

---

This is the **published version** of the bachelor thesis:

Soler Cundins, Estela; Edo, Mequè, dir. Enfocant la realitat des d'una mirada matemàtica. Fotografia matemàtica a educació infantil. 2013. 74 pag. (847 Grau en Educació infantil)

---

This version is available at <https://ddd.uab.cat/record/112114>

under the terms of the  license

# ENFOCANT LA REALITAT DES D'UNA MIRADA MATEMÀTICA



## Fotografia Matemàtica a Educació Infantil

Estela Soler Cundins  
Grau d'Educació Infantil  
Mequè Edo Basté  
Didàctica de les Matemàtiques i les Ciències Experimentals  
Data de lliurament : 14/06/2013

## Resum

Aquest treball té per objectiu reconèixer la fotografia matemàtica com un bon recurs per treballar a Educació Infantil; es contextualitza enfocant les matemàtiques des d'una mirada artística. La cerca està centrada en aprofundir sobre el concepte de fotografia matemàtica i en descobrir on es manifesten les matemàtiques en la realitat. Finalment s'ha conclòs que només es pot parlar de fotografia matemàtica quan l'autor posa un títol que reflecteix clarament la intenció matemàtica i que, la fotografia matemàtica, és una eina que ajuda a canviar la mirada de la realitat i fa visibles les matemàtiques presents en l'entorn. En definitiva, aquest és un bon recurs per a treballar amb infants d'Educació Infantil, ja sigui presentant la fotografia com a material de treball o bé, fent que els infants siguin els productors i creadors de la fotografia matemàtica.

## Resumen

Este trabajo tiene como objetivo reconocer la fotografía matemática como un buen recurso para trabajar en Educación Infantil; se contextualiza enfocando las matemáticas des de una mirada artística. La investigación está centrada en profundizar sobre el concepto de fotografía matemática y en descubrir donde se manifiestan las matemáticas en la realidad. Finalmente hemos concluido que solamente se puede hablar de fotografía matemática cuando el autor pone un título que refleje claramente la intención matemática i que, la fotografía matemática, es un recurso que ayuda a cambiar la mirada i hacer visibles las matemáticas presentes en el entorno. En definitiva, éste es un buen recurso para trabajar con niños de Educación Infantil, ya sea presentando la fotografía como un material de trabajo o bien, haciendo que los niños sean los productores i creadores de la fotografía matemática.

## Abstract

The aim of this work is to recognize the mathematic photography as a good resource for teaching in the nursery; its context is based on focusing the mathematics from an artistic point of view. The research is centered in going deeper in the mathematic photography concept. It tries to discover where mathematics manifests in reality. Finally, we conclude that we only can talk about mathematic photography when the author puts a title where it is reflected straightaway the mathematical intention. It is a tool that helps to change the point of view and shows the mathematics which are present in the environment as well. To sum up, this is a good resource for working with nursery children, even if the photo is showed as a material for working or the children are the ones who can produce and create the mathematic photography.

1. Introducció i definició del projecte .....	3
2. Marc teòric .....	5
2.1 Hi ha matemàtiques a l'art? .....	5
2.2 Què és la fotografia matemàtica? .....	16
2.3 Per què treballar a partir de recursos fotogràfics? .....	31
2.4 On són les matemàtiques fotografiables? .....	36
3. Proposta d'intervenció .....	47
3.1 Com treballar la fotografia matemàtica a Infantil? .....	47
3.2 Imatges per a agrupar, classificar, ordenar .....	50
3.3 Imatges per fer conversa i resoldre problemes .....	61
3.4 Cacera d'imatges: nombres, geomètriques .....	65
4. Conclusions .....	69
5. Consideracions finals .....	71
6. Referències bibliogràfiques .....	73

## 1. Introducció i definició del projecte

Aquest treball té per objectiu mostrar la fotografia matemàtica com un bon recurs per a treballar l'àrea de matemàtiques a Educació Infantil. Per fer-ho he estructurat el treball en dos grans apartats. Un és el marc teòric que inclou: Hi ha matemàtiques a l'art? Què és la fotografia matemàtica? Per què treballar a partir de recursos fotogràfics? On són les matemàtiques fotografiables? I l'altre és una proposta d'intervenció que conté diverses maneres de treballar la fotografia matemàtica a Infantil finalment es tanca amb les conclusions i consideracions personals.

L'estructura està pensada de manera que el lector pugui anar coneixent els conceptes i les idees claus del treball en relació a la fotografia matemàtica fins arribar a diferents propostes per a treballar aquest recurs amb els infants més petits.

La primera part del marc teòric està estructurada a mode de reflexió i de possible confrontació d'idees preconcebudes. Existeix certa associació de les matemàtiques com a una matèria avorrida i complexa, per tant, aquest primer punt ajuda a descobrir les matemàtiques presents en obres artístiques de diferents tipus i de gran bellesa estètica.

Després d'aquest enfocament artístic de les matemàtiques, s'aprofundeix sobre el concepte de fotografia matemàtica i es fa un recorregut des dels seus orígens fins l'actualitat. L'objectiu és posicionar-me amb una definició d'aquest concepte, que en diferents moments ha generat controvèrsia.

Un cop tenim una idea de què és la fotografia matemàtica justifico perquè aquest és un bon recurs des de la mirada del desenvolupament perceptiu i des d'una mirada social. Es mostra la connexió entre la percepció i la cognició i es planteja la necessitat d'alfabetitzar-nos en el llenguatge audiovisual tenint en compte la rellevància dels mitjans mediàtics i de les TIC en el context actual.

L'última part del marc teòric es dedica a descobrir les matemàtiques en el nostre entorn i es mostra com fer-les visibles en el nostre context ja que, moltes vegades, passen desapercebudes. L'objectiu és argumentar que les podem trobar a qualsevol

lloc sempre que hi hagi una mirada matemàtica i existeixi una intenció per part de qui observa.

Per últim, en l'apartat de proposta d'intervenció em posiciono i justifico què entenc per una bona pràctica matemàtica i quins són els meus referents. Tot seguit, presento algunes propostes de treball a partir de fotografies matemàtiques per a l'educació infantil. Aquestes propostes s'han organitzat en tres grups: aquelles fotografies que ens són útils pel treball autònom de classe, les fotografies que tenen prou riquesa per generar una conversa reflexiva i generen situacions de resolució de problemes amb els infants i, en tercer lloc, presento un exemple d'una experiència duta a terme amb infants on ells eren els autors i actors de la fotografia matemàtica.

Finalment, tanco el treball amb les conclusions, que són una síntesi de les principals idees d'aquest treball i les consideracions finals on reflexiono sobre què m'ha aportat aquest treball a nivell personal.

## 2. Marc teòric

*“Les matemàtiques són l’arquetip de la bellesa del món.”* Johannes Kepler, astrònom. (1571-1630).

Aquest apartat es centra en el concepte fotografia matemàtica i per això caldrà revisar prèviament la relació de les matemàtiques i l’art al llarg del temps per tal d’enfocar la mirada en relació a les matemàtiques.

### 2.1 Hi ha matemàtiques a l’art?

Durant molts anys, les escoles han reservat l’hora de matemàtiques per a l’ensenyament de tècniques complexes i fórmules abstractes amb l’objectiu de desenvolupar la part instrumental i memorística d’aquesta matèria. En canvi, durant l’hora d’art o plàstica, és quan s’ha aprofitat per treballar la creativitat, l’expressió d’emocions, etc. Així, sembla que sempre ha existit certa dicotomia entre aquestes dues matèries i, per tant, no és d’estranyar que se’ns pugui fer difícil creure que pugui existir alguna bellesa en les matemàtiques. No obstant són molts els artistes que han acudit a les matemàtiques per aconseguir transmetre sentiments i emocions. El meu objectiu és mostrar que, efectivament, existeix aquest vincle entre l’art i les matemàtiques i aconseguir deslliurar-nos d’aquestes idees preconcebudes respecte les matemàtiques que hem heretat d’una experiència escolar no gaire gratificant.

*“¿Es fría la geometría escolar? ¿Existe una geometría cálida? Numerosos artistas, pintores, escultores, arquitectos... argumentan y utilizan la geometría como elemento esencial y necesario en sus creaciones para conseguir transmitir sentimientos y emociones.”* (Edo, 2003, p. 233)

Com diu Edo, són molts el artistes que utilitzen la geometria com a font de creació (Mondrian, Lissitzky, Picasso, Malevich, Lichtenstein, Pradas, Rueda, Kandinsky, etc.). aquests artistes han descobert la relació entre l’estètica i les figures elementals (quadrilàters, cercles,



Il·lustració 1 Wassily Kandinsky - "Several circles"



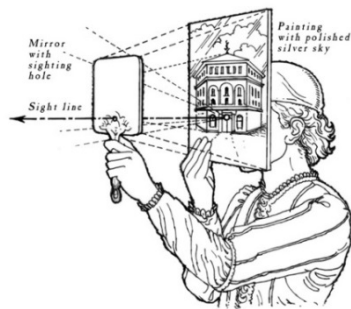
triangles, rectes, etc.) de manera que ha derivat en moviments pictòrics tant importants com l'abstracció post pictòrica o geomètrica que inclouria l'art òptic (que juga amb les il·lusions òptiques) i altres tendències que basen la pintura en la forma i el color expressat en formes geomètriques.

Però les matemàtiques han estat presents en l'art des de molt abans d'aquest moviments contemporanis. Durant molt temps, la perspectiva matemàtica per representar la realitat tridimensional en un quadre bidimensional, ha estat un problema matemàtic a resoldre. Així, abans de ser capaços de aplicar la perspectiva en els quadres, s'aplicaven normes intuïtives. Civilitzacions com l'egípcia, eren capaços de representar diferents mides, però ho feien en pla. (Corbalán, 2004)



Il·lustració 2 Papir del "Llibre dels morts"

El primer que va aconseguir matematitzar el procés de fer un dibuix i fer que coincidís amb la realitat tridimensional va ser Brunelleschi, un arquitecte florentí del Renaixement italià. (a.1377-d.1446).



Va descobrir que les línies perpendiculars al pla del dibuix havien de convergir en un mateix punt. Brunelleschi va fer una pintura del baptisteri en perspectiva. Per comprovar que coincidia l'edifici pintat amb el real, va pintar-ho del revés i va fer un petit forat al centre. Després, va fer una prova amb un trípode i un mirall i va poder comprovar que, efectivament, coincidia. (Martín, 2006).

Les tècniques geomètriques avancen a l'hora de fer perspectives i cada vegada es fan representacions més complexes fins al punt que la pintura passa de ser un treball artesanal a una professió que requereix cert domini de les matemàtiques.



Il·lustració 3 Andrea del Pozzo - Volta de l'església de Sant Ignazio de Roma

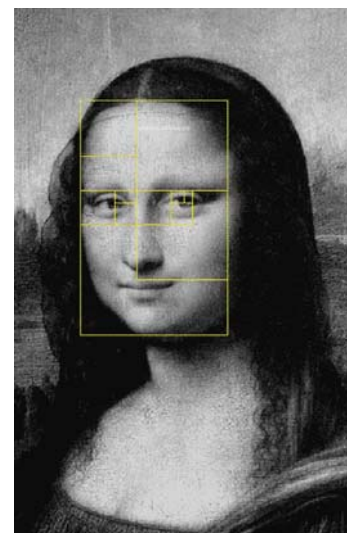


Veiem que en l'art, hi ha moltes manifestacions matemàtiques i encara, en podríem incloure altres com els anamorfismes (imatges deformes o confuses que varien en funció del punt de vista), objectes impossibles, mosaics, decoracions i simetries, il·lusions òptiques, etc. No obstant, si cal destacar un element matemàtic rellevant respecte la bellesa o l'estètica, és la proporció.

Al llarg de la història, l'home s'ha plantejat descobrir quins cànons guien la bellesa o estètica. La pauta geomètrica i la proporció que s'amaga en l'harmonia d'innombrables obres pictòriques i arquitectòniques ha estat la resposta a aquest interrogant: la divina proporció (proporció àuria o nombre d'or), ja coneguda des de l'Antiguitat. Aquest nombre algebraic irracional (decimal infinit no periòdic) es va descobrir no com a una unitat, sinó com a una relació entre dos segments d'una recta i, d'alguna manera, s'ha atribuït un caràcter estètic a aquells elements que les seves mides guarden aquesta proporció. Corbalán (2009) fa evident la vinculació entre l'art i la proporció àuria a través d'un recull d'obres artístiques de gran bellesa. Analitzant les obres des de la perspectiva matemàtica, procura desentranyar el secret de la bellesa partint de la divina proporció. Anem a veure alguns exemples.

La Gioconda ha estat un dels quadres més enigmàtics de la història de l'art. Alguns, atribueixen que la solució de l'enigma està en la geometria. De fet, si superposem varis rectangles auris sobre el rostre de la Gioconda el resultat és el que podem observa en la il·lustració 3.

Tot i que se sap que Leonardo Da Vinci reconeixia la importància de relacionar les matemàtiques amb l'estètica, no es pot afirmar amb seguretat que realment tingues en ment la proporció àuria quan va fer el quadre, no obstant, se sap que abans de pintar el quadre, va ser l'il·lustrador d'una obra matemàtica "*De divina proportione*" del seu amic Luca Pacioli.



Il·lustració 4 Leonardo Da Vinci - "La Gioconda"



Il·lustració 5 Salvador Dalí - "La última cena"

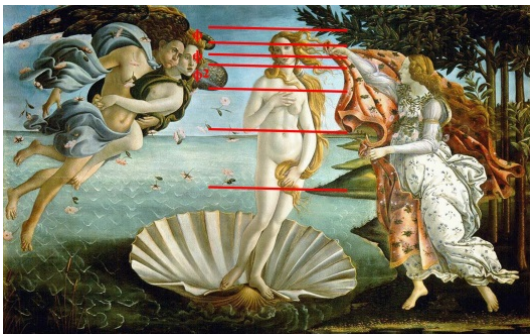
Leonardo no va ser l'únic que deixa entreveure la raó àuria en les seves obres, existeixen nombrosos exemples de quadres on la divina proporció té certa rellevància. Per exemple, Salvador Dalí amb "La última cena" va utilitzar una tela de 268 x 167 cm, un rectangle auri casi

perfecte. A més, observem un dodecaedre, sòlid regular que queda perfectament inscrit en una esfera i guarda molta relació amb el nombre d'or.

De manera inconscient, o no, molts pintors s'han servit de la raó àuria per definir les proporcions dels seus quadres. Amb el mateix propòsit, s'utilitza l'estrella pentagonal. Un exemple, és "La Sagrada Família" de Miguel Ángel.



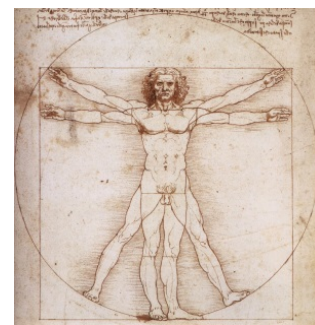
Il·lustració 6 Miguel Ángel - "La Sagrada Família"



Il·lustració 7 Sandro Botticelli - "El naixement de Venus"

Així podríem continuar amb moltíssims quadres de bellesa extraordinària com el conegut naixement de Venus de Botticelli, on el cos de la deessa segueix les proporcions àuries.

De fet, se sap dels famosos descobriments anatòmics de Da Vinci sobre el cos de l'home, idealitzant unes proporcions segons les quals, el cos humà s'inscriu dins d'un cercle i un quadrat al mateix temps i el resultat correspon a la raó àuria entre el quadrat i el radi del cercle.

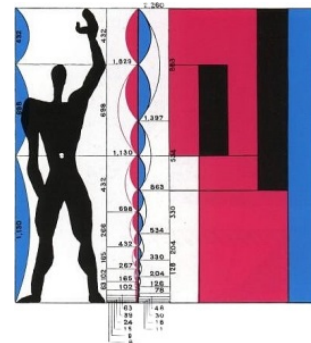


Il·lustració 8 Leonardo Da Vinci - "Home de Vitruvi"

Les matemàtiques no només estan presents en l'art plàstica, també hi ha matemàtiques en l'arquitectura, de fet, aquesta no podria existir sense les

matemàtiques. Un exemple que s'ha considerat representatiu de la proporció àuria en l'arquitectura ha estat el Panteó de Fidias. No obstant, Corbalán qüestiona que l'edifici fos realment dissenyat sota aquesta mirada ja que les dades són molt ambigües. Evidentment, la interpretació és lliure i dona lloc a diferents punts de vista. No obstant, Corbalán certifica com ús conscient les manifestacions de la raó àuria en l'Edat Mitjana, ja que així està documentat. De fet, el pentàgon regular o l'estrellat, apareixen com a recurs de construcció durant tot el període.

En l'arquitectura contemporània, un exemple clar d'aplicació matemàtica és la de l'arquitecte Le Corbusier. Aquest dissenya cases i mobles a partir del Modulor, un aparell de mesura basat en l'estatura humana i en la Matemàtica. Es tracta d'un home que amb el braç alçat, dona als punts determinants de l'ocupació de l'espai tres intervals que defineixen una sèrie de seccions àuries de Fibonacci. Podem trobar exemples d'ús de la proporció àuria en edificis com la



Il·lustració 9 Le Corbusier - "El Modulor"



Il·lustració 10 Le Corbusier - "La Ville Savoye"

Ville Savoye de Le Corbusier. Aquest edifici és, a la vegada, representatiu d'un canvi de plantejament en l'arquitectura on es passaria de l'ornamentació a l'optimització d'espai i la senzillesa.

En l'arquitectura està clar que les matemàtiques no és que hi siguin presents, sinó que resulten ser l'eina imprescindible de l'artista. Tant en l'escultura com en la pintura, en canvi, segurament podríem veure matemàtiques en qualsevol obra si l'observador així ho volgués, però a diferència de l'arquitectura, això no implicaria que l'artista hagués tingut aquesta intenció matemàtica. Per aquest motiu, em resulta interessant destacar la tesis doctoral de Zalaya (2005) dedicada a estudiar un tipus d'art que han denominat "Escultura Matemàtica". Al llarg de la tesis es fa un estudi exhaustiu de la relació entre l'art i les matemàtiques i, finalment, es planteja una definició de l'Escultura Matemàtica on només es tenen en compte aquelles escultures que realment han necessitat de les matemàtiques per a la seva creació.

*“Vamos a considerar, por tanto, que pertenecen a esta tipología todas aquellas obras escultóricas en los que en su concepción, diseño, desarrollo o ejecución resulta “fundamental” la utilización de las Matemáticas.” (Zalaya, 2008, p. 120)*

Un exemple que presenta Zalaya (op.cit.) i em resulta interessant per la seva inspiració en el famós dibuix de Da Vinci que ja hem analitzat anteriorment, és el de la il·lustració 11. Zalaya (op.cit) explica que aquesta escultura humanista va contribuir notablement a la relació de l'art amb la ciència i, per tant, és un treball escultòric a considerar.



Il·lustració 11 Mario Ceroli -  
"Inbalance"

Així podríem dir que, en la pintura i l'escultura, les matemàtiques no necessàriament han de ser presents en la seva creació tot i que l'espectador les pugui identificar de manera subjectiva, mentre que en l'arquitectura, les matemàtiques resulten imprescindibles. Existeix un altre art on les matemàtiques són tant importants com en l'arquitectura, ja que, sense aquestes, probablement no podria existir. Aquesta és la música. La relació entre la música i les matemàtiques és encara molt més directa. En primer lloc perquè la música genera en sí uns processos físics, però d'altra banda, estan presents en el propi llenguatge musical: a l'hora d'escollir les notes, d'ubicar-les, les tonalitats, els tempos i ritmes i gran part dels mètodes de composició són purament processos matemàtics. De fet, Pitàgores descobreix la relació entre les notes musicals i les proporcions entre les longituds de les cordes tensades. Altra vegada ens trobem davant la manifestació de la proporció àuria en l'art. Molts compositors utilitzen aquest nombre (potser de manera intuïtiva) en les seves obres: la sonata de Mozart, en la Cinquena Simfonia de Beethoven, en algunes obres de Bartók, etc. Se sap que matemàtics de totes les èpoques han fet de la música el seu objecte d'estudi i podem trobar documents on els fractals, la teoria del caos, la teoria de grups o la lògica de fuzzy s'utilitzen per a la creació i anàlisi de composicions musicals.

Pitàgores va ser el descobridor del mètode per obtenir l'escala musical i l'instrument que va utilitzar, va ser el monocordi. Primer cal partir de quatre proporcions que regien la música: 1/1, 1/2, 2/3 y 3/4. Actualment, aquestes les coneixeríem com unísson, octava, quinta i quarta. Aquestes proporcions, enteses com la correlació entre certs intervals musicals i els primers nombres naturals donen lloc a aquesta escala musical. (Liern i Queralt, 2008).

La proporció dona lloc a la part melòdica de les notes musicals, ara bé, sabem que la música, a més, compta amb un ritme que s'expressa també en les notes.

Aquestes tenen uns valors matemàtics associats que permeten establir la duració de cada nota. Aquest codi matemàtic també s'estableix pels

NOMBRE	FIGURA	SILENCIO	VALOR/PULSOS
Redonda			4 Tiempos
Blanca			2 Tiempos
Negra			1 Tiempo
Corchea			1 / 2 Tiempo
Semicorchea			1 / 4 Tiempo
Fusa			1/8 Tiempo
Semifusa			1/16 Tiempo

silencis que són igualment importants en la música.

Il·lustració 12 Taula de valors en relació a la negra

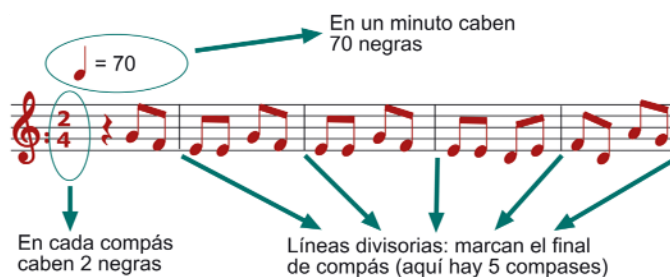
Saber interpretar una partitura implica conèixer els codis musicals que estan directament lligats amb les matemàtiques. En la partitura ens trobem amb varis indicadors per mesurar el temps. Hem vist els valors que s'atribueixen a les figures en la il·lustració 12, ara, anem a veure la relació entre el compàs, el tempo i la matemàtica.

El compàs s'expressa com una fracció on el numerador ens indica quant temps té i el denominador, la pulsació o tipus de nota que ocupa cada temps. Moltes vegades, el denominador s'expressa directament amb la figura que ocupa el temps donat.

El tempo ens indica la velocitat general de l'obra que es sol expressar en italià (largo, larghetto, adagio, andante) i corresponen, aproximadament, a un nombre de pulsacions o temps per minut. Una manera actual d'expressar-ho és indicant el nombre de notes per minut, de manera que si s'indica la negra= a 70, vol dir que en un minut s'ha de tocar l'equivalent a 70 negres. Si coneixem el valor de la negra, també podríem calcular la resta de valors. Per exemple, si volguéssim conèixer el valor de la



rodona, hauríem de dividir les 70 negres entre 4 temps que val la rodona, de manera que obtindríem la quantitat de rodones que caben per minut.



Il·lustració 13 Liern i Queralt - Anàlisi del pentagrama

Un pentagrama està ple d'anotacions matemàtiques que ens ajuden a conèixer la duració d'una obra musical. No entrarem a explicar cada una perquè el món de la música és molt complex i es necessiten molts anys per arribar a comprendre les valors matemàtics i els codis que la conformen.

La intenció és prendre consciència que, efectivament les matemàtiques tenen un paper rellevant i principal en la música. La música és aritmètica, la música és matemàtica: tot el món dels intervals (la diferència de freqüència que distingeix dos sons), el sistema d'afinació, etc. ens embarcaria en tot un mètode matemàtic complex que té com a resultat obres musicals de gran valor artístic.

Si ens proposem analitzar la literatura entesa com l'art de les paraules, també hi podrem trobar matemàtiques: en l'estructura interna dels poemes, les rimes, el nombre de síl·labes i de paraules, etc. probablement perquè un poema té molta relació amb el món de la música, que ja hem vist que està ple de matemàtiques. De fet, d'un poema es pot derivar fàcilment a una cançó i, ser capaç de concordar la melodia amb la paraula és en sí, també, un acte matemàtic. En la literatura, però, passa com en l'escultura o la pintura, l'artista no necessita fer un plantejament matemàtic per arribar a la seva obra final. No obstant, podem trobar exemples d'estructures poètiques que tenen un clar paral·lelisme amb conceptes i propietats matemàtiques o, senzillament, podem trobar al·lusions que indueixen a filosofar sobre conceptes matemàtics polèmics com per exemple, l'infinit.

Marta Macho (2008) escriu un article on descobreix les matemàtiques que estan immerses en la literatura i tot fent un recorregut històric per les diferents obres literàries amb manifestacions matemàtiques. Aprofitaré dos exemples que em

semblen prou clars. Arnaut Daniel va ser un trobador provençal de França que es considera el màxim representant de l'estil "trobar clus" (parlar tancat) i creador de la "sextina" que forma part del "trobar ric" (parlar ric), on hi ha interès pel món de les rimes, les paraules i assonàncies vàries. La sextina és un poema que es conforma de 6 estrofes de 6 versos. Cada sextina es segueix d'un paràgraf de 3 versos que la tanca. L'estructura que segueix aquest tipus de poemes es podria representar amb el següent esquema:

ABCDEF- FAEBDC- CFDABE- ECBFAD- DEACFB- BDFECA- ECA

Aquesta estructura literària pot recordar al concepte matemàtic de permutació. Aquesta seria una permutació d'ordre 6, això vol dir, que les paraules finals de la rima es van retrobant en el seu ordre original. Anem a veure un fragment de la que es considera la primera sextina de la història de la literatura:

« *Lo ferm voler qu'el cor m'intra* », por Arnaut Daniel

Lo ferm voler qu'el cor m'intra A  
 no'm pot ges becs escoissendre ni onglas B  
 de lauzengier qui pert per mal dir s'arma; C  
 e pus no l'aus batr'ab ram ni verja, D  
 sivals a frau, lai on non aurai oncle, E  
 jauzirai joi, en vergier o dins cambra. F

Quan mi sove de la cambra F  
 on a mon dan sai que nulhs om non intra A  
 -ans me son tug plus que fraire ni oncle E  
 Non ai membre no'm fremisca, neis l'ongla B,  
 aissi cum fai l'enfas devant la verja: D  
 tal paor ai no'l sia prop de l'arma. C

Del cor li fos, non de l'arma, C  
 e cossentis m'a celat dins sa cambra, F  
 que plus mi nafra'l cor que colp de verja D  
 qu'ar lo sieus sers lai ont ilh es non intra: A  
 de lieis serai aisi cum carn e onglas B  
 e non creirai castic d'amic ni d'oncle. E

Anc la seror de mon oncle E  
 non amei plus ni tan, per aquest'arma, C  
 qu'aitan vezis cum es lo detz de l'ongla, B  
 s'a lieis plagues, volgr'esser de sa cambra: F  
 de me pot far l'amors qu'ins el cor m'intra A  
 miels a son vol c'om fortz de frevol verja. D



Pus floríc la seca verja D  
ni de n'Adam foron nebot e oncle E  
tan fin'amors cum selha qu'el cor m'intra A  
non cug fos anc en cors no neis en arma: C  
on qu'eu estei, fors en plan o dins cambra, F  
mos cors no's part de lieis tan cum ten l'ongla. B

Aissi s'empren e s'en ongl'a B  
mos cors en lieis cum l'escors'en la verja, D  
qu'ilh m'es de joitors e palais e cambra; F  
e non am tan paren, fraire ni oncle, E  
qu'en Paradis n'aura doble joi m'arma, C  
si ja nulhs hom per ben amar lai intra. A

Arnaut tramet son chantar d'ongl'e d'oncle E  
a Grant Desiei, qui de sa verja l'arma, C  
son cledisat qu'apres dins cambra intra. A

Aquest és un exemple clar de paral·lelisme entre les matemàtiques i les estructures literàries. En aquest cas, les matemàtiques formen part de la pròpia poesia, però en la literatura, podem trobar manifestacions matemàtiques que no tenen tant a veure amb la pròpia creació i la estructura, com en els continguts literaris que s'exposen. Veiem un exemple clar en l'obra "El Llibre de sorra" de Luis Borges, un escriptor que va estudiar matemàtiques durant molts anys i va ser estar influenciat per la visió lògica de Bertand Russell. En aquest exemple de "El llibre de sorra", Borges tracta el tema de l'infinit i aprofita la literatura per exposar la seva obsessió respecte aquest concepte:

*Me pidió que buscara la primera hoja. Apoyé la mano izquierda sobre la portada y abrí con el dedo pulgar casi pegado al índice. Todo fue inútil: siempre se interponían varias hojas entre la portada y la mano. Era como si brotaran del libro.*

- *Ahora busque el final.*

*También fracasé; apenas logré balbucear con una voz que no era mía:*

- *Esto no puede ser.*

*Siempre en voz baja el vendedor de biblias me dijo:*

- *No puede ser, pero es. El número de páginas de este libro es infinito. Ninguna es la primera; ninguna, la última. No sé por qué están numeradas de ese modo arbitrario. Acaso para dar a entender que los términos de una serie infinita admiten cualquier número.*

Veiem com la literatura és un art on també podem trobar matemàtiques, de fet, aquest només són dos exemples, però podríem trobar-me molts més en obres tant reconegudes com *“El Quijote”* de Cervantes, *“Romeu i Julieta”* de Shakespeare, *“Les aventures d’Àlícia”* de Carroll, *“Els viatges de Guillver”* de Swift, *“La illa misteriosa”* de Verne, *“El planeta dels Simis”* de Boule, *“El nom de la Rosa”* d’ Eco, *“El petit príncep”* de Saint-Exupéry, *“Tom Sawyer”* de Twain, *“Guerra i Pau”* de Tolstoi, *“1984”* d’ Orwell, *“La carta robada”* de Poe, *“La voz a ti debida”* de Salinas, etc.

La realitat és que podríem descobrir com la matemàtica ha contribuït en l’art i el seu desenvolupament en moltes àrees, però probablement necessitaríem tot un treball apart per analitzar-ho. La idea és que, tot i que els matemàtiques són una matèria complexa i abstracte, a la vegada han estat i, segueixen sent, font d’inspiració en obres artístiques de gran valor. Això ens permet concloure que les matemàtiques són alguna cosa més que formules i tècniques, les matemàtiques són també, una manera de veure i entendre el món que ens envolta.

No tots podem ser com Leonardo Da Vinci o Mozart, però sí que podem canviar la nostra mirada respecte les matemàtiques i descobrir-les en el nostre entorn convertides en produccions humanes increïbles o en les estructures fascinants de la naturalesa. Per tot, crec que la fotografia matemàtica pot ser l’eina que ens ajudi a fer el canvi de mirada que, ens permetrà fer visibles les diferents expressions matemàtiques del nostre entorn i connectar-les amb el món artístic de la fotografia.

*“Les configuracions construïdes per un matemàtic, com en el cas d’un pintor o d’un poeta, han de tenir bellesa; les idees, els colors i les paraules s’han d’acoblar de manera harmònica. La bellesa és la primera pedra del toc; al món no hi ha lloc permanent per a unes Matemàtiques desagradables des del punt de vista estètic.”* Godfrey H. Hardy, matemàtic. (1877-1947)

## 2.2 Què és la fotografia matemàtica?

Quan parlem de fotografia matemàtica és molt probable que desconeguem el seu significat, ja que és un concepte que, encara avui, genera certa controvèrsia i no compta amb una definició universal. Revisar la història d'aquest concepte, ens ajuda a comprendre millor els fenòmens de l'actualitat, així que partirem dels seus orígens i, anirem veient com ha evolucionat fins a l'actualitat.

Durant el curs del 1987/88, el professor Evaristo González organitza el primer Concurs de matemàtiques i fotografia al seu centre, el C.P Sierra Nevada de Granada. Així doncs, podem parlar de González com al precursor d'aquest concepte. La seva proposta perseguia l'objectiu de portar les matemàtiques fora de l'aula i que els alumnes fossin capaços d'identificar els conceptes matemàtics en la realitat, relacionar les matemàtiques, l'art i la literatura i, finalment, establir una vinculació entre les matemàtiques i la vida quotidiana. (González, 1989). Aquesta necessitat, sorgeix d'una realitat pedagògica que s'estava vivint a partir de la Reforma Educativa de 1970, on l'ensenyament de les matemàtiques estava regit per alts nivells d'abstracció en totes les edats, fins i tot en els estudis primaris. Tota aquesta realitat va fer sorgir moviments de renovació, on l'objectiu principal, era demostrar que les matemàtiques estaven presents en l'entorn i que, per tant, no només es podien comprendre des de l'abstracció. (Fernández, et al. 1999). Així doncs, veiem que el Concurs de Matemàtiques i Fotografia impulsat per González, era una proposta alternativa a l'ensenyament de les matemàtiques de l'època.

*“Casi desde un primer momento, los movimientos de renovación, con los grupos Cero a la cabeza, se dieron cuenta de que la enseñanza de la matemática no podía restringirse únicamente al aula sino que debía abrirse más al entorno que rodeaba a la escuela. (...) El objetivo de esta actividad es la divulgación y popularización de las Matemáticas, entendiendo la popularización como cualquier acción que dé a conocer o haga más atractivas las matemáticas, dado su alto grado de impopularidad, dificultad, incomprensión y tedio para algunos, así como la pobre visión social de las mismas.”*  
(Fernández et al. 1999, p. 97-98)

El concurs consistia en realitzar una fotografia que tingués significació en el camp de les matemàtiques. Un requisit per presentar-se al concurs era que, les fotografies, havien de dur un lema que fes referència al concepte matemàtic que es buscava reflectir. González (1989) explica l'experiència d'aquest primer concurs i destaca l'èxit que va tenir aquest nou apartat de matemàtiques i fotografia. De fet, els resultats van superar les expectatives inicials i, els alumnes van sorprendre reflectint conceptes molt variats i ideant lemes literaris i poètics. Davant de l'èxit, González va decidir divulgar tant la seva experiència com aquesta mirada més atractiva de les matemàtiques i, des de llavors, es va anar multiplicant aquest tipus de concursos.

Professors i alumnes de secundària van acollir molt bé aquesta idea, per això, la Societat Thales (Sevilla) va promoure la reproducció de l'experiència en altres províncies andaluses fins que, el 1991 es va convocar a Sevilla el primer concurs provincial dissenyat per a diferents nivells, continuant amb l'objectiu de divulgar les matemàtiques. Aquesta proposta va tenir molt bona resposta pels alumnes que participaven en el concurs, fins al punt que, encara se segueix fent avui en dia. A partir d'aquests concursos provincials, es feien exposicions amb les fotografies per seguir promovent aquesta activitat en altres centres i, per tal de donar més rendiment a aquestes exposicions, es va elaborar un quadern que proposava un conjunt d'activitats per treballar a partir de les fotografies exposades en el concurs i seguir difonent aquesta mirada matemàtica. (Fernández et al. 1999)

Podem afirmar que van aconseguir complir l'objectiu de divulgar aquesta mirada matemàtica, ja que, actualment existeixen moltes entitats i centres que segueixen organitzant concursos de fotografia matemàtica, tant a nivell autonòmic com estatal.

La Federació d'Entitats per a l'Ensenyament de les Matemàtiques a Catalunya (FEEMCAT), compta amb diferents associacions que treballen per la divulgació de les matemàtiques (ADEMGI, APMCM, APaMMs, ABEAM). D'aquestes associacions, l'ADEMGI i l'ABEAM, organitzen concursos de fotografia matemàtica anualment.

L'ABEAM (Associació de Barcelona per l'Ensenyament i Aprenentatge de les Matemàtiques) porta 10 anys organitzant el concurs de fotografia matemàtica en el que participen uns 100 centres escolars cada any. La seva intenció segueix sent la

mateixa que va impulsar el naixement de la fotografia matemàtica en els seus orígens: lluitar contra la imatge d'unes matemàtiques tancades i desvinculades de la vida real i aprofitar la fotografia matemàtica per tal que l'alumne vegi que les matemàtiques, a més de ser una eina útil, està present en tots els contextos de l'entorn.

Tot plegat va començar l'any 2000, on l'ABEAM va demanar idees per celebrar l'any internacional de les matemàtiques i va sorgir la idea d'organitzar un concurs de fotografia matemàtica. Aquest, va tenir un èxit tal que es va decidir consolidar el concurs en una edició anual. A l'any 2000 van participar 20 centres escolars i, actualment, s'inscriuen al concurs més de 100 centres, la qual cosa es tradueix en varis milers d'alumnes que cursen en 5 nivells diferents (5è i 6è de primària, 1r cicle d'ESO, 2n cicle d'ESO, nivell ESPO (batxillerat, cicles formatius i escoles d'adults) i el nivell de professorat).

L'ADEMGI (Associació D'Ensenyaments de les Matemàtiques de les comarques Gironines), segueix en la mateixa línia que l'ABEAM. Amb l'objectiu de divulgar les matemàtiques, convoca la primera edició del concurs de fotografia matemàtica el 2010 per tal de demostrar que una matèria tant abstracte com les matemàtiques, també tenen aspecte real en el nostre entorn i la realitat que ens envolta.

Aquests són dos exemples d'associacions catalanes que tenen rellevància en l'organització de concursos de fotografia matemàtica. A nivell estatal, també podem trobar entitats del mateix tipus. Així, la Federació Espanyola de Societats de Professors de Matemàtiques (FESPM), es va fundar el 1988 amb l'objectiu de millorar l'ensenyament de les matemàtiques en tots els nivells. Aquesta va ser fundada per les societats Aragonesa, Canària i les dues existents en el moment a Andalusia, que es convertiria en la SAEM THALES. Aquesta Federació, actualment, compta amb 20 societats i, cada dos anys organitza les Jornades per a l'Aprenentatge i l'Ensenyament de les Matemàtiques (JAEM) i anualment, organitza la Olimpíada Matemàtica per a alumnes de 2n d'ESO.

Dins de les 20 societats que formen part d'aquesta federació ens trobem en la ja citada FEEMCAT, on ja hem vist que hi ha associacions que promouen els concursos de fotografia matemàtica. Entre aquestes societats, també trobem la SAEM THALES

(Societat Andalus de Educació Matemàtica THALES), que va tenir un paper important en els orígens dels concursos de fotografia matemàtica, ja que si recordem la història del naixement i evolució d'aquest concurs, aquesta societat va ser la encarregada de divulgar aquest concurs en diferents centres de diferents províncies andaluses a través de les exposicions de fotografies matemàtiques.

Sevilla és una de les delegacions provincials associades al SAEM THALES que més pes té en el concurs de fotografia matemàtica, ja que des de 1991 es convoca i s'organitza aquest concurs anualment. A partir de 1999, es consideren les dificultats econòmiques que puguin tenir els alumnes per fer les fotografies així que es comença a convocar un concurs d'imatges matemàtiques on els alumnes no han de fer les fotografies, sinó que poden buscar fotografies ja fetes i posar l'èmfasi en el lema que acompanya la fotografia. Així, anualment, s'organitzen paral·lelament ambdós concursos relacionats amb la fotografia matemàtica.

DIVULGAMAT és una altra organització que s'encarrega de divulgar i popularitzar les matemàtiques. En aquesta entitat podem trobar com a col·laboradora en la comissió de divulgació, a Pilar Moreno, que pertany a la Real Societat Matemàtica Espanyola (RSME). Aquesta és una artista destacada en l'àmbit de fotografia matemàtica que ha contribuït molt en donar bellesa a les matemàtiques del nostre entorn i fer-les visibles.

Veiem doncs, que la fotografia matemàtica, des del seu naixement, ha anat guanyant terreny en les diferents comunitats autònomes. Evidentment, no hem contemplat totes les organitzacions que organitzen concursos de fotografia matemàtica, ja que, probablement en cada comunitat trobaríem alguna entitat, o si més no, algun centre, que organitza concursos d'aquest tipus. Tot i així, la idea és ser conscients que hi ha organitzacions (que col·laboren amb moltes comunitats i províncies), que segueixen vetllant per la divulgació de les matemàtiques i que han descobert, en la fotografia matemàtica, un recurs molt potent per arribar a transformar aquesta mirada vers les matemàtiques. Així, existeix una vinculació molt forta entre els seus orígens i l'actualitat i, estic convençuda que aquesta serà una activitat que, cada vegada més, s'anirà estenent.

Per concloure aquest apartat, resumim una mica les idees més importants. Hem vist que la fotografia matemàtica té origen en els concursos de fotografia matemàtica dels centres escolars i que, aquesta, va néixer com a complement d'unes matemàtiques centrades en l'abstracció i associades a una matèria complicada i avorrida i sobretot per evidenciar la connexió de les matemàtiques amb la realitat. Així, tenim clar què va motivar l'aparició d'aquest concepte i cap a on va derivar. De fet, ja hem vist que quan busquem informació sobre fotografia matemàtica, el primer que trobem són varis centres educatius i entitats que promocionen algun concurs de fotografia matemàtica, per tant, se segueix mantenint gran part de relació amb el seu origen. Ara bé, arribats a aquest punt, ens podríem preguntar en què consisteix la fotografia matemàtica i quins trets la defineixen com a tal i ens ajuden a diferenciar-la d'una fotografia convencional.

Per donar resposta a aquesta pregunta ens seria útil comptar amb la definició exacte de fotografia matemàtica, no obstant, aquest concepte ha generat certa controvèrsia, ja que no compta amb una única definició vàlida. Blanché (2009) fa un treball de recerca on analitza les diferents definicions que podem trobar al respecte, entrevistant bàsicament, a matemàtics i membres d'associacions que, actualment, organitzen concursos de fotografia matemàtica. Aquest conjunt de definicions ens ajudaran no només a comprendre millor aquest concepte, sinó que també, per posicionar-me i presentar la definició de fotografia matemàtica que usaré en aquest treball.

Una de les definicions més utilitzades pels matemàtics citada per Blanché (op.cit) per intentar descriure aquest concepte és: *"El terme fotografia matemàtica designa qualsevol imatge que reflecteixi o tingui relació amb algun aspecte matemàtic."* Aquesta definició, té un caràcter molt global i ampli i, tot i ser la més freqüent, tampoc ens aclareix com es capten les matemàtiques del nostre entorn en una fotografia. A més, ens podríem preguntar: és possible fer una fotografia sense tenir cap relació amb algun aspecte matemàtic? Si partim de la idea que les matemàtiques estan a tot arreu, podríem afirmar que qualsevol imatge pot reflectir o tenir relació amb un aspecte matemàtic, per tant, aquesta definició, és poc específica i no ens permet diferenciar una fotografia convencional d'una fotografia veritablement matemàtica.



Fent recerca en els diferents concursos de fotografia matemàtica, Blanché (op.cit.) troba una altra definició d'aquest concepte: *“La fotografia matemàtica, com a concepte, designa tota aquella relació entre les formes de la naturalesa captades en una imatge i la geomètrica que hi podem copsar”*. Aquesta definició, a diferència de l'anterior, és molt més concreta, tant és així, que exclou la geometria que podem trobar fora de la naturalesa i la resta de fotografies amb un contingut no necessàriament geomètric. D'altra banda, com en la definició anterior, ens podríem seguir qüestionant si és possible fer una fotografia sense trobar-hi cap relació amb la geometria i, per tant, continuaríem sense comprendre la diferència entre una fotografia i una fotografia matemàtica.

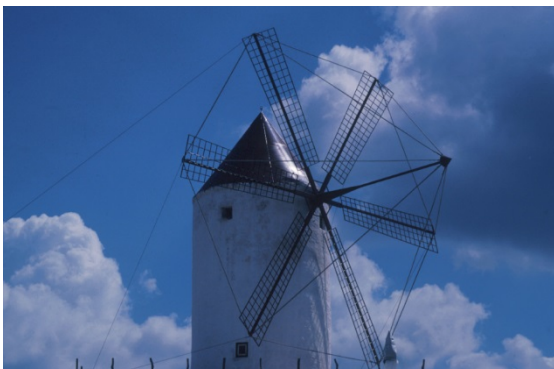
Amb això, tenim d'una banda una definició massa global i poc aclaridora i, d'una altra una definició molt específica i exclouent. No obstant, Blanché (op.cit.) encara ens ofereix una altra definició, extreta del president de l'associació de professors de matemàtiques de les illes balears (associació XEIX). Aquesta, ens ofereix una perspectiva i un enfocament diferent que ens ajuda a donar un pas més enllà a nivell conceptual: *“és aquella fotografia que està feta per, o de la qual es pot destacar algun element o tema matemàtic, ja sigui explícit o fins i tot metafòric.”* Una de les coses que m'agrada d'aquesta definició és que, d'entrada destaca el paper de la intencionalitat, és a dir, ens permet diferenciar, dins de les fotografies matemàtiques, les que estan fetes partint d'un concepte previ que vols representar o, les que sense ser-ne conscients, reflecteixen un concepte matemàtic que veiem posteriorment. D'altra banda, dona a entendre que aquest contingut matemàtic pot ser perceptible visualment, o no, és a dir, també pot ser metafòric. Això, amplia el camp de possibilitats, ara bé, tot i que sembla que ens ajuda a diferenciar tipus de fotografies matemàtiques, encara falta algun element que ajudi a discriminar-les d'una fotografia qualsevol.

Les definicions anteriors, són de les poques que es poden trobar respecte la fotografia matemàtica. Veiem que, efectivament, existeix certa controvèrsia al voltant d'aquesta idea i, per tant, no es pot oferir una única definició vàlida, tot i així, les anteriors definicions ens poden ajudar a classificar diferents tipus de fotografies matemàtiques a partir de diferents criteris. Per exemple:

- I. Segons el contingut matemàtic: Geomètriques i No geomètriques
- II. Segons com es representa el contingut: Explícita i Metafòrica
- III. Segons la intencionalitat: Intencionades i No intencionades
- IV. Segons la captura: Espontània i Preparada
- V. Segons el revelat: Manipulades i Naturals

- I. Segons el contingut matemàtic: Geomètriques i No geomètriques

- Les geomètriques: aquestes són les que centren el contingut matemàtic en captar la forma geomètrica que hi ha en el nostre entorn. Així, en aquest subgrup, podem trobar fotografies que reflecteixen la geometria present en la naturalesa o bé, en elements dissenyats pels humans que, moltes vegades, fan dissenys inspirats en les estructures naturals. Pilar Moreno és una autora que, com ja hem dit anteriorment, treballa molt amb la fotografia matemàtica, sobretot, tot el referent a la geometria, per això, posarem dos exemples de fotografies d'aquesta autora que reflecteixin la geometria en la natura i en la societat.



Il·lustració 14 Pilar Moreno – “Polígonos”



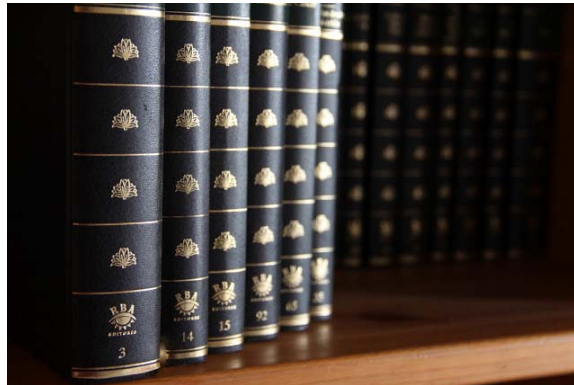
Il·lustració 15 Pilar Moreno – “Espirales”

En la il·lustració 13 podem veure diferents cossos geomètrics com el con, el cilindre i la piràmide i diferents polígons com el quadrat, el rectangle, el triangle i l'hexàgon.

La il·lustració 14, reflecteix la idea d'espiral que es repeteix en molts elements de la natura. El centre del gira-sol és un exemple que s'utilitza freqüentment per

representar aquesta idea, doncs el contingut es veu amb molta claredat. De fet, la Pilar Moreno ens proposa un exercici d'acostament al centre per fixar-nos en els botons florals ajustats que tenen forma ròmbica i van formant aquests espirals en doble sentit.

- Les no geomètriques: aquestes fotografies inclourien totes aquelles imatges que reflecteixin un contingut matemàtic no geomètric. Així, un bon exemple de contingut no geomètric és aquesta fotografia que ha guanyat el primer premi en el concurs de l'ABEAM, presentada per una noia que participava en el nivell de Batxillerat i ESPO.



Il·lustració 16 Alicia Medina - "Literalment  $\pi$ "

Aquesta imatge reflecteix el nombre  $\pi$  com a contingut matemàtic i, a part del joc de l'enfocament que ens pot induir a la idea d'infinít a mesura que es van difuminant els nombres, l'autora juga amb el títol d'una manera original i creativa. Veiem que els nombres representen literalment el nombre  $\pi$  a través dels llibres, pot ser més literal? Veiem doncs que en la fotografia matemàtica no es contempla només el propi contingut reflectit, sinó que el títol és bàsic per donar intenció a la fotografia.

II. Segons com es representa el contingut: Explícites i Metafòriques

- Les explícites: la majoria de fotografies tenen el contingut matemàtic reflectit explícitament així que podria posar moltes fotografies com a exemple, però n'escolliré una on el contingut sigui molt clar i evident.

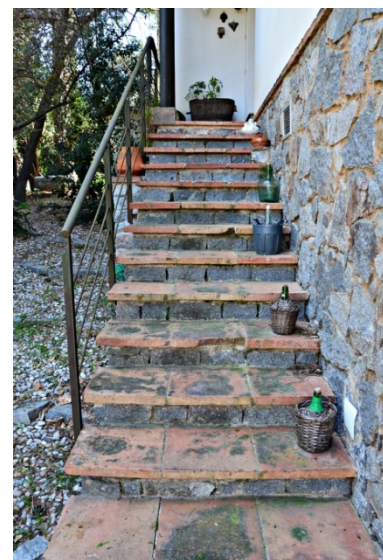


Il·lustració 17 Estela Soler - "*Flor 4 vegades pentagonal*"

Tant el títol com la pròpia fotografia són molt explícites respecte el contingut. En aquesta flor, com en moltes altres, es repeteix el nombre 5 en els sèpals, els pètals, els estams i l'estigma central.

- Les metafòriques: aquest tipus de fotografia matemàtica no és tant habitual, però també en podem trobar. Aquestes es caracteritzen per representar un contingut matemàtic que no es representa explícitament en la fotografia. Així, la fotografia es converteix en un mitjà per transmetre una idea o element sense expressar-lo o concretar-lo. Per tant, en aquestes fotografies, el títol serà encara molt més important i rellevant per tal d'aconseguir transmetre el contingut implícit en fotografia.

En aquesta fotografia el títol és la clau. Sense aquest, es podria pensar en la idea de seriació o de paral·leles, en canvi, el títol "*Escala melòdica d'interval·ls ascendents*" ens obliga a veure l'escala des de la perspectiva musical i, els diferents gerros decoratius, com a interval·ls ascendents de sons i semitons que conformen l'escala musical. Per tot plegat, aquesta és una fotografia matemàtica clarament metafòrica, ja que aquest mateix contingut representat de manera explícita, quedaria reflectit amb un pentagrama i unes notes que ascendeixen en l'escala musical melòdica.



Il·lustració 18 Estela Soler - "*Escala melòdica d'interval·ls ascendents*"

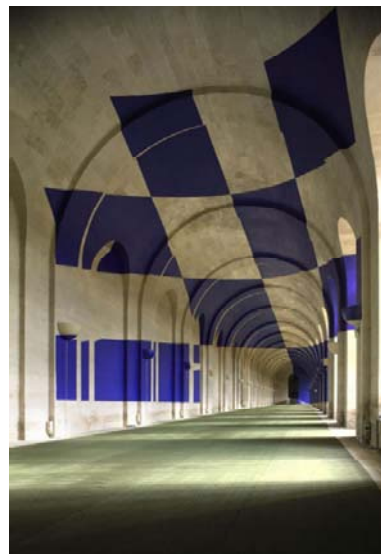
El contingut matemàtic que es reflecteix de manera explícita en la fotografia és, com hem dit abans, les paral·leles o les seriacions. Precisament per aquest motiu, perquè

les matemàtiques són presents a tot arreu, cal posar un títol que realment reflecteixi el contingut matemàtic de la fotografia.

### III. Segons la intencionalitat: Intencionades i No intencionades

- Les intencionades: la majoria de fotografies que es presenten en un concurs de fotografia matemàtica és una fotografia intencionada, ja que un ja fixa la mirada matemàtica prèviament per tal de trobar el contingut que vol reflectir. Per tant, el resultat serà una fotografia que reflecteix un contingut matemàtic de manera intencionada. De fet, en alguns concursos, fixen una temàtica més concreta i tancada on hi ha aquesta intenció de trobar i fotografiar un contingut matemàtic concret.

Tot i així, podem trobar fotografies fetes amb la intenció de reflectir un concepte matemàtic sense necessitat d'estar pensades per a un concurs de fotografia matemàtica. Tot i que la majoria de fotografies matemàtiques que trobem, formen part d'algun concurs, en podem trobar altres que no. Veiem un exemple:



Il·lustració 19 André Morin - "Orangerie du château de Versailles"

Aquestes dues fotografies són d'una obra de l'artista Felice Varini fetes a Versailles. L'autor de les fotografies vol representar el concepte d'anamorfisme, és a dir, és la deformació de la imatge a través d'un procés òptic o

matemàtic que s'obté a partir de canviar el punt de vista. De fet, la fotografia està en el mateix moment i lloc, però des de diferents perspectives.

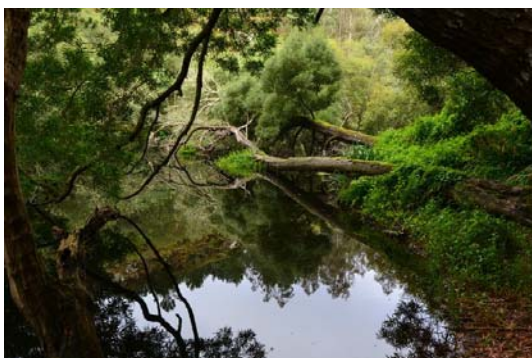
Està clar que la manera en que s'han fet les dues imatges, tenen molta intenció d'expressar l'obra artística i matemàtica de l'autor. Estan fetes des del lloc exacte que permeten reflectir aquest contingut matemàtic. El que està clar, és que la fotografia té



la peculiaritat que necessita com a mínim dues fotografies per poder comprendre el concepte matemàtic.

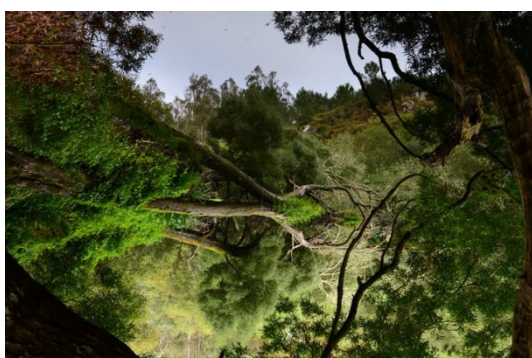
Aquestes fotografies són les que des d'un principi tenen la intenció de reflectir un contingut matemàtic.

- Les no intencionades: moltes vegades fem fotografies per preservar records o senzillament perquè ens trobem davant un escenari amb certa bellesa que volem captar. Quan fem aquestes fotografies, no ho fem sota una mirada matemàtica, no tenim la intenció de captar un contingut matemàtic. Ara bé, podria ser que es decidís participar en un concurs de fotografia matemàtica i, per tant, es fes un canvi de mirada cap a una mirada matemàtica. Quan això passa, es descobreix que les matemàtiques estan definitivament per tot el nostre entorn. Així, podria ser que mirant de nou aquelles fotografies que un dia es van fer per la seva bellesa, ara es descobrís un contingut matemàtic i es decidís presentar-les en un concurs de fotografia matemàtica.



Aquestes fotografies són aquelles que fem sense una intenció matemàtica però, un cop fetes, veiem el contingut matemàtic.

El dia que vaig fer aquesta fotografia la vaig fer perquè em va semblar un lloc molt maco digne de preservar.



Il·lustració 20 Estela Soler - "Límit simètric: realitat o reflex?"

Un cop vaig dedicar-me a mirar les fotografies que havia fet en el meu ordinador, em vaig tornar a torbar amb aquesta fotografia i, mirant-la detingudament em vaig adonar que l'aigua actuava de mirall i podia arribar a crear confusió sobre quin era el lloc real i el reflectit.

En el moment que decideixo donar-li una altra mirada, una nova intenció i ho faig explícit a través del títol, aquesta fotografia passa a ser matemàtica, tot i que inicialment no era la intenció.

#### IV. Segons la captura: Espontànies i Preparades

- Les espontànies: quan et trobes amb un contingut matemàtic expressat en l'entorn i, decideixes fotografiar-lo, es pot dir que és una fotografia espontània, ja que no t'ha calgut fer una preparació prèvia.



Il·lustració 21 Estela Soler - "*Simetria trencada*"

Aquesta és clarament una fotografia espontània, ja que és impossible preparar un escenari concret o saber quan et trobaràs una papallona. És una fotografia que pots fer si et trobes amb l'ocasió.

- Les preparades: inclou totes aquelles fotografies que requereixen una preparació prèvia de l'escenari o dels elements que es vol fotografiar per reflectir el contingut matemàtic. En aquestes, es sol partir d'una idea/disseny inicial que vols dur a terme.

L'autora d'aquesta fotografia ha necessitat desmuntar les diferents "matrioskas" o nines russes i ordenar-les de manera que quedi reflectida la idea de proporcionalitat (ordenació). Per tant, podem dir que ha tingut una idea prèvia i, finalment, ha preparat els diferents elements per dur-ho a terme.

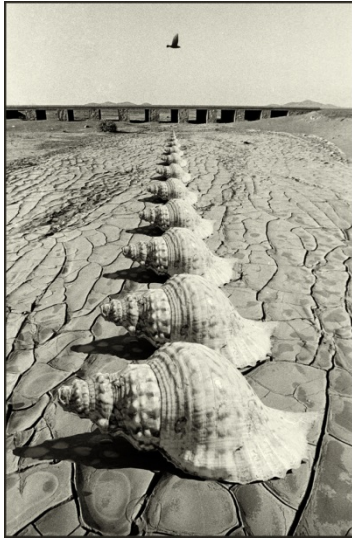


Il·lustració 22 Marta Sáez - "*Proporcionalitat russa*"

#### V. Segons el revelat: Manipulades i Naturals



- Les manipulades: en la majoria de concursos es deixa un ampli ventall de possibilitats per donar lloc a la creativitat i la originalitat. En les bases del concurs, es solen prohibir els muntatges referits a tècniques de collage, photoshop o similars. Per tant, trobar un exemple d'aquest tipus, és relativament complicat, però n' existeixen.



Il·lustració 23 Moisés Ruiz -  
"Collage 49"

Aquesta fotografia no puc dir que sigui matemàtica en el sentit que, l'autor, no ha tingut la intencionalitat matemàtica en la fotografia, o potser sí, però no ho ha fet evident a través del títol. En qualsevol cas, està clar que com a públic que interpreta subjectivament aquesta fotografia, sí que hi podem veure continguts matemàtics, la idea d'infinít, de punt de fuga, successió, línia, perpendicular, proporció, potser nombre, etc. Sigui com sigui, la fotografia és un collage, de fet, aquest és el títol de l'obra. Si en algun concurs de fotografia matemàtica estigués permès el collage i aquest autor presentés aquesta fotografia amb un lema matemàtic, seria un

exemple de fotografia matemàtica manipulada.

- Les naturals: aquestes són la majoria de fotografies matemàtiques que es presenten a concursos. El fet de no estar manipulada no impedeix que un no pugui millorar la intensitat o el contrast de la fotografia.

Aquesta fotografia no és un collage ni un muntatge fotogràfic, per tant, seria vàlida en un concurs de fotografia matemàtica. Ara bé, la fotografia ha estat processada des de l'ordinador, des d'on se li ha millorat el contrast. En aquest sentit, la fotografia no es considera manipulada ja que aquests retocs formen part del procés fotogràfic.



Il·lustració 24 Estela Soler - "Un cargol anomenat Fibonacci"

Totes aquestes categories poden ser vàlides quan parlem d'una fotografia matemàtica i és possible que una fotografia pugui formar part de diferents grups dins d'aquesta classificació. La pregunta que ens podem fer és: és possible que una fotografia qualsevol no compti amb alguna d'aquestes característiques? Està clar que resulta complicat establir la diferència entre una fotografia matemàtica d'una que no ho és. De fet, com ja hem comentat abans, la geometria, les matemàtiques, tot plegat forma part de la realitat que ens envolta, aleshores, quan fem una fotografia, sigui o no amb intenció, sigui natural o artificial, espontània o preparada, amb contingut geomètric o no, amb intenció o sense, sempre hi podrem trobar algun contingut matemàtic reflectit. Donada la complexitat de característiques i la diversitat de tipologies de fotografies matemàtiques, cada associació que organitza el concurs, marca unes bases per concretar com han de ser les fotografies matemàtiques, així que, en funció de cada organització, descobrirem una concepció o altre respecte la fotografia matemàtica. De fet, en alguns concursos es treballa per temàtiques o continguts, mentre que d'altres, deixen més obert el camp de possibilitats.

En definitiva, podem dir que és complicat reduir tantes possibilitats en una sola definició, tot i així, crec que existeix un requisit bàsic per establir la diferència entre una fotografia matemàtica d'una, que no ho és: l'objectiu o la finalitat que ens porta a fer la fotografia. És a dir, quan algú fa una fotografia, sigui convencional, o no, la fa per algun motiu: l'estètica, el missatge que transmet, per preservar un record, etc. en totes aquestes, segurament podrem descobrir les matemàtiques, perquè en definitiva, és impossible desentendre's de les matemàtiques si tenim en compte que formen part de l'estructura de la realitat que ens envolta. Ara bé, si ens centrem en la fotografia com un mitjà que ens ajuda a comunicar alguna cosa, penso que la intencionalitat de la fotografia és la clau, és a dir, quan l'autor de la fotografia vol comunicar un contingut matemàtic i compartir-lo amb els altres a través de la fotografia, és quan parlem de fotografia matemàtica, independentment de si la fotografia destaca una forma de la natura o no, de si és espontània o de si es metafòrica, etc. crec que tot això no és tant rellevant com el propi objectiu de la fotografia. Per tant, tot i que deixo oberta la definició de fotografia matemàtica, el meu posicionament és aquest:

*“Quan algú cerca compartir, reflectir o comunicar algun contingut matemàtic a través de la fotografia, estem parlant de fotografia matemàtica”*

En tot acte comunicatiu, l'objectiu de l'emissor és que el missatge arribi sense alteracions al receptor. Evidentment, una fotografia, un quadre o moltes de les expressions artístiques, poden tenir interpretacions molt subjectives i diferents, per tant, quan algú mira una fotografia matemàtica, si no és capaç d'interpretar o captar el concepte matemàtic, aquesta deixa de tenir la categoria de fotografia matemàtica i passa a convertir-se en una fotografia convencional. Així doncs, per tal que aquest contingut matemàtic arribi i es compleixi l'objectiu comunicatiu, un requisit imprescindible de la fotografia matemàtica és el títol de la mateixa que, clarament, ha de permetre explicitar el concepte matemàtic que es vol compartir. Aquest requisit, ens pot recordar als orígens de la fotografia matemàtica. Tot i que en totes les definicions anteriors, no aparegui o es destaquí aquest requisit, González (1989) ja mencionava la necessitat d'un “lema” que acompanyés la fotografia matemàtica. De fet, actualment, en tots els concursos de fotografia matemàtica, el lema és un altre element a tenir en compte a l'hora de valorar tot el conjunt de la fotografia matemàtica i, de la mateixa manera que en el concurs es valora la creativitat i la bellesa de la fotografia i la manera en com es capta el concepte matemàtic, també es valora la originalitat del títol o “lema” que acompanya la fotografia.

A mode de resum i, ja per concloure aquest apartat, podem dir que la fotografia matemàtica neix dins dels concursos escolars com a una activitat didàctica amb potencial que, d'alguna manera, busca popularitzar, divulgar i apropar les matemàtiques als alumnes, fent-les visibles fora de l'entorn escolar. També hem vist, que és una activitat que funciona i per tant, es segueix duent a la pràctica en l'actualitat i que, tot i que existeixen diferents maneres d'entendre la fotografia matemàtica, el requisit que ens permet catalogar una fotografia com a fotografia matemàtica, és el títol que l'acompanya i ajuda a compartir el concepte matemàtic que es vol reflectir.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Totes les fotografies d'aquest capítol estan a l'annex 1

### 2.3 Per què treballar a partir de recursos fotogràfics?

Fins ara hem vist quins son els orígens de la fotografia matemàtica i quines són les definicions que existeixen al respecte. Tot i que hem vist que a nivell didàctic és una activitat potent per treballar les matemàtiques, ens podríem preguntar per què és adequat treballar a partir de suports visuals i no uns altres.

Per respondre a aquesta qüestió, cal aclarir com a punt de partida, el paper que considerem que han de jugar les escoles. Si entenem que les escoles han de formar futurs ciutadans capaços de fer front a la realitat que els envolta i donar-los els recursos necessaris per poder-s'hi desenvolupar, és evident que les escoles no poden actuar independentment al context actual que forma part de la vida dels infants. Abans hem vist que la fotografia matemàtica neix el 1988, a partir de la proposta de González i sabem, que en aquell context, va tenir molt èxit però, actualment, és una activitat que es segueix promovent, llavors, segueix sent una activitat adequada tenint en compte el context social actual? Jo crec que, a dia d'avui, encara és més adequada si tenim en compte que una de les característiques més destacables pel que fa al context actual és el notable creixement dels mitjans audiovisuals i l'important paper que aquests juguen en la vida dels infants. Actualment, sabem que el llenguatge que impera en les nostres vides, és el llenguatge audiovisual, de fet, els mitjans audiovisuals han guanyat un pes considerable i estan desenvolupant una funció socialitzadora en els infants que, els mestres, no podem obviar (Tresserras, 2003). Aquesta realitat s'ha convertit en motiu de debat i ha generat dos posicionaments destacats entre qui considera que tot plegat pot suposar una oportunitat educativa i, qui pel contrari, ho considera una degeneració a nivell educatiu. Sigui com sigui, el que no es pot qüestionar, és que aquests formen part de les nostres vides i, per tant, les escoles no poden aïllar aquest contingut comunicatiu, sinó que han de buscar la manera d'integrar-ho a la vida escolar.

*“La paradoxa rau en el fet que els mitjans, tot i que no volen presentar-se com a educatius, o neguen que ho siguin, acaben exercint una certa influència: educant o maleducant.”* (Tresserras, 2003, p. 17).

De fet, aquesta realitat està creant un debat respecte el paper que han d'adoptar les escoles vers els mitjans audiovisuals. Sense ànims d'obrir interrogants en relació a aquest tema, el que sí que podem assegurar és que aquests mitjans, aquesta nova realitat mediàtica, s'està convertint en un agent socialitzador i creador de cultura amb el qual interactuen a diari els nens i nenes, ja sigui amb ordinadors, televisió, mòbils, joguines electròniques, etc. (Chomsky, 2012). Per tant, entenent que la imatge està monopolitzant el sistema comunicatiu i, independentment de si els mitjans poden ser un potencial educatiu o, pel contrari, un declivi cultural del qual, els infants en són víctimes, es fa necessari abordar aquesta nova forma d'alfabetisme mediàtic a les escoles i ajudar als infants a interpretar, analitzar i llegir imatges. (Buckingham, 2002).

En conclusió crec que el plantejament final que hem de fer les escoles davant aquesta realitat és formar-nos i preparar-nos per ser capaços de generar espais i situacions on potenciar la cultura escrita amb l'audiovisual. Hem d'oferir la oportunitat que els infants utilitzin els mitjans des d'una posició diferent a la que estem habituats, per passar de ser uns consumidors passius a uns productors actius. (Giroux, 2000). Aquest canvi de perspectiva, oferirà els elements que permetran que els infants es converteixin en persones més crítiques i més creatives. Per tant, lluny d'evitar el contacte amb els nous mitjans, crec que hem de generar situacions on es faci evident i visible les diferents maneres d'utilitzar-los, ampliant les seves possibilitats i potenciant les oportunitats que aquesta nova realitat ens genera a les escoles.

*“La complejidad del mundo actual requiere para ser aprendida del lenguaje visual, de ahí la iconicidad en que estamos inmersos. Entender nuestro mundo no es un asunto exclusivamente del logos, del discurso verbal, sino de la capacidad de emitir y comprender mensajes visuales. La generalización del uso de los ordenadores, con sus crecientes posibilidades gráficas, incrementa nuestra capacidad de comunicación visual siempre que sepamos codificar y decodificar los lenguajes gráficos, lo cual requiere aprendizaje, experiencia, práctica. Las matemáticas proporcionan quizás el más amplio bagaje de codificaciones visuales elaboradas a lo largo de los siglos, no sólo a través de la geometría sino también del análisis y de las múltiples estrategias visuales que se utilizan en el trabajo matemático”.* (Moreno et al. 2000)

El context actual crea una necessitat que podria justificar l'ús de les imatges per treballar a les escoles. Ara bé, existeix, també, una perspectiva centrada en el desenvolupament i l'evolució dels infants que ens permet veure el potencial i les avantatges del treball a partir del llenguatge visual.

Des que naixem, busquem comprendre el món que ens envolta. Aquest món, està replet de missatges que, d'alguna manera, intentem descodificar. L'ésser humà recent nascut, encara té els òrgans perceptors per acabar de desenvolupar, tot i així, ja comença a interpretar missatges, principalment, els visuals. Així, podem dir que el nadó pot anar interpretant què passa al seu voltant a partir de les imatges i les experiències visuals que va recollint. Aquesta és la primera fase de comunicació dels éssers amb el seu entorn. De fet, fins i tot quan apareix la paraula oral, tenim necessitat de les imatges per donar sentit a aquestes paraules. És cert que el codi verbal, ajuda a simbolitzar i organitzar tot aquest món que ens envolta, tot i així, per l'ésser humà, resulta més senzill comprendre els seu entorn i aprendre a través de les imatges. (Moreno et al. 2000)

Moreno (2000) recupera una coneguda cita de John Bernal que és prou significativa: *“Más de la mitad del cerebro humano se dedica al proceso de ver y de interpretar lo que se ve... Hacer que un fenómeno sea visible es ampliar extraordinariamente nuestra capacidad para comprenderlo”*.

En relació a aquesta idea, Arnheim (1993), desenvolupa un conjunt d'idees on relaciona el sistema sensorial amb el coneixement cognitiu, és a dir, entén que la pròpia percepció és, en sí mateixa, un fet cognitiu. Amb tot, exposa les limitacions del llenguatge, entenent-lo com un mitjà indirecte de símbols que no permet reflectir la qualitat dels subjectes. Aquest llenguatge verbal, és de caràcter arbitrari i generalista que condueix a un distanciament reflexiu, en canvi, el mitjà i la forma juguen un paper fonamental que tenen una funció epistemològica, ja que ajuden a conèixer.

Podem dir, doncs, que els sentits desenvolupen un paper fonamental i Arnheim (op.cit.), considera important aprendre a utilitzar-los de manera intel·ligent. Per ell, l'ull és una part de la ment i l'art, és un mitjà que permet donar intensitat a les peculiaritats de la vida. Així, quan parlem de la fotografia, hem de tenir en compte que

aquesta no només desencadenarà un registre mecànic d'estímuls físics, sinó que també despertarà recursos mentals com la memòria i la formació de nous conceptes. Per tot això, l'autor ens diu que veure implica pensar i que per tant, la percepció va més enllà d'un simple registre d'imatges òptiques. Arnheim (op.cit.) parla del concepte "dinàmica perceptiva", que deriva en un fenomen psicològic que és la ressonància. Aquesta vol dir que quan mirem imatges, en el nostre cas, les fotografies, es rep més informació que la de la pròpia imatge, per tant, diu que exigeix certa sensibilitat a l'expressió dinàmica, que col·loquialment coneixeríem com a "sentiment" però ell prefereix dir-li intuïció. Arribats a aquest punt, ens podríem preguntar fins a quin punt les matemàtiques tenen aquest component emocional. L'autor ens respon i ens diu que a nivell social, les emocions i els sentiments no compten amb una bona reputació, ja que se sol associar a les persones de caràcter impulsiu i poc racionals, però per ell, pintar, esculpir, fotografiar, etc. pot ser tant emocional com resoldre un problema matemàtic. Aquesta és una de les idees clau d'aquest escrit. De fet, ja fa anys que alguns autors busquen revelar el vincle entre art i matemàtiques i fer visible la seva calidesa:

*"Creo que la contemplación y creación de formas artísticas a partir de líneas, figuras y cuerpos, estáticos o en movimiento, ayuda tanto a intuir y construir nociones geométricas como a desarrollar sentimientos y emociones estéticas."* (Edo, 1999, p. 57)

Crec que no podem restar indiferents a les aportacions d'aquests autors que, en definitiva, ens ajuden a comprendre com l'art pot contribuir a desenvolupar altres camps de coneixement, com les matemàtiques, i viceversa. Així, quan ens plantegem treballar les matemàtiques a través de fotografies, haurem de tenir en compte tant els components estètics (que com bé diu Arnheim, tindran un ressò a nivell cognitiu i perceptiu en els infants) com els components purament matemàtics.

*"Visualizar, o visibilizar, es hacer visible, hacer materialmente perceptible la acción y los efectos de un fenómeno, formar en la mente una imagen visual de un concepto abstracto, imaginar con rasgos visibles algo que no se tiene a la vista, representar mediante imágenes ópticas fenómenos de otro carácter. Es claro que, según todas*

*estas acepciones del vocablo visualizar esta es una actividad frecuente en el quehacer matemático.” (Moreno et al. 2000).*

A mode de resum podem dir que entenent que el nou context codificat en el llenguatge audiovisual, requereix una nova generació capaç d'interpretar i produir imatges i que aquestes, ens ajuden a conceptualitzar millor tant continguts abstractes com concrets, es fa evident el potencial de treballar a partir de recursos fotogràfics. En síntesi, a través de la fotografia i l'art, podem aconseguir fer visible la bellesa de les matemàtiques i despertar emocions, de manera que, seguiríem en la línia de difusió i popularització que va donar lloc al naixement de la fotografia matemàtica.



## 2.4 On són les matemàtiques fotogràfiables?

Contínuament he anat dient que les matemàtiques són a tot arreu, al nostre entorn i que la fotografia matemàtica és un recurs que ens ajuda a evidenciar-ho de manera artística. Ara bé, per poder captar les matemàtiques que estan immerses en la realitat cal fer un canvi de mirada per poder-les captar. Com hem vist anteriorment, una mateixa fotografia pot tenir o no una lectura matemàtica en funció de la intenció que li donem així, quan ens proposem caçar les matemàtiques que ens rodegen, on podem buscar?

Primer caldria plantejar-se què hi ha al nostre voltant. D'una banda, hi ha tot el que es refereix al món de la naturalesa que compta amb el seu propi llenguatge matemàtic que l'estructura i, d'altra banda, ens trobaríem amb un món més social, humà, on hi ha produccions artificials, gran part de les quals, venen inspirades en aquest llenguatge matemàtic del món natural.

Primer de tot cal partir d'una realitat evident: les matemàtiques són a tot arreu, tant en el món natural com en el social. Allà on mirem segurament podríem trobar elements geomètrics: des de els edificis que majoritàriament són prismes replets de quadrilàters (finestres, portes, estructura, etc.), fins a simetries, espirals, esferes, etc. presents en la naturalesa. Si mirem amb ulls matemàtics, també podem identificar la idea de nombre que és molt evident, sobretot, en la societat: rellotges, matrícules, preus, estadístiques, etc. En la naturalesa, també estan presents tot i que, pot ser, a simple vista, no semblin tan fàcils d'identificar. La idea és que, efectivament, podríem trobar matemàtiques allà on vulguem i, dic on vulguem perquè, tot i que hi siguin, fer-les visibles depèn de qui mira i de com mira. Repeteixo la importància del paper que juga la intenció del qui observa en tot aquest procés, per això la fotografia matemàtica ens és tan útil, perquè és una activitat que té tota la intenció de captar i caçar les matemàtiques. Anem a veure com podem canviar i transformar la nostra mirada en una mirada matemàtica.

Corbalàn (2009) ens pot ser molt útil en aquest procés de transformació, ja que no només ha documentat sobre les matemàtiques presents en l'art, sinó que també ha

analitzat la proporció àuria manifestada en diferents elements de la naturalesa. Aprofitarem les seves aportacions per ajudar-nos a descobrir les matemàtiques immerses en la natura. Si recordem el primer capítol recordarem que varis artistes i matemàtics del passat van buscar vincular la bellesa i l'art amb les matemàtiques. Leonardo Da Vinci amb el seu "Home de Vitruvi", on buscava l'home ideal, va fer una primera reflexió sobre la presència de la proporció àuria en el món animal. Des de llavors s'han fet varis estudis on es contempla l'evolució de les diferents parts del cos humà i com aquestes, guarden relació amb la divina proporció. De fet, les primeres unitats de mesura que s'utilitzaven, corresponien a parts del cos humà (palm, peu, colze, etc.). Si analitzéssim les mides de cada part observariem que els nombres són termes successius de Fibonacci, de manera que, la raó (el quocient) de cada un respecte l'anterior és el nombre d'or. La successió de Fibonacci és una successió matemàtica de nombres naturals on, cada un dels seus elements és igual a la suma dels dos anteriors. Quan diem que la raó de cada un respecte l'anterior és el nombre d'or, el que estem dient és que el quocient de cada nombre amb el nombre immediatament anterior sempre varia, però sempre tendeix cap a un nombre irracional que és el que coneixem com el nombre auri.

Les matemàtiques però, no es limiten al cos humà, podem seguir trobant pautes geomètriques i numèriques en el món de les plantes. Existeix una disciplina (la fil·lotaxis) que es dedica a estudiar les manifestacions naturals que es regeixen per un disseny "intel·ligent" que es solen expressar en termes matemàtics molt precisos.

La organització de les fulles d'una planta, és un exemple que prova aquest disseny intel·ligent. No trobarem mai una planta on les fulles creixin unes sobre altres, per evitar tapar el sol, la pluja i l'oxigen. De manera intel·ligent, les fulles creixen sota un patró organitzatiu que distribueix les fulles en grups de 5 construint un espiral al voltant de la tija. Tot això ja es sospitava des de la Grècia Clàssica, però va ser Leonardo el primer en veure aquesta organització intel·ligent en espiral.

En aquest descobriment, podem veure que només en les plantes, ja trobem un concepte de nombre (pels grups de fulla de 5 en 5) i un concepte geomètric pel que fa a la forma en espiral. Tot plegat pot ser objecte d'una fotografia matemàtica.

Les flors no queden absentes d'aquesta raó intel·ligent que estructura la natura. Kepler va descobrir que el pentàgon era una forma geomètrica present en les flors o en algunes llavors de les fruites.



Il·lustració 25 Estela Soler - "Flor pentagonal gebrada"

Més endavant, durant el s. XIX, es va descobrir que les pinyes tenien una relació amb els nombres consecutius de la successió de Fibonacci, de fet, es van arribar a fer dos estudis dels quals van concloure que més del 90% de les pinyes presentaven aquesta relació amb la successió de Fibonacci. Des de llavors, la

botànica i la successió de Fibonacci han quedat molt unides.

Pel que fa al món de les flors, hem vist que d'entrada hi podem detectar continguts de geometria com l'estructura pentagonal que va descobrir Kepler. Ara bé, pel que fa a contingut numèric les flors sembla que també es mouen sota un cert ordre. De fet, es coneixen molts tipus de flors que tenen un nombre de pètals que són termes de la successió de Fibonacci.

Una de les flors que més s'utilitza com a exemple, donada la seva claredat, és el gira-sol. Des de les seves fulles que, es disposen per nivells en angles auri, fins a les seves llavors, sembla que tot estigui meticulosament dissenyat a nivell matemàtic.



Il·lustració 26 Anònim

Geomètricament el que més ens crida l'atenció quan observem un gira-sol és el conjunt d'espivals que estan al centre de la flor. L'ull humà observa aquests patrons d'espivals a favor i en contra de les agulles del rellotge. El nombre d'espivals en un sentit i en l'altre, semblen ser termes consecutius de la successió de Fibonacci. La cosa no acaba aquí. Els espivals del gira-sol, estan formats per una quantitat de llavors que

tampoc és aleatòria sinó que, altra vegada, són termes consecutius de la successió de Fibonacci.

Amb aquest exemple ens adonem de la importància de la intenció en una fotografia matemàtica. Quan fem la mirada matemàtica, el gira-sol deixa de ser només una flor per passar a ser un objecte matemàtic a retratar. Si ens proposem fer la fotografia al gira-sol, hem de tenir clar quin contingut volem expressar (nombre, geometria). Com que la fotografia pot donar lloc a diferents interpretacions, recuperem la importància del títol per fer evident aquell concepte que s'ha volgut captar.

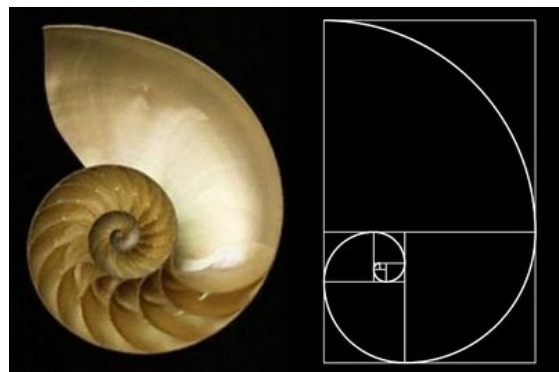


Il·lustració 27 Estela Soler - " $5 \times 3 = 15$ "

Aquesta fotografia és un exemple d'aqueta interpretació. Si es dona una intenció geomètrica, segurament parlarem del pentàgon o de l'espiral, si ens centrem en el nombre, podríem parlar del 5 o del 3, en canvi, el contingut que representa és la multiplicació i, ho sabem, gràcies al títol.

Tant les plantes com les flors estan plenes de matemàtiques, són de fet, creacions amb una lògica matemàtica. Els arbres, de la mateixa manera que les plantes i les flors, organitzen les seves branques en forma d'espiral i, tot i que l'arbre va creixent, manté les proporcions entre l'alçada i la longitud de les branques.

Fora del món dels vegetals també podem trobar altres exemples d'espirals. Un altre exemple típic que és molt representatiu són els cargols, sobretot els Nautilus, que segueixen una estructura d'espiral àuria ja que, la seva estructura interior es construeix afegint càmeres més grans mantenint la forma. És la mateixa forma que trobaríem en els remolins dels rius o, fins i tot, en les galàxies de l'univers.



En la natura, però, també podem trobar espirals que no segueixin la raó àuria però, tot i així, tenen un contingut geomètric i, per tant, matemàtic. Un exemple podria ser un cuc que s'enrosca formant un espiral, l'amplada del qual, és constant. Aquest tipus d'espiral es coneix com espiral d'Arquímedes.

Si parlem de matemàtiques en la naturalesa, no podem deixar de banda els coneguts

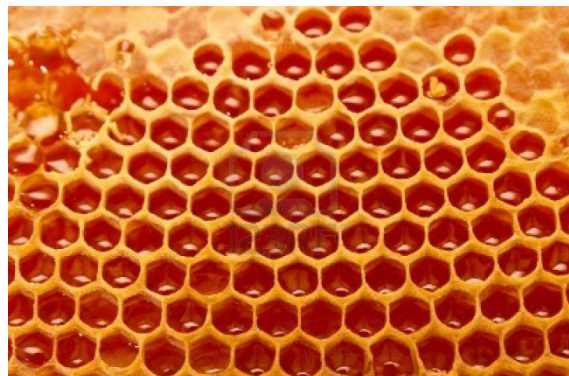


Il·lustració 29 Pilar Moreno - "Fractales"

fractals. Aquests es coneixen com un objecte geomètric amb una estructura (fragmentada o irregular) que es repeteix a diferent escala. Per entendre-ho millor, Corbalàn (2009) ens ho fa diferenciar dels objectes geomètrics "clàssics", que eren de dimensions enteres, és a dir, el punt que equival a 0, la recta a 1, el pla a 2 i l'espai a

3. En canvi, la dimensió fractal és decimal, no enters. Una de les propietats d'aquests fractals és l'autosimilitud (els fractals mantenen la mateixa figura al augmentar o disminuir l'escala). Un exemple molt clar i, també, molt freqüentat, és el bròquil. De fet, si comptem els espirals que es veuen en el bròquil, ens tornem a trobar amb el nombre d'or.

Un exemple de manifestació geomètrica increïble que no pot faltar, és el conegut cas del rusc de les abelles. Des de sempre, els nius de les abelles han cridat l'atenció de científics per la regularitat de les cel·les hexagonals enganxades unes amb altres i també per la seva mida. La funció de les cel·les és emmagatzemar la mel. A través de l'evolució, aquest resulta ser el sistema més econòmic pel que fa al gest energètic, és una solució òptima. És una manera de sobreviure amb menys treball. La manera és fer que les cel·les encaixen perfectament unes amb altres de manera que, un mateix suport (una base de l'hexàgon), serveix per a dues cel·les a la vegada. (Sorano, 2013).



Il·lustració 30 Jordan Rusev - "Primer plano de las células de nido de abeja con miel"



En definitiva, la geometria i els nombres es manifesten en molts dels éssers vius que trobem en la naturalesa i, com ja podem deduir a aquestes alçades, les matemàtiques no es redueixen a conceptes abstractes sense sentit. Les matemàtiques es concreten en cada petita estructura de la vida i, en conseqüència, també en les més grans. Tot plegat, té la seva funcionalitat, la seva raó de ser. Si en l'art les matemàtiques han servit com a recurs per arribar a la bellesa i l'harmonia, en la naturalesa han resultat imprescindibles per la supervivència.

Els exemples anteriors, són una mostra de les matemàtiques com a estructura de la vida, però per identificar matemàtiques en la naturalesa, no cal filar tant prim. Si passegem pel bosc, o pel jardí, ens trobarem amb: simetries en insectes, plomes o algunes fulles;



Il·lustració 317 Estela Soler - "*Mirada simètrica*"



Il·lustració 62 Estela Soler - "*Simetria de colors*"

cercles concèntrics en els troncs dels arbres o en les onades que es produeixen en l'aigua en tirar un element; esferes en els fruits, les gotes d'aigua o les dents de lleó; múltiples angles en qualsevol planta, branques i arbres; espirals en plantes, flors, cargols, cucs o pinyes; etc.

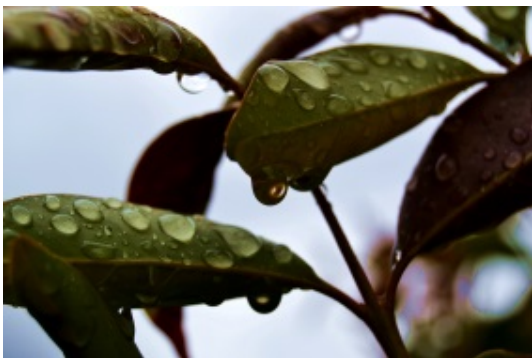




Il·lustració 33 Estela Soler - "*Esferes agressives*"



Il·lustració 34 Estela Soler - "*L'esfera discreta*"



Il·lustració 35 Estela Soler - "*Llàgrimes esfèriques*"



Il·lustració 36 Estela Soler - "*Esferes fràgils*"

Així podríem continuar i no acabaríem mai i és que, cada element de la naturalesa amaga un contingut matemàtic que, podem detectar-lo, o no, i és que, com va dir Galileu "*l'univers és un llibre escrit en el llenguatge de les matemàtiques*".

La biomimètica és una ciència que estudia la natura i aprofita els seus dissenys per resoldre problemes humans que la natura ja ha resolt des de fa anys. Aquesta disciplina, en el fons, parteix d'aquesta estructura matemàtica que hem estat veient. Un exemple clar és el que explica Janine Benyus (2008) en una entrevista amb l'Eduart Punset, on descriu el procés que es va seguir per dissenyar un tren d'alta velocitat japonès inspirat en un mussol i un ocell que es diu martí pescador.

Els humans, sempre han buscat comprendre com funciona el món que ens envolta i, les matemàtiques, han tingut un paper fonamental en aquest procés evolutiu. A partir de descobriments matemàtics hem anat desenvolupant un nivell tecnològic que ens situa en la societat d'avui en dia, completament repleta de matemàtiques. Captar les matemàtiques en la ciutat és encara més fàcil que buscar-la per la naturalesa. Allà on

mirem al nostre voltant, podrem identificar múltiples cossos geomètrics, angles, números, etc. en edificis, escultures, rellotges, matrícules, rètols, etc. Per poder captar totes aquestes matemàtiques, de la mateixa manera que hem fet amb la natura, només cal canviar la mirada.

La ciutat és la màxima expressió de la vida en societat. La organització dels espais i del temps, l'ordre, el disseny, el funcionament i, en conjunt, la organització de la vida diària, té molta relació amb les matemàtiques. Sorando (2009) ja ha fet aquesta mirada matemàtica en relació a la ciutat i ens podrà ajudar a identificar-les. La primera expressió matemàtica en una ciutat és, la pròpia ciutat, és a dir, el mapa on es reflecteix la distribució espacial de la ciutat. Sorando ens convida a descobrir com s'han organitzat les diferents ciutats de la història fins a arribar a les ciutats modernes. Aquestes són les que ens interessa ja que són les ciutats que podem trobar avui dia. Les característiques principals són l'eixamplament dels carrers i la regularització d'aquests. Podem trobar tres tipus de dissenys geomètrics: radiocèntrics, ortogonal o lineal. Les ciutats radiocèntriques són les que estan centrades per una plaça que es rodeja de carrers en cercles concèntrics. De la plaça central parteixen avingudes que creuen la ciutat, de manera que actuen com a radis del polígon resultant. Com hem



Il·lustració 37 Vincenzo Scamozzi - Ciutat de Palmanova

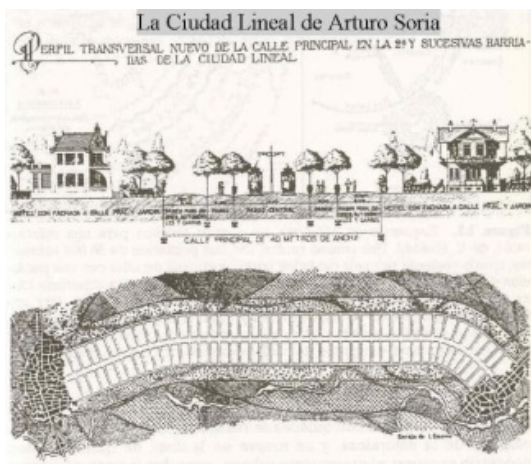
anat veient fins ara, les matemàtiques sempre tenen una funcionalitat i una raó de ser, en aquest cas, el disseny radiocèntric està plantejat sota l'estratègia militar, ja que permet no estar exposats al foc enemic. Un exemple d'aquesta organització la trobem a la ciutat italiana de Palmanova, dissenyada per l'arquitecte Vincenzo Scamozzi.

La ciutat ortogonal està formada per carrers que conformen una quadrícula regular. Els carrers segueixen dues direccions perpendiculars i en cada direcció són paral·lels a la distància constant. Sordano ens posa d'exemple l'Eixample de Barcelona per ser el més ambiciós. Aquest va sorgir amb el Pla d'Ildefons Cerdà que buscava un disseny igualitari on fos equivalent circular per un carrer o paral·lela sense haver-ne de

privilegiats. Els creuaments són de 90° per tal de millorar la visibilitat i, tot el disseny, està matemàticament calculat per assegurar llum directa del sol al llarg del dia. Així, es calcula l'alçada de les cases i l'amplada dels carrers, tota una aplicació matemàtica en servei de la societat i dels ideals socialistes d'Ildefons.



II-lustració 38 Ildefons Cerdà - L'Eixample



II-lustració 39 Arturo Soria - Ciutat lineal

Per últim, la ciutat lineal es basa en la construcció de la urbanització al llarg d'una via de comunicació. Les matemàtiques, en aquest cas, també tenien una finalitat: acabar amb la dicotomia entre camp i ciutat. Aquest disseny, teoritzat per Arturo Soria, pretenia descongestionar les ciutats per contactar amb la natura i minimitzar la suma de trajectes de tots els punts entre si. Es van establir unes proporcions reservades per residències i altres, per l'agricultura.

En el propi disseny de les ciutats hi ha matemàtiques que estan aplicades sota la funcionalitat dels ciutadans. Ara bé, si entrem pròpiament dins de les ciutats, trobarem multitud d'expressions i conceptes matemàtics més simples i senzills que podem reconèixer amb facilitat. Es pot dir que la geometria és el contingut principal que podem fotografiar quan anem per la ciutat, ja que, qualsevol objecte o element té una forma que el defineix. El mobiliari urbà, les cases, alguns jardins, monuments, l'arquitectura moderna, etc. estan formats per un conjunt d'elements geomètrics fotografiables.





Il·lustració 40 Estela Soler - "Simetria poderosa"



Il·lustració 41 Pilar Moreno - "Espirales"



Il·lustració 42 Estela Soler - "Tetris perpendicular"



Il·lustració 43 Pilar Moreno - "Círculos"



Il·lustració 44 Estela Soler - "Arcada de gent"

La ciutat també té altres continguts que no són necessàriament geomètrics, com per exemple els números. Tot el món social referit als números, és a dir, les xifres escrites (les grafies i els símbols) que ens permeten identificar les cases, els cotxes, etc. són tot un altre món que podem reconèixer fàcilment i fotografiar-los.

En definitiva podem afirmar que les matemàtiques fotografiables estan a tot arreu, a la natura, a la ciutat o allà on vulguem mirar, sempre que ho fem des de la mirada matemàtica. Per tant, caçar les matemàtiques del

nostre entorn, no depèn de que hi siguin o no, perquè en realitat tot el món té la seva traducció matemàtica, caçar les matemàtiques depèn de qui observa la realitat i sota quina mirada l'observa. La realitat no té una única interpretació, per tant, quan parlem de fotografia matemàtica, el fotògraf és qui dóna intenció a l'objecte de la seva fotografia. Trobar les matemàtiques en l'entorn és, doncs, un canvi d'actitud i un canvi de mirada.<sup>2</sup>



Il·lustració 45 Estela Soler - "Els números del temps"

---

<sup>2</sup> Totes les fotografies d'aquest capítol estan a l'annex 2

### 3. Proposta d'intervenció

Fins ara hem vist que les matemàtiques són font de creació artística, que la fotografia matemàtica té per objectiu fer-les visibles i que podem trobar-les manifestades de múltiples maneres en l'entorn. Arribats a aquest punt, la pregunta que ens podem formular és: com podem treballar a partir de la fotografia matemàtica quan parlem d'educació infantil?

#### 3.1 Com treballar la fotografia matemàtica a Infantil?

Anteriorment hem pogut veure la potencialitat de la fotografia matemàtica a nivell educatiu, no obstant, tot i tenir clar que ens interessa com a recurs didàctic ens podem preguntar si es possible treure-li rendiment amb els més petits. Pot ser que aquest concepte el relacionem amb els concursos de fotografia matemàtica donats els seus orígens i els seus usos més freqüents, tot i així, la fotografia matemàtica pot anar més enllà dels concursos i convertir-se en un mitjà de treball a l'aula.

Si pensem en la fotografia matemàtica com a una eina de treball de classe, li podríem donar múltiples usos. A continuació, presentaré un conjunt de propostes que poden ser útils per a veure com treure profit d'aquesta eina de tres maneres diferents. En la primera proposta podem veure com la fotografia matemàtica pot tenir un paper rellevant com a material d'aula per a tallers, racons o fires matemàtiques; en la segona proposta, la fotografia matemàtica es presenta com un recurs més esporàdic que ens pot ser útil per desenvolupar converses o plantejar activitats puntuals; en l'última proposta, la fotografia matemàtica tindrà sentit dins d'un projecte d'aula relacionat amb aquesta àrea i, per tant, els infants seran els autors de les fotografies matemàtiques.

En qualsevol cas, les fotografies s'han d'entendre com a material específic donat que han estat creats sota una finalitat didàctica.

En tota proposta d'intervenció o activitat d'aula, hi ha una concepció de l'educació al darrera que hauria d'estar definida per les intencions de l'educador. És important



explicitar la línia pedagògica que hi ha al darrera de la proposta per fer evident perquè fem el que fem i on volem arribar. La proposta que plantejo a continuació està emmarcada dins d'un enfocament socioconstructivista de l'aprenentatge. Aquest plantejament parteix d'activitats que han de ser significatives pels infants. Això implica que cal fer propostes que parteixin dels coneixements previs dels infants, que connectin els nous continguts amb la realitat i partir d'allò més pròxim i real per arribar a nivells més abstractes (Edo, 2006). Per aquest motiu, és bàsic que la selecció de les fotografies tant pels tallers com per la resolució de problemes, siguin fotografies que reflecteixin situacions o objectes reals que tinguin alguna vinculació amb els infants (objectes de la classe, situacions del pati, etc.) i que permetin treballar continguts adequats als coneixements informals dels infants.

*“En la creació i gestió de situacions matemàtiques potencialment significatives és necessari reconèixer, potenciar i valorar els coneixements informals dels alumnes, des dels quals el mestre pot plantejar el desenvolupament del procés d'ensenyament i aprenentatge.”* (Edo, 2006, p. 32)

Quan parlem de propostes significatives, entenem que les matemàtiques, no són un conjunt de tècniques que cal exercitar, sinó que són una eina útil per resoldre, organitzar o comunicar aspectes de la realitat (Edo i Revelles, 2004), desenvolupen uns criteris que permeten orientar la pràctica cap a activitats potencialment significatives. Un d'aquests criteris és el de partir dels coneixements previs dels infants (ja comentat anteriorment). En relació a aquest, plantegen la necessitat de crear ambients de participació i resolució de problemes. En aquest punt, consideren molt important el paper que juga l'adult, qui ha de procurar formular preguntes i fer intervencions que condueixin el diàleg i ajudar als infants a arribar a unes conclusions. Així, quan busquem fer conversa a partir de fotografies o plantejar problemes per resoldre, cal tenir en compte, d'una banda, la necessitat de plantejar situacions o problemes que resultin quotidians o familiars pels infants i, per tant, puguin establir fàcilment una vinculació amb la realitat i, d'altra banda, la necessitat que l'adult tingui clars els objectius, és a dir, a on vol arribar amb la fotografia per tal de preparar-se, prèviament, unes preguntes o intervencions que permetin guiar la conversa. Edo

(2006) sosté que orientar l'aprenentatge en la resolució de problemes genera unes situacions on es fan ressorgir els coneixements previs, aplicar-los i confrontar-los entre iguals. Aquesta situació permet avançar a nivells d'abstracció superiors i superar la figura del mestre com a "autoritat cognitiva".

La resolució de problemes també permet generar nous interrogants. Aquesta idea es vincula amb les orientacions de Edo i Revelles (2004) que defensen la no jerarquia ni seqüenciació dels continguts. Si els problemes són realment significatius, podran generar nous interrogants que no seran progressivament més complexes, sinó que serà la pròpia situació la que els definirà. Les autores entenen que és bàsic oferir oportunitats de comunicar experiències matemàtiques. De fet, aquests interrogants són els que sorgeixen de la conversa i, resoldre'ls serà el resultat de la negociació de significats entre iguals, segons Edo (2006), aquest és un dels pilars bàsics del desenvolupament matemàtic.

Per últim, un altre dels criteris d'Edo i Revelles (2004) que he tingut en compte a l'hora de dissenyar la proposta ha estat el de tenir en compte els aspectes afectius i emocionals en l'aprenentatge. Per mi, aquest és la clau que permet que la situació didàctica proposada sigui realment significativa. Normalment, el fet de poder treballar sota un objectiu comú (que pot venir definit per un projecte d'aula) és un factor que influeix bastant. La proposta de cacera matemàtica (sigui geomètrica o de nombres) és un clar exemple que engloba molts dels aspectes esmentats fins ara. En primer lloc, perquè és l'espai on es pot posar en joc tot el que s'ha après i veure-ho vinculat en la realitat, en l'entorn, però sobretot, perquè l'activitat es basa en el descobriment i, el descobriment genera emoció, sobretot quan forma part d'un projecte comú amb la resta de la classe. Tota l'emoció viscuda en aquest descobriment, genera conversa de manera inevitable: tothom vol explicar què ha descobert i, aquí, ens tornem a trobar en l'espai tant important de comunicar experiències matemàtiques que comentàvem abans.

En conclusió, les propostes que plantejo a continuació han estat dissenyades sota la perspectiva que l'educació matemàtica ha de permetre als infants entendre i acostar-se al món i, considero que la fotografia matemàtica pot ser una bona eina per aconseguir-ho.

### 3.2 Imatges per a agrupar, classificar, ordenar

Les imatges que formen part d'aquest grup ens poden ajudar a treballar els diferents blocs de continguts matemàtics (lògica, nombre i càlcul, magnitud i mesura i geometria) proposats per Canals i citats per Alsina (2006). Cada un d'aquests blocs s'estructura diferenciant les operacions mentals que impliquen identificar, les que suposen relacionar i, finalment, les que requereixen operar, ja que són processos cognitius diferents. En aquest apartat, ens centrarem en propostes d'activitats amb fotografies que impliquen relacionar. Tot i que aquesta organització dels continguts de Canals, ens ajuda als adults a definir bé els objectius i tenir clar l'enfocament de les activitats, cal tenir present que, constantment, l'infant pot estar treballant implícitament els continguts de diferents blocs. Nosaltres ens centrarem, bàsicament, en les imatges que ens ajuden a treballar la lògica-matemàtica.

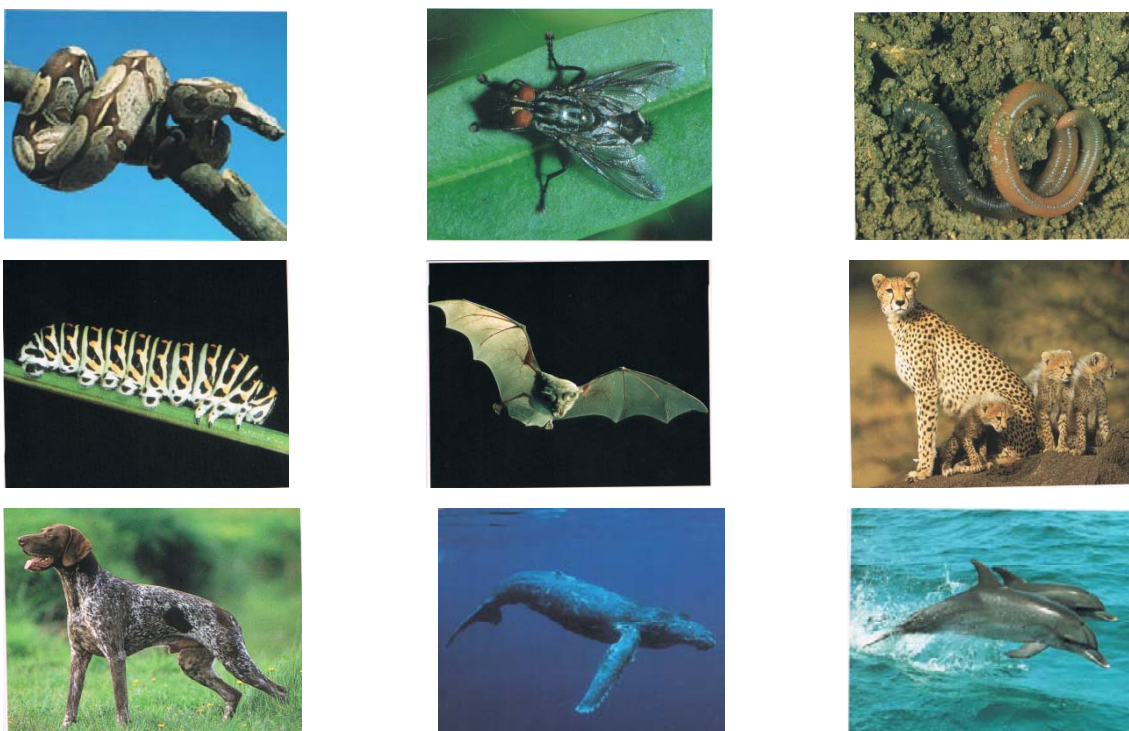
Per treballar els diferents blocs de contingut és important tenir en compte dos factors: la selecció de les imatges i les consignes que donem. La selecció de les imatges ha d'estar feta amb criteri, amb una intenció. Escollirem unes o altres, en funció del que vulguem treballar i del nivell de dificultat. Amb les consignes passa el mateix, cal tenir present que en funció de si fem consignes més obertes o més tancades, estarem demanant un procés cognitiu més complex o menys, és a dir, estarem fent una proposta més fàcil o menys. Si fem consignes tancades, l'adult dona la informació del que cal fer i només existeix una única solució, per tant, és una activitat més fàcil, en canvi, si cada vegada donem menys pistes sobre el què ha de fixar-se l'infant i, aquest ha de triar en què fixar-se, obrim un camp de possibilitats de resolució més gran i l'activitat resulta més complexa per l'infant. Com sempre, no parlem que unes siguin millors o pitjors, senzillament cal tenir present quin tipus de consignes donem en base als objectius que ens proposem i a les nostres intencions.

Treballar continguts relacionats amb el bloc de lògica, implica plantejar activitats que ajuden a ampliar la xarxa de coneixements i les estructures mentals de l'infant a través d'establir relacions entre diferents imatges. Per tant, la selecció de les imatges és molt important, ja que l'infant entrarà en un procés de lectura de la imatge que passarà en un primer moment per centrar-se en un aspecte concret de la imatge i, finalment,




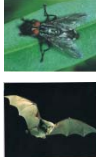



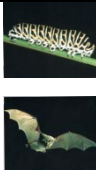

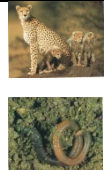
buscarem que estableixi una relació amb la resta d'imatges, de manera que pugui abstrure'n les qualitats, característiques o propietats en comú o divergents.

Quan busquem que l'infant relacioni qualitats sensorials, estem parlant bàsicament de classificacions, ordenacions, correspondències i seriacions. Tot plegat és un treball de competències lògico-matemàtiques, tot i així, veurem com treballant dins d'aquest bloc, podem treballar implícitament la resta de blocs de continguts.

Anem a veure una proposta de classificació a través d'imatges de la casa Nathan (1996).

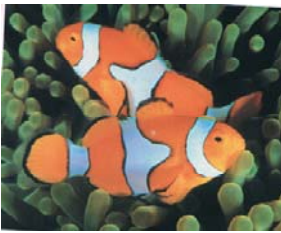






















En un primer moment, encara que no es faci de manera explícita, hi haurà un procés d'identificació de qualitats sensorials, ja que, probablement l'infant reconegui que totes les imatges tenen en comú que són animals. De fet, si demanem que facin una classificació, prèviament els caldrà fer aquest procés d'identificar les qualitats de les imatges i abstraure-les per relacionar-les.

TIPUS DE CONSIGNA	QUÈ DEMANO?	RESULTAT			
Tancada	Ajunta els animals que van per l'aigua i els que no				
Suggestida	Endreça els animals tenint en compte el tipus de desplaçament				
Oberta	Endreça-les com vulguis				

Veiem que en la consigna tancada només donem opció a una sola solució, facilitem la feina perquè directament indiquem quins valors han de tenir en compte en la classificació, en la suggerida, en canvi, hi ha més opcions de resultats, ja que els donem una pista i els indiquem la variable que han de tenir en compte a l'hora de fer els diferents grups, però no indiquem els valors i, l'infant pot optar per classificar els animals entre els que s'arrosseguen, els que volen, els que nedan i els que caminen, o els que s'arrosseguen i els que no, etc. Per últim, la consigna oberta és la que dona un ventall més ampli de solucions, doncs no s'indica ni el valor ni la variable. En aquest, pot passar que es treballin continguts purament de lògica i facin una classificació en funció del color del fons de la imatge, com en el cas de l'exemple, o en el nombre de potes, etc.; o bé, es poden fixar en altres qualitats que, fàcilment, acabarien relacionant-se altres blocs de continguts de manera implícita. A continuació posaré dos exemples on es treballa el nombre partint d'una classificació i d'una ordenació a través d'unes imatges que formen part de la mateixa col·lecció de les fotografies anteriors:



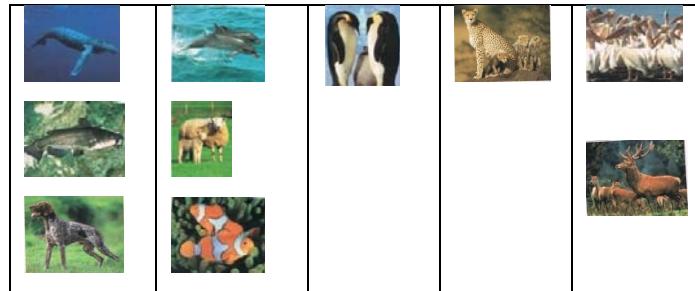


TIPUS DE CONSIGNA	QUÈ DEMANO?	RESULTAT	
Tancada	Posa juntes les imatges on surt un sol animal i les que no.	  	      
Suggerida	Endreça les imatges en funció del nombre d'animals que hi apareix.	  	      

En aquest exemple no he inclòs les obertes, perquè les obertes ens podrien portar a treballar diferents continguts en funció del propi infant. Si realment la intenció és

treballar la idea de nombre, en aquest cas, en relació a la quantitat, he d'utilitzar consignes tancades o, suggerides per guiar més la classificació.

Un cop classificades les imatges pel nombre de animals, si es donés el cas que sorgís una classificació amb varis subconjunts, podríem demanar si serien capaços d'ordenar els diferents grups de la classificació resultant. Així passaríem a fer una ordenació de quantitats.

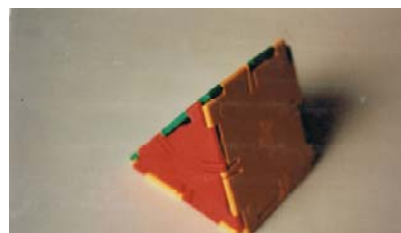
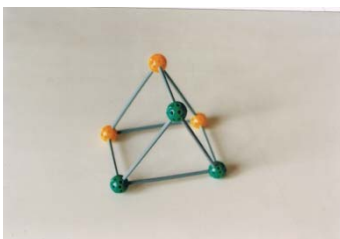
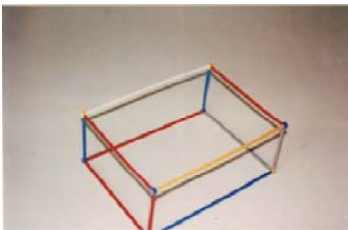
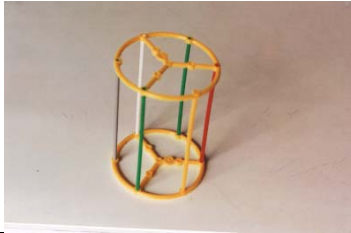
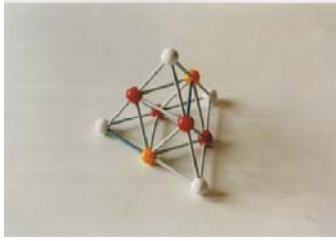




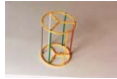







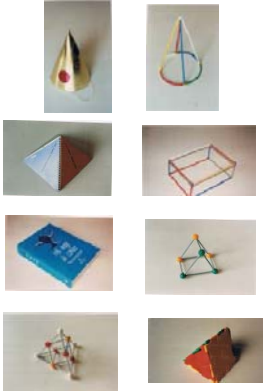


També podríem fer ordenacions dins del bloc de magnitud i mesura. És interessant, en el treball amb fotografies, que la mestra aprofiti per fotografiar alumnes de la classe o objectes de l'aula i utilitzar-ho com a material més significatiu pels infants. Per fer una ordenació de magnituds, es podrien aprofitar fotografies d'alguns infants de la classe i demanar una ordenació per alçades, com en la següent fotografia (Edo et al. 2011).



Per últim, també podem treballar les relacions dins del bloc de geometria. Veiem algun exemple a partir del material elaborat per Edo:

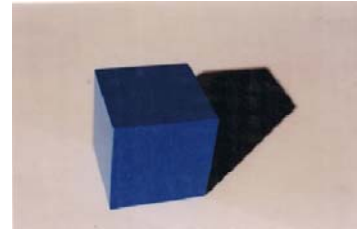
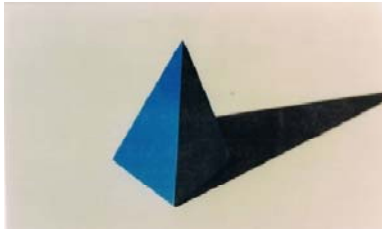





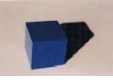











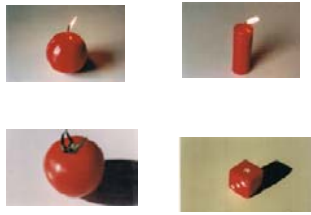
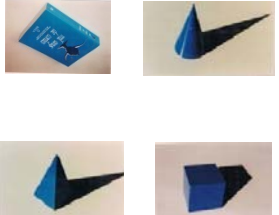
TIPUS DE CONSIGNA	QUÈ DEMANO	RESULTAT	
Tancada	Troba la parella que té la mateixa forma		
			
			
			
			
Tancada	Posa a un costat les que tenen vèrtex i a un altre les que no	  	

En aquesta activitat, busquem que l'infant sigui capaç d'aparellar fixant-se en la forma i, per tant, trobant les semblances a través de la comparació de les qualitats dels objectes fotografiats. Les fotografies tenen un fons neutral i per tant, no hi ha distraccions en la imatge, l'objecte fotografiat està molt clar i et permet relacionar objectes de la vida quotidiana (materials inespecífics) amb formes tridimensionals fetes amb materials específics, és a dir, que ja tenen un objectiu didàctic al darrera.

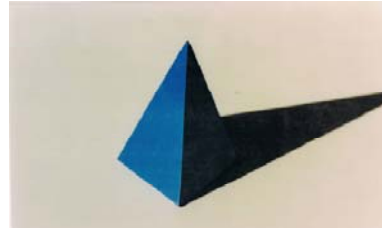
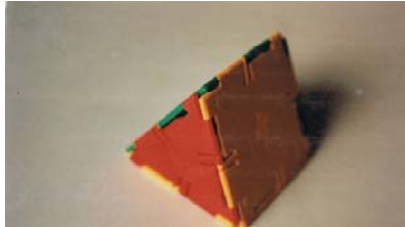
Si busquem altres fotografies, podríem fer propostes on treballéssim nocions de geometria i de nombre a la vegada:



TIPUS DE CONSIGNA	QUÈ DEMANO	RESULTAT	
Tancada	Classifica els objectes entre que tenen una sola cara i els que en tenen més	 	     

Suggestida	Endreça les fotografies fixant-te en el nombre de vèrtex.					
Oberta	Com podries endreçar aquestes fotografies ?					

Com en els casos anteriors, la consigna tancada només té una solució, mentre que, a mesura que anem obrint la consigna, el camp de possibilitats és més ampli. Veiem que estem demanant que faci una classificació on treballem d'una banda el concepte de nombre i, d'altre, les nocions geomètriques. Les fotografies, en aquest cas, permeten augmentar el nivell de dificultat que no pas si féssim la mateixa activitat amb objectes reals. Aquí, demanem a l'infant un major nivell d'abstracció perquè ha d'imaginar l'objecte tridimensional representat en la fotografia en dos dimensions. Tant les consignes com la proposta s'ha d'adaptar al nivell de la classe. Si el concepte de vèrtex no està adquirit, es pot fer el mateix però amb el nombre de cares o d'arestes o amb les nocions que s'hagin anat treballant. En el cas que s'hagi treballat el concepte de vèrtex però algun infant tingui dificultats per imaginar els vèrtex que no es veuen a la fotografia, també es pot suggerir que busqui una peça de construccions o algun objecte real de la classe que tingui la forma de la fotografia per tal d'ajudar-lo.



TIPUS DE CONSIGNA	QUÈ DEMANO	RESULTAT
Tancada	Ordena les fotografies tenint en compte el nombre de cares.	

Amb tot això, podem comprovar que en totes les activitats matemàtiques sempre podem trobar la part de lògica matemàtica. D'altra banda, en qualsevol procés d'agrupació, ordenació, seriació, classificació, etc. hi ha una fase prèvia d'identificació i abstracció de les qualitats perceptives dels objectes que es representen. En definitiva, elaborar i seleccionar imatges que es relacionin amb el dia a dia de l'aula i, tenir-les com a material per treballar matemàtiques de manera autònoma en racons o tallers matemàtics és un recurs molt bo a tenir en compte.



### 3.3 Imatges per fer conversa i resoldre problemes

Aquestes fotografies han de mostrar situacions quotidianes o properes als infants on es reflecteixin problemes que es poden resoldre a través de la conversa. En la conversa les preguntes de l'adult, segueixen sent claus, ja que guien la lectura de la imatge. Es treballen els mateixos continguts de les fotografies anteriors, però d'una altra manera. Anem a veure alguns exemples a partir de les fotografies proposades per Edo et al. (2011).



Aquesta fotografia reflecteix una situació quotidiana amb que es podrien trobar dos infants. Si en la fotografia apareixen infants de la mateixa classe, encara serà més rica. Aquesta fotografia ens pot permetre fer conversa a través de les següents preguntes:

- Què veieu a la fotografia?
- Què els pot passar als nens de la imatge?
- Quants trossos de fruita veieu?
- Quants tipus de fruita hi ha?
- Quants trossos de cada tipus hi ha? Totes les fruites tenen els mateixos trossos? Quina fruita té més trossos?
- Com podríem ajudar als nens a fer els broquets de fruita amb els mateixos trossos?
- Quants trossos de fruita hi haurà a cada broqueta?
- Si a la nena de la foto no li agrada el Kiwi i al nen no li agrada la mandarina, què podrien fer?

- Quants trossos de fruita tindrà cadascú?

La imatge ens proposa un problema que permet treballar varis continguts a la vegada, aquesta és una de les avantatges de les fotografies per conversar. Veiem que podem treballar des de continguts de lògica (demanant classificacions i identificacions dels diferents tipus de fruites) i continguts de nombre i càlcul (demanant que comptin el nombre de fruites d'un grup concret, demanant que calculin quants trossos tindrà cadascú, etc).



Aquestes fotografies, com en el cas anterior, també podrien estar representades per infants de la classe. En aquest cas, el valor matemàtic de les fotografies està en el conjunt de les fotografies i la seqüència temporal que s'entreveu entre aquestes. Les possibles preguntes que podríem fer son:

- Què creieu que passa en aquesta història?
- Quants globus té el nen? I la nena?
- Amb quants globus es queda la nena al final? I el nen?
- Podríem fer canviar la història canviant les imatges d'ordre?
- Què passaria si invertíssim l'ordre de la història? Entendríem el mateix?
- En quina de les dues històries tindria més globus el nen?
- Si invertíssim l'ordre, quants globus tindria al final la nena? I el nen?
- Es podria explicar la història sense paraules?
- Si escrivim la història amb números, s'escriurà igual la primera història que la història invertida?

Veiem que la fotografia no només permet fer ordenacions temporals d'una seqüència d'imatges, sinó que també dona peu a parlar sobre continguts de nombre i a calcular.



Per a elaborar una imatge d'aquest tipus seria interessant que la mestra fotografies l'escena amb joguines de la classe. Veiem que totes comparteixen un tret en comú: són vehicles, però que a la vegada tenen diferents matisos que fa diferents els elements. Per treballar a nivell matemàtic les fotografies, sempre és interessant seleccionar els elements que es fotografiaran d'una manera intencionada, és a dir, buscant que els objectes comparteixin algunes qualitats i es diferenciïn en altres, o que tinguin riquesa perquè ajuda a treballar el concepte de nombre, etc.

- Què veieu a la imatge?
- Quants vehicles hi ha en total?
- Quants vehicles tenen 4 rodes?
- Hi ha algun vehicle amb menys de 4 rodes? Quantes en té?
- Quantes rodes hi ha en total?
- Tots els vehicles tenen conductor?
- Quants conductors hi ha?
- Quants personatges hi ha en total?
- Cada personatge pot tenir un vehicle?
- Hi ha algun vehicle que pugui tenir dos personatges?

Veiem doncs com aquesta fotografia ha estat pensada per donar joc en continguts de lògica i nombre. Com hem dit abans, el fet de seleccionar objectes amb característiques comuns i no comuns, facilita molt més les possibles classificacions,

descripcions, etc. El fet de treballar amb vehicles dona un joc molt evident amb la construcció de la idea de nombre, tant en el comptatge, com en algunes operacions de càlcul. Preparar l'escena amb un fons neutral ajuda als infants a no distreure's.

Aquesta última imatge, pertany a una col·lecció d'imatges de la casa Nathan (1991), que ja fa temps que promou les fotografies per treballar matemàtiques i altres àrees de coneixement. Les converses a través d'imatges poden donar molt joc si les preguntes estan ben plantejades i penades. Com en la resta d'activitats amb fotografies és interessant que l'objecte fotografiat siguin o escenes quotidianes on es puguin identificar els infants, els propis infants de la classe o objectes amb que estan familiaritzats, com el joc de lego. Les preguntes també han d'adequar-se a l'edat i, també ens poden ajudar a obrir nous interrogants per descobrir.

Actuar sobre els objectes ajuda a crear coneixement amb els infants, però posar paraules, ens permet anar més enllà en el procés d'abstracció i d'interiorització del coneixement. Les fotografies, doncs, són un material molt ric que ens ajuda a fer aquest pas entre la manipulació d'objectes i l'abstracció d'alguns continguts, ja que encara et permet veure l'objecte, però no en totes les dimensions, de manera que suposa un procés cognitiu més complex.<sup>3</sup>

---

<sup>3</sup> Les fotografies dels apartats a) i b) estan a l'annex 3

### 3.4 Cacera d'imatges: nombres, geomètriques

Fins ara hem vist com les fotografies poden ser un material d'aula molt ric, sobretot si la mestra és qui les selecciona o, fins i tot, les fa, tenint en compte la realitat de l'aula. Ara bé, els infants també poden convertir-se en els autors de la fotografia matemàtica. La proposta de fer cacera d'imatges gairebé sempre va relacionada amb algun projecte d'aula, en aquest cas, de matemàtiques. Així, si fem un projecte de geometria i estem descobrint els diferents cossos geomètrics, fem un racó a la classe amb diferents objectes i fotografies que els representin i, després de fer tot un conjunt d'activitats per anar descobrint i adquirint les nocions geomètriques més bàsiques, es pot proposar una cacera geomètrica que consisteix en sortir pel barri a fotografiar les formes geomètriques que els infants identifiquen i relacionen amb les que han treballat a la classe. La cacera és molt interessant precisament perquè permet veure en la realitat el que es fa a l'escola i, donar-los la oportunitat de ser els autors que fan la fotografia, els motiva molt.

A continuació, presentaré una experiència que vaig tenir la oportunitat de dur a terme amb uns infants de P.4 de l'escola Can Montllor mentre feia les pràctiques.

Estàvem treballant en un projecte de nombres. A la classe vam fer el racó dels nombres i els infants duïen objectes personals on identifiquessin algun nombre. Al llarg de les diferents sessions, intentàvem descobrir què volien dir els nombres que apareixien als objectes que dúiem i anàvem trobant i, poc a poc, els infants anaven descobrint que els nombres ens deïen alguna cosa i tenien alguna funcionalitat. Finalment, vam fer la proposta de sortir al carrer a veure si trobàvem nombres. En la sortida ens vam plantejar els següents objectius:

- Prendre consciència que vivim rodejats de nombres
- Sentir curiositat per conèixer el significat dels diferents nombres que formen part de la seva realitat i vida quotidiana
- Establir connexions entre les converses fetes a classe i els nombres que van apareixent

Després de l'hora del pati, ens vam dividir en dos grups de 8 nens/es cada un i vam fer recorreguts diferents amb cada grup.



Amb el primer, quan vam sortir, es van quedar callats, però ràpidament, a partir de descobrir la matrícula dels cotxes, van començar a veure nombres per tot arreu. Va ser fantàstic. L'Estela, una nena de la classe, a cada pas que feia, trobava algun número. Van veure nombres que jo mai hagués trobat (gravats en les tapes de les clavegueres, algun nombre enganxat en un tros de paper per sota d'una

porta...). M'ho vaig passar molt bé, perquè al ser pocs, anàvem tranquils i descobrint entre tots. El que més em va sorprendre va ser poder veure aquest canvi de xip que fan els nens i nenes quan se n'adonen que hi ha nombres per tot arreu. Veure que cada vegada que descobreixen un número s'il·lusionen et fa prendre consciència de la riquesa de l'activitat.



Al segon torn, vam fer un camí diferent i vam anar per el "mercadillo". Tot i fer el recorregut diferent, la reacció és similar, al principi, es queden expectants, no saben on buscar, però és descobrir-ne un i no parar. Quan vam arribar al "mercadillo" va haver una explosió de números: preus, talles, una cinta mètrica que hi havia, números al terra, nombres a les samarretes, a les etiquetes, cases del voltant, matrícules i itv de cotxes... Són moments que valen la pena, recordo que algú va provar de llegir un preu i



deia: un tres, una "equis" i un dos. El Jose, un noi molt espavilat, deia que indicava els euros i una altra nena, la Natalia, va demanar al noi de la parada si ens podia explicar que volia dir 3 por 2 i, el noi, molt simpàtic, els va explicar que volia dir que et podies endur 3 pors de mitjons per 2 euros.



Aquestes són les situacions realment riques que et permet viure una cacera de nombres o geomètrica o matemàtica, els infants descobreixen els nombres immersos en un context funcional d'on poden deduir-ne el significat. El fet que ells puguin fer les fotografies també és molt més interessant que no pas que sigui la mestra qui les fa.



En les següents sessions, vam projectar les fotografies per recordar on vam trobar els nombres i què podien indicar, també vam imprimir les fotografies i, per parelles, les anaven comentant. Finalment, després de fer una cacera és interessant classificar gran part de les fotografies dels infants i, si es vol, fer un mural amb les fotografies endreçades per tal que la resta pugui veure tot el que s'està aprenent.



Fins ara he pogut viure dues caceres, una de nombres i una geomètrica i, tot i que les dues van ser diferents, perquè eren escoles i infants diferents i, en definitiva, maneres de fer diferents, d'ambdues experiències vaig trobar que eren les propostes més riques i potents pels infants. En els dos casos, els infants estaven motivats, amb ganes de descobrir i de caçar les matemàtiques amb la fotografia. Poder fotografiar la cacera i dur-la després a classe, permet derivar en moltes altres activitats com les que ja hem dit: ajudar als infants a recordar l'experiència, fer conversa, classificar les fotografies, etc.<sup>4</sup>

Cal tenir present que, una cacera geomètrica implica tot un treball previ molt important. Demanar que els infants identifiquin continguts matemàtics en l'entorn

---

<sup>4</sup> L'experiència del projecte de geometria està en format de vídeo a l'annex 5.

suposa haver treballat prèviament tots aquests continguts a l'aula perquè realment sigui una activitat amb sentit. Les propostes d'activitats amb fotografies, tant les que he presentat en la modalitat a) per agrupar i classificar, com les del b) per conversar, són exemples d'activitats que ens permeten establir aquest pont entre els continguts matemàtics que es treballen a l'aula i els que es troben en la realitat. La fotografia, permet captar part de la realitat i dur-la a la classe per treballar.

Per concloure aquest apartat vull destacar que tot el treball que es fa a partir dels recursos fotogràfics ha de tenir una experiència prèvia de interacció directa de l'infant amb els objectes. Les fotografies no poden substituir aquest procés, les fotografies matemàtiques s'han d'entendre com un pont que permet conceptualitzar tot el bagatge d'experiències previ. Amb les fotografies podem aconseguir passar d'una vivència subjectiva a una experiència i un coneixement més abstracte. Si les fotografies estan ben seleccionades pel mestre, poden ajudar a recordar experiències concretes dels infants però amb el plus de dificultat que aquestes es troben limitades en la pròpia imatge. Les fotografies permetran que els infants no puguin manipular per resoldre una consigna o enunciat, es veuran obligats a imaginar l'efecte d'una acció possible i en comptes de comprovar-ho senzillament i constatar-ho sense necessitat d'imaginar-ho prèviament. En definitiva, la fotografia matemàtica ajuda a reforçar les experiències prèvies viscudes i a interioritzar-ho, de manera que és un recurs molt ric en educació infantil. (Nathan, 1991).<sup>5</sup>

---

<sup>5</sup> Totes les fotografies de la cacera de nombres estan a l'annex 4.

## 4. Conclusions

Hem vist que les matemàtiques estan presents en el nostre entorn, allà on vulguem mirar i, en funció de la nostra mirada, hi podem descobrir la seva calidesa i bellesa. Com a educadors, podem contribuir a educar els infants en aquesta mirada si nosaltres som capaços de generar-la.

Hem vist que la història està plena d'artistes i matemàtics que vinculen les matemàtiques amb l'art. En moltes obres hem descobert com les matemàtiques juguen un paper fonamental en la cerca de la bellesa, la proporció, la forma i, en definitiva, en l'estètica de la composició. En altres camps artístics (la poesia, l'arquitectura, la música, etc.), hem comprovat que les matemàtiques no només són un recurs per embellir una obra, sinó que han estat imprescindibles per a la seva creació.

Un bon recurs per aconseguir compartir aquesta mirada amb els infants és la fotografia matemàtica que, de fet, va sorgir per afavorir la popularització i divulgació d'aquesta mirada càlida cap a la matemàtica. El que fa evident la potencialitat d'aquest recurs és, que sense la intenció del qui mira a través de l'objectiu, no hi pot haver fotografia matemàtica, per tant, utilitzar la fotografia per captar les matemàtiques és, clarament, un procés de transformació de la mirada.

Actualment s'entén que una bona educació en matemàtiques és la que permet fer visibles les matemàtiques en l'entorn i descobrir el paper que hi desenvolupen. Que els infants tinguin la oportunitat de sortir a comprovar-ho i fotografiar les seves descobertes és una activitat molt potent i significativa per ells. Però com hem dit abans, sense la intenció de qui mira, no pot haver-hi fotografia matemàtica, per tant, és evident que si esperem que els infants surtin al carrer amb aquesta mirada matemàtica i puguin fotografiar-la, cal un treball previ a l'aula on els infants puguin adquirir uns coneixements sobre els continguts matemàtics que es volen treballar, ja que ningú pot fotografiar de manera intencionada el que no coneix o el que no sap identificar.

Com a mestres cal seleccionar o elaborar fotografies relacionades a diferents continguts matemàtics de manera que resultin significatives pels infants. Aquelles fotografies on apareixen els propis nens i nenes de la classe en diferents situacions quotidianes o, totes les fotografies on apareixen objectes de l'aula o del context proper, són fotografies amb un alt grau de significació pels infants. Quan l'infant reconeix companys, objectes i situacions en les fotografies, pot vincular els continguts matemàtics amb situacions reals. Davant la fotografia, el primer pas que fa l'infant és identificar els elements, per tant, la fotografia ha d'evitar tots aquells elements que puguin distreure l'infant dels continguts principals. La conclusió és que el treball amb fotografies pot ser molt ric pels nens i nenes si el material està ben elaborat o seleccionat per l'adult.

Per últim, la cacera matemàtica és una activitat que clarament permet vincular continguts matemàtics amb la realitat i amb l'entorn quotidià dels nens i nenes. El fet que els infants tinguin la oportunitat de ser els veritables autors de les fotografies i adoptin un paper actiu en la cacera és un element clau per tal que l'activitat sigui significativa. Després d'haver viscut l'experiència, puc concloure que aquesta és l'activitat que realment empeny als infants a canviar la mirada, a transformar-la i viure amb emoció les descobertes, és a dir, és una activitat que genera emoció en el propi aprenentatge.

## 5. Consideracions finals

Al llarg d'aquest treball he experimentat un procés similar al que acabo d'explicar. Vaig escollir aquest treball perquè m'agrada la fotografia i perquè durant els estudis a la universitat he descobert una nova manera de veure les matemàtiques. Durant el treball he hagut d'anar fent fotografies matemàtiques per il·lustrar alguns exemples. Fins ara, mai hagués fotografiat una planta per parlar de matemàtiques, fent aquest treball he descobert matemàtiques on mai les hagués pogut identificar. Per això entenc que no puc fotografiar el que desconec, perquè si fotografio una flor perquè m'agraden els colors, entenc que estic fotografiant colors, res més. Si no sé res sobre les matemàtiques que hi ha en un gira-sol, mai les podré veure, tot i que hi siguin.

Tot el treball, m'ha ajudat a comprendre la importància de les intencions. Les intencions de Da Vinci, de Pitàgores, de Le Corbusier, de González... i les meves intencions. Com a mestra cal tenir clares les intencions d'una proposta, perquè per molt fantàstica que sigui, si no té intenció, no té sentit. La reflexió final és que si es vol treballar amb fotografia matemàtica a infantil, cal seleccionar amb coherència les fotografies, cal programar activitats prèvies a les caceres de nombres, cal donar sentit al que fem.

Puc afirmar que el que més m'ha agradat descobrir al llarg d'aquest treball, no ha estat descobrir les matemàtiques en llocs on mai hagués pensat, sinó adonar-me'n que aquestes hi són perquè algú va tenir la intenció de descobrir-les. La fotografia matemàtica, ens obliga a fer evidents les nostres intencions i descobriments i ens obliga a transformar la mirada.

No puc tancar aquest treball sense donar les gràcies a aquelles persones que l'han fet possible:

*Gràcies a les escoles Can Montllor i La Roda per donar-me la oportunitat de dur a la pràctica aquest projecte; gràcies a la meva germana i els meus pares per confiar en mi i donar-me el suport que he necessitat; per últim, gràcies a la meva tutora Mequè Edo per animar-me a fer aquest treball, però sobretot, gràcies per donar classes i compartir el seu l'entusiasme per les matemàtiques, perquè un docent que no s'emociona amb el que ensenya, no pot despertar emoció en els seus alumnes.*

*A tots, moltes gràcies.*



## 6. Referències bibliogràfiques

- Alsina, A. (2006). *Competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años*. Madrid: Narcea.
- Arnheim, R. (1993). *Consideraciones sobre la educación artística*. Barcelona: Paidós.
- Barco, B.; Loste, E.; Peláez, M.; Borrell, A.; Figuerola, P.; Quevedo, L.; Carrau, L. (Guionistes) y Punset, E. (Director). (1996). *Innovar copiando a la naturaleza*. [Episodi d'un programa de televisió]. F. G. Tejedor y M. Royo (Productors). *Redes*, Sant Cugat del Vallès, Barcelona, Espanya: Smart Planet.
- Bardon, S. (1996). *Imagier photos 4*. París: Nathan.
- Blanché, F. (2009). *Fotografía matemática. Mira el món des d'una altra perspectiva*. ABEAM. Recuperat 13 febrer 2013, des de: <http://fotografiamatematica.webs.com/>
- Buckingham, D. (2002). La generación electrónica. A: *Crece en la era de los medios electrónicos* (pp.54-71). Madrid: Morata.
- Chomsky, D. (2012). Els mitjans, els nens i l'educació infantil. A: *L'ús didàctic dels mitjans de comunicació i les TIC a Educació Infantil* (pp. 11-25). Barcelona: UOC.
- Corbalán, F. (2004). *Martemàtiques. Sobre les relacions entre matemàtiques i art*. Barcelona: Vicens Vives.
- Corbalán, F. (2009). *La proporción áurea. El lenguaje matemático de la belleza y el arte*. Barcelona: RBA.
- Edo, M. (1999). [Reflexiones para una propuesta de geometría en el parvulario](#). *Suma*, 32, 53-60.
- Edo, M. (2003). [Intuir y construir nociones geométricas desarrollando sentimientos y emociones estéticas](#). A L. Balbuena, D. de la Coba (eds.), *Actas de las XI JAEM* (pp. 233-249). Tenerife: FESPM.
- Edo, M. (2006). [Educació matemàtica versus instrucció matemàtica](#). A C. Casacuberta, J. Deulofeu, P. Royo (eds.) *La formació del professorat de matemàtiques: d'infantil a la universitat. Trobada SCM-FEEMCAT 2005*. (pp. 23-44) Barcelona: Institut d'Estudis Catalans.
- Edo, M.; Revelles, S. (2004). [Situaciones matemáticas potencialmente significativas](#). A M. Antón, B. Moll, (eds), *Educación infantil. Orientación y recursos (0-6 años)* (pp.103-179). Barcelona: Praxis.
- Edo, M.; García, A.; Justicia, V.; Sánchez, R. (2011). *1,2,3 pica paret! Matemàtiques*. Saragossa: Baula.
- Fernández-Aliseda, A.; Muñoz, J.; Porras, A. (1999). Aprovechamiento didáctico de la actividad "Fotografía y matemáticas". *Suma*, 31, 97-104

- Gallagher, S. (1991). *Maths en photo*. París: Nathan.
- Giroux, H. (2000). ¿Son las películas de Disney buenas para sus hijos? A: Sh. R. Steinberg, J.L. Kincheloe. *Cultura infantil y multinacionales* (pp. 65-78). Madrid: Morata.
- González, E. (1989). Fotografía y Matemáticas. *Suma*, 2, 44-46
- Liern, V.; Queralt, T. (2008). *Música y matemáticas. La armonía de los números*. Badajoz: Servicio de publicaciones de la FESPM.
- Macho, M. (2008). Un paseo matemático por la literatura. *SIGMA*, 32, 173- 194
- Martín, F. (2006). *Mirar el arte con ojos matemáticos*. Badajoz: Servicio de publicaciones de la FESPM.
- Moreno, P.; Nomdedeu, X.; Borrás, E. (2000). *Fotografía y aprendizaje*. ITE. Recuperat 30 març 2013, des de: <http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/mem2000/matefoto/libro/index.htm>
- Sorando, J.M. (2009). *La ciudad y las matemáticas*. Badajoz: Servicio de publicaciones de la FESPM.
- Tresserras, J.M. (ed.) (2003). L'ambient mediàtic en relació amb la infància i el jovent. A: *Llibre Blanc: l'educació en l'entorn audiovisual* (pp.15-19). Barcelona: Consell de l'Audiovisual de Catalunya. Generalitat de Catalunya.
- Zalaya, R. (2005). *Escultura matemática: definición, antecedentes en la historia del arte, desarrollo, perspectivas de evolución y clasificación por conceptos matemáticos*. Tesis doctoral. Director: J. Calonge. Universitat Politècnica de València. Recuperat 15 de març, des de: <http://riunet.upv.es/handle/10251/2661>