chen YS, Chen WS, et al. Experimental investigation of the reliability issue of RRAM based on high resistance state conduction. *Nanotechnology* 2011;22:254016.
- [89] Chiu FC, Li FW, Chang WY. Reliability characteristics and conduction mechanisms in resistive switching memory devices using  $\text{ZnO}$  thin films. *Nanoscale Res Lett* 2012;7:178.
- [90] Iong S, Cagli C, Immini D, Liu M, Sülte J. Analysis and modeling of resistive switching statistics. *J Appl Phys* 2012;111:074508.
- [91] Raghavan N. Performance and reliability trade-offs for high- $k$  RRAM. *Microelectron Reliab* 2014;54(9–10):2253–7.
- [92] Guo HX, Gao LG, Xia YD, Jiang K, Xu B, Liu ZG, et al. The growth of metallic nanofilaments in resistive switching memory devices based on solid electrolytes. *Appl Phys Lett* 2009;94:153504.
- [93] Yu S, Wong HSP. Compact modeling of conducting-bridge random-access memory (CBRAM). *IEEE Trans Electron Dev* 2011;58:1352–60.
- [94] Wu X, Li K, Raghavan N, Michel Bosman, Wang QX, Chu D, et al. Uncorrelated multiple conductive filament nucleation and rupture in ultra-thin high- $k$  dielectric based resistive random access memory. *Appl Phys Lett* 2011;99:093502.
- [95] Liu X, Biju KP, Lee J, Park J, Kim S, Park S, et al. Parallel memristive filament model applicable to bipolar and filamentary resistive switching. *Appl Phys Lett* 2011;99:113518.
- [96] Tanaka H, Kinoshita K, Yoshitaka M, Kishida S. Correlation between filament distribution and resistive switching properties in resistive random access memory consisting of binary transition-metal oxides. *AIP Adv* 2012;2:022141.
- [97] Kinoshita K, Tanaka H, Yoshitaka M, Kishida S. Insight into distribution and switching of resistive random-access memory filaments based on analysis of variations in memory characteristics. *J Appl Phys* 2012;112:044603.
- [98] Wang FZ, Helian N, Wu S, Lim MG, Guo Y, Parker MA. Delayed switching in memristor and memristive systems. *IEEE Electron Device Lett* 2010;31:755–7.
- [99] Jiménez D, Miranda E, Tsunomaki-Fukuchi A, Yamada H, Sülte J, Sawa A. Multilevel recoding in Bi-efficient  $\text{Pb}(\text{BiFO})_3/\text{SiO}_2$  heterostructures based on ferroelectric resistive switching targeting high-density information storage in nonvolatile memories. *Appl Phys Lett* 2013;103:263502.
- [100] Lee SR, Chang SH, Yoo HK, Kang BS. Stabilizing the forming process in unipolar resistance switching using an improved compliance current limiter. *J Phys D: Appl Phys* 2010;43:48303.
- [101] Chen A. Switching control of resistive switching devices. *Appl Phys Lett* 2010;97:263505.
- [102] Chua L. Memristor: the missing circuit element. *IEEE Trans Circuit Theory* 1971;18:507–59.
- [103] Chua L, Kang S. Memristive devices and systems. *Proc IEEE* 1976;64:209–23.
- [104] Chua L. Resistance-switching memories are memristors. *Appl Phys A* 2011;102:765–83.
- [105] Jaglekar YN, Wolf SJ. The elusive memristor: properties of basic electrical circuits. *Eur J Phys* 2009;30:061–76.
- [106] Shin S, Kim K, Kang SM. Compact models for memristors based on charge-flux constitutive relationships. *IEEE Trans Comput-Aided Design Integr Circuits Syst* 2010;29:590–8.
- [107] Eshraghian K, Kavehei O, Cho KR, Chappell JM, Iqbal A, Al-Sarawi SF, et al. Memristive device fundamentals and modeling: applications to circuits and systems simulation. *Proc IEEE* 2012;100:1991–2000.
- [108] Miranda E, Jimenez D, Sülte J. The quantum point-contact memristor. *IEEE Electron Device Lett* 2012;33:1474–6.
- [109] Moutret B. Memristors and non-memristive zero-crossing hysteretic curves. *Cond-mat arXiv* 2012; arXiv:org/pdf/1201.2626.
- [110] Moutret B. Pinned hysteretic loops are a fingerprint of square law capacitors. *Cond-mat* 2012; arXiv:org/pdf/1205.0068.
- [111] Ribes G, Mirand J, Denis M, Bruyere S, Monsiear F, Parthasarathy C, et al. Review on high- $k$  dielectrics reliability issues. *IEEE Trans Device Mater Reliab* 2005;5:5–19.
- [112] Miranda E, Sülte J. Electron transport through broken down ultra-thin  $\text{SiO}_2$  layers in MOS devices. *Microelectron Reliab* 2004;44:1–23.
- [113] Sánchez MJ, Rozenberg MJ, Inoue IH. A mechanism for unipolar resistive switching in oxide nonvolatile memory devices. *Appl Phys Lett* 2007;91:252101.
- [114] Immini D. Modeling the universal set/reset characteristics of bipolar RRAM by field- and temperature-driven filament growth. *IEEE Trans Electron Devices* 2011;58:4309–17.
- [115] Laurentis S, Nardi F, Balardi S, Gilmer DC, Immini D. Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM—Part II: modeling. *IEEE Trans Electron Devices* 2012;59:2468–75.
- [116] Nardi F, Laurentis S, Balardi S, Gilmer DC, Immini D. Resistive switching by voltage-driven ion migration in bipolar RRAM—Part I: experimental study. *IEEE Trans Electron Devices* 2012;59:2461–7.
- [117] Ramu AT, Strukov DB. Thermal modeling of resistive switching devices. *IEEE Trans Electron Devices* 2013;60:1938–43.
- [118] Lu Y, Gao R, Fu Y, Chen B, Liu L, Liu X, et al. A simplified model for resistive switching of oxide-based resistive random access memory devices. *IEEE Electron Device Lett* 2012;33:306–8.
- [119] Immini D, Nardi F, Balardi S. Evidence for voltage-driven set/reset processes in bipolar switching RRAM. *IEEE Trans Electron Devices* 2012;59:2040–55.
- [120] Haddad N, Das S. Switching-time analysis of binary-oxide memristors via a nonlinear model. *Appl Phys Lett* 2012;100:252106.
- [121] Brackley S, Wey TA. On SPICE macromodeling of  $\text{TiO}_2$  memristors. *Electron Lett* 2009;45:397–8.
- [122] Bolek Z, Bolek D, Biolkova V. SPICE model of memristor with nonlinear dopant drift. *Radio Eng* 2009;18:230–4.
- [123] Rak A, Cserny G. Macromodeling of the memristor in SPICE. *IEEE Trans Comput-Aided Design Integr Circuits Syst* 2010;29:632–6.
- [124] Abda H, Hockett MD. SPICE modeling of memristors. *Int Symp Circuits Syst (ISCAS)* 2011;1:1832–5.
- [125] Guan X, Yu S, Wong HSP. A SPICE compact model of metal oxide resistive switching memory with variations. *IEEE Electron Device Lett* 2012;33:1405–7.
- [126] Lim E, Sermon A, Waser R, Menzel S. Applicability of well-established memristive models for simulations of resistive switching devices. *IEEE Trans Circuits Syst* 2014;61:2402–10.
- [127] Strukov DB, Snider GS, Stewart DR, Williams RS. The missing memristor found. *Nat Lett* 2008;453:80–3.
- [128] Bakocj, Genzhi N, Sülte J, Levy P, Miranda E. Modeling of the hysteretic I-V characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based resistive switches using the generalized diode equation. *IEEE Electron Device Lett* 2014;35:300–2.
- [129] Bakocj, Genzhi N, Sülte J, Levy P, Miranda E. Equivalent circuit model for the switching conduction characteristics of  $\text{TiO}_2$ -based MIM structures. *Int Conf Microelectron MIM* 2014;201–4.
- [130] Mayegaya ID. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Trans Magn* 1986;22:603–8.
- [131] Mottor T, Yimminun R, Kanchiang K, Laosittayom Y. Hysteresis scaling by defined hysteresis pattern in prebias model. *Lect Notes Eng Comp* 2012;2:1283–6.
- [132] Benschler G, Gilmer DC, Veisler D, Yun J, Park H, Lian S, et al. Metal oxide RRAM switching mechanism based on conductive filament microscopic properties. *IEEE IEDM* 2010;19:6–14.
- [133] Gao R, Kang JF, Chen YS, Zhang FF, Chen B, Huang P, et al. Oxide-based RRAM: unified microscopic principle for both unipolar and bipolar switching. *IEEE IEDM* 2011;17:41–4.
- [134] Mikulov A, Sverdlov V, Selverherr S. Stochastic model of the resistive switching mechanism in bipolar resistive random access memory: Monte Carlo simulations. *J Vac Sci Technol B* 2011;29:01AD05-1-5.
- [135] Sun P, Liu S, Li L, Liu M. Simulation study of conductive filament growth dynamics in oxide-electrolyte-based RRAM. *J Semicond* 2014;35:104007.
- [136] Sakai M. An electron conduction model of resistive memory for resistance dispersion, fluctuation, filament structures, and set/reset mechanism. *J Appl Phys* 2012;112:014501.
- [137] Hu JH, Lee MJ, Lee CB, Kim YB, Kim CJ. Modeling for bipolar resistive memory switching in transition-metal oxides. *Phys Rev B: Condens Matter* 2010;82:155321.
- [138] Tsui S, Balkalov A, Chaitika R, Sun Y, Wang YQ, Xue Y, et al. Field-induced resistive switching in metal-oxide interfaces. *Appl Phys Lett* 2004;85:317–9.
- [139] Wang SY, Huang CW, Lee DY, Tseng TY, Chang TC. Multilevel resistive switching in  $\text{TlCuO}_3/\text{Pt}$  memory devices. *J Appl Phys* 2010;108:114110.
- [140] Zhu W, Chen P, Liu Y, Fung S. Conduction mechanisms at low- and high-resistance states in aluminum/oxidic aluminum oxide/aluminum thin film structure. *J Appl Phys* 2012;112:063706.
- [141] Desmales G, Stoneham AM, Morgan DV. Electrical phenomena in amorphous oxide films. *Rep Prog Phys* 1970;33:1129–91.
- [142] Sawa A. Resistive switching in transition metal oxides. *Mater Today* 2008;11:28–36.
- [143] Zhu XJ, Sheng J, Li RW. Resistive switching effects in oxide sandwiched structures. *Front Mater Sci* 2012;6:183–206.
- [144] Lanza M. A review on resistive switching in high- $k$  dielectrics: a nanoscale point of view using conductive atomic force microscope. *Materials* 2014;7:2155–82.

- [145] Ho Y, Huang GM, Li P. Dynamical properties and design analysis for nonvolatile memristor memories. *IEEE Trans Circuits Syst I, Reg Pap* 2011;58:724–36.
- [146] Kvatinsky S, Friedman EG, Kolodny A, Weiser LC. TEAM: threshold adaptive memristor model. *IEEE Trans Circuits Syst I, Reg Pap* 2013;60:211–21.
- [147] Shang Y, Fei W, Yu H. Analysis and modeling of internal state variables for dynamic effects of nonvolatile memory devices. *IEEE Trans Circuits Syst I, Reg Pap* 2012;59:1906–18.
- [148] Yang JJ, Pickett MD, Li X, Ohlberg DAA, Stewart DR, Williams RS. Memristive switching mechanism for metal/oxide/metal nanodevices. *Nat Nanotech* 2008;3:429–33.
- [149] Chang T, Jo SH, Kim KH, Sheridan P, Gaba S, Lu W. Synaptic behavior and modeling of a metal/oxide memristive device. *Appl Phys A* 2011;102:857–63.
- [150] Boghemil J, Strukov DB, Pickett MD, Yang JJ. Electrical transport and thermometry of electroformed titanium dioxide memristive switches. *J Appl Phys* 2009;105:124604.
- [151] Simmons JG. Electric tunnel effect between dissimilar electrodes separated by a thin insulating film. *J Appl Phys* 1963;34:2581–90.
- [152] Sheridan P, Kim K, Gaba S, Guang T, Chen L, Lu W. Device and SPICE modeling of RRAM devices. *Nanoscale* 2011;3:3833–40.
- [153] Rossel G, Miejer GI, Balmford D, Widmer D. Electrical current distribution across a metal–insulator–metal structure during bistable switching. *J Appl Phys* 2001;90:2882–8.
- [154] Simmons J, Versterker K. New conduction and reversible memory phenomena in thin insulating films. *Proc R Soc A* 1967;301:77–102.
- [155] Yakopcic C, Taha TM, Subramanyam G, Pino RE, Rogers S. A memristor device model. *IEEE Electron Device Lett* 2011;32:1436–8.
- [156] Sulfi J, Miranda E, Nadria M, Aymeric X. Point contact conduction at the oxide breakdown of MOS devices. *IEEE Int B Devices Meet* 1998:191–4.
- [157] Miranda E, Wikrzyk C, Wenzler C, Schroeder T. Model for the resistive switching effect in  $\text{HfO}_2$  MIM structures based on the transmission properties of narrow constrictions. *IEEE Electron Device Lett* 2010;31:809–11.
- [158] Datta S. *Electronic transport in mesoscopic systems*. Cambridge University Press; 1997.
- [159] Degawee R, Fandini A, Clima S, Govoreanu B, Goux L, Chen Y, et al. Dynamic hour glass model for set and reset in  $\text{HfO}_2$  RRAM. *Symp VLSI Tech Dig* 2012:75–6.
- [160] Meloni A, Viajtozwa A, Gaffes, Hadziak S, Howe H, Labbé C, et al. Quantum conductance in silicon oxide resistive memory devices. *Sci Rep* 2013;3:2708.
- [161] Long S, Lian X, Cagli C, Grottko X, Rurali R, Miranda E, et al. Quantum-size effects in hafnium-oxide resistive switching. *Appl Phys Lett* 2013;102:183505.
- [162] Hu C, McDaniel MD, Ekestr JC, Yu ET. High ON/OFF ratio and quantized conductance in resistive switching of  $\text{TiO}_2$  on silicon. *IEEE Electron Dev Lett* 2013;34:1385–7.
- [163] Hu C, McDaniel MD, Pasaolu A, Demkov AA, Ekestr JC, Yu ET. Highly controllable and stable quantized conductance and resistive switching mechanism in single-crystal  $\text{TiO}_2$  resistive memory on silicon. *Nano Lett* 2014;14:4360–7.
- [164] Carozzi X, Rurali R, Sulfi J. Transport properties of oxygen vacancy filaments in metal/crystalline or amorphous  $\text{HfO}_2$ /metal structures. *Phys Rev B: Condens Matter* 2012;85:165446.
- [165] Walczyk C, Wikrzyk D, Schroeder T, Benaud T, Sowińska M, Lukošius M, et al. Impact of temperature on the resistive switching behavior of embedded  $\text{HfO}_2$ -based RRAM devices. *IEEE Trans Electron Dev* 2011;58:3124–31.
- [166] Wagenaar JJJ, Morales-Melis M, Rutenberk JM. Observing “quantized” conductance steps in silver sulfide: two parallel resistive switching mechanisms. *J Appl Phys* 2012;111:014302.
- [167] Kim KH, Jo SH, Gaba S, Lu W. Nanoscale resistive memory with intrinsic diode characteristics and long endurance. *Appl Phys Lett* 2010;96:053106.
- [168] Ekeströgen JC, Lowe JC. Architectures for molecular electronic computers: 1. logic structures and an adder designed from molecular electronic diodes. *Proc IEEE* 2000;88:386–426.
- [169] Ortíz-Conde A, García-Sánchez FJ, Maci J. Exact analytical solutions of forward non-ideal diode equation with series and shunt parasitic resistances. *Solid-State Electron* 2000;44:1851–4.
- [170] Carlous R, Cornet C, Haw D, Jeffrey D, Knuth D. On the Lambert W function. *Adv Comp Math* 1996;5:329–59.
- [171] Miranda E, Jiménez D, Tsouramakis-Fotschi A, Blasco J, Yamada H, Sulfi J, et al. Modeling of hysteretic Schottky diode-like conduction in  $\text{P}(\text{BiFeO}_3/\text{Si}/\text{BaO}_2)$  switches. *Appl Phys Lett* 2014;105:082904.
- [172] Li M, Zhuo F, Zhu X, Yin K, Wang J, Liu Y, et al. Nonvolatile resistive switching in meta/La-doped  $\text{BiFeO}_3/\text{Pt}$  sandwiches. *Nanotechnology* 2010;21:425202.
- [173] Yang MK, Park JW, Ko TK, Lee JK. Resistive switching characteristics of  $\text{TiN}/\text{MnO}_2/\text{Pt}$  memory devices. *Phys Status Solidi* 2010;8–9:233–6.
- [174] Lin CY, Wu CY, Wu CY, Hu C, Tseng TY. Bistable resistive switching in  $\text{Al}_2\text{O}_3$  memory thin films. *J Electrochem Soc* 2007;154:189–92.
- [175] **Resistance random access memory (RRAM)**. <http://archive.today/e6PS>.
- [176] Blasco J, Janžovič P, Fröhlich K, Sulfi J, Miranda E. Modeling of the switching I–V characteristics in ultrathin (5 nm) atomic layer deposited  $\text{HfO}_2$  layers using the logistic hysteron. *J Vac Sci Technol B* 2015;33:01A302.

## Anexo I: Resolución de funciones logísticas

a) Función logística (Verhulst)

Se resuelve paso a paso la ecuación logística de Verhulst:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda(1 - \lambda) \quad (\text{AI. 1})$$

donde  $r$  es un parámetro independiente de la variable. Se separan diferenciales, función y variable a ambos lados de la igualdad:

$$\frac{d\lambda}{\lambda(1 - \lambda)} = r dV \quad (\text{AI. 2})$$

Para realizar la integración de una forma más fácil, se separa la parte izquierda de la igualdad en dos fracciones:

$$\left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{1 - \lambda}\right) d\lambda = r dV \quad (\text{AI. 3})$$

$$\ln\lambda - \ln(1 - \lambda) = rV + \Delta \quad (\text{AI. 4})$$

$$\ln\left(\frac{\lambda}{1 - \lambda}\right) = rV + \Delta \quad (\text{AI. 5})$$

donde  $\Delta$  es una constante. Si se despeja la función  $\lambda$  queda:

$$\lambda(V) = \frac{1}{1 + \exp(-rV - \Delta)} \quad (\text{AI. 6})$$

Para encontrar el valor de la constante, se puede establecer la condición inicial  $\lambda(V=0)=\lambda_0$ :

$$\Delta = \ln\left(\frac{\lambda_0}{1 - \lambda_0}\right) \quad (\text{AI. 7})$$

Con lo que la función logística queda finalmente:

$$\lambda(V) = \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{\lambda_0} - 1\right) \exp(-rV)} \quad (\text{AI. 8})$$

b) Función de Richards

Se resuelve paso a paso la ecuación de Richards:

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda(1 - \lambda^\rho) \quad (\text{AI. 9})$$

donde  $r$  y  $\rho$  son parámetros independientes de la variable. Nótese que si  $\rho=1$  se recupera la ecuación logística de Verhulst. Para resolver la ecuación se efectúa el siguiente cambio de variable:

$$x = \lambda^\rho \quad \rightarrow \quad \lambda = x^{1/\rho} \quad \rightarrow \quad d\lambda = \frac{1}{\rho} x^{\frac{1}{\rho}-1} dx \quad (\text{AI. 10})$$

Se separan diferenciales, función y variable a ambos lados de la igualdad:

$$\frac{dx}{x(1-x)} = \rho r dV \quad (\text{AI. 11})$$

Para realizar la integración de una forma más fácil, se separa la parte izquierda de la igualdad en dos fracciones:

$$\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{1-x}\right) dx = \rho r dV \quad (\text{AI. 12})$$

$$\ln x - \ln(1-x) = \rho r V + \Delta \quad (\text{AI. 13})$$

$$\ln\left(\frac{x}{1-x}\right) = \rho r V + \Delta \quad (\text{AI. 14})$$

donde  $\Delta$  es una constante. Si se despeja la función  $x$  queda:

$$x = \frac{1}{1 + \exp(-\rho r V - \Delta)} = \frac{1}{1 + \Delta' \exp(-\rho r V)} \quad (\text{AI. 15})$$

donde  $\Delta' = \exp(-\Delta)$  es una constante. Se deshace el cambio de variable y la función  $\lambda$  queda:

$$\lambda(V) = \frac{1}{[1 + \Delta' \exp(-\rho r V)]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (\text{AI. 16})$$

Para encontrar el valor de la constante, se puede establecer la condición inicial  $\lambda(V=0) = \lambda_0$ :

$$\Delta' = \left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^\rho - 1 \quad (\text{AI. 17})$$

Con lo que la función de Richards queda finalmente:

$$\lambda(V) = \frac{1}{\left[1 + \left(\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^\rho - 1\right) \exp(-\rho r V)\right]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (\text{AI. 18})$$

Nótese que si  $\rho=1$  se recupera la función logística de Verhulst tal y como ocurre con su ecuación diferencial.

### c) Función genérica (Turner)

Se resuelve paso a paso la ecuación genérica (Turner):

$$\frac{d\lambda}{dV} = r\lambda^{1+\rho(1-\gamma)}(1-\lambda^\rho)^\gamma \quad (\text{AI. 19})$$

donde  $r$ ,  $\rho$  y  $\gamma$  son parámetros independientes de la variable y  $\gamma < 1 + 1/\rho$ . Nótese que si  $\gamma \rightarrow 1$  se recupera la ecuación de Richards, y que además si  $\rho=1$  se recupera la ecuación logística de Verhulst. Para resolver la ecuación se efectúa el siguiente cambio de variable:

$$z = (1 - \lambda^\rho)^{1-\gamma} \rightarrow \lambda = \left(1 - z^{\frac{1}{1-\gamma}}\right)^{\frac{1}{\rho}} \rightarrow d\lambda = \frac{1}{\rho(\gamma-1)} \left(1 - z^{\frac{1}{1-\gamma}}\right)^{\frac{1}{\rho}-1} z^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} dz \quad (\text{AI. 20})$$

Se separan diferenciales, función y variable a ambos lados de la igualdad:

$$\left(1 - z^{\frac{1}{1-\gamma}}\right)^{\gamma-2} dz = (\gamma-1)\rho r dV \quad (\text{AI. 21})$$



Sacando factor común  $z^{1/\gamma-1}$  en la parte izquierda de la igualdad se obtiene:

$$\left(z^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1\right)^{\gamma-2} z^{\frac{\gamma-2}{1-\gamma}} dz = \left(z^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1\right)^{\gamma-2} \frac{1}{z^{\frac{1}{\gamma-1}-1}} \quad (\text{AI. 22})$$

Con lo cual ya es posible integrar:

$$\left(z^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1\right)^{\gamma-1} = (\gamma - 1)\rho rV + \Delta \quad (\text{AI. 23})$$

donde  $\Delta$  es una constante. Si se despeja la función  $z$  queda:

$$z = \left[1 + \frac{1}{[(\gamma - 1)\rho rV + \Delta]^{\frac{1}{1-\gamma}}}\right]^{\gamma-1} \quad (\text{AI. 24})$$

Se deshace el cambio de variable y la función  $\lambda$  queda:

$$\lambda(V) = \frac{1}{\left[1 + [(\gamma - 1)\rho rV + \Delta]^{\frac{1}{1-\gamma}}\right]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (\text{AI. 25})$$

Para encontrar el valor de la constante, se puede establecer la condición inicial  $\lambda(V=0)=\lambda_0$ :

$$\Delta = \left[\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^\rho - 1\right]^{1-\gamma} \quad (\text{AI. 26})$$

Con lo que la función genérica queda finalmente:

$$\lambda(V) = \frac{1}{\left[1 + [(\gamma - 1)\rho rV + \left[\left(\frac{1}{\lambda_0}\right)^\rho - 1\right]^{1-\gamma}]^{\frac{1}{1-\gamma}}\right]^{\frac{1}{\rho}}} \quad (\text{AI. 27})$$

## Anexo II: Modelo de Preisach

```
clear all
close all

%%%%%%%%%% USER PARAMETERS %%%%%%%%%%%

lambda = 1E-2; % Presisi3n de FITTING

error_old=1e5; % Error inicial.

%----- DEFINICI3 DE PARÀMETRES

Vset=0.69;
Vreset=-10.47;
rset=1.9460;
rreset=1.8491;
I0min=1.7E-6;
I0max=8.9E-7;
alphamin=0.3961;
alphamax=10.72;
Rmin=350;
Rmax=1248;
rhoset=0.83;
gammaset=1.001;
rhoreset=0.93;
gammareset=1.001;
Gp1=1E-10;
Gp2=1E-10;

lp=1;
rough=-50;

%%%%%%%%%% VECTOR DE PARÀMETRES INICIALS

% param(1)=Vset;
% param(2)=rset;
% param(3)=Vreset;
% param(4)=rreset;
% param(5)=Rmin;
% param(6)=Rmax;
% param(7)=rhoset;
% param(8)=rhoreset;
% param(9)=I0max;
% param(10)=I0min;
% param(11)=alphamax;
```

```

% param(12)=alphamin;
% % param(13)=gammaset;
% % param(14)=gammareset;
% % param(15)=Gp1;
% % param(16)=Gp2;

load('LSMoreset.mat','param')

factor = floor(1 + (length(param)+1-2).*rand(1,1)); % número de
parametros a considerar

param_n=param; % VECTOR DE PARAMETRES A MODIFICAR

% vector de frecuencia que corresponde con el experimental --> AIXÒ
SERIA EL TEU VECTOR DE TENSIÓ

V=importdata('LSMoresetVV.txt');

cont_fit=0; % VARIABLE COMPTADOR DE ITERACIONS
cont_error=0; % VARIABLE COMPTADOR D'ERROR
n_errors=1e3; % CONDICIÓN de L'ERROR PERQUÈ PARI EL PROGRAMA D'AJUSTAR

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% AQUESTA ÉS LA MEVA FUNCIÓ AVALUADA AMB LES CONDICIONS INICIALS
%valors_inicials_que _retorna_el_teu_model =
funció_model_matemàtic(voltatge,param(1),param(2),param(3),...);

Iexp=importdata('LSMoresetIA.txt');

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% DEFINICIÓ PUNTS DE FITTING
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for i=1:length(V)
    p(i)=i;
end

% JO DEFINIEIXO n PUNTS DE FITTING SEPARATS LOGARÍTMICAMENT

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% VECTOR DE DADES EXPERIMENTALS A CONSIDERAR PER FER
EL FITTING (Seleccionem n punts de N punts total del meu vector de
dades experimental)

for i=1:length(p)
% EL MEU VECTOR DE DADES EXPERIMENTAL ÉS Iexp ( VALORS DE l'EIX Y)

    yll_inicial(i)=Iexp(p(i));

    volt(i)=V(p(i));
% DEFINIM EL VECTOR de tensió PER L'EIX X EN FUNCIÓ DELS PUNTS
SELECCIONATS
end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% INICI DEL FITTING %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

while(1)

    cont_fit=cont_fit+1; % COMPTADOR D'ITERACIONS

```

```

    select_par=floor(1 + (length(param)+1-1).*rand(1,1));
% Seleccionamos el paràmetre a modificar

param_n(select_par)=random('Normal',param(select_par),abs(lambda*param
(select_par)));
% MODIFIQUEM EL PARÀMETRE AMB UNA DIST. NORMAL. i una desviació
lambda)

% Calculamos el nuevo valor de y11 con los paràmetros modificados
    %valors_el_teu_model =
funció_model_matemàtic(vector_voltatge_de_n_punts,param_n(1),param_n(2
),param_n(3),....);

%     select_par_1=floor(factor*rand+1); % Seleccionamos el paràmetre
a modificar
%
%
%
param_n(select_par_1)=random('Normal',param(select_par_1),abs(lambda*p
aram(select_par_1))); % MODIFIQUEM EL PARÀMETRE AMB UNA DIST. NORMAL.
i una desviació (lambda)
%
%     select_par_2=floor(factor*rand+1); % Seleccionamos el paràmetre
a modificar
%
%
%
param_n(select_par_2)=random('Normal',param(select_par_2),abs(lambda*p
aram(select_par_2))); % MODIFIQUEM EL PARÀMETRE AMB UNA DIST. NORMAL.
i una desviació (lambda)

n0=1;
side=0;

step=0.1;

resetV=importdata('LSMOresetVV.txt');
setV=importdata('LSMOsetVV.txt');

Va_min=-max(resetV);
Va_max=max(resetV);
Vb_min=-max(resetV);
Vb_max=max(resetV);

i=1;
j=1;

Va(i)=Va_max;
Vb(i)=Vb_min;

while Va(i)>=Va_min+step
    Va(i+1)=Va(i)-step;
    i=i+1;
end

while Vb(j)<=Vb_max-step
    Vb(j+1)=Vb(j)+step;

```

```

        j=j+1;
end

Va(101)=0;
Vb(101)=0;

h(1,1)=0;

muab=(-1)^n0*1;

for n=1:length(Va)
    for nn=1:length(Vb)
        if Va(n)>Vb(nn)
            h(n,nn)=0;
        else
            if lp==0
                h(n,nn)=muab*((param_n(2)/2)*(((gammaset-
1)*param_n(7)*(param_n(2)/2)*(Vb(nn)-param_n(1))+((2^param_n(7))-
1)^(1-gammaset))^(1/(1-gammaset)))^gammaset*((1+(((gammaset-
1)*param_n(7)*(param_n(2)/2)*(Vb(nn)-param_n(1))+((2^param_n(7))-
1)^(1-gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-
1)*((1/param_n(7))+1))))*((param_n(4)/2)*(((gammaset-
1)*param_n(8)*(param_n(4)/2)*(Va(n)-param_n(3))+((2^param_n(8))-1)^(1-
gammaset))^(1/(1-gammaset)))^gammaset*((1+(((gammaset-
1)*param_n(8)*(param_n(4)/2)*(Va(n)-param_n(3))+((2^param_n(8))-1)^(1-
gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-1)*((1/param_n(8))+1)))));
            else
                h(n,nn)=muab*(((1+(((gammaset-
1)*param_n(7)*(param_n(2)/2)*(Vb(nn)-param_n(1))+((2^param_n(7))-
1)^(1-gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-
1)*(1/param_n(7))))*(exp(rough*abs(Vb(nn)))/(exp(rough*abs(Vb(nn)))+
1)^2))+((exp(rough*abs(Vb(nn)))-
1)/(exp(rough*abs(Vb(nn)))+1))*((param_n(2)/2)*(((gammaset-
1)*param_n(7)*(param_n(2)/2)*(Vb(nn)-param_n(1))+((2^param_n(7))-
1)^(1-gammaset))^(1/(1-gammaset)))^gammaset*((1+(((gammaset-
1)*param_n(7)*(param_n(2)/2)*(Vb(nn)-param_n(1))+((2^param_n(7))-
1)^(1-gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-
1)*((1/param_n(7))+1))))*((1+(((gammaset-
1)*param_n(8)*(param_n(4)/2)*(Va(n)-param_n(3))+((2^param_n(8))-1)^(1-
gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-
1)*(1/param_n(8))))*(exp(rough*abs(Va(n)))/(exp(rough*abs(Va(n)))+1)
^2))+((exp(rough*abs(Va(n)))-
1)/(exp(rough*abs(Va(n)))+1))*((param_n(4)/2)*(((gammaset-
1)*param_n(8)*(param_n(4)/2)*(Va(n)-param_n(3))+((2^param_n(8))-1)^(1-
gammaset))^(1/(1-gammaset)))^gammaset*((1+(((gammaset-
1)*param_n(8)*(param_n(4)/2)*(Va(n)-param_n(3))+((2^param_n(8))-1)^(1-
gammaset))^(1/(1-gammaset))))^((-1)*((1/param_n(8))+1)))));
            end
        end
    end
end

xenv=-max(resetV);
nx=2;

while xenv(nx-1)<=max(resetV)-step
    xenv(nx)=xenv(nx-1)+step;
    nx=nx+1;
end

```

```

while xenv(nx-1)>=-max(resetV)+step
    xenv(nx)=xenv(nx-1)-step;
    nx=nx+1;
end

xenv(101)=0;
xenv(301)=0;

modul=muab*sum(sum(h));
h=h/modul;

env=n0;
cp=length(Vb);
for n=1:length(Va)
    env=env+h(n,cp);
end
limit=min(xenv);

for i=2:length(xenv)
    if xenv(i)>xenv(i-1)
        for ss=1:length(Vb)
            if abs(xenv(i)-Vb(ss))<step
                cp=ss;
            end
        end
        env(i)=env(i-1);
        for n=1:length(Va)
            env(i)=env(i)+h(n,cp);
        end
    else
        for s=1:length(Va)
            if abs(xenv(i)-Va(s))<step
                cp=s;
            end
        end
        env(i)=env(i-1);
        for nn=1:length(Vb)
            env(i)=env(i)-h(cp,nn);
        end
    end
end

xenv=transpose((-1)^side*xenv);
env=transpose(env-min(env));

%%%%%%%%% detectar loops %%%%%%%%%%

l=0;
loop=1;
Vmin=resetV(1);

for k=1:length(resetV)

    if k~=1

        if resetV(k)>resetV(k-1)

            if loop==1
                l=l+1;
            end
        end
    end
end

```

```

        loop=0;
        if k==2
            lenup(1)=1;
        else
            lenup(1)=0;
        end
    end
    Vmax(1)=resetV(k);
    lenup(1)=lenup(1)+1;

else

    if loop==0
        loop=1;
        lendown(1)=0;
    end
    Vmin(1)=resetV(k);
    lendown(1)=lendown(1)+1;

end

end

end

end

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% x=-max(resetV);
nx=1;

% while x(nx-1)<=0-step
%     x(nx)=x(nx-1)+step;
%     nx=nx+1;
% end

% init=nx;

for j=1:length(resetV)
    x(nx)=resetV(j);
    nx=nx+1;
end

finish=nx-1;

% while x(nx-1)>=-max(resetV)+step
%     x(nx)=x(nx-1)-step;
%     nx=nx+1;
% end

% for j=1:length(resetV)
%     x(nx)=-resetV(j);
%     nx=nx+1;
% end

lmbd=n0;
for ss=1:length(Vb)
    if abs(x(1)-Vb(ss))<step
        cp=ss;
    end
end

```

```

end
for n=1:length(Va)
    lmbd=lmbd+h(n, cp);
end
forward=min(x);
back=max(x);

for i=2:length(x)
    if x(i)>=0
        if x(i)>x(i-1)
            if x(i)<=forward
                for s=1:length(Va)
                    if abs(x(i)-Va(s))<step
                        cp=s;
                    end
                end
                lmbd(i)=lmbd(i-1);
                for nn=1:length(Vb)
                    lmbd(i)=lmbd(i)+h(cp, nn);
                end
            else
                for ss=1:length(Vb)
                    if abs(x(i)-Vb(ss))<step
                        cp=ss;
                    end
                end
                lmbd(i)=lmbd(i-1);
                for n=1:length(Va)
                    lmbd(i)=lmbd(i)+h(n, cp);
                end
                forward=x(i);
            end
        else
            for s=1:length(Va)
                if abs(x(i)-Va(s))<step
                    cp=s;
                end
            end
            lmbd(i)=lmbd(i-1);
            for nn=1:length(Vb)
                lmbd(i)=lmbd(i)-h(cp, nn);
            end
        end
    else
        if x(i)>x(i-1)
            for ss=1:length(Vb)
                if abs(x(i)-Vb(ss))<step
                    cp=ss;
                end
            end
            lmbd(i)=lmbd(i-1);
            for n=1:length(Va)
                lmbd(i)=lmbd(i)+h(n, cp);
            end
        else
            if x(i)>=back
                for ss=1:length(Vb)
                    if abs(x(i)-Vb(ss))<step
                        cp=ss;
                    end
                end
            end
        end
    end
end

```



```

        lmbd(i)=lmbd(i-1);
    for n=1:length(Va)
        lmbd(i)=lmbd(i)-h(n,cp);
    end
else
    for s=1:length(Va)
        if abs(x(i)-Va(s))<step
            cp=s;
        end
    end
    lmbd(i)=lmbd(i-1);
    for nn=1:length(Vb)
        lmbd(i)=lmbd(i)-h(cp,nn);
    end
    back=x(i);
end
end
end
end

x=transpose((-1)^side*x);
lmbd=transpose(lmbd-min(lmbd));

for i=1:length(lmbd)
    I0lambda(i)=param_n(10)+(param_n(9)-param_n(10))*lmbd(i);
    alpha(i)=param_n(12)+(param_n(11)-param_n(12))*lmbd(i);
    R(i)=param_n(5)+(param_n(6)-param_n(5))*lmbd(i);
end

d1=(1+Gp1*R).^-1;
d2=(1+Gp2*R).^-1;
R12=(Gp1+Gp2+Gp1*Gp2*R).^-1;

for i=1:length(I0lambda)
    Ilambda(i)=(1-
    (log(1+log(1+alpha(i)*d1(i)*R(i)*I0lambda(i)*exp(alpha(i)*d1(i)*(abs(x
    (i))+I0lambda(i)*R(i)))))/(2+log(1+alpha(i)*d1(i)*R(i)*I0lambda(i)*ex
    p(alpha(i)*d1(i)*(abs(x(i))+I0lambda(i)*R(i)))))*log(1+alpha(i)*d1(i)
    *R(i)*I0lambda(i)*exp(alpha(i)*d1(i)*(abs(x(i))+I0lambda(i)*R(i))))/(a
    lpha(i)*R(i))+d1(i)*(abs(x(i))*Gp1-
    I0lambda(i))+abs(x(i))*Gp2)*sign(x(i));
end

y11=Ilambda;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    error_new=0;

    for i=1:length(y11)
        if (y11_inicial(i)&&y11(i))>0
            error_new=error_new+(abs(log(abs(y11(i)))-
log(abs(y11_inicial(i))))^2; % l'error és la diferència entre el
valor de la mesura experimental (Y11_inicial) i el valor calculat amb
el teu model matemàtic (y11) dividit per el el valor de la mesura
experimental (Y11_inicial)
        end
    end
end

```

```

    if(error_new<error_old) % COMPARACIÓ D'ERRORS. SI L'ERROR AMB LA
NOVA RECALCULACIÓ DE PARÀMETRES ÉS MES PETIT QUE EL ERROR INICIAL
(error old), l'error antic passarà a ser l'error nou (ERROR_NEW)

    param=param_n; % Actualització del vector de paràmetres
error_old=error_new; % actualització de l'error

    y11_ok=y11; %Definim un nou vector experimental d'ajust.
Nomès serveix per representar

    % REPRESENTACIÓ ERROR

    subplot(2,2,4)
    hold on
    plot(log10(cont_fit), (error_old), '.k');
    hold off
    xlabel('log_1_0(num iteracions)')
    ylabel('error')

    %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

    subplot(2,2,1:2)
    loglog(volt,y11_ok,'--r'); % Representació de la corba f'ajust
    hold on
    loglog(V,Iexp,'b',volt,y11_inicial, '.'); % Representació del
vector de dades experimentals segmentat a n punts i representació del
vector de 15000 punts de dades experimentals
    hold off
    xlabel('V (V)')
    ylabel('I (A)')
    title('LSMReset')
    axis([0.1 10 1E-8 1E-2])

    cont_error=0;

    pause(0.001);

else
    cont_error=cont_error+1;
end

if cont_error==n_errors;
    break;
end

volt2=transpose(volt);

% save('volt.txt','volt2','-ascii')
save('LSMReset.mat','param','error_old')

end

msgbox('Search Completed')

```



## Anexo III: Extracción de histerón

```
clear all
close all

Vexpset=importdata('Vset.txt');
Iexp=importdata('Iset.txt');
Irampmax=importdata('Ilambdamaxset.txt');
Irampmin=importdata('Ilambdaminset.txt');
Vramp=importdata('Vrampset.txt');

step=0.1;

for i=1:length(Iexp)
    for j=1:length(Vramp)
        if abs(Vramp(j)-Vexpset(i))==0
            lambdaset(i)=(Iexp(i)-Irampmin(j))/(Irampmax(j)-
Irampmin(j));
        end
    end
end

lambdaset=transpose(lambdaset);

figure(1)

plot(Vramp,Irampmax)

hold on

plot(Vramp,Irampmin,'r')

figure(2)

plot(Vexpset,lambdaset)

axis([0 1.5 -0.25 1.25])

clear all
close all

Vexpreset=importdata('Vreset.txt');
Iexp=importdata('Ireset.txt');
Irampmax=importdata('Ilambdamaxreset.txt');
Irampmin=importdata('Ilambdaminreset.txt');
```

```

Vramp=importdata('Vrampreset.txt');

step=0.1;

for i=1:length(Iexp)
    for j=1:length(Vramp)
        if abs(Vramp(j)-Vexpreset(i))==0
            lambdareset(i)=(Iexp(i)-Irampmin(j))/(Irampmax(j)-
Irampmin(j));
        end
    end
end

lambdareset=transpose(lambdareset);

figure(1)

plot(Vramp,Irampmax)

hold on

plot(Vramp,Irampmin,'r')

figure(2)

plot(Vexpreset,lambdareset)

axis([0 1.5 -0.25 1.25])

```

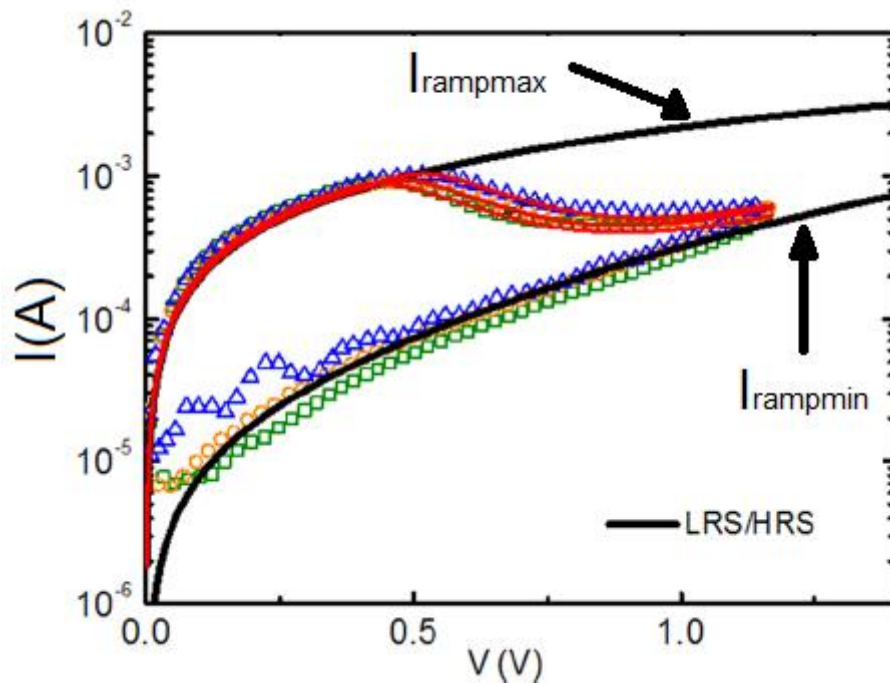


Figura AIII.1: Ejemplo de obtención de  $I_{rampmax}$  e  $I_{rampmin}$  en evento SET

## Anexo IV: Modelo de Takács

```
clear all
close all

%%%%%%%%%% importar señal de entrada %%%%%%%%%%%

V=importdata('Vexp.txt');

%%%%%%%%%% generar señal de entrada amplitud creciente
%%%%%%%%%%

%%%%%%%%% Vmax = m*0 + n = 0V %%%%%%%%%%
%%%%%%%%% Vmax = m*100 + n = 10V %%%%%%%%%%

n=0;
m=0.1;

%%%%%%%%% t %%%%%%%%%%
%%%%%%%%% w=2*pi()/T %%%%%%%%%%

t=0:0.01:100;

T=5;
w=2*pi()/T;

for i=1:length(t)

    %%%%%%%%%% Vmax(t)=m*t+n %%%%%%%%%%

    Vmax=m*t(i)+n;

    %%%%%%%%%% V=A*sin(w*t) %%%%%%%%%%

    V(i)=Vmax*sin(w*t(i));

end

% plot(t,V)

%%%%%%%%%% generar señal de entrada aleatoria %%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% r = a + (b-a).*rand(100,1) %%%%%%%%%%

%%%%%%%%% t %%%%%%%%%%
```

```

%%%%%%%%%% w=2*pi()/T %%%%%%%%%%

t=0:0.01:100;

T=5;
w=2*pi()/T;

Vmax=0;

for i=1:length(t)

    %%%%%%%%%% Vmax(t)=m*t+n %%%%%%%%%%

    Vmax = Vmax - 0.01 + (0.01-(-0.01)).*rand(1);

    %%%%%%%%%% V=A*sin(w*t) %%%%%%%%%%

    V(i)=Vmax*sin(w*t(i));

end

% plot(t,V)

%%%%%%%%%% GAMMA = G = tanh(V-V0) %%%%%%%%%%
%%%%%%%%%% gamma = g = A*G+B %%%%%%%%%%

V0set=7;
V0reset=-7;

g(1)=0.5;

for i=2:length(V)

    if V(i)>V(i-1)

        %%%%%%%%%% 1 = A*G(max(V)) + B %%%%%%%%%%
        %%%%%%%%%% g(i-1) = A*G(V(i-1)) + B %%%%%%%%%%

        A=(1-g(i-1))/(tanh(max(V)-V0set)-tanh(V(i-1)-V0set));
        B=1-A*tanh(max(V)-V0set);

        g(i)=A*tanh(V(i)-V0set)+B;

    else

        %%%%%%%%%% 0 = A*G(min(V)) + B %%%%%%%%%%
        %%%%%%%%%% g(i-1) = A*G(V(i-1)) + B %%%%%%%%%%

        A=g(i-1)/(tanh(V(i-1)-V0reset)-tanh(min(V)-V0reset));
        B=-A*tanh(min(V)-V0reset);

        g(i)=A*tanh(V(i)-V0reset)+B;

    end

end
end

```

```
t=transpose(t);
V=transpose(V);
g=transpose(g);

figure(1)

plot(t,V)

xlabel('t(s)', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 25);
ylabel('V(V)', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 25);

figure(2)

plot(V,g)

xlabel('V(V)', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 25);
ylabel('gamma', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 25);
```





## Anexo V: Proceso de fabricación de estructuras MIM (Metal superior)

El objetivo es la fabricación de estructuras MIM de dimensiones nanométricas que muestren conmutación resistiva. En el proceso EBL se realizan las siguientes etapas:

1) Depósito de resina (doble capa) (Fig. AV.1):

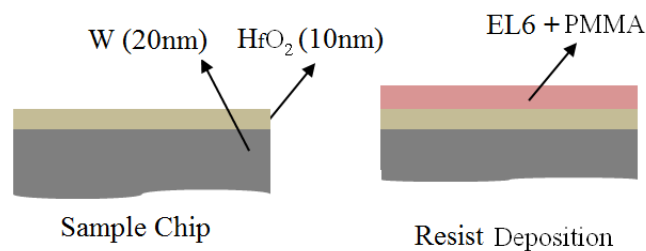


Figura AV.1: Depósito de resina sobre la muestra [Dil12].

- Limpieza de la muestra: Sumergir en Acetona durante 1min y 30s + sumergir en Isopropanol (elimina Acetona) durante 1min y 30s. Secado.
- Calentar muestra en hotplate a 180°C durante 1min y 30s.
- Depósito de resina EL6: Colocar muestra en el portachips de un spinner (la muestra debe quedar fijada al portachips haciendo el vacío entre sus superficies), depositar EL6 sobre la muestra y realizar 1500 rpm durante 1min (200nm de espesor). Calentar muestra en hotplate a 180°C durante 1min y 30s.
- Depósito de resina PMMA 950K A2: Colocar muestra en el portachips de un spinner (la muestra debe quedar fijada al portachips haciendo el vacío entre sus superficies), depositar PMMA 950K A2 sobre la muestra y realizar 1500 rpm durante 1min (200nm de espesor). Calentar muestra en hotplate a 180°C durante 1min y 30s.

2) Realización de procesos de exposición (Fig. AV.2):

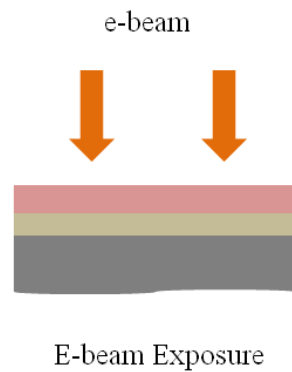


Figura AV.2: Exposición de la muestra al haz de electrones. Se escribe el patrón sobre la resina [Di112].

- Edición de un diseño general del patrón (GDS) a “escribir” con EBL.
- Optimización SEM: Enfocar bien la muestra con el microscopio. Corregir astigmatismo. Creación *contamination dots* (opcional, pero recomendable).
- Ajustar coordenadas del sistema a coordenadas de ubicación reales de la muestra (*Stage Adjustment*).
- Alineamiento del gun con “marcas” en la muestra manual o automático (*Writefield Alignment*).
- Establecer nivel de potencia del haz de electrones. Medición de la corriente (Campana de Faraday). Calcular parámetros de dosis. Exposición al haz de electrones.

### 3) Revelado de la resina (Fig. AV.3):

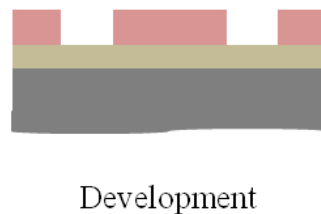


Figura AV.3: Revelado de la resina [Di112].

- Sumergir muestra en MIBK (revelador) 30s.
- Sumergir muestra en Isopropanol 30s.

- Secado de la muestra.
- 4) Inspección de los resultados: Observación con microscopio óptico (evitar usar SEM para no dañar la escritura en la resina). Confirmar que con el proceso de EBL se ha obtenido el resultado deseado. Si no, eliminar la resina y volver a empezar.
  - 5) Metalización de la muestra por *sputtering* (Fig. AV.4). Se usa TiN.

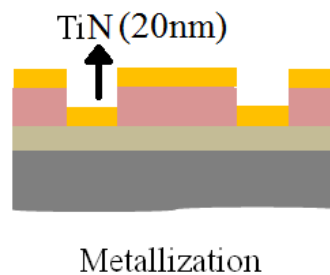


Figura AV.4: Metalización on TiN [Dil12].

- 6) Proceso de lift-off (Fig. AV.5): Se retira la resina eliminando también el metal sobrante.

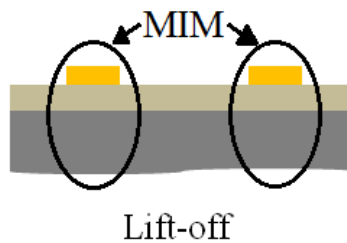


Figura AV.5: Proceso de lift-off [Dil12].

- 7) Inspección de resultados: Observación con microscopio óptico (evitar usar SEM para no dañar el dieléctrico de la estructura MIM). Confirmar que la metalización se ha realizado correctamente. La muestra está lista para caracterización eléctrica.