
This is the **published version** of the bachelor thesis:

Hernández Ruíz, Sara; Rojas Sateler, Francisco Javier Lucas, dir. Enhancing the problem solving competence in sixth grade : Design and revision of a didactic sequence. Bellaterra: Universitat Autònoma de Barcelona, 2024. (Grau en Educació Primària)

This version is available at <https://ddd.uab.cat/record/301252>

under the terms of the  license

Bachelor's Degree in Primary Education - English

**ENHANCING THE PROBLEM SOLVING
COMPETENCE IN SIXTH GRADE**

Design and revision of a didactic sequence

Author: Sara Hernández Ruiz

Advisor: Francisco Javier Lucas Rojas Sateler

Made at: Department of Teaching of Mathematics
and Experimental Sciences

June 3rd, 2024

Acknowledgments.

I would like to express my gratitude to:

To my tutor, for his continuous guidance throughout this research..

To my family, for their unconditional support throughout this process.

To my friends, for their understanding and constant encouragement.

To all those who, in one way or another, have contributed to the realisation of this thesis.

Resum: Aquesta recerca aborda la importància de la resolució de problemes en el marc educatiu català i presenta una seqüència didàctica dirigida a avaluar la competència de resolució de problemes dels estudiants de sisè grau. A través d'una interacció de diàleg amb un grup focal de professors, l'estudi examina l'eficàcia de la seqüència. L'anàlisi de dades es va dur a terme utilitzant l'anàlisi temàtica de les transcripcions d'entrevistes per identificar patrons i temes rellevants. Durant l'entrevista es va demostrar la importància d'aclarir el concepte de problemes matemàtics, la utilitat del procés estructurat de resolució de problemes, la necessitat de més temps per a la metacognició, i la diversitat de materials que van ajudar a la creació de la segona versió de la seqüència didàctica. L'estudi va validar un enfocament estructurat basat en els passos de resolució de problemes de Polya i va identificar àrees clau per millorar l'ensenyament de les matemàtiques. No obstant això, les limitacions inclouen la falta de temps i recursos i la necessitat de precaució a l'hora d'extrapolar els resultats a altres contextos educatius.

Paraules clau: resolució de problemes, seqüència didàctica, anàlisi temàtic, entrevistes, materials manipulatius.

Resumen: Esta investigación aborda la importancia de la resolución de problemas en el marco educativo catalán y presenta una secuencia didáctica dirigida a evaluar la competencia de resolución de problemas de los estudiantes de sexto grado. A través de una interacción de diálogo con un grupo focal de profesores, el estudio examina la eficacia de la secuencia. El análisis de datos se llevó a cabo utilizando el análisis temático de las transcripciones de entrevistas para identificar patrones y temas relevantes. Durante la entrevista se demostró la importancia de aclarar el concepto de problemas matemáticos, la utilidad del proceso estructurado de resolución de problemas, la necesidad de más tiempo para la metacognición, y la diversidad de materiales que ayudaron a la creación de la segunda versión de la secuencia didáctica. El estudio validó un enfoque estructurado basado en los pasos de resolución de problemas de Polya e identificó áreas clave para mejorar la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, las limitaciones incluyen la falta de tiempo y recursos y la necesidad de precaución en la hora de extrapolar los resultados a otros contextos educativos.

Palabras clave: resolución de problemas, secuencia didáctica, análisis temático, entrevistas, materiales manipulativos.

Abstract: This research addresses the importance of problem solving in the Catalan educational framework and presents a didactic sequence aimed at assessing sixth grade students' problem solving competence. Through a dialogue interaction with a focus group of teachers, the study examines the effectiveness of the sequence. Data analysis was conducted using thematic analysis of interview transcripts to identify relevant patterns and themes. During the interview, the importance of clarifying the concept of mathematical problems, the usefulness of the structured problem solving process, the need for more time for metacognition, and the diversity of materials that helped in the creation of the second version of the didactic sequence were demonstrated. The study validated a structured approach based on Polya's problem-solving steps and identified key areas for improving mathematics teaching. However, limitations include the lack of time and resources and the need for caution in extrapolating the results to other educational contexts.

Keywords: problem solving, teaching mathematics, thematic analysis, interviews, manipulative materials.

Contents

1. Introduction	1
2. Objectives	4
2.1. General objective	4
2.2. Specific objectives	4
3. Contextualization	5
3.1. Problem solving in Catalonia's education	5
3.2. Fieldwork context	6
4. Theoretical framework	7
4.1. Problem solving	7
4.1.1. Four-step method	9
4.2. Didactic materials	10
4.2.1. Classification of the didactic materials	11
4.3. Geometry	12
4.3.1. Foundational considerations for teaching and learning geometry	12
4.3.2. Curriculum connexions	13
5. Methodology	15
5.2. Participants	15
5.3. Instruments	16
5.1.1. Didactic sequence	16
5.1.2. Interview	16
5.3. Data analysis procedure	18
6. Results	20
7. Discussion	25
8. Conclusions	27
Bibliography	28
List of tables	31
List of figures	31
A. First appendix. First version of the didactic sequence	32
B. Second appendix. Final version of the didactic sequence	35
C. Third appendix. Materials	45
D. Fourth appendix. Interview transcription	48

1. Introduction

Located in the north-east of Spain, Catalonia has an education system that prioritises both academic achievement and overall student development. The education system is divided into two distinct stages, primary and secondary education, each designed for specific age groups and with different educational objectives.

Primary education lays the foundation for basic skills and knowledge and promotes comprehensive and general development. Secondary education, on the other hand, builds on this foundation and provides more specialised learning opportunities tailored to developmental stages and future aspirations. (D 175/2022, 29 September). This structured approach ensures a comprehensive and meaningful educational experience in Catalonia. The transition between these two stages, that is, from the sixth year of primary education to the first year of compulsory secondary education (ESO), is a crucial event in the student's education. (Muñoz and Slomó, 2015)

Muñoz and Slomó (2015) state that the process of optimising the changes and transitions is more related to the administrative issues, rather than the social or personal ones. Therefore, highlighting the pedagogical aspects that can be concretised in organisational, administrative and curricular terms, it is necessary to implement a process of orientation and accompaniment. The author also emphasises that the process of curricular coordination is essential in order to establish a sense and a horizontal and vertical continuity to the areas of the curriculum and the curricular proposals for each level.

According to the Department of Education (2022) the basic competences should be worked throughout the entirety of compulsory education, with the goal to be acquired before finishing it. In order to achieve that aim, the Department of Education has instituted a standardised external assessment for all sixth grade students in primary education. As exposed in Article 22.1.b) of the Education Law of Catalonia (2009), this assessment is compulsory, underscoring its educational significance and obligation for students.

The assessment focuses on the evaluation of five core competences: Catalan language, Spanish language, foreign language, mathematics and science. Each subject area includes activities designed to measure comprehension, written expression, numeracy, spatial awareness, data representation, scientific understanding, technological applications and interpretation of scientific and technological information.

Focusing on mathematical competence, it is based on six different activities stemming from different stimuli. The exam contains thirty items distributed among the curriculum content

blocks. Most of the items are of multiple choice and only in four exercises the explanation, justification or reflection is required. According to the curriculum, mathematical competence is divided into three main blocks: number and calculation; space, measurement, and graphical representation of data; and, relationships and change (D 175/2022, 29 September).

Firstly, the numeration and calculation block includes not only the ability to perform basic arithmetic operations, but also the understanding of the relationship between them. In addition, mathematical competence includes the ability to understand and solve problems presented in different contexts, and to search for and justify the properties of numbers.

The second block, space, measurement and graphical representation of data, involves recognising and using geometric elements in figures and physical spaces, as well as finding geometric measures and representing them graphically. These skills are essential for understanding and solving problems in many areas of everyday life.

Finally, the third block, relationships and change, includes understanding patterns and numerical series and the ability to work with equivalents and tables. Understanding relationships between data and anticipating change is fundamental to a deeper understanding of mathematical phenomena and their application in concrete situations.

The 2021 and 2023 assessments highlight the negative impact of the pandemic, with a decrease in average scores across several competencies. Although the 2023 results show a slight recovery in mathematical competence, they still don't reach the pre-pandemic levels (Generalitat de Catalunya, 2023). The assessment of mathematical competence in 2023 shows that 12.5% of students are at a low level of overall mathematical competence, while only 19.6% are at a high level. [Table 1](#) shows that there is an urgent need for educational interventions to strengthen students' mathematical competences and, in particular, their problem-solving skills.

In this sense, the proposed work is based on the need to address the deficiencies in mathematical competence and problem solving skills that are aggravated by the pandemic. Through the literature review, design, analysis and improvement of educational materials in collaboration with teachers, this project aims to provide teachers with effective tools to support their students in developing critical skills for their success in secondary education and beyond. Active collaboration with teachers will ensure that materials are appropriate and relevant to current educational needs, thereby promoting a more equitable and effective education for all students.

Table I. Percentages of students placed in the sections of mathematical competence according to the assessed dimension (Generalitat de Catalunya, 2023).

Competence	Low level	Medium-low level	Medium-high level	High level	Average
Global Mathematics	12,5%	24,1%	43,8%	19,6%	73,6
Block 1. Numeracy and calculation	12,2%	20,2%	37,0%	30,6%	74,7
Block 2. Space, measurement, and graphical representation of data	14,6%	23,0%	34,3%	28,1%	72,3
Block 3. Relations and change	14,6%	26,7%	40,1%	18,6%	73,9

2. Objectives

In order to provide the basis for the design of the creation project, the general objective (GO) of this work is broken down into three specific objectives (SO) below.

2.1. General objective

- **GO.** To create a didactic sequence to help teachers extract information about their pupils' problem-solving competence at the end of primary education.

2.2. Specific objectives

- **SO1.** To design a set of activities and materials to strengthen problem-solving competence among sixth-grade students.
- **SO2.** To analyse current teachers' perceptions of the appropriateness and relevance of the developed didactic sequence.
- **SO3.** To improve the didactic sequence through active collaboration with current teachers.

3. Contextualization

In the educational framework of Catalonia, aligned with European trends (D 175/2022, September 29th), problem-solving has become an explicitly recognized fundamental axis. Current legislation, reflected in the curriculum, clearly identifies the skills associated with this ability, which goes beyond the mechanical application of mathematical formulas. Within this framework, various competencies are intrinsically linked to problem-solving, providing a holistic approach to training students.

3.1. Problem solving in Catalonia's education

The Catalan curriculum defines the competence profile of students at the end of basic education. In particular, one of the key aspects that is highlighted is "mathematical competence and competence in science, technology and engineering". In relation to the objectives of this project, it is worth noting that, according to the curriculum, by the end of sixth grade a student should be able to "use, under guidance, some inductive, deductive and logical methods inherent to mathematical thinking in familiar situations, and select and apply certain strategies to solve problems, reflecting on the solutions obtained" (D 175/2022, 29 September).

In order to address the development of mathematical competences, eight specific competences in the field of mathematics are defined, two of which are directly related to problem solving (specific competence 1 and 2). [Table 2](#) shows these specific competences and the assessment criteria defined in the curriculum. It is important to note that the assessment criteria correspond to the last level of primary education, that is, the fifth and sixth grades (D 175/2022, 29 September).

On the one hand, the first specific competence focuses on comprehension as the first step in solving a problem. In particular, it includes not only understanding written information, but also oral messages, visual messages, drawings, pictures or photographs. Nevertheless, everyday situations or statements that require manipulative materials could be important tools for a mathematical challenge. Furthermore, the need for flexibility and adaptability in translating these situations into mathematical terms is emphasised. In essence, the main aim is to offer tools to the students so that they face real problems that could be presented in their daily life.

The second specific competence relates to problem solving as fundamental both as a learning objective and as a method for building knowledge. The use of different strategies (analogy, trial and error, reverse solution, decomposition into simpler problems, etc.) is encouraged in order to face challenges with confidence and to make meaningful connections between concepts. It also emphasises the importance of selecting and revising these strategies during the problem-solving process, that is, reflecting on solutions in accordance with the different implications.

Table II. Specific competence in mathematics curriculum related to problem solving
(D 175/2022, September 29th).

Specific competence	Assessment criteria (5th and 6th grade)
CE1 Translate problems and interpret everyday situations by creating a personal mathematical representation using concepts, tools, and strategies to analyse the most relevant elements.	CA1.1. Interpret and reformulate verbally and graphically, problems and situations from everyday life, responding to posed questions or generating new ones.
	CA1.2. Develop efficient mathematical representations, using manipulative, graphical, and digital resources, to solve problems and address situations from daily life.
CE2 Solving problems by applying different techniques, strategies, and forms of reasoning to explore and share various ways of proceeding, obtaining solutions, and ensuring their validity from a formal standpoint and in relation to the presented context. This includes generating new questions and challenges.	CA2.1. Select among different strategies to solve a problem, sharing and justifying the chosen strategy.
	CA2.2. Share and obtain possible solutions to a problem by selecting from various shared options and justifying the choice without gender bias.

3.2. Fieldwork context

The design of the didactic sequence and fieldwork is oriented in the city of Mollet del Vallès, specifically in two primary schools and an institute. It should be noted that a large percentage of students, upon finishing primary education, continue the secondary education at the selected institute. After the initial contact with the schools, the interview participants confirmed that they work on problem solving in accordance with the curriculum. It is evident that in primary education, the emphasis is placed on the identification of data and the structuring of the problem-solving process. Conversely, in secondary school, there is an increasing level of mathematical rigour and justifications for the process.

With regard to the students, its diversity is reflected in their problem-solving abilities. One of the elements in which differences between students are most observed is in the abstraction process that originates from the mathematical understanding of a contextualised problem. In accordance with mathematical competence, these schools have similar results to the rest of Catalonia, which implies the existence of a margin for improvement ([Table I](#)).

Finally, in both primary and secondary school, the use of manipulative materials and digital resources to complement problem solving is valued positively. Furthermore, in recent years has increased the contextualisation of problems to promote competency learning that does not separate mathematics from reality. In short, these educational centres already implement learning situations in line with what the corresponding legislation promotes (D 175/2022, September 29th).

4. Theoretical framework

According to the literature, there is a need not only to teach mathematics to solve problems, but also to teach mathematics from and through problem solving, is evident (Schoenfeld, 1992). In this sense, the relevance and presence of problem solving in the curricular proposals has increased (Törner et al., 2007).

Problem solving is an opportunity to stimulate students' interest in challenges, to get involved, to experiment, to seek support, to enjoy success and to develop confidence in their own abilities. The process of solving problem involves different stages, methods and tools. At the same time, this context can provide a deeper understanding of the problem and the corresponding thought processes and actions (Schoenfeld, 2016).

Recently, research has also been conducted on how to manage teaching and learning processes to ensure that students become more competent as problem solvers. This approach requires a clear definition of what is meant by problem solving (Törner et al., 2007). Therefore, the main concepts related to this methodology are presented in the following sections. In particular, this project focuses on the creation of a didactic sequence of geometry to work on the problem solving competence, taking into account the materials and the order of the session. It should be noted that although the content is related to geometry, this work is concerned with the study of problem solving processes.

4.1. Problem solving

Over time and under the influence of changing trends, the concept of a mathematical problem has been interpreted in different ways, from the mere execution of mechanical exercises to approach to mathematics with the rigour of an expert. It is also important to understand the difference between two terms that are often used interchangeably, although they don't mean the same thing: exercises and problems.

Authors such as Kantowski (1981) and Abrantes (1988) identify the main difference between these concepts. An exercise can be resolved by means of an automatic procedure or algorithm that can compute the solution with certainty. However, when a problem is solved, there arise doubts that are beyond the implementation of a simple algorithm. That's why sometimes problems don't have a clear or unique solution, so that students have to explore further than the executed algorithm.

Now that the difference between exercises and problems is clear, it is crucial to explore some perspectives to gain a full understanding of what a maths problem involves. In order to organise them, they are presented in chronological order. Furthermore, the author of the first description, George Pólya (1905–1912), is one of the main references in mathematics problem solving.

As Polya (1945) tries to explain, when we try to find a solution to a problem, it is common to keep changing our perspective and our way of solving it, that is, our strategy. It is necessary to adjust our approach from one to another. At the beginning, our understanding of the problem is usually too limited; this understanding grows as we progress through the problem, and our perspective changes again when we are close to finding the solution.

This description reflects the dynamic and flexible process that is involved in solving a problem. The author describes how it is common for us to over and over change our perspective or approach to the problem as we try to find a solution. This emphasises the importance of adapting our problem-solving strategies as we progress.

Following the influence of Polya (1945), Ponte (2007) highlights that problem solving, like any research process, demands imagination and creativity, that is, skills that go beyond the simple computation and memorization of definitions and procedures. In addition, it also refers to the fact that solving mathematical questions requires participation on three levels: physical, emotional and intellectual.

In relation to this idea, the following definition of problem solving is carried out: "it is the development of the ability to make decisions, interpret, formulate, model and investigate problematic situations, and communicate solutions effectively" (Bobis et al., 2013). Likewise, clarifies that problems can be presented in a variety of forms, that is, problem solving experiences shouldn't be restricted to one particular type of problem.

One way of looking at a problem may involve a process where: there is a goal to be reached, a challenge prevents a ready solution, the solver is motivated to reach a solution. Figure 1 gives us a representation of this possible process (Bobis et al., 2013).

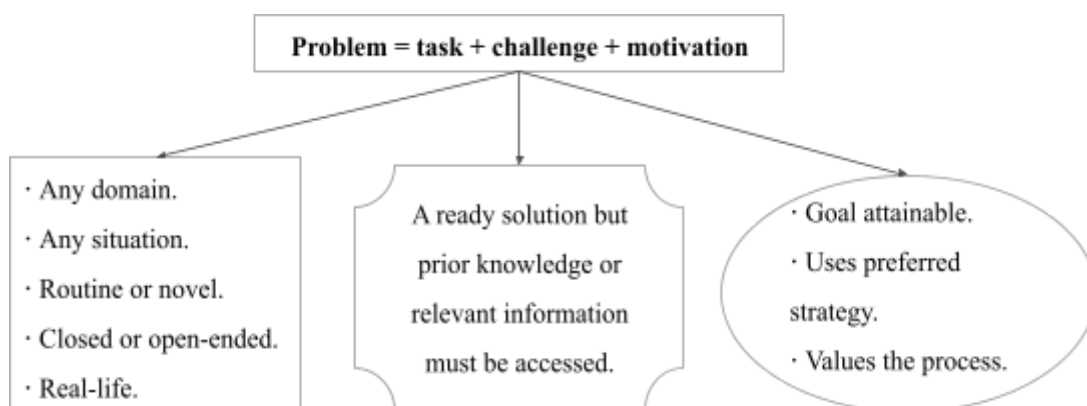


Figure I. What is a problem? (Bobis et al., 2013).

Due to the complexity of establishing a universal and unique definition of problem solving, it is necessary to provide some structure to the process. This will enable us to understand the different stages and the mental processes that students go through. These steps are outlined in the following section.

4.1.1. Four-step method

Based on Polya's heuristic method, we can find the "four-step method": understanding the problem, designing a solution plan, executing the plan, and looking back or reflecting once the solution is found. The characteristics of each stage are given below (Polya, 1965):

A. Understanding the problem.

The first step is the most important because we can't start to solve a problem without understanding the statement. Pupils must therefore have a clear understanding of the problem before proposing any operation or process to find a solution. Teachers can check this by asking students to repeat the statement in their own words, to separate the main parts of the problem or even to name the different elements.

Students must understand the problem, but it is not enough to understand, they must also feel the desire to do it. If the students do not understand the problem well or show no interest, it is not always their fault. The problem must be chosen properly, not being too difficult or too easy, and it must be presented in an interesting way, taking the necessary time. (Polya, 1945)

To carry out this first step, the following questions can be used to help students to identify the necessary information and whether there is any information of secondary importance: What is the data? What is the condition? Is it enough to identify the unknown? Is it insufficient? Is it contradictory?

B. Conceiving a plan.

In this second step, students must use their own resources such as imagination, creativity and acquired knowledge. The aim is to devise a strategy that will allow them to define the procedures and the appropriate operations to solve the problem.

"We have a plan when we know, at least 'roughly', what calculations, what reasoning or constructions we will have to carry out to determine the unknown. From understanding the problem to devising the plan, the road can be long and winding." (Polya, 1965, p. 5).

We should also explain to our students how they can develop their strategies (trial and error, making a diagram, making a list, etc.). To help them in this process, we could ask: Have you seen the same problem posed in a slightly different way? Do you know of any similar problems? Can you formulate the problem in a different way?

C. Executing the plan.

In this stage, the student carries out the planned strategy(s) to give a complete solution to the problem. The author suggests that a reasonable and necessary amount of time should be given to carry out the plan, otherwise, if the problem is not solved successfully, the students should put it

aside and continue later. The teacher could ask: Can you clearly see that this step is correct? But can you prove that it's right?

D. Looking back.

In the final stage of the method, students have the opportunity to revise their own work. This step helps them to rethink the solution, consolidate their knowledge and develop their problem solving skills. To carry out this step, they might ask themselves: Can I check the result? Can I check the reasoning? Can I get the result differently?

It should be noted that although the phases of the method are presented as structured steps, they are not limited to a single sequential order and you can go back to an earlier phase if necessary to adjust the strategy.

4.2. Didactic materials

The use of didactic material is important because manipulative material facilitates the teaching and learning processes of students. In this way, students experience learning situations in a manipulative and experience-based way, a fact that allows them to know and understand through sensations (Armendáriz et al., 2003).

Focusing on the definition of teaching materials, this has been very changeable over the years, reflecting changes in educational practices, technology and learning theories. In this work, we focus on those authors who conceive these resources as key tools to understand and consolidate mathematical concepts, through interaction and active participation in learning processes.

According to Alsina et al. (1988), the term 'material' is used to indicate any object, tool or social media that can help to describe, understand and consolidate formal concepts at different stages of learning.

Regarding the relationship between resources and didactic materials, Coriat (1997), argues that didactic materials are created and designed specifically for educational purposes, while on the contrary, resources are considered to be instruments not created just for learning. Hence, the teacher decides whether or not to use them in practice. Meanwhile, the author points out that a good didactic material transcends the intention of general use and admits several applications, so there is no line that clearly delimits what is an didactic material and what is a resource.

Otherwise, Cebrián (2001) not only encompasses in the definition technological objects and equipment, but also spaces, places of interest and educational materials that can represent different symbolic forms or be direct references of everyday situations. Therefore, the author highlights the importance of contextualising these materials within educational programs in order to facilitate the reconstruction of knowledge and meaningful learning.

4.2.1. Classification of the didactic materials

Alsina (2010) established a pyramid of mathematics education based on the food pyramid, that explains which type of resources necessary to develop mathematical thinking and their most recommended frequency of use are indicated in a simple way.

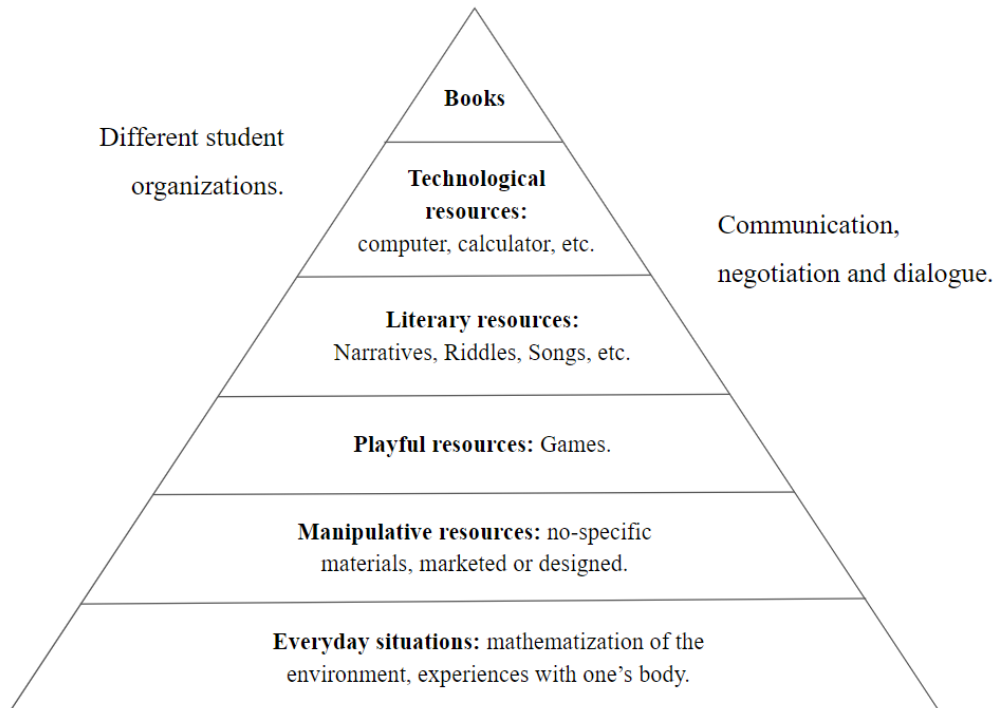


Figure II. Pyramid of mathematics education (Alsina, 2010)

Although the use of manipulative materials is recommended at all levels, Heddens (1997) advises that they must be used with care, otherwise students may come to believe that there are two mathematical worlds: the manipulative world and the symbolic world. The author also states that one of the best ways to develop mathematical ideas is through activities with physical materials, as students learn best when they are active participants in the mathematical learning process.

The classification of the didactic materials could be in a way or another depending on the criteria we want to use. Godino et al. (2004) , established the following classification:

- a) Concrete material: Makes reference to any instrument, object or element that the teacher facilitates in the classroom. The objective is to transfer educational knowledge, from manipulation to experiences students could have with those materials.
- b) Manipulative material (or ostensive objects), "tangible manipulatives": Physical objects taken from the environment or specifically prepared for teaching. The tactile perception is used and they work as expression, exploration media, also takes place the calculation and "Graphic-Textual- Verbal manipulatives", in both engaging visual and manipulative perception.

- c) Structured teaching material: Are the materials or manipulative models designed just to teach and learn mathematics (abacus, logical blocks, etc.).
- d) Unstructured teaching material: Refers to any type of manipulative material that could be used in the process of teaching and learning of mathematics, the usual objective is not for teaching mathematics (calculator, pencils, buttons, etc.).

It should be emphasised that the types of materials defined in this classification are not exclusive. For example, following the examples given by Báez and Hernández (2002), a didactic material could be both concrete and structured. In the context of problem solving, the author points out tangrams and geometric blocks among other examples.

4.3. Geometry

The teaching of geometry plays a pivotal role in fostering the development of critical thinking and spatial reasoning in students. Geometry not only facilitates the comprehension of advanced mathematical concepts, but also improves crucial abilities such as visualisation and deductive reasoning when solving problems (D 175/2022, September 29th). The following section is based on the guidelines and studies about the didactics of geometry, emphasising pedagogical methodologies and strategies for effective learning.

4.3.1. Foundational considerations for teaching and learning geometry

Firstly, geometric visualisation is a fundamental skill that enables students to comprehend and manipulate objects mentally and in two or three dimensions. From an early age, children develop the capacity to form and transform mental images, which is essential for geometric learning.

Research indicates that children under the age of four are unable to recognise geometric shapes unless they are presented in the same orientation as the original. However, from the age of four and a half, they begin to be able to mentally rotate shapes in the plane (Reyes et al., 2013). This gradual development of geometric visualisation can be encouraged through hands-on activities, such as the use of tangrams and puzzles, which help students to construct and manipulate geometric shapes (Clements and Sarama, 2020).

Secondly, the development of spatial skills is fundamental to a deep understanding of geometry. Activities that involve the construction and manipulation of three-dimensional models, such as the reproduction of figures using cubes, facilitate the specification of spatial and perspective relationships (Reyes et al., 2013). These activities should become increasingly complex as

students progress through their education, from the basic identification of figures to the creation and transformation of more complex structures.

Furthermore, Reyes et al. (2013) demonstrate that the utilisation of tangible materials, such as cubes or other three-dimensional objects, enables students to engage directly with geometric properties and develop an intuitive understanding of them. Hands-on experience is of paramount importance during the early stages of learning, as students perceive geometric figures holistically and require guidance to distinguish individual features such as faces or edges. Furthermore, it is recommended that iconographic activities be introduced to challenge students to anticipate results and transform mental images.

Moreover, one aspect that is occasionally overlooked is the integration of technology. This plays a pivotal role in the modernization of teaching geometry. Digital tools, programs of geometric design and interactive applications allow students to explore and manipulate geometric figures in a virtual environment. These tools not only enhance the appeal of learning, but also provide opportunities to experiment with geometrical complex concepts in a visually intuitive way (Reyes et al., 2013; Clements and Sarama, 2020).

In conclusion, the implementation of specific pedagogical methodologies when solving problems and the direct teaching of geometric concepts through exploration and inquiry has been demonstrated to be effective when learning geometry. It is essential that the teacher adopt an equilibrated approach that combines direct instruction with exploratory and practice activities, thus facilitating a significant and deep learning (Reyes et al., 2013).

4.3.2. Curriculum connexions

In order to analyse problem solving when learning certain contents, this section of the project deals with the geometric concepts that are related with a didactic sequence evaluated by the participants of this study, who are described in the methodology chapter. Although the evaluation criteria in [Table 2](#) are checked, it's important to specify which contents are covered throughout the problem solving process. More precisely, according to the aforementioned contextualization and the catalan curriculum, the evaluated didactic sequence promotes problem solving at the same time that the following subjects are learned (D 175/2022, September 29th):

2D and 3D Geometric Shapes

- Identification and classification of geometric shapes in everyday objects based on their elements and the relationships among them.
- Knowledge of techniques for constructing geometric shapes through composition and decomposition, using manipulable materials, drawing instruments, and software applications.

- Mastery of geometric vocabulary in the verbal description of the elements and properties of geometric shapes.
- Deepening the understanding of the properties of geometric shapes by transforming them, using manipulable materials (such as tangrams, grids, geoboards, polycubes...) as well as digital tools (dynamic geometry software).

Location and Representation Systems

- Proficiency in locating and navigating within plans and maps using reference points (including cardinal points), directions, and distance calculations (scales).
- Design and interpretation of plans using physical and virtual formats with appropriate vocabulary.

Geometric Reasoning and Modeling and Visualization

- Application of strategies for calculating areas and perimeters of plane figures in everyday situations.
- Representation of routes based on personal experience.

5. Methodology

In order to find out the teachers' perceptions of the didactic sequence created, reflexively analysing their contributions and recommendations, a methodological approach was carried out in order to know and collect these opinions. For this reason, a dialogical interaction between the researcher (RE) and a focus group of teachers was carried out, which allowed an in-depth study of the different elements of the sequence in relation to problem solving. [Figure III](#) shows you can see the methodological process in a more schematic and visual way. Below are the methodological elements: participants, instruments and data collection procedures, with their respective justifications in relation to the objectives of the study.

5.2. Participants

During the research, three teachers participated through a focal group, each with different training and experience in teaching mathematics in primary education. They were selected using a purposive sampling technique, being sure that their relevant experience would contribute significantly to the aim of the study. It is also important to mention that, for ethical reasons, the confidentiality of the participants was guaranteed at all stages of the research, so the teachers are referred to by a pseudonym. Below is a brief description of each of the participants in terms of their academic training, teaching experience and some other interests, such as the formations they are used to assist.

The first participant (P1) has a degree in mathematics and physics and several master's degrees related to education and ICT. He has also experience in teacher training, especially in the use of tools such as GeoGebra. It consists of a wide experience in teaching mathematics and physics at high school. In terms of professional interests, he is very interested in the continuous training of teachers in innovative methods of teaching mathematics.

The second participant (P2) has a degree in primary education. He also has extensive experience in all cycles of primary education, although mainly in the middle cycle and actually in the upper cycle. His main objective as a teacher is to ensure that no pupil is left behind, emphasising the understanding of mathematical concepts rather than the mere ability to solve exercises.

Finally, the third participant (P3) has a deep experience in teaching mathematics in the upper cycle. She started her career as a secondary school teacher, but then found her passion in primary schools. She is passionate about mathematics and education, where she values the movement and continuous learning that the profession offers. She is committed to keeping up to date and applying new pedagogical strategies to improve her students' learning every day.

5.3. Instruments

In order to carry out this qualitative study, two main instruments were used: the didactic sequence designed for problem solving and a semi-structured interview with current teachers. This last instrument, with the aim of evaluating the effectiveness and applicability of the didactic sequence in order to obtain suggestions for improvement.

5.1.1. Didactic sequence

The didactic sequence has been the object of analysis and designed to promote the process of problem solving through geometry, with a practical and meaningful approach in the local context of the city of Mollet del Vallès. The sequence is made up of four sessions (three in the first version), each with specific activities involving the exploration of emblematic buildings in the city, the use of tools such as Google Maps and tangram, the graphic representation of buildings, the verbal description of routes and geometric features, the calculation of areas and perimeters, and the construction of three-dimensional representations. All of this is framed by the problem-solving competences of the curriculum ([Table II](#)).

The design of the sequence is based on the theoretical framework of problem solving, incorporating elements of pedagogical approaches such as that proposed by Polya (1945) for understanding and solving mathematical problems. In addition, collaborative work, oral and written reflection and self-assessment are encouraged as integral parts of the learning process. In addition, the use of manipulative materials and technology is based on the idea that physical manipulation and interaction with digital tools facilitate understanding of abstract concepts. Authors such as Godino et al. (2004) and Alsina (2010) support this perspective by highlighting the effectiveness of manipulative materials in teaching mathematics.

Due to an iterative process of design and improvement based on feedback received, there are two versions of the didactic sequence. The first version was initially designed as a framework for addressing problem solving competence in the sixth grade classroom. This version was developed using previously known educational theories and pedagogical practices ([First appendix](#)). However, after interviewing a focus group of teachers, areas for improvement and possible adjustments to the original didactic sequence were identified. The teachers' feedback allowed us to identify aspects that could strengthen the teaching-learning process and improve the students' experience of problem solving ([Second appendix](#)).

5.1.2. Interview

A semi-structured interview was used to collect data. This type of interview allowed for the collection of detailed information based on the experiences and perceptions of the participants. The semi-directed structure of the interviews provided the flexibility to explore relevant topics

that arose spontaneously during the interview, and provided a balance between the direction of the researcher and the freedom of the participants to express their ideas.

Prior to the interview day, teachers were sent a document containing the teaching sequence, some supplementary materials and section 4.1.1. of my theoretical framework. This preparation allowed teachers to understand the objectives of the analysis prior to the interview, facilitating a more informed and accurate discussion. On the day of the interview, a copy of the document was provided to the teachers to review any necessary information and ensure that everyone was aligned with the content discussed.

Regarding the interview script, it was designed with the aim of covering all the key elements of the study and ensuring a complete coverage of the relevant points. The structure was carefully organised to facilitate fluency and to allow participants to express their ideas freely and in detail.

Introduction		
Welcome	Thank the teachers for their participation and establish a trusting and cordial atmosphere to encourage open communication.	
Objective of the interview	- Reiterate the purpose of the interview (give the redacted sequence printed) - Clarify what is expected from the participants: - Explain that the goal is to gather information on the didactic sequence in order to improve them. - Emphasised the importance of active participation during the interview.	
Interviewees background		
Presentations	- Ask the participants to introduce themsles. - Request a brief description of their professional or academic experience (can help create a better understanding of each other’s backgrounds and make the discussion less confrontational).	
Core of the interview		
Area of interest	Main question	Redirect Questions
Problem solving process	How do you think the problem solving process is carried out during the didactic sequence?	What stages are followed during the problem solving process?
	Do you think it is feasible to implement the questions corresponding to each phase during the sequence?	
Problem Solving Strategies	How are students able to generate strategies to solve problems?	Which specific strategies could be used during the didactic sequence?

	How do students validate or verify their solutions during the problem solving process?	What methods could they use during the activities to check their own solutions?
Role of didactic materials	How do materials can help students visualise or manipulate geometric problems? Can this use be applied to other mathematical contexts beyond geometry?	What role do didactic materials play in the problem solving process during the sequence?
	In what ways does the didactic sequence encourage student interaction during the problem solving process?	How does this interaction shape the way they approach and solve the problems?
Critical thinking	What elements in the sequence inspire students to think critically and stimulate their creativity?	Is metacognition well integrated into the activities?
Conclusion		
Open questions	Give participants the opportunity to share any additional comments or questions.	
Closing	Thank the participants for their time and contributions.	

Table III. Interview script (own elaboration).

5.3. Data analysis procedure

From the transcripts of the audio-recorded interviews, a thematic analysis (Braun & Clarke, 2006) was carried out to identify patterns and themes related to problem solving competence and teachers' experiences and recommendations about the didactic sequence. Firstly, a detailed reading of the transcriptions was carried out in order to gain a full understanding of the content covered. This was essential to refresh the content of the interview and to begin to identify possible areas of interest. Then some interesting aspects were identified and coded, making it possible to organise the data into smaller units in order to manage them better in the analysis.

Subsequently, the identified codes were grouped into broader themes to facilitate the identification of emergent patterns in participants' answers. Finally, the themes were clearly defined and given concrete names that accurately reflected their content. This process structured the data in an organised and comprehensible way, providing a strong basis for further analysis and interpretation of the information collected.

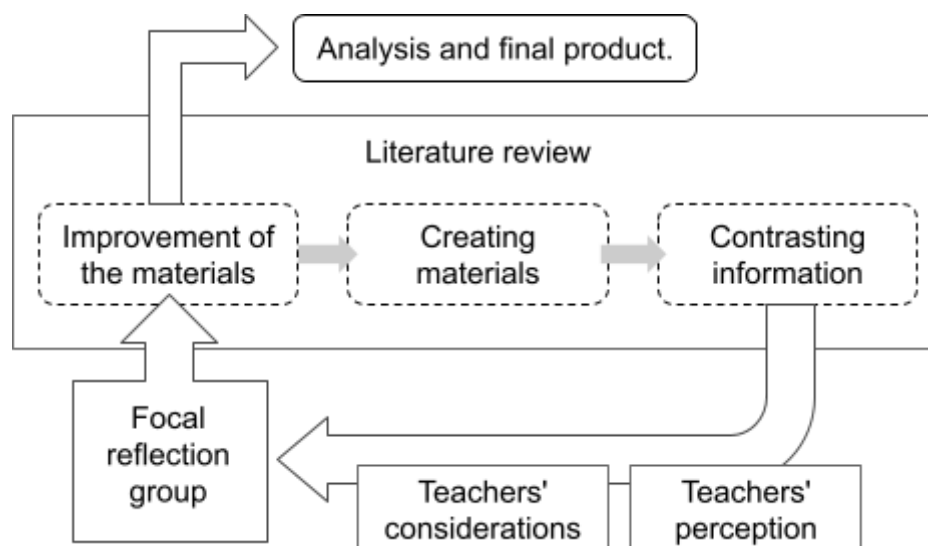


Figure III. General outline of the methodology (own elaboration).

6. Results

According to the second objective of the project, the interview conducted has allowed the analysis of the current teachers' perceptions of the appropriateness and relevance of the materials developed. During the discussion of the focus group, the participants highlighted some positive aspects and some areas for improvement of the didactic sequence; these aspects are presented below, together with some quotes that support these interventions. In addition, the discussion provided valuable insights into the underlying intentions and wider implications of the study.

The concept of the mathematical problem: differences in perspectives and approaches

At the beginning of the interview, some of P2's and P3's comments reveal a confusion about the concept of mathematical problems. Both participants expressed that they were used to associating this term with more numerical aspects rather than with contextualised and open-ended activities. However, from P2's quote below, we can interpret that they appreciated the fact that a didactic sequence was created towards solving geometric problems, as they explained that these are usually associated with mechanical procedures. This was seen as beneficial in broadening students' mathematical understanding and engagement.

P2: I really appreciate the fact that you have focused the didactic sequence on solving geometry problems, because perhaps this is one of the shortcomings that I sometimes find, it seems that all the problems are numerical in nature.

During the discussion, P3 provides an important insight by being able to verbally express the main approach of the study. This highlighted the view that problem solving should be seen as a comprehensive approach to learning, not limited to traditional mathematics exercises, but extending to different contexts and types of problems.

P3: So I understand that you talk about problem solving as a way of working, as a path. That is, we are not only talking about mathematical problems (referring to exercises).

The four phases of problem solving

In general, when asked about the structuring of problem solving activities around the four phases of Polya, they all agreed on their effectiveness. They see as a strong point the sequential repetition of these phases throughout the didactic sequence, concretising that different sessions are also part of a global problem, favouring a greater understanding and integration of the different concepts and phases.

P1: The phases of problem-solving do not appear only once, but the problem-solving is repeated sequentially... All the sequencing is a global

problem that also consists of understanding geometrically some things of our immediate environment, which is Mollet del Vallès.

As the interview progressed, P2 reflected on the diversity of students' approaches and needs in relation to mathematical problem solving. Referring to the questions in the phases, it was pointed out that some students might benefit from this structured approach, while others might have an intuitive approach without the need to follow a structured sequence and questions. Then, it was specified that this approach could benefit all students in the long run. This underlines the importance of adapting teaching strategies to the different abilities and learning styles of students.

RE: You are also able to see those phases during my sequence, right?

P2: Yes, [...] The student moving forward does not need to have a basis of orientation, surely they will do it intuitively. But there are students who need this structure and I think these four general steps to follow are very clear. [...] In fact, in the long term it is beneficial for everyone.

They were then asked whether the questions associated with each step of the problem solving could be well integrated during the sessions. P1 and P2 justified that these questions help the students to create a mental schema. Also, as teachers, they thought that these questions are able to give intentionality to our practices, at the same time that the students give real meaning to the strategies used or solutions given to the problem.

RE: Before I read you some questions that correspond to each phase of the problem solving process and help to guide students indirectly, do you think it is feasible to implement them in my sequence?

P2: Yes, in fact I think they are very suitable and necessary, I think that sometimes we take for granted a lot of things that we don't have to take for granted.

Metacognition and reflection during the problem solving process

As the interview progressed, many references were made to the final stage of problem solving, the retrospective stage, where the students are required to reflect on the process. It is noteworthy that during the interview, a substantial debate was initiated on this topic, as the participants repeatedly returned to the discussion with new perspectives and suggestions.

The following quote from P3 shows how few moments of reflection are left in the mathematics classroom and how difficult it is for children to do this on their own, the participant also starts a kind of retrospection.

P3: I have the theory much more on a practical level and maybe I don't stop to think and reflect about it in class. [...] One of the things I think is that we need to insist that students check that the answer they have given is logical. [...] Many times when you ask these questions, you have to let them act alone, no questions asked. But it's one of the things they don't do and they give answers without any kind of logic, I'm not just talking about geometry.

Following the same line, the next quote from P2 makes it clear that it is essential for this reflection process to have the teacher's input. The participant noted that these moments of reflection are crucial for establishing connections with the earlier stages of the problem-solving process. It was also pointed out that students rarely do these reflections on their own, as already mentioned by P3.

RE: You mean we have to force them, don't you? (referring to the moments of reflection)

P2: Yes, they have to be forced, they have to be guided. And this is where I think the teacher's intervention is important. To make stops so that they learn everything they have done, a kind of methodology to internalise the steps or the strategies used.

Diversity and utility of the materials when learning mathematics

When discussing how the materials could help to visualise or manipulate the geometry problems, all agreed that the variety of materials was a strength of the proposed didactic sequence. In addition, some issues arise about how the materials could help to achieve different types of learning. Below is an extract from the interview between P2 and P3.

P1: I like that there is a purely written part, I like that there is a part with manipulative material, and I also like that there is a digital part with GeoGebra. I think that in your sequence you can see the complementarity of the variety of materials, that is, it is not limited to one type of material, but to several.

P3: Yes, because everyone has a way of doing it and learning.

P1: Exactly, [...] maybe you have a student who is more skilled with the computer but less skilled at the manipulative level. I think this is an option so that on the one hand the pupil continues to strengthen and help the rest of the pupils with the digital part, but that they also have the opportunity to strengthen what they have more difficulty with, which is perhaps the most manipulative part.

As well as highlighting this diversity, the following quote from P3 underlines how these materials make it easier to make connections with everyday situations and how this fact increases the motivation of the students. It was also remarked that students often do not see this educational or didactic part of some of the tools they use on a daily basis.

P3: [...] Google Maps is a tool that they know quite well, especially in secondary school, and in primary school and at the end of the stage, because they have already used this tool with their parents. [...] All the TIC activities are very much liked by the pupils and it encourages them a lot, but without neglecting the writing and mathematical aspects.

Another point of interest was the possibility of using these materials in other contexts beyond geometry. All participants said that they were convinced that they could. In particular, participant 2 gave some examples of applicability in other contexts, including other levels of primary and secondary school.

P1: The main feature of GeoGebra is dynamical geometry, but there are also other modules that not only include the geometric part, but can also be used in other mathematical contexts such as probability, algebra, etc. I am thinking more in secondary education, but in primary education there are also some options at a numerical level. And the same occurs with the polycubes: they are very useful, as you said, for visualisation or modelling in a three-dimensional way, but they are also a great tool for counting.

Recommendations for improvement of the didactic sequence

Throughout the interview, concrete suggestions for possible changes to the didactic sequence emerged, both explicitly and implicitly. These recommendations were derived from the participants' reflections and insights on how to improve the didactic sequence of problem solving.

In relation to the metacognition phase, the participants proposed that more reflection time was required. As a result, it was suggested that the didactic sequence be lengthened to four sessions in order to provide additional time for metacognition.

P2: It may be beneficial to consider extending the number of sessions to four (instead of three), with a dedicated space at the end of the sequence for retrospective reflection. This would involve incorporating additional reflective spaces throughout the sessions and at the end.

P1: Yes, I think we should stop literally (moments of pause) to make connections [...] they cannot be made when the mind is in a state of constant motion.

In more specific terms, the proposal was to implement a diary of sessions, which would allow for the collection of reflections on each session and facilitate the formation of a collective reflection at the end of the sequence.

RE: I was thinking that all these small reflections of each session could be made on the basis of some materials and that this would help them to make the final reflection.

P2: It is a very good idea, I would propose some instrument that would allow them to collect them (the reflections) in a written form so that they can be registered.

P1: A session diary could be made to explain in each session what has been done [...]. Not only to report on an experiential and didactic level, but also what has been done on a mathematical level.

It was also suggested to do the same activity at the beginning and at the end of the sequence. A kind of KPSI to compare the two different answers and to start with the final reflection. It also helps to empower students to be more aware and critical of their own academic development.

P1: A checklist, a series of items to be checked, or whoever says that, says something like a KPSI [...]. At the beginning it can allow them to see what they think they know, and at the end they can do a final reflection.

7. Discussion

The following section examines the congruence between theoretical framework and observed results, focusing on the concept of mathematical problem solving, the application of Polya's problem-solving process, the integration of metacognition, the diversity and utility of didactic material, and recommendations for the improvement of the didactic sequences.

The discussion highlighted a discrepancy in teachers' initial perceptions of the concept of mathematical problems. Some teachers associated this term with numerical exercises, rather than contextualised or open tasks. This observation aligns with the findings of Shoenfeld (1992) and Torner et al. (2007), which emphasise the importance of a broader conception of problem-solving beyond the mere computation of algorithms. However, the participants acknowledged the value of focusing on geometric problems, in line with research indicating that geometry problems can enhance students' mathematical comprehension (Reyes et al., 2013).

Following this, there was a discrepancy between the two primary teachers and the secondary one, highlighting how academic and professional training could influence these perceptions. The two participants who initially doubted the concept of problem solving were those who teach primary education. This reflected that they had a training more oriented to the didactics of mathematics, with a pedagogical and methodological approach. On the contrary, the teacher of secondary education does not show any doubt, which may be caused by their training being more rigorous in mathematical terms. These differences in training highlight the importance of harmonising in-depth knowledge of mathematical content with didactic skills.

In addition, another aspect that was emphasised during the interview, was the last stage of the problem solving process: the metacognition, a crucial aspect of the learning process. This moment, as defined by Schonfeld (1992), occurs when students are aware of their cognitive processes. In traditional mathematics classrooms, or even when there is a lack of time during the lesson, students are not given time to reflect on how they are solving the problem and what strategies they are using. This is consistent with Polya's (1965) identification of the value of explicit reflection on strategies. Furthermore, teachers agreed that structured support, that is, a specific tool that could facilitate students' metacognition, that is, a way of guiding them towards self-reflection on their own thinking, would be beneficial. This topic took up a considerable part of the interview, which serves to illustrate the importance of and interest in reflecting on metacognition in the problem-solving process.

Furthermore, the contributions of the participants demonstrate the efficacy of employing diverse didactic materials, in accordance with the literature review recommending multisensory approaches in mathematical education (Alsina et al., 1988; Cebrián, 2001). The participants identified the complementarity of various materials in addressing different learning styles and

facilitating connections with real-world contexts (Reyes et al., 2013). This finding serves to highlight the significance of providing learners with a diverse range of stimuli, adapted to their varying abilities and preferences. Furthermore, the aforementioned issue has the potential to enhance creativity and critical thinking, two essential aspects for problem-solving (Ponte, 2007).

In relation to the previous point, an implicit idea of the participants about materials was identified. They expressed that the use of diverse learning materials can promote an inclusive and equitable learning environment. This implies recognising and valuing the different ways in which students learn and process information, which can help to reduce learning inequalities and increase student participation and engagement in problem solving.

The recommendations made by the participants, in accordance with the theoretical framework, provide a solid basis for improving the didactic sequence of problem solving in geometry. Firstly, the participants suggest extending the didactic sequence to four sessions to allow additional time for metacognition and reflection, in accordance with Polya's (1965) emphasis on the importance of reviewing and consolidating learning through reflection.

It was also suggested to use a session diary to collect the reflections of each lesson and to facilitate a final reflection at the end, which was supported by Alsina et al. (1988) and Cebrian (2001), who highlight the importance of the materials in consolidating the learned knowledge. In relation to this, carrying out the same activity at the beginning and at the end of the sequence to compare responses and facilitate a final reflection is in line with Bobis et al. (2013), who stress self-assessment and critical reflection in problem solving. Finally, the inclusion of specific and explicit moments for making connections during the problem solving process is consistent with Ponte's (2007), who emphasises the need for strategy adaptation and active participation at physical, emotional and cognitive levels.

8. Conclusions

At the end of this Final degree thesis, it has been possible to demonstrate that the objectives of this research have been successfully achieved. A didactic sequence has been created to improve the problem-solving competence of sixth-grade students, and teachers' perceptions of its relevance and applicability have been analysed in order to improve these materials.

This study has made it possible to identify some essential elements for improving the didactic sequence and, in general, some pedagogical issues related to the teaching and learning of problem solving. The analysis of the results has provided an in-depth approach to the importance of integrating different materials and metacognitive strategies when teaching mathematics. The main contributions of this work include the validation of a structured approach based on the steps of problem solving of Polya and the identification of key areas to improve educational practices, such as the need to reflect more deeply during the process of problem solving.

However, the research has some limitations, where the limited time and resources affect the scope of the investigation. In addition, the lack of experience in data analysis may have influenced the interpretation of the results. Hence, it is necessary to be cautious when extrapolating these results to other educational contexts, as a probabilistic sampling technique was not used. For future research, it is suggested that in order to address these limitations and to deepen some of the findings of the study, further lines of research could be carried out to explore the reasons for certain observed results, in particular the implementation of the didactic sequence, and to analyse the effectiveness in a real context.

During this study I have learnt about the development of a didactic sequence focused on problem solving. Furthermore, I have designed innovative activities to strengthen the problem-solving competence of sixth-grade students, together with the collection and analysis of qualitative data. In the process, I acquired competences such as the ability to identify and address mathematical challenges in a creative and reflexive way. In addition, I have improved my ability to collaborate with other professionals in the field of education, sharing ideas and effective practices to support students' learning.

As a result, this research has contributed to my professional and personal development as a future teacher, highlighting the importance of adapting pedagogical strategies to facilitate the understanding and application of mathematical concepts in real-world contexts. In this sense, I am committed to further training, research and improvement in this area, constantly working to provide meaningful and enriching learning experiences for many students.

Bibliography

- Abrantes, P. (1988). Um (bom) problema (não) é (só)... *Educação e Matemática*, (8), 7-35.
- Alsina, À. (2010). La pirámide de la educación matemática: una herramienta para ayudar a desarrollar la competencia matemática. *Aula de innovación educativa*, 2010, núm. 189, p. 12-16.
- Alsina, C.; Burgués, C. y Fortuny, J. M. (1988). *Materiales para construir la Geometría, Madrid, Síntesis*.
- Armendáriz, M. VG, Azcárate, C., & Deulofeu, J.(2003). Didáctica de las Matemáticas y Psicología. *Infancia y Aprendizaje*.
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de psicodidáctica*.
- Báez, M. D., & Hernández, S. (2002). *El uso de material concreto para la enseñanza de la matemática. Taller de Matemáticas del Centro de Ciencia de Sinaloa*, 13, 2007.
- Bobis, J., Mulligan, J., & Lowrie, T. (2013). *Mathematics for children: Challenging children to think mathematically*. Pearson.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77-101.
- Cabero, J. (2001). Tecnología educativa. *Diseño y utilización de medios en la enseñanza*.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2020). *Learning and teaching early math: The learning trajectories approach*. Routledge.
- Coriat, M. (1997). Materiales, recursos y actividades: un panorama. In *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 155-178). Horsori.
- Decret 175/2022, del 27 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de l'educació bàsica. *Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya*, 8762, de 29 de setembre de 2022.
- Departament d'educació. *Quaderns d'avaluació*. 59 - *L'avaluació de sisè d'educació primària 2023*. Consell Superior D'Avaluació del Sistema Educatiu.
- Doran, G. T. (1981). There's a SMART way to write management's goals and objectives. *Management review*, 70 (11), 35-36.
- Generalitat de Catalunya. (2023). *Avaluació de les competències matemàtiques dels alumnes de sisè de primària*. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu.

- Heddens, JW (1997). Mejorar la enseñanza de las matemáticas mediante el uso de manipulativos.
- Kantowski, M. G. (1981). Problem solving. *Mathematics education research: Implications for the*, 80, 111-26.
- Meyer, P. J. (2003). *Attitude is everything!: If you want to succeed above and beyond*. Paul J. Meyer Resources.
- Muñoz, M. M., & Salomó, C. P. (2015). *La transición primaria–secundaria en los Institutos–Escuela en Catalunya. Revista electrónica Interuniversitaria de formación del profesorado*, 18(2), 57-72.
- Pérez, G. (2007). Desafíos de la investigación cualitativa. *Universidad Nacional de Educación a Distancia (UNED)*.
- Polya, G. (2004). How to solve it: A new aspect of mathematical method (No. 246). Princeton university press.
- Polya, G., & Zugazagoitia, J. (1965). Cómo plantear y resolver problemas (pp. 17-53). México: Trillas.
- Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press
- Ponte, J. P. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM Mathematics Education*, 39, 419–430.
- Pujolàs, P. (2008). Cooperar per aprendre i aprendre a cooperar: el treball en equips cooperatius com a recurs i com a contingut. *Suports: revista catalana d'educació especial i atenció a la diversitat*, 21-37.
- Reyes, C., Dissett, L., & Gormaz, R. (2013). Geometría: *Recursos para la formación inicial de profesores de educación básica*. Ediciones SM Chile.
- Schoenfeld, A. H. (1992). *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics*. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (334-370). New York: MacMillan.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics (Reprint). *Journal of education*, 196(2), 1-38.
- Törner, G., Schoenfeld, A. H., & Reiss, K. M. (2007). Problem solving around the world: Summing up the state of the art. *ZDM*, 39, 353-353.

Villalonga Pons, J. M. (2017). La competencia matemática: caracterización de actividades de aprendizaje y de evaluación en la resolución de problemas en la enseñanza obligatoria.

List of tables

Table I. Percentages of students placed in the sections of mathematical competence according to the assessed dimension (Generalitat de Catalunya, 2023).	3
Table II. Specific competence in mathematics curriculum related to problem solving (D 175/2022, September 29th).	6
Table III. Interview script (own elaboration).	18

List of figures

Figure I. What is a problem? (Bobis et al.; 2013).	8
Figure II. Pyramid of mathematics education (Alsina, 2010)	11
Figure III. General outline of the methodology (own elaboration).	19

A. First appendix. First version of the didactic sequence

Sessió 1	
Temp. i agrupament	Activitats
30 min. Grup base	Durant aquesta primera activitat, els alumnes s'hauran d'organitzar en grups de 4 (grup base). L'objectiu és que, utilitzant el Google Maps, cada membre del grup trobi una construcció simbòlica/important de la ciutat de Mollet del Vallès. Tot i que el/la docent ja tingui preparats alguns edificis, serà important deixar flexibilitat per a buscar, ja que potser troben algun altre edifici que és significatiu i rellevant per a ells i elles. D'aquesta manera, augmenta el sentiment de pertinença i donem l'oportunitat que hi hagi una participació activa en la presa de decisions de l'activitat.
	Una vegada tinguin localitzat l'edifici, serà important recordar que la perspectiva i la nostra "posició" envers l'edifici, haurà de ser des de dalt. A partir d'aquí, cada alumne dibuixarà en un full el contorn de la estructura escollida. El dibuix es realitzarà seguint uns passos i de manera guiada. En aquest punt, s'han de fixar de quina forma geomètrica es tracta, si els costats de la figura són iguals o diferents, quants costats té, si hi observen simetries, etc.
20 min Estructura cooperativa 1-2-4	Amb l'activitat es pretén realitzar de manera conjunta (tota la classe) la classificació de figures planes, en particular, la dels polígons. Serà interessant que els companys observin els diversos dibuixos de la classe, això els permet identificar característiques comunes a l'hora de classificar. Dins l'equip de base, primer cadascú (1 persona) pensa una possible classificació de les figures planes basada en les construccions del municipi que han trobat com a equip base. En segon lloc, es intercanvien les respostes en parelles (2 persones) i les comenten. Finalment, com a pas previ a la posada en comú amb el gran grup, cada equip base (4 persones) compara les aportacions dels seus membres per fer una proposta comú a la resta de la classe (Pujolàs, 2008).

Sessió 2	
Temp. i agrupament	Activitats
10 min. Grup base	A cada grup se li assigna un edifici de Mollet del Vallès. A partir d'un puzzle (tangram), es formarà una imatge del seu edifici.
20 min. Grup base i parelles	A mesura que acabin l'activitat 4, formaran parelles dins del grup base. A cada parella se'ls hi proporciona, per una banda, un mapa en paper on hi ha un itinerari des de l'edifici (cada grup el que hagi format amb el tangram) fins a l'ajuntament i, per altra banda, un mapa en blanc. L'objectiu és que la persona que té el recorregut, descriu verbalment aquest a la seva parella utilitzant el vocabulari adequat (punts cardinals, ubicació, elements, distàncies, etc.). A partir d'aquesta descripció, l'altra persona haurà de dibuixar aquest recorregut en el seu mapa (inicialment en blanc). Finalment, es comprova si aquests itineraris coincideixen. Per acabar, entre tot el grup base (4 persones), hauran de dissenyar, descriure i justificar quin és el recorregut més curt des del seu edifici fins a l'ajuntament.
30 min. Parelles	Aquesta activitat té com a objectiu que els estudiants visualitza i modelitzin el contorn de l'edifici que han format anteriorment en un geoplà i després al GeoGebra. Durant l'activitat s'anima als estudiants perquè aconseguix un contorn que representi amb precisió l'edifici assignat.
10 min. Gran grup	Per finalitzar la sessió es fa una reflexió conjunta sobre el procés de modelització, identificant així els reptes i les estratègies que han utilitzat. A més es ressalta la importància de la precisió geomètrica.

Sessió 3	
Temp. i agrupament	Activitats
15 min. Grup base	En aquesta activitat mesuraran les característiques de la figura. S'estableix una mesura comuna per a cada quadrat de la quadrícula del GeoGebra. Entre tot el grup registren les mesures en un full indicant clarament què correspon cada mesura.

30 min. Grup base	A partir de les mesures preses anteriorment, cada grup calcula l'àrea i el perímetre de la seva figura. Aquest procés ha d'incloure la justificació dels mètodes utilitzats i una revisió final dels possibles errors. En aquest procés s'utilitza el mètode dels quatre passos (Polya, 1945)
15 min. Grup base.	Aquesta última activitat consisteix a construir una representació tridimensional del seu edifici utilitzant policubs o blocs de construcció similar.

B. Second appendix. Final version of the didactic sequence

Títol	Un viatge matemàtic per Mollet del Vallès.
Curs (nivell educatiu)	Sisè curs d'educació primària
Àrea	Matemàtiques

DESCRIPCIÓ (CONTEXT + REPTE)

La seqüència didàctica proposada consta de tres sessions, cadascuna amb activitats específiques per a fomentar el procés de resolució de problemes a través de la geometria. Les diverses sessions es desenvolupen en el context de la ciutat de Mollet del Vallès, proporcionant als estudiants una experiència pràctica i significativa en explorar el seu entorn local. El repte principal d'aquesta seqüència és que els estudiants treballin en grups per identificar i representar diferents edificis emblemàtics de la ciutat utilitzant així eines com el Google Maps i el tangram, entre d'altres. Durant les activitats, els estudiants també han de classificar les figures geomètriques, calcular àrees i perímetres, i construir representacions tridimensionals dels edificis utilitzant els políedres.

COMPETÈNCIES ESPECÍFIQUES DE LES ÀREES O MATÈRIES

Amb la realització d'aquesta situació d'aprenentatge s'afavoreix l'assoliment de les competències específiques de les àrees o matèries següents:

Àrea/ matèria	Competència específica
Matemàtiques	CE1. Traduir problemes i interpretar situacions quotidianes fent-ne una representació matemàtica personal a través de conceptes, eines i estratègies per analitzar-ne els elements més rellevants.
	CE2. Resoldre problemes, aplicant diferents tècniques, estratègies i formes de raonament, per explorar i compartir diferents maneres de procedir, obtenir solucions i assegurar la seva validesa des d'un punt de vista formal i en relació amb el context plantejat i generar noves preguntes i reptes.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE I CRITERIS D'AVUACIÓ

Objectiu d'aprenentatge <i>Què volem que aprengui l'alumnat i per a què?</i>	Criteri d'avaluació <i>Com sabem que ho ha après?</i>
Representar problemes i situacions quotidianes a través de representacions gràfiques pròpies sobre geometria. (CE1)	Descriure verbalment itineraris del municipi i característiques geomètriques del seu edifici. (CA1.1.)
	Utilitzar material manipulatiu (tangram, policubs, geoplà, etc.) per a resoldre els problemes plantejats. (CA1.2.)
Seleccionar quina es la estratègia més adequada per a l'activitat corresponent i justificar-ho. (CE2)	Decidir col·laborativament de quina manera es resol el tangram, quin és l'itinerari més curt i com es modelitza l'edifici seleccionat amb un policub. (CA 2.1.)
	Compartir amb la resta de la classe la estratègia seleccionada per a cada activitat i justificar la classificació de polígons. (CA2.2.)

ACTIVITATS D'APRENENTATGE

A continuació es descriuen les sessions de manera detallada i s'adjunten els materials en cas que sigui necessari. D'afegit, es troben algunes puntualitzacions sobre algunes connexions amb el marc teòric, les competències curricular envers la resolució de problemes i altres canvis realitzats arrel de l'entrevista realitzada i els suggeriments/recomanacions dels participants.

Sessió 1. Explorant la ciutat de Mollet del Vallès			(1 hora)
Temporització i agrupació	Activitats		
15 minuts Per parelles	1	Explorant els edificis de Mollet del Vallès: En aquesta activitat els/les estudiants s'hauran d'organitzar per parelles i grups de quatre (grups base). L'objectiu és que utilitzant el Google Maps, han de buscar per parelles una construcció important o simbòlica per a ells/es de la ciutat de Mollet del Vallès. Un cop cada parella hagi trobat l'edifici, ho	

		hauran de compartir amb la resta del grup i, en cas que els dos edificis siguin diferents, escollir un. <u>Aclariment:</u> És important deixar flexibilitat a l'hora de buscar, ja d'aquesta manera el donem pas a què hi hagi una participació activa en la presa de decisions de l'activitat.
30 minuts Individual	2	Dibuixem el nostre edifici: Una vegada hagin decidit un edifici per a tot el grup, hauran de dibuixar el contorn l'edifici des d'una perspectiva aèria, aquest dibuix es farà individualment. El dibuix es farà seguint uns passos i de manera guiada, en aquest cas, s'utilitzarà una checklist. Durant aquest procés, es fixaran de quina forma geomètrica es tracta, si els costats de la figura són iguals o diferents, quants costats té, si hi observen simetries, etc. <u>Aclariment:</u> Prèviament a l'activitat el/la docent recordi que la perspectiva i la nostra posició envers l'edifici és essencial per a fer un dibuix ajustat a la realitat. <u>Material (fes click per accedir):</u> Checklist amb els passos a seguir per a fer el dibuix (Appendix C1). ** El material de la checklist va ser creat com a resultat de la proposta feta pels participants de l'entrevista.
15 minuts Tota la classe	3	Reflexionem plegats: Durant els últims minuts de la sessió es farà una reflexió oral amb tota la classe on el/la docent haurà de guiar la conversa i el diàleg per tal que els/les alumnes reflexionin envers les activitats. Es podrà fer ús d'aquestes preguntes per iniciar alguns moments de reflexió: - Que és el que més t'ha servit per aprendre? Consideres que és important aquesta activitat? - Quan has sabut que havies acabat el teu dibuix? - Com podries demostrar que el teu edifici, és a dir, el dibuix que has fet, té o no simetria? - Quina creus que és la forma geomètrica que té el teu edifici? Una de les preguntes, la que ells/elles vulguin, l'hauran de respondre per escrit en un Post-it i tots els Post-its

	s'enganxen en un espai visible de l'aula (en una paret o mural).
--	--

**** Aquesta activitat de reflexió va ser dissenyada arrel de l'entrevista.**

Justificació amb el marc teòric i les competències de resolució de problemes.

D'acord amb Kantowski (1981) i Abrantes (1988) els problemes requereixen exploració i no tenen solucions úniques. Durant la primera activitat els estudiants s'enfronten al repte de trobar construccions simbòliques utilitzant el Google Maps, sense cap mena d'algoritme predefinit. A més, el procés dinàmic i flexible que es presenta, permet que els estudiants canviïn la seva perspectiva al llarg de la sessió. En conseqüència, es reflecteix una necessitat d'adaptar l'enfocament i, per tant, reconsiderar les seves estratègies a mesura que avança la resolució del problema (Polya, 1945). Seguidament, en segona activitat, els estudiants segueixen l'estructura dels quatre passos de Polya quan han de comprendre la geometria de l'edifici, planificar el dibuix, dur-lo a terme i després reflexionar sobre el seu propi dibuix. D'afegit, en aquesta activitat els estudiants utilitzen recursos concrets (Google Maps) i manipulatius (dibuixos) per resoldre problemes i representar la informació matemàtica. (Godino et al., 2004). A més, a través d'aquests materials s'estableix una connexió entre el món simbòlic i manipulatiu, permetent així als estudiants a visualitzar estructures reals i després representar-les en un dibuix. Per acabar, s'estableix una

Resolució de problemes (competències curriculars):

- Criteri d'avaluació 1.1. Durant la primera activitat, els alumnes utilitzen el Google Maps per identificar construccions simbòliques de la seva ciutat. Durant aquest procés ha d'interpretar i reformular visualment les imatges aèries per identificar i seleccionar construccions importants. D'afegit, en dibuixar individualment el contorn de l'edifici, interpreten i reformulen el mapa per crear la seva pròpia representació gràfica. A més, en compartir les seves troballes amb el grup, els estudiants han de verbalitzar les seves idees i descriure les característiques geomètriques dels diversos edificis per posar-se d'acord i escollir un.
- Criteri d'avaluació 1.2. La sessió fomenta l'ús d'eines digitals (Google Maps) i de mètodes gràfics (dibuixos i esquema conjunt) per representar les construccions i resoldre problemes de classificació geomètrica. Els estudiants han d'observar, analitzar i dibuixar figures geomètriques, identificant característiques com costats, angles, simetries, i altres propietats.

Sessió 2. Descobrint itineraris per arribar al nostre edifici		(1 hora i 30 minuts)
Temporització i agrupació	Activitats	
Fem un breu recordatori del que hem fet a la sessió anterior		
10 minuts Grup base	4	Formem el nostre edifici a través d'un tangram: Cada grup rep un puzle on, per una banda, es troben les peces del tangram i, per l'altra banda, una captura del seu edifici (des d'una visió aèria). De manera conjunta amb els grups de quatre hauran de formar el tangram, conseqüentment esbrinaran quin és el seu edifici. <u>Aclariment:</u> A partir d'aquesta activitat, el/la docent podrà considerar quin vol que sigui l'edifici que treballi cada grup. Podrà fer ús dels edificis que van escollir durant la primera sessió o afegir de nous. <u>Material (fes clic per accedir):</u> Mostra d'un tangram amb l'edifici d'un grup (Appendix C2).
30 minuts Parelles	5	Itineraris pel municipi: Dins del grup base formaran parelles i a cada parella es proporcionarà, per una banda, un mapa on hi hagi un itinerari des del seu edifici (format amb el tangram) fins a l'Ajuntament de Mollet del Vallès i, per altra banda, un mapa en blanc. L'objectiu de l'activitat és que a través de la descripció detallada d'aquests itineraris, la persona que té el recorregut, guiï a l'altra persona amb el full en blanc, perquè arribin a tenir els mateixos itineraris (sense mirar el full de l'altre/a). <u>Aclariment:</u> El/la docent haurà d'especificar que han de fer ús d'un vocabulari adequat (punts cardinals, ubicació, noms de botiges, elements, distàncies, etc.) per a guiar a l'altra persona. A més, cal esmentar que cada parella tindrà un recorregut diferent. <u>Material (fes clic per accedir):</u> Mostra del itinerari d'una parella (Appendix C3).

30 minuts Grup base	6	Seguidament, les dues parelles hauran de debatre sobre dos aspectes: - Quin dels dos itineraris és més curt i per què? - Quina estratègia hem utilitzat per guiar? (en cas d'haver guiat) o, quina estratègia han utilitzat per guiar-nos? Per fer-ho, utilitzaran la metodologia del full giratori, el qual consisteix a agafar un full i cada membre ha d'apuntar perquè creu que un dels dos itineraris és més ràpid que l'altre. Un cop una persona ja ho ha apuntat, passarà el full a la següent persona, així fins a passar pels quatre. <u>Aclariment:</u> L'activitat es farà en dues rondes, per tal de primer respondre a una pregunta i després a l'altre. Els canvis de full també estaran guiats, on es deixarà 3 minuts per persona. S'ha de puntualitzar que cada vegada que facin una nova aportació al full giratori, no podran repetir el que han dit els/les seus/ves companys/es. ** Aquesta metodologia del full giratori va ser afegida arrel de l'entrevista.
20 min. Grup base	7	Del paper al GeoGebra: Per finalitzar la sessió d'una manera creativa, cada grup haurà de representar el contorn de la seva figura (recuperant el dibuixat de la primera sessió) al Geoplà i, els grups que tinguin temps, podran fer-ho al GeoGebra. <u>Aclariment:</u> Cal tenir en compte que ja tenen nocions bàsiques de GeoGebra, per tant, en aquest cas, no és necessari fer una explicació prèvia per explicar les principals característiques i mòdes d'ús de l'aplicació. A més, depenent de les característiques o capacitats del grup, es podrà valorar que l'activitat la facin per parelles o de manera individual, ** En deixar l'última part opcional i flexible, estem adaptant-nos als diversos ritmes d'aprenentatge (aquest fet va sorgir més d'una vegada durant l'entrevista)

Justificació amb el marc teòric i les competències de resolució de problemes.

En aplicar conceptes geomètrics per a construir la representació física d'un edifici utilitzant el tangram, es fomenta la resolució de problemes de manera creativa i el pensament espacial. El marc teòric destaca la importància d'experimentar i explorar per arribar a solucions innovadores (Schoenfeld, 1992). A més, el tangram, com a element manipulatiu, facilita l'aprenentatge pràctic, permetent així als estudiants interactuar físicament amb formes i estructures (Armendáriz et al., 2003). D'afegit, al llarg de la sessió, es fomenta la descripció verbal i la representació gràfica, alineats així amb la resolució de problemes i involucrant la interacció física, emocional i verbal. (Bobis et al., 2013). En últim lloc, fent referència a la reflexió a través del full giratori, es permet que els estudiants revisin el procés i identifiquin estratègies exitoses i reconèixer aspectes de millora. Aquesta etapa és essencial per a consolidar l'aprenentatge i desenvolupar habilitats de pensament crític (Polya, 1965)

Resolució de problemes (competències curriculars):

- Criteri d'avaluació 1.1. Especialment en l'activitat cinc, els estudiants han de descriure verbalment un recorregut des de l'edifici format amb el tangram fins a l'ajuntament. Aquest exercici requereix l'ús de vocabulari adequat per transmetre la informació de manera clara. A més, els estudiants interpreten una situació quotidiana i la representen en un mapa.
- Criteri d'avaluació 2.1. i 2.2. Durant les diverses activitats, especialment en la sis, els alumnes discuteixen les diferents solucions proposades, seleccionant així la més adequada justificant la seva elecció. També són capaços de parlar sobre les estratègies utilitzades i reptes que s'han trobat durant la implementació d'aquestes estratègies. Durant el procés de classificació, també han de justificar verbalment els seus criteris per classificar les figures, generant així noves preguntes i fomentant el diàleg i l'exploració.

Sessió 3. Calculem l'àrea i el perímetre de la nostra figura.

(1 hora)

Temporització i agrupació	Activitats	
Fem un breu recordatori del que hem fet a la sessió anterior i resollem dubtes. A més, deixem uns minuts per a que tots els grups puguin acabar dibuixar el contorn del seu edifici al GeoGebra, en cas de no haver-ho fet en la sessió anterior.		
30 minuts Parelles	8	Establim mesures comunes: Durant aquesta activitat, els estudiants mesuren els diversos elements de l'edifici i

		s'estableix una mesura comuna per a cada quadrat de la quadricula del GeoGebra. Entre tots els grups registren en un full les mesures, indicant de manera clara i precisa, a quin element correspon cada mesura.
30 minuts Individualment	9	Calculem l'àrea i el perímetre de la nostra figura: A partir de les mesures preses anteriorment, cada grup calcula l'àrea i el perímetre de la seva figura. Aquest procés ha d'incloure la justificació dels mètodes utilitzats i una revisió final dels possibles errors. <u>Aclariment:</u> Cal tenir en compte que potser hi ha edificis que estan formats per més d'una figura geomètrica, en aquest cas, podran descompondre en parts més simples i calcular l'àrea i el perímetre només d'una de les parts.
10 minuts Individualment	10	Autoavaluació: Per finalitzar la sessió duen a terme una diana d'autoavaluació, d'aquesta manera s'estableix un moment de metacognició on són capaços/es d'analitzar el seu propi procés de resolució de problemes. <u>Material (fes clic per accedir):</u> Diana autoavaluativa (Appendix C4). ** Aquesta activitat de reflexió va ser dissenyada arrel de l'entrevista.
Justificació amb el marc teòric i les competències de resolució de problemes. En mesurar elements de l'edifici i utilitzar eines digitals com GeoGebra, els estudiants s'involucren en un procés d'aprenentatge significatiu i manipulació activa de conceptes geomètrics, cosa que facilita la comprensió i la consolidació del coneixement matemàtic. A més, la sessió està directament i explícitament alineada amb l'enfocament Polya (1945) i Ponte (2007), ja que implica entendre el problema, concebre un pla, executar el pla i revisat els resultats. Durant aquest procés els/les estudiantes apliquen la seva creativitat i habilitats de raonament per trobar solucions, fet que reforça la comprensió profunda del concepte geomètric. Per finalitzar, segons Schoenfeld (1016) i Polya (1965), la reflexió sobre el mateix treball és		

essencial pel desenvolupament d'habilitats de resolució de problemes, per tant, aquesta autoavaluació facilita aquesta comprensió.

Resolució de problemes (competències curriculars):

- Criteri d'avaluació 2.1. Durant l'activitat els estudiants han de seleccionar quina estratègia és la més apropiada per calcular el perímetre i l'àrea de la figura, justificant les seves eleccions mitjançant la revisió dels seus resultats. Això promou el desenvolupament del raonament crític conjuntament amb habilitats per la resolució de problemes.
- Criteri d'avaluació 2.2. Tot i que l'activitat es duu a terme de manera individual, els estudiants en tot moment poden compartir les seves estratègies amb la resta del grup i permeten així que puguin escollir la més adient. El mateix passa amb l'autoavaluació, on poden compartir les seves sensacions i reflexions.

Sessió 4. Fem construccions tridimensionals i reflexionem.

(1 hora)

Temporització i agrupació	Activitats	
Fem un breu recordatori del que hem fet a la sessions anteriors i resolem dubtes.		
20 minuts Grup base	11	Policubs: Aquesta última activitat consisteix a construir una representació tridimensional del seu edifici utilitzant policubs o blocs de construcció similar.
40 minuts Grup gran	12	Reflexionem plegats: En aquesta sessió es fa un recull de tots els instruments reflexius utilitzats amb anterioritat: post-its, full giratori, diana autoavaluativa, etc. A partir d'aquests instruments tenen una estona per debatre amb el grup base, que és allò que volen destacar o compartir amb la resta de la classe (20 minuts). Seguidament, cada grup exposarà davant de la classe les seves sensacions i reflexions.

Justificació amb el marc teòric i les competències de resolució de problemes.

Per finalitzar, l'ús de materials manipulatius com el policubs, és clau per entendre i consolidar conceptes matemàtics, ajudant-los a participar activament en el procés d'aprenentatge (Alsina, 2010; Godino et al., 2004). A més, es reflecteixen les idees de Heddens (1997), afirma que els materials manipulatius són una manera molt efectiva de connectar el món físic amb el simbòlic.

C. Third appendix. Materials

C1. Checklist amb els passos a seguir per a fer el dibuix.

Nom:	Data:
------	-------

SEGUIM ELS PASSOS PER DIBUIXAR EL NOSTRE EDIFICI

- ☐ 1. Triar conjuntament l'edifici assegurant-se que tots els membres del grup estan d'acord amb la selecció de l'edifici.
- ☐ 2. Observar l'edifici des d'una perspectiva aèria en Google Maps.
- ☐ 3. Identificar la forma geomètrica bàsica de l'edifici.
- ☐ 4. Comptar el nombre de costats de l'edifici i estimar la seva longitud (tenen la mateixa longitud o són diferents?).
- ☐ 5. Observar si l'edifici té simetria.
- ☐ 6. Estimar l'escala de l'edifici en relació amb altres elements del seu entorn (altres edificis, vehicles, persones, etc.).
- ☐ 7. Utilitzar una regla per assegurar línies rectes si és necessari.
- ☐ 8. Assegurar-se que el dibuix reflecteix correctament la forma de l'edifici (compara-ho amb el Google Maps).
- ☐ 9. Fer els ajustos necessaris per assegurar-se que el dibuix és precís.
- ☐ 10. Revisar el dibuix en grup per assegurar la seva exactitud.

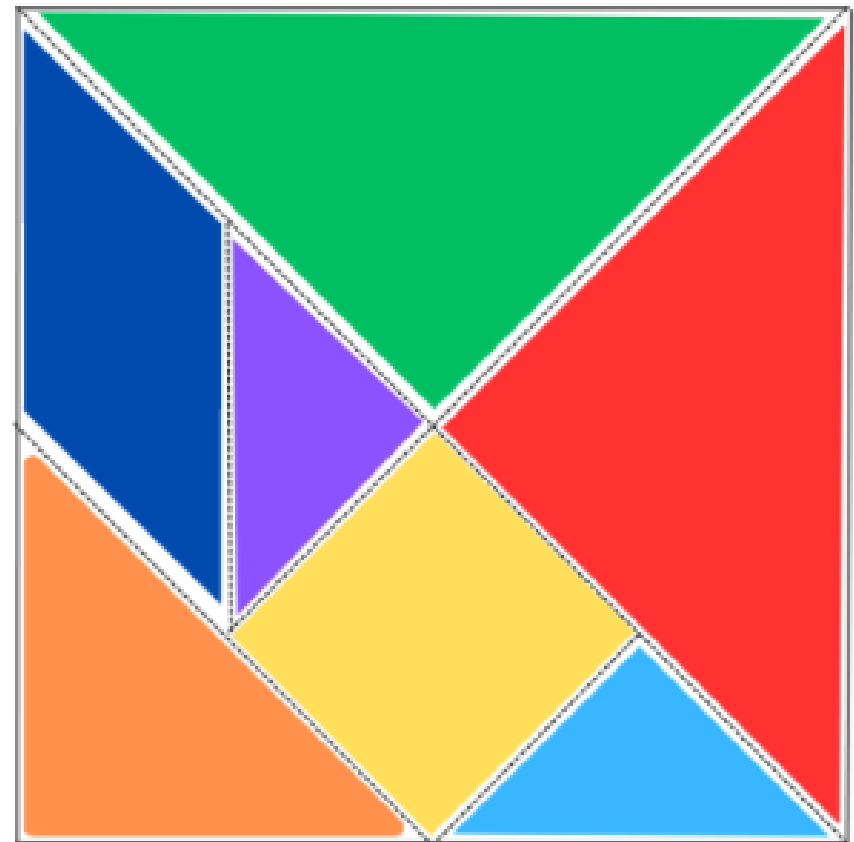
(Own elaboration)

C2. Mostra d'un tangram amb l'edifici d'un grup.

Per davant



Per darrere



(own elaboration)

C3. Mostra del itinerari d'una parella.

Alumne/a A:



Alumne/a B:



(Own elaboration)

C4. Diana autoavaluativa.

NOM:

DATA:

AUTOAVALUACIÓ: Càlcul de perímetres i àrees

Com de bé entenc els conceptes d'àrea i perímetre?

He reflexionat sobre el meu procés de pensament mentre resol·lia els problemes d'àrea i perímetre?

He aplicat correctament les fórmules d'àrea i perímetre a les figures geomètriques donades?

He identificat els reptes que he enfrontat durant l'activitat i he buscat maneres de superar-los?

He col·laborat de manera constructiva amb els meus companys durant l'activitat?

He triat les estratègies adequades per calcular l'àrea i el perímetre de les figures?

4. molt 3. força 2. poc 1. gens

Quins són els aspectes positius que destacaries de la teva resolució?

Quins aspectes creus que hauries de millorar?

(Own elaboration)

D. Fourth appendix. Interview transcription

Entrevistadora: Bé, ja estic gravant. Com us he dit, primer comencem amb una petita presentació de cadascú perquè pugueu explicar què és el que sembla interessant de la vostra experiència professional o relacionat amb els cursos o formacions que normalment assistiu, una mica els vostres interessos i també una mica en concret amb el món de les matemàtiques. No sé si algú o alguna de vosaltres vol començar...

Participant 1: Doncs jo mateix, si vols.

Entrevistadora: Clar, endavant

Participant 1: Doncs jo soc professor de secundària, tant a l'ESO com a batxillerat. Realment he fet tots els cursos com a professor des de primer d'ESO fins a quart d'ESO i també batxillerat. La meva formació és soc graduat en matemàtiques i física, tinc algun màster relacionat amb l'educació i també amb les TIC i vinculat també a la teva proposta, també he sigut formador de...he fet formacions, per exemple, de GeoGebra.

Entrevistadora: Què bé, què interessant!

Participant 2: Doncs mira, jo sóc mestre de primària, ja tinc una edat però em vaig incorporar tard a l'educació i puc dir que les mates no eren una de les meves principals atraccions en el tema de l'ensenyament, però l'he trobat al gust quan m'he ficat en l'ofici perquè segurament jo no vaig tenir els mestres ideals per poder tenir aplec per les matemàtiques. He fet classe a tots els cicles, però majorment a cicle mitjà i en aquest moment a cicle superior. I relacionat amb el primer que he dit, potser la meva dèria és intentar que cap alumne es quedi enrere i que tot el que facin sàpiguen per què és i a partir de l'enteniment del que fem, més que de saber-ho fer o no saber-ho fer.

Participant 3: Jo sóc mestra de primària actualment, com a experiència professional he estat a l'institut, vaig començar a l'institut i després ja em vaig quedar a primària. Dins de la primària sempre he fet el cicle superior i també part del cicle mitjà i sí que és cert que a mi m'apassionen les matemàtiques i tot el món de l'educació. Penso que sempre has d'estar en continu moviment i és una de les coses que aquesta feina et proporciona, és que cada dia sigui diferent i que puguis aprendre. Per tant, malgrat ser especialista de matemàtiques de fa molts anys, quan jo vaig treure la meva carrera, sí que les coses han canviat molt i sobretot la forma d'aprendre i la forma d'ensenyar, tot lligat. I res més, és com una professió que està en continu moviment.

Entrevistadora: Molt bé. Algú ha de dir-li alguna cosa més o comencem ja amb les preguntes més concretes?

Participant 2: Jo només afegir que una de les coses que m'ha ajudat a intentar ajudar els alumnes és tenir una altra visió de la mirada cap als alumnes. En totes les formacions que he fet, he intentat fer formacions...

Entrevistadora: Que t'han ajudat a això, no?

Participant 2: Sí, perquè penso que a vegades esperen coses dels alumnes que no hem d'esperar-les sinó que hem de tenir una mirada oberta i flexible perquè nosaltres també aprenem amb ells.

Entrevistadora: Genial. Després de presentar-vos els materials i les activitats d'abans, si voleu ja comencem amb les preguntes més concretes envers la resolució de problemes... La primera pregunta de totes és: com creieu que es du a terme el procés de resolució de problemes durant la meua seqüència didàctica?

Participant 1: Començo jo mateix?

Entrevistadora: Sí, perfecte.

Participant 1: A mi una de les coses que m'agrada de la teua seqüència didàctica és que les fases de la resolució de problemes no apareixen només una vegada, sinó que la resolució de problemes es va repetint seqüencialment. D'altra banda, no només la resolució de problemes apareix en cada activitat de manera individual, com a un problema individual, sino que tota la seqüenciació és un problema de manera global que consisteix també a entendre geomètricament algunes coses del nostre entorn més proper, que és de Mollet del Vallès. Per tant, això és un aspecte que m'ha agradat. Això que permet? Des del meu punt de vista, permet que dins d'una activitat es puguin veure les fases de resolució de problemes, com pot ser entendre el problema, concebir un pla, posar-lo en comú, (executar-lo fins i tot i també mirar enrere per veure si s'ha fet bé. Però a més d'això, de manera individual, en tota la totalitat de les activitats, en tota una sessió, també crec que es veu la resolució de problemes de manera general.

Entrevistadora: Vosaltres també sou capaços de veure aquestes etapes que ha dit o no?

Participant 2: Sí. A part, jo volia primer dir-te que dono molt de valor al fet que hagi centrat la seqüència didàctica en resoldre problemes de geometria, perquè potser és una de les mancances que jo trobo a vegades i és que sembla que els problemes no siguin de caire numèric. Llavors, per mi això ja té molt valor. Després, va en concordança amb el que he dit abans, que jo penso que els alumnes tiren... Clar, l'alumne que tira no cal que tingui ni base d'orientació ni passes a seguir a resoldre un problema, perquè segurament ja ho farà fins i tot intuïtivament a vegades. Però hi ha alumnes que necessiten i necessiten d'aquesta seqüència i està molt clar aquestes quatre passes generals a seguir i per això ho valoro molt. Penso que està molt ben estructurat.

Entrevistadora: Moltes gràcies.

Participant 3: Bé, només afegir, que jo tot això no cal repetir-ho, si ja estic d'acord amb els meus companys, el que sí que penso que aquí sí que és important a l'hora de fer els grups. Segons l'objectiu que tinguis, jo potser una de les dèries que tinc és una mica, i a vegades penso, de com fas els grups, de com fas les parelles, perquè a vegades intentem que el que sap molt ajudi el que no en sap i una miqueta sí que és important saber cap a on vas i saber els grups si es faran de forma lliure o els podran fer de forma lliure o bé seràs tu la que t'invertirà en fer aquests grups. La resta del procés m'ha semblat correcta. Crec que no és només una forma de treballar, només en la resolució del problema, sinó davant de tots els reptes que trobis.

Entrevistadora: Gràcies. Això del que has dit dels grups és molt interessant, però com que sou de tres escoles diferents tampoc sabia fins a quin punt centrar-me o no, perquè suposo que cadascun de vosaltres ja coneix els vostres alumnes millora que jo.

Participant 2: Jo, referent a això que penso que també és molt important això que ha dit ella, el que crec que a mi m'ha sempre funcionat millor és buscar alumnes amb un nivell proper d'aprenentatge. És a dir, és la manera que un pugui aprendre de l'altre i que tots dos s'hagin d'esforçar per solucionar el repte que tinc entre mans. És que si hi ha massa diferència de nivell entre l'un i l'altre, al final un acaba no fent res, l'altre acaba fent-ho tot i l'autoestima del que li costa més no puja.

Participant 1: Jo en aquest sentit, no sé si ho puc comentar, si no m'equivoco a secundària les classes tenen més alumnes que a primària. Llavors jo sóc partidari, almenys considero important, que al llarg de tot un curs hi hagi diversos tipus d'agrupament, que en alguna activitat hi hagi agrupament homogeni, de gent de nivell semblant, que en altres activitats hi hagi agrupament lliure, també per veure i per deixar que ells puguin prendre aquestes decisions, i que en altres tipus d'activitats hi hagi agrupaments heterogenis. Llavors jo personalment, donada la gran quantitat d'alumnes que hi ha a una classe de secundària, doncs sí que és cert que tot i que es plantegi aquesta seqüència al final de la classe de primària, que els grups siguin heterogenis ho veig una cosa positiva. Al final hi ha maneres de fer grups, hi ha grups que es diuen estratificats, hi ha altres tipus d'agrupaments, però un grup heterogeni crec que permet que algunes activitats de les que plantejes, com per exemple la de parelles, la de l'itinerari, crec que és interessant que de les dues parelles que es facin, de cada grup de quatre, que una persona de la parella tingui potser més habilitats relacionades amb les matemàtiques i l'altra menys. Per què? Perquè en aquesta interacció crec que poden aprendre els dos. Un, potser la part més comunicativa, la part d'apropar conceptes més difícils a una base més bàsica, o a uns conceptes més bàsics, i l'altra persona també se sentirà important perquè hi ha una correspondència. El de l'itinerari em sembla una activitat que crec que fomenta aquesta ajuda entre iguals.

Entrevistadora: Perfecte, això ho parlarem més endavant també, lo de la interacció, així que genial. Centrant-nos en el procés de resolució de problemes que hem parlat del procés de

resolució de problemes, abans us he llegit algunes preguntes que corresponen a cada fase del problema. Creieu que és molt utòpic dur-les a terme dins de la meva seqüència didàctica? O creieu que és factible incloure aquestes preguntes per guiar els alumnes durant aquestes fases?

Participant 2: Jo penso que és necessari... No, el següent. Penso que a vegades donem per fet moltes coses i no les hem donat per fet. I nosaltres, els mestres, penso que hem de fer un esforç de donar intencionalitat al que fem per part dels alumnes. És a dir, dir les coses pel seu nom, fer el vocabulari, ser precisos amb el vocabulari, que l'alumna tingui clar què estem fent, per què ho estem fent, i fer aquestes preguntes ajuda a crear un esquema mental a l'alumna que l'ajudarà quan s'enfronti tot sol a algun repte o a algun problema.

Entrevistadora: I veus factibles fer-les durant la meva seqüència?

Participant 2: Sí, sí, perfectament. A més a més dic que estan ben pensades i som molt adients a la teva seqüència.

Participant 3: El que no m'ha quedat molt clar, i potser m'ho pots explicar, perquè a vegades en la pràctica diària no tens en compte la teoria. Moltes vegades la reflexió provocada per preguntes o pel que sigui és el que realment se n'adonen a vegades o els faria adonar si les respostes són correctes. Ara parlem de geometria, i quan parlem de resolució de problemes hi ha molts tipus de resolució de problemes. Jo entenc que quan tu parles de resolució de problemes és com una forma de treball, d'un camí. És a dir, no parlem pròpiament només de problemes matemàtics.

Entrevistadora: Sí, exacte

Participant 3: Però justament amb les matemàtiques, hi ha una cosa que jo crec que no exprimim prou, que trobo que és molt interessant, és el raonament matemàtic de quan tu dones una resposta, realment veure si aquesta resposta, moltes vegades, clar, si diem ho has repassat, ho has mirat, quan realment sotmetem els nens a una prova o algun tipus de... Però realment crec que ha de formar part d'aquest procés. Jo n'he entès molt bé dins de les quatre fases i ara pregunto per la teoria, que deus saber millor que jo, que fa molts anys que no... Que la teoria la tinc com molt a nivell pràctic i potser no m'aturo a pensar-ho. Però la reflexió aquesta, sí, que es fa, com a un procés que no només es doni en el moment de la solució, que ja ni ho fan, és una de les coses que més costa, que ells reflexionin si la solució que donen pot ser possible o no, o que la vagin fent en cada moment de la resolució de problemes. És a dir, ho he entès bé, el que diu? O sigui, aquest plantejament de reflexionar sobre una resposta que ells mateixos donen els costa molt. I jo penso que és una de les coses que s'ha d'insistir, en comprovar que realment la resposta que tu has donat és lògica. Perquè moltes vegades, quan els fas aquesta pregunta, després els has deixat actuar sols, sense preguntes, perquè estàs mirant com arriben, és una de

les coses que no fan. I et donen respostes sense cap tipus de lògica. I no només parlo en geometria. Que les preguntes nostres portin a aquesta reflexió personal, penso.

Entrevistadora: Potser creus que l'última part de reflexionar, de mirar cap enrere, comprovar el resultat, verificar, creus que potser manca una mica a la seqüència?

Participant 3: Bé, jo crec que el problema és que el que he trobat, el ser geometria jo crec que també és més difícil. Però crec que sí que hauria d'haver-hi alguna cosa, o potser podríem facilitar...

Entrevistadora: Més espais, no?

Participant 3: Sí, o algun tipus de graella, al final, que tingui l'objectiu que tu vulguis. Per exemple, si coneixen un llenguatge matemàtic i se'l fan servir. És a dir, algun tipus de... No sé si els donaries, perquè ells comproven la seva resposta, ells sols podríem veure si la seva resposta... Potser es pot afegir tota una guia de... O que et permeti...

Entrevistadora: Una checklist, no? Algo així.

Participant 3: No ho sé, és una de les coses que a vegades, com que estan acostumats a les respostes ràpides, és com obligar-los a fer una reflexió, no només amb preguntes.

Entrevistadora: D'acord, em sembla genial.

Participant 1: Jo també, perquè fa això, a mi m'ha agradat molt això de les preguntes que has comentat, perquè hi ha... De fet, la meva sensació és que la teva seqüència que proposes, relacionada amb aquestes preguntes de la resolució de problemes, crec que no només hi poden aparèixer aquestes preguntes com a guia, en les diferents etapes, sinó que, a més, crec que hi ha espais molt interessants... en els quals, entre ells, també poden aparèixer preguntes, que crec que això és important. Com, per exemple, quan parles de l'estructura cooperativa 1-2-4, per posar un exemple, però també apareixen altres activitats, doncs s'estableix de manera força natural un espai en el qual puguin veure quina estratègia pensa cadascú o quines diferents maneres o camins troben, i crec que això és interessant. Però sí que jo m'afegiria al comentari de la companya. Jo, potser, en contra de fer-ho en tres sessions, si bé és cert que ja tenen els sabers integrats, perquè es tracta d'una seqüenciació al final de sisè de primària, jo potser valoraria la possibilitat de fer quatre sessions. No és dir quatre sessions, però que hi hagi un espai molt ben definit al final de la seqüenciació, on hi hagi una reflexió retrospectiva. És a dir, ja hi ha una reflexió constant amb aquestes preguntes, que em semblen molt positives, però crec que, com tu molt bé has dit, la quarta etapa de mirar enrere sí que es fa en cada activitat, però crec que seria molt interessant fer-la de manera global, també al final de tots els problemes.

Entrevistadora: Creieu doncs que seria millor això que ha dit el company, o fer quatre sessions, allargar en temporització una mica més i en cada sessió incloure aquesta mirada enrere?

Participant 2: Jo sóc partidari de... Jo penso que tots dos.... Estic d'acord amb tots dos i intento explicar-me. Sempre treballant en les estratègies de comprensió lectora, una de les coses que fa molta incidència a l'hora de treballar en les estratègies és que hem de fer aturades. Quan estem llegint, ens hem d'aturar a fer connexions, per exemple, i les connexions no les pots fer en marxa, has de fer una aturadeta i fer-les, o per comprovar si les prediccions que has fet i estàs fent s'estan acompanyant o no, has de fer aturadetes. Jo crec que aquestes aturadetes no les fan per si sols.

Entrevistadora: S'han de forçar, oi?

Participant 2: Exacte, s'han de forçar, s'han de paucar. I potser aquí la intervenció de la mestra és important. Ara farem una aturada perquè ells s'aprenuin, és un aprenentatge. I són estratègies que ajuden a interioritzar, a internacionalitzar tot el que fas, a fer una revisió, això que deia amb els companys. I després, com ha dit el company, si la companya està d'acord faria aquest matís només de fer les aturadetes, però el que ha dit el company com a reflexió general em sembla molt bé perquè al final és reforçar tot això que estem fent.

Entrevistadora: És compatible, no?

Participant 2: Són compatibles les dues coses.

Entrevistadora: Potser...estava pensant que totes les petites reflexions de cada sessió, a partir d'algun material o instrument que ells omplin, poden ajudar a fer després les reflexions.

Participant 2: Això és una molt bona idea, que aquestes aturadetes que jo plantejaria recollissin per escrit perquè quedi constància i puguem al final fer-les servir com a material per fer la reflexió conjunta de totes aquestes reflexions parcials.

Entrevistadora: Vosaltres coneixeu alguna?

Participant 1: Sí, de fet, per exemple, es podria fer un diari de sessions en què cada sessió s'expliqui què s'ha fet.

Entrevistadora: A nivell escrit, vols dir?

Participant 1: Sí, sí, a nivell escrit. O sigui, que quedi constància de què s'ha fet. A l'hora de deixar constància de què s'ha fet durant la classe, no només es deixa constància dient que hem treballat en un mapa, no és això, sinó s'ha de deixar constància també a nivell matemàtic de què s'ha fet. Això permet que després, a l'hora de valorar, després de les tres sessions, no s'hagi de recórrer únicament a la memòria, sinó que el fet que hagués de ser registrat permet que puguin recordar de manera més precisa allò que havíem fet. Qui diu això diu, i no és incompatible, una check-list, com deieu, una sèrie d'ítems que vagin comprovant, o qui diu això diu alguna cosa com un KPSI, que és una altra opció, que al final un KPSI inicial els pot permetre veure què

creuen que saben en aquell moment d'allò, perquè ja ho han treballat durant primària, i al final la revisió d'aquest KPSI pot servir per fer una revisió de tancament, una reflexió de tancament.

Participant 2: Jo penso que estaria bé que fos una miqueta pautat.

Entrevistadora: Sí, pautat.

Participant 2: Si queda massa obert potser estem recollint coses que no són tan transcendents que no aporten el que volem.

Participant 3: Jo crec que aquí sí que és el docent el que sap l'objectiu que té en cada sessió. A vegades potser l'objectiu simplement és motivar-los. És a dir, depèn de l'objectiu que tu plantegis a cada sessió, jo penso que és on tu has de mirar com comprovar si realment l'objectiu s'ha complert. A vegades simplement és el que et deia, la motivació, o a vegades simplement recollir d'una manera escrita el que han arribat a aprendre.

Entrevistadora: O fins i tot les sensacions.

Participant 3: Correcte. És a dir, jo crec que depèn de l'objectiu que tu plantegis a cada sessió, però sense fer-lo molt pesat, perquè si no... Clar, si no... És a dir, jo crec que depèn de... res, quatre paraules, vull dir.

Entrevistadora: Concís, no?

Participant 3: Sí, jo faria coses molt concises.

Entrevistadora: Bé. Les dues següents preguntes que us faré, que potser només cal que fem una perquè ja com aneu parlant, és sobre les estratègies envers la resolució de problemes.

Llavors, la primera de totes és, com creieu que durant la seqüència els alumnes són capaços o capaces de generar estratègies per anar resolent els problemes? I, bé, us faig la segona per si voleu afegir alguna cosa, que com creieu que els alumnes validen o verifiquen que les seves solucions durant la resolució de problemes siguin correctes i van per un bon camí? **Participant 3:** Bé, el fet de no treballar de forma individual tota l'estona ja ho diu. És a dir, el fet que tu vagis fent diferents tipus d'agrupacions significa que intervenen persones diferents i llavors aprenen entre iguals a vegades, és a dir, d'alguna manera ja va en aquest sentit.

Participant 1: Jo sóc partidari que, tot i que el treball sigui grupal, sí que sóc partidari que el registre que facin els alumnes del que van fent sigui individual. Sobretot, què vull dir, va relacionat amb les estratègies. O sigui, al final, quan van fent les reflexions grupals, està molt bé perquè poden comparar estratègies, poden veure altres possibilitats que han valorat els companys o companyes, però sí que és cert que, si per escrit només es deixa constància en un únic document grupal, crec que és pot caure en l'error que hi hagi desconexió per part d'alguns alumnes o que la reflexió no sigui igual de profunda per part de tots ells. Llavors, jo sóc

partidari que el registre sigui individual i, si hi ha alguna cosa grupal a nivell de reflexió sobre les estratègies davant d'un problema, crec que llavors s'hauria d'introduir alguna estructura més a nivell de treball cooperatiu. Poso un exemple, si vols.

Entrevistadora: Si, clar

Participant 1: Si els alumnes han de verificar o han d'intentar comprovar si el seu camí ha sigut l'òptim o si hi ha algun camí millor o què en pensen davant d'un problema, si vols en parlem d'un d'ells, per exemple, el del Tangram o qualsevol altre problema, poden utilitzar una estratègia de treball cooperatiu que es diu el foli giratori. Per exemple, el fol·ligidatori el que fa és que un alumne tenen un full, els quatre alumnes de grup base, llavors només tenen un únic bolígraf per escriure, o llapis, potser en el cas de primària. Llavors, davant d'una pregunta, doncs cadascú ha de fer una aportació, només una, passar-li el foli del costat, ha de fer una aportació diferent a la de l'anterior company i revisar les que ha fet el company per si no hi està d'acord, passar-la al següent, revisar les anteriors si no hi està d'acord ho diu i afegeix una diferent. Llavors, per exemple, en el cas de, no ho sé, en el cas d'una activitat qualsevol, la que tu vulguis, però la de...

Entrevistadora: Per exemple, està pensant en quan acaben els itineraris i han de... Bueno, per exemple... Quin és el més curt? Bueno, per exemple, en el d'itinerari.

Participant 1: Bueno, clar, potser en primer lloc el foli giratori pot servir perquè cadascú digui una estratègia per resoldre aquell problema que considera útil i que sigui diferent dels que han plantejat anteriorment els alumnes. Potser un pot dir Ostres, doncs va bé tenir una referència, l'orientació del full. No és el mateix dir cap a dalt o cap a baix si tens el full orientat d'una manera o d'una altra. Potser una altra persona en el foli giratori afegeix una cosa com, a més d'aquesta referència de l'orientació, doncs el vocabulari, que és el llenguatge que deia una mica la companya, utilitzar paraules que siguin convenis que entenem tots, com per exemple, nord, sud, est, oest. Per exemple, després de la referència, l'orientació i el vocabulari, el llenguatge, doncs una altra persona en el fol·ligidatori pot afegir una altra cosa que consideri. Llavors això crec que és interessant.

Participant 2: Jo estic d'acord amb tots dos i això del foli giratori em sembla interessant i molt útil i jo el que sí que afegiria potser és que el treball de les estratègies, el mestre pot proposar estratègies o les estratègies poden aparèixer. Penso que no són incompatibles els dos camins, sinó complementaris, però potser el més important de tot al final és que l'alumne s'acostumi a que malgrat que qualsevol estratègia, si arribes al teu objectiu, és bona, n'hi ha estratègies que són òptimes. Otimes vol dir que t'estalvia temps, que aprens més o que segons l'objectiu que tinguis. I penso que això també ha de quedar palès. Per part del mestre, dius, no? Això s'ha de compartir i tots els alumnes han de poder veure, malgrat que al final de tot això al final algú pensa m'agrada més la meva, però sí que pot arribar a un consens de dir amb aquest objectiu que

tenia quina estratègia hauria estat l'òptima, la més adient de totes les que hem vist. Sense treure-li valor a cap d'elles, això és molt important perquè això li ha de donar molt de valor a totes elles, el mateix valor, però sí que perquè és una manera també d'aprendre.

Entrevistadora: Perfecte, perquè relacionat amb això, quins creus que podrien ser els mètodes que podrien utilitzar per comprovar les seves pròpies solucions al llarg de les activitats?

Participant 2: A veure, és que els mètodes poden ser diversos.

Participant 3: És que han de ser diversos, perquè jo aquí el que estava veient és que, clar, jo crec que estem parlant de diferents etapes, diferent edat dels nens, i jo, per exemple, m'estava recordant quan el company de secundària deia allò d'escriure, que és molt diferent, ja dintre de primària, quan estàs treballant amb un nen de tercer, això és evidentment... O sigui, el que estic dient és que potser no cal aturar-se sempre, o hem de tenir molt en compte com ho fem per fer tot això de comprovar el què han après i una mica de tancament al final de cada sessió, perquè per dir alguna cosa, en molts moments, enlloc d'escriure podria dir parlat, és a dir, podria ser que els nens diguin el que pensen alguna persona del grup, i el mestre escriure, per exemple, a la pissarra que tothom vegi el que estan dient, però no per res, sinó per un tema que l'edat i les capacitats dels alumnes són molt importants. Llavors hi ha molts nens que són incapaços d'escriure a primària tot això en poc temps. Igual que el fet de, si estem amb el full giratori, segons quin tipus d'activitats, els nens no són capaços, si no els hi dius abans, els hi costa. És a dir, llavors jo penso que aquí el temps i tot, s'ha de valorar molt el temps i els nens que componen el grup, perquè no tots són capaços de fer tot això. Clar, a secundària ràpidament són capaços d'escriure i tal, a primària, per exemple, sí, sí. És a dir, que jo crec que és molt important.

Participant 1: Jo al final, també relacionat amb la pregunta que deies, perquè els alumnes puguin comprovar les seves pròpies solucions, que anava per aquí els mètodes, a mi el que m'agrada de la seqüència és que apareixen com diferents maneres, perquè, per posar un exemple, en el cas del Tangram, quan estan fent el Tangram, quan fan el Tangram, la pròpia resolució del Tangram és la comprovació. Què vull dir? Tu saps si has solucionat bé el problema, perquè tu saps com és la solució. Llavors el Tangram és un problema de resolució molt interessant perquè tu ja saps quina és la solució, no? El que vols esbrinar és el camí per arribar a aquella solució. Llavors això és molt interessant perquè és una cosa molt automatitzada, per dir-ho així, però d'altra banda també hi ha altres mètodes que apareixen en la seqüenciació que són interessants. Un altre exemple és en el de l'itinerari. Al final, un dels dos alumnes té la solució i l'altre no. Per tant, la comprovació és sobre com ha comprès o com ha explicat aquella persona a l'itinerari, no? I si correspon a aquell que ha dibuixat amb l'altre, no? Llavors tu no saps a priori com és la solució, perquè només la veu el teu company, però sí que després fa una revisió conjunta en parelles i això ho permet.

Llavors és molt interessant perquè això és una revisió automàtica, el que deia el Tangram. El tema de l'itinerari crec que és una revisió interessant perquè és en parelles i crec que el paper, el rol de cada parella en l'activitat és diferent i això també és interessant perquè la revisió suposa un mètode diferent per cada persona de la parella. I finalment també hi ha altres moments de la seqüenciació que em semblen també interessants i com per exemple el fet que cada grup tingui un edifici diferent perquè al final tu pots veure com és la solució correcta d'un altre grup, no estàs veient la teva solució perquè és un edifici diferent, però veure la solució d'un altre grup et permet revisar si les teves estratègies han sigut bones.

Potser tu no acabes de veure com resoldre un problema relacionat amb el teu edifici, veus com l'ha resolt el problema un altre grup i no t'estan dient què has de fer amb el teu edifici perquè ho han fet amb un altre edifici, però sí que et permet revisar i veure estratègies que han utilitzat ells. M'explico?

Entrevistadora: Sí. M'has fet també pensar que la primera activitat on fan la classificació tota la classe, la classificació dels polígons, potser també és una manera de comprovar els mateixos, les solucions del fet que si hi ha dos edificis que potser són el mateix polígon, el contorn és el mateix polígon, l'enganxador a la pissarra, si aquests no coincideixen, un d'aquells grups estarà equivocat, potser?

Participant 1: És el que et deia, posant en comú diferents figures i potser no és el mateix polígon, però sí que comparteixen una part de la classificació, m'com per exemple el nombre de costats. Per tant, jo ho veig interessant, sí.

Entrevistadora: I envers els materials, bàsicament jo he intentat, no demostrar, però sí intentar incloure materials a la seqüència didàctica que aquests puguin recolzar els quatre passos de la resolució de problemes que us he explicat abans. Per tant, les preguntes envers el paper dels materials serien primer de tot, com els materials creieu que poden ajudar a visualitzar o manipular els problemes geomètrics, en aquest cas? I si aquests materials es podrien aplicar a altres usos més enllà de la geometria? I també alguna cosa que ja ha sortit abans és en quant a la interacció. Primer, si voleu ens centrem primer en de quina manera els materials poden ajudar a entendre els problemes geomètrics. Ja ho has dit amb el cas del Tàngan, per exemple.

Participant 1: Sí. Realment, un dels punts forts d'aquesta seqüència didàctica o d'aquesta situació que plantejes és la diversitat de material. M'agrada que hi hagi una part que sigui purament escrita, m'agrada que hi hagi una part que sigui en material manipulable, manipulatiu, i m'agrada que també hi hagi una part digital amb el geogebra. Crec que un dels punts forts de la seqüència és que es veu la complementarietat de diversitat de materials. Llavors, no està restringida únicament a un tipus de material, sinó a diversos. Llavors, això jo crec que és molt interessant. Per què?

Participant 3: Per ajudar, perquè cadascú té una manera de fer-ho i aprendre.

Participant 1: Exacte, una mica amb el que deies, comentaves com els materials poden ajudar els estudiants a visualitzar o manipular problemes geomètrics. Potser tens un estudiant que té més habilitats amb l'ordinador, però que té menys habilitats a nivell manipulatiu. Crec que és una opció perquè, per una banda, segueixi potenciant i ajudant la resta de companys amb la part més digital, però que ell també tingui l'oportunitat de reforçar allò on té més dificultats, que potser és la part més manipulable. M'explico? I, per tant, jo crec que en aquest sentit sí que ajuden a manipular i a visualitzar. És veritat que una de les coses que comentaves és si es pot aplicar aquest ús en altres contextos matemàtics més enllà de la geometria. I la realitat és que sí, perquè, en el fons, GeoGebra, per exemple, que és on potser jo sóc més expert, potser, és un programa vinculat a la geometria. Ja ho diu la paraula, no? GeoGebra. I GeoGebra, la seva eina principal és la de la geometria dinàmica, poder manipular geomètricament i de manera dinàmica objectes matemàtics. Però GeoGebra també té altres mòduls que no només incorporen la part geomètrica, sinó que es podrien utilitzar en altres contextos matemàtics el GeoGebra com a altres coses com probabilitat, algebra... Jo estic pensant també més en secundària, però en primària també a nivell numèric també hi ha alguna opció. Per tant, crec que és un material molt útil perquè després de secundària el GeoGebra, si ja s'ha introduït a primària, s'hi pot aprofundir encara més. I el tema dels polícups igual. Els temes dels polícups són molt útils, com tu ho planteges, per visualitzar de manera tridimensional, o per modelitzar de manera tridimensional i a nivell geomètric, però és que els polícups també són una eina de comptatge. És a dir, poden utilitzar-se per comptar. Igual que existeix material a primària, que sé que s'utilitza a primària, com són les regletes i tal, no sé si els companys ho coneixen.

Participant 3: Jo precisament no estava mirant... És el que et deia que canvia molt, jo estava mirant el tema del Maps.

Entrevistadora: Del Google Maps, no?

Participant 3: Sí, perquè, per exemple, es pot fer servir per excursió. El tema que has dit dels itineraris, ells mateixos si tenen l'ordinador poden mirar, no cal que facin ells l'itinerari dient tira cap a la dreta, cap a l'esquerra, sinó que poden agafar el Google Maps i dir... És una eina que, a més a més, la coneixen bastant bé, sobretot a secundària, a primària, a finals de cinquè i sisè, perquè normalment amb els pares ja han fet servir aquesta eina amb el mòbil. I la majoria de nens... Bé, jo això l'he vist. És a dir, cada vegada que estem en una excursió... Sí, nosaltres cada vegada a l'escola, cada vegada que fem una excursió, per una excursió real, és a dir, plantegem una excursió cada trimestre i quan fem una excursió ens hi fem que els nens busquin al Google Maps on anem i que una mica ens descriguin, els ensenyan que pots posar caminant, que pots posar anar en cotxe, anar a l'autocar... I els ensenyan una miqueta perquè estiguin familiaritzats amb aquest horari, perquè realment, al final, les mates són per la vida. I jo crec que... Jo el

GeoGebra no el coneix. Suposo que sí, que deu tenir... A vegades és el que diem, com més materials tinguis, més pots escollir el que tu vas millor i el que els nens també aprenen més. Però, bueno, és a dir, jo penso que el Maps, per exemple, és una eina que qualsevol pare, qualsevol... I als nens els agrada moltes vegades aquesta connexió amb la realitat. Llavors trobo que potencia el treball TIC. Tot el treball TIC, a més, els potencia molt, sense deixar el treball escrit i el treball matemàtic.

Participant 1: Hi ha un equilibri de materials molt bo en la seqüència.

Participant 3: És el que vull dir. Hi ha un equilibri molt bo. I ell està pensant en aquesta part final, jo estic pensant en la part del principi, perquè realment...

Participant 1: Sí, també, també.

Participant 3: No ho sé.

Participant 1: Tot, tot, tot.

Participant 3: Sí, perquè els nens a vegades no veuen aquesta part educativa o didàctica que poden tenir eines que fan servir a casa, com pot ser el Maps.

Participant 2: A veure, no he afegit gaire més. Jo estic d'acord que un dels punts forts de la seqüència didàctica és la diversitat dels recursos materials i tot això que t'estava dient la companya ara també, la vinculació que té amb la realitat, que són recursos totalment significatius pels alumnes i que formen part de les seves vivències. Jo ara, pensant així, per afegir alguna cosa, diria... Home, faltaria potser la guindilla de la intel·ligència artificial, de posar... i a veure què ens diu la intel·ligència artificial. Però deixem-ho estar, perquè estem a primària i prou incerts al tema aquest i diria perillós. Però bueno, seria potser un assaig interessant, fer una prova en la intel·ligència artificial abans de la seqüència didàctica i després també m'agradaria afegir que la seqüència didàctica aquesta ofereix possibilitats de complementar-la, o sigui, deixa molts camps oberts per poder explorar i explotar-la més. Jo què sé, no només a nivell de què planteja, sinó a nivell d'altres àrees, dins inclús de la geometria, permet fer construccions a partir que hi ha això. Després treballar tot el tema del medi ambient, de les ODS en general, del medi ambient concretament, a l'hora de parlar dels itineraris. Fins i tot hi ha programes avui dia que estudien quins són els itineraris que contaminen menys a dins de les ciutats. Tot això, fer-ho sortir, encara que no ho treballis expressament, però seria interessant fins i tot que aquesta informació la mestra la pogués aportar, encara que no converteixi en una feina per part de l'alumne, però sí que és posar-ho sobre la taula com una reflexió, perquè penso que és interessant i perquè és molt important. Aquesta seqüència didàctica ho permet.

Entrevistadora: Gràcies. Hem estat parlant abans de la interacció, ja ho heu dit una mica, però creieu que els materials i la variabilitat de materials també ajuda a que hi hagi aquesta interacció entre alumnes durant la seqüència?

Participant 2: Sí, sí, clarament. Això potser ja ho hem comentat, però el fet de la diversitat, no sé què ha dit la companya, el fet de la diversitat dels materials permet que cada alumne pugui deixar palès quins són els seus punts forts. Hi ha alumnes que són super creatius i potser matemàticament tenen més dificultats, però són molt creatius i hi ha d'altres que poden manifestar les seves habilitats matemàtiques de manera més clara.

Participant 1: Home, jo crec que relacionat amb la interacció que comentaves dels alumnes, jo crec que els materials sí que ho fomenten. De fet, l'activitat de l'itinerari, la pròpia activitat, el problema que hem de resoldre, requereix la interacció. No només la fomenta, sinó que la requereix i la potencia. Una bona interacció i un bon coneixement del vocabulari relacionat amb els itineraris permet que hi hagi un bon producte final. També la interacció, no només en parelles, sinó també en els grups bàsics, grups de quatre, quan fas l'estratègia cooperativa 1-2-4, i també, fins i tot, la interacció grupal, en grup gran, amb tota la classe, en la posada en comú que hi ha en diversos moments de la seqüenciació directa.

Entrevistadora: Per últim, justament quan estaves parlant ara de la intel·ligència artificial, m'ha fet pensar en aquest punt, que és quins elements de la seqüència creieu que inspiren els estudiants a pensar de manera crítica i estimular la seva creativitat i fer aquesta part més de metacognició. No sé si creieu que la metacognició està ben integrada a les activitats o no. També té a veure amb la reflexió que hem parlat abans, també potser la part del diari o de crear algun instrument que pugui desenvolupar aquesta metacognició. Però amb això que has dit de la intel·ligència artificial, estava pensant que també és una manera d'aquesta part més crítica de què en penseu vosaltres.

Participant 2: És una miqueta el que t'he comentat. Penso que potser aquí sí que l'actuació de la mestra és necessària perquè aquestes reflexions difícilment, sobretot quan estem fent una activitat concreta, aquestes reflexions difícilment surten per si soles. Crec que s'han de llençar petits missatges que incentivin aquesta reflexió per part de les alumnes. Bé, el fet de treballar en grup pot facilitar que la reflexió crítica aparegui i això s'ha de practicar. Això s'ha de practicar. I jo valoro molt que com a futura mestra tot aquest tema de la metacognició el tinguis present i el valoris perquè és un tema superimportant. El fet que el tinguis present i que et creï aquesta inquietud penso que és superimportant. La teva seqüència didàctica dóna possibilitats a tot això. Estigui present o no a la seqüència didàctica en aquest moment dóna peu a poder treballar en aquest sentit.

Entrevistadora: Creus que es podria afegir alguna cosa per treballar-la més a fons?

Participant 2: Crec que ja t'ho he comentat una miqueta. Introduir aquests aspectes crítics segurament no sortiran o potser sí, depèn del tu. Però llavors jo penso la intervenció del docent quan és en sèrie ha de ser-hi.

Entrevistadora: Potser aquesta part ha de ser més guiada.

Participant 2: Jo crec que sí. Nosaltres hem de ser presents en aquest acompanyament.

Participant 1: Jo el que diria a mi personalment en la petita conversa que hem tingut abans d'iniciar l'entrevista he valorat molt positivament que tu com a docent li donis un valor tan gran a la metacognició perquè al final això és un aspecte que facilita aquestes reflexions de les quals parlàvem. En el cas de la pregunta que comentaves dels elements de la seqüència que poden inspirar els estudiants a pensar de manera crítica i estimular la seva creativitat crec que un dels aspectes que fomenta més això és que els problemes que plantejes són de resposta tancada però alhora són d'estratègia oberta. Què vull dir? Són problemes no són exercicis. No és un exercici en el qual han d'aplicar un mètode que ja saben que funciona i que és un procediment únic per tothom, com pot ser una recepta per resoldre el problema matemàtic, sinó que tot i ser un problema has de resposta tancada, és a dir, saps quan has acabat tens clar quan has acabat, tens clar si ho has fet bé el camí que has de trobar per arribar fins al final forma part de les decisions de l'alumne i aquestes decisions justament el que fomenten és un pensament crític i fins i tot un pensament creatiu, perquè al cap i a la fi davant d'aquest problema que saben que s'ha d'arribar al final saben que hi ha un final determinat han de veure quin és el millor camí. En aquest sentit relacionat amb les activitats, si vols especificar-ne alguna en concret, en general apareixen en la majoria aquesta metacognició per exemple si en el cas de d' bueno, insisteixo molt en els itineraris perquè m'agrada bastant però podem pensar en alguna altra. En el cas de mesurar la figura d'identificar quins elements són els més importants a la sessió, a la tercera sessió, crec que és l'activitat 8 a l'hora de mesurar la figura doncs han de prendre una decisió, quines mesures són més importants, com les mesuraran com com consideren que que poden precisar aquestes mesures si s'equivocaran per molt. Jo si hi ha alguna cosa que jo reforçaria és que en algun punt de la seqüència la metacognició aparegui de manera més explícita però això no es desvincula del que ja hem parlat abans, que aparegui de manera més explícita vol dir introduir eines com pot ser un diari de sessions com pot ser un KPSI evidentment no inclourà totes aquestes eines, pot ser una combinació d'elles, una única, però crec que el fet d'aparèixer d'alguna manera més explícita, crec que encara reforçaria més aquesta metacognició.

Participant 3: I també preguntar als alumnes moltes vegades, simplement amb una pregunta de saber...

Participant 1: Sí, però vull dir que això forma part de la pròpia gestió de l'aula i això jo crec que és important, però sí que sé que la seqüenciació pot quedar constància d'alguna cosa així.

Participant 3: Sí, o de preguntar, ja dic, a vegades aprenen, bueno estan en constant observació amb ells ells també, fa que tot també aprenguis, és a dir, que simplement pregunten a vegades que els hi ha costat més, que els hi ha costat menys, doncs pots fer, doncs petits canvis o introduïnt petites eines que els hi permetin i veure tot també per on respiren, és a dir, això també està molt bé de veure i podem canviar el que calgui per tal que arribin a l'objectiu proposat.

Entrevistadora: Estic d'acord.

Participant 2: Bueno, jo ara estava pensant que a vegades com que tenen activitats aquestes grupals o de treball cooperatiu, el que sigui de vegades nosaltres, bueno, almenys em passa a mi no acostumem a recollir tot això que veiem a l'aula i a vegades se'ns obliden coses és a dir, a vegades vas pels grups, vas vas observant com diu la companyia el que fan, vas interactuant amb ells a vegades també però no sempre prenen nota ara sí, quan estàs a avaluant, per exemple però no sempre prenen nota i penso que és una de les coses d'autoreflexió que seria interessant nosaltres també tenir un planning molt estable per poder treure encara més conflicte que fem a l'aula i després poder-ho compartir amb els alumnes i bueno, això m'ha donat l'autocrítica i penso que a vegades ho demanem dels alumnes que tot aquesta autoreflexió, però a vegades també potser...

Entrevistadora: Doncs moltes gràcies, no se si volieu dir alguna cosa més?

Participant 1: No, la veritat és que ha sigut un plaer perquè l'entrevista ha sigut molt interessant

Participant 3: perquè no ens aturem mai a parlar d'aquestes coses

Participant 1: i a vegades hi ha una falta, moltes vegades d'una coordinació més forta entre la primària i l'escola, hi ha una falta de coordinació més forta, veure una mica la visió de cadascuna de les etapes...

Participant 3: la mirada que posem cadascú és segons suposo que els alumnes que tenim en aquell moment

Participant 2: aquesta realitat de coordinació coincideixo amb el company jo precisament assisteixo a jornades de coordinació entre primària i secundària i t'adones de totes aquestes mancances que tenim, que fan esforços però a vegades queden en intents i bé, crec que s'estan fent passes per anar més segura perquè ni fins i tot tenen resposta a la informació no ens posem prou d'acord i ens hem de posar, no?

Entrevistadora: Gràcies, això ho afegiré perquè no he parlat i crec que és molt important

Participant 2: Per cert, m'agradaria demanar-te la teva seqüència didàctica per posar-la a la pràctica perquè m'ha agradat molt

Entrevistadora: Clar, ara quan inclogui totes les vostres aportacions, que m'han sigut super útils i faci ja la seqüència com final i més detallada, us l'envio si voleu. Us volia donar les gràcies per totes les aportacions i suggeriments que m'heu fet. Moltes gràcies.