
This is the **published version** of the bachelor thesis:

Garcia Triviño, Pablo. *Medición de polarización óptica mediante cámara de teléfono*. Treball de Final de Grau (Universitat Autònoma de Barcelona), 2026
(Grau en Enginyeria de Sistemes de Telecomunicació)

This version is available at <https://ddd.uab.cat/record/335933>

under the terms of the  license.



TREBALL DE FI DE GRAU

GRAU EN ENGINYERIA DE SISTEMES DE TELECOMUNICACIÓ

MEDICIÓN DE POLARIZACIÓN ÓPTICA MEDIANTE CÁMARA DEL TELÉFONO

Pablo Garcia Triviño

DIRECTOR: Angel Lizana Tutusaus
GRUP D'ÒPTICA, FACULTAT DE FÍSICA
UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA

Bellaterra, Juliol 25, 2026

Abstract

Traditional optical polarimetry systems, despite their high metrological precision, typically require expensive and bulky laboratory instrumentation that is highly sensitive to mechanical misalignments, severely limiting their applicability in portable or low-cost environments. This Bachelor's Thesis addresses this limitation through the design, implementation, and experimental validation of a compact and accessible Stokes polarimeter that uses the commercial CMOS sensor of a smartphone camera as a photometric detector.

The methodology is based on the mathematical modeling of the linear relationship between the intensities recorded by the sensor and the incident Stokes vectors. To counteract the inherent noise of the mobile device and the heteroscedasticity introduced by *shot noise*, the data were acquired in RAW format, a Polarization State Generator (PSG) was calibrated, and the instrument matrix A of the Polarization State Analyzer (PSA) was obtained through an over-determined matrix inversion algorithm ($N > 4$). To reduce the effect of the matrix condition number on the reconstruction process, Tikhonov regularization ($\lambda = 10^{-3}$) and an adaptive iterative Region-of-Interest (ROI) optimization algorithm were employed.

The experimental results demonstrate that adaptive ROI optimization reduces the relative error in the estimation of the Stokes parameters during the rotation of reference optical elements. Successful validation was also achieved through the two-dimensional spatial reconstruction of a radial polarizer and the non-invasive characterization of histological tissue samples.

The main conclusion is that a commercial smartphone can be effectively transformed into a reliable, low-cost Stokes polarimeter through rigorous and regularized mathematical modeling. This work establishes a solid experimental foundation for the future development of portable and autonomous biomedical and biobotanical diagnostic platforms. Such systems could provide healthcare professionals with a rapid and non-invasive assessment tool that complements conventional histological analyses, which are often costly, time-consuming, and dependent on laboratory processing. Furthermore, they may contribute to expanding access to diagnostic technologies for large patient populations in developing countries.

Keywords: Stokes polarimetry, Adaptive ROI optimization, Smartphone, Matrix inversion, Tikhonov regularization, Biomedical polarimetry.

Resumen

Los sistemas tradicionales de polarimetría óptica, a pesar de su elevada precisión metrológica, suelen requerir instrumentación de laboratorio costosa y voluminosa, altamente sensible a los desalineamientos mecánicos, lo que limita considerablemente su aplicabilidad en entornos portátiles o de bajo coste. Este Trabajo de Fin de Grado aborda esta limitación mediante el diseño, la implementación y la validación experimental de un polarímetro de Stokes compacto y accesible que utiliza el sensor CMOS comercial de la cámara de un teléfono inteligente como detector fotométrico.

La metodología se basa en el modelado matemático de la relación lineal entre las intensidades registradas por el sensor y los vectores de Stokes incidentes. Para contrarrestar el ruido inherente al dispositivo móvil y la heterocedasticidad introducida por el *shot noise*, los datos se adquirieron en formato RAW, se calibró un Generador de Estados de Polarización (PSG) y se obtuvo la matriz instrumental A del Analizador de Estados de Polarización (PSA) mediante un algoritmo de inversión matricial sobredeterminado ($N > 4$). Con el fin de reducir el efecto del número de condición de la matriz sobre el proceso de reconstrucción, se emplearon la regularización de Tikhonov ($\lambda = 10^{-3}$) y un algoritmo adaptativo e iterativo de optimización de la Región de Interés (ROI).

Los resultados experimentales demuestran que la optimización adaptativa de la ROI reduce el error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante la rotación de elementos ópticos de referencia. Asimismo, se obtuvo una validación satisfactoria mediante la reconstrucción espacial bidimensional de un polarizador radial y la caracterización no invasiva de muestras histológicas de tejido.

La principal conclusión es que un teléfono inteligente comercial puede transformarse de manera efectiva en un polarímetro de Stokes fiable y de bajo coste mediante un modelado matemático riguroso y regularizado. Este trabajo establece una sólida base experimental para el futuro desarrollo de plataformas de diagnóstico biomédico y biobotánico portátiles y autónomas. Estos sistemas podrían proporcionar a los profesionales sanitarios una herramienta de evaluación rápida y no invasiva que complemente los análisis histológicos convencionales, a menudo costosos, lentos y dependientes de procesamiento en laboratorio. Además, podrían contribuir a ampliar el

acceso a tecnologías de diagnóstico para grandes poblaciones de pacientes en países en vías de desarrollo.

Palabras clave: Polarimetría de Stokes, Optimización adaptativa de ROI, Teléfono móvil, Inversión matricial, Regularización de Tikhonov, Polarimetría biomédica.

Resum

Els sistemes tradicionals de polarimetria òptica, malgrat la seva elevada precisió metrològica, solen requerir instrumentació de laboratori costosa i voluminosa, altament sensible als desalineaments mecànics, fet que en limita considerablement l'aplicabilitat en entorns portàtils o de baix cost. Aquest Treball de Fi de Grau aborda aquesta limitació mitjançant el disseny, la implementació i la validació experimental d'un polarímetre de Stokes compacte i accessible que utilitza el sensor CMOS comercial de la càmera d'un telèfon intel·ligent com a detector fotomètric.

La metodologia es basa en el modelatge matemàtic de la relació lineal entre les intensitats enregistrades pel sensor i els vectors de Stokes incidents. Per contrarestar el soroll inherent al dispositiu mòbil i l'heteroscedasticitat introduïda pel *shot noise*, les dades es van adquirir en format RAW, es va calibrar un Generador d'Estats de Polarització (PSG) i es va obtenir la matriu instrumental A de l'Analitzador d'Estats de Polarització (PSA) mitjançant un algorisme d'inversió matricial sobredeterminat ($N > 4$). Per reduir l'efecte del nombre de condició de la matriu en el procés de reconstrucció, es van emprar la regularització de Tikhonov ($\lambda = 10^{-3}$) i un algorisme adaptatiu i iteratiu d'optimització de la Regió d'Interès (ROI).

Els resultats experimentals demostren que l'optimització adaptativa de la ROI redueix l'error relatiu en l'estimació dels paràmetres de Stokes durant la rotació d'elements òptics de referència. Així mateix, es va obtenir una validació satisfactòria mitjançant la reconstrucció espacial bidimensional d'un polaritzador radial i la caracterització no invasiva de mostres histològiques de teixit.

La principal conclusió és que un telèfon intel·ligent comercial es pot transformar de manera efectiva en un polarímetre de Stokes fiable i de baix cost mitjançant un modelatge matemàtic rigorós i regularitzat. Aquest treball estableix una base experimental sòlida per al desenvolupament futur de plataformes diagnòstiques biomèdiques i biobotàniques portàtils i autònomes. Aquests sistemes podrien proporcionar als professionals sanitaris una eina d'avaluació ràpida i no invasiva que complementi les anàlisis histològiques convencionals, sovint costoses, lentes i dependents de processament en laboratori. A més, podrien contribuir a ampliar l'accés a tecnologies de diagnòstic per a grans poblacions de pacients en països en vies de desenvolupament.

Paraules clau: Polarimetria de Stokes, Optimització adaptativa de la ROI, Telèfon mòbil, Inversió matricial, Regularització de Tikhonov, Polarimetria biomèdica.

Agradecimientos

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento al *Grup d'Òptica* por brindarme la oportunidad de realizar este proyecto, una experiencia que me ha permitido comprender en profundidad los fundamentos de la polarimetría y adentrarme en el apasionante campo de la fotónica.

En especial, deseo agradecer a Angel Lizana y a Juan Campos por su apoyo, dedicación y paciencia durante todo el desarrollo del trabajo. Sus explicaciones y orientación fueron fundamentales para ayudarme a comprender los conceptos teóricos, así como para llevar a cabo los experimentos realizados. Su confianza y disposición para resolver mis dudas han contribuido de manera decisiva a la realización de este proyecto.

Índice general

Abstract	I
Resumen	III
Resum	V
Agradecimientos	VII
Índice de figuras	XV
Índice de cuadros	XVII
1. Introducción y Estado del Arte	1
1.1. Introducción y Motivación	1
1.2. Objetivos del Trabajo	3
1.3. Contexto del Proyecto	4
1.4. Campos de Aplicación y Relevancia Tecnológica	6
1.5. Estado del Arte	7
1.5.1. Sistemas tradicionales y limitaciones de los enfoques clásicos	7
1.5.2. Miniaturización y sensores ópticos integrados (DoFP)	7
1.5.3. Polarimetría basada en dispositivos móviles comerciales	7
1.6. Síntesis y Brecha Tecnológica del Trabajo	8
2. Fundamentos Teóricos	9

2.1. La Polarimetría en la Ciencia Actual	9
2.2. Formalismo Matemático de la Polarización	10
2.2.1. Parámetros de Stokes	10
2.2.2. Formalismo de Mueller y Modelado de Componentes Ópticos	15
2.2.3. La Esfera de Poincaré	19
2.3. Teoría de la Inversión Instrumental de Stokes	22
2.3.1. Formulación Matricial de la Polarimetría de Stokes e Inversión Instrumental	22
2.3.2. Análisis de Propagación del Ruido y Justificación de la Varianza Mínima	28
2.3.3. El Número de Condición como métrica de estabilidad numérica	30
2.4. Tecnología de Sensores CMOS y Captura Digital	33
2.4.1. Factores en la toma de imágenes	33
2.4.2. Período de integración y modo de escaneo	36
2.4.3. Sensores de Imagen CMOS	36
2.4.4. Ruido en sensores CMOS	37
3. Calibración del sistema	43
3.1. Protocolo de Adquisición de Datos e Instrumentación	43
3.2. Metodología de Adquisición y Procesamiento Numérico	46
3.2.1. Identificación del Patrón de Mosaico de Color (Bayer)	46
3.2.2. Análisis de Linealidad Fotométrica y Caracterización de Ruido	47
3.3. Análisis de los Resultados Fotométricos	51
4. Medición Stokes	55
4.1. Planteamiento del sistema para la medición de Stokes	55
4.1.1. Caracterización de la matriz del PSA	55
4.1.2. Generación de estados conocidos mediante el PSG	57
4.1.3. Medición de intensidades con el teléfono móvil	59
4.1.4. Selección de los ángulos del PSA	62

4.2. Procesado Numérico y Optimización Adaptativa	65
4.2.1. Obtención de la matriz de calibración final	65
4.2.2. Validación inicial del sistema	69
4.2.3. Validación instrumental (ROI estática)	70
4.2.4. Optimización Iterativa de la Región de Interés (ROI)	72
4.2.5. Resultados finales de la calibración	74
4.2.6. Validación final del sistema tras optimización adaptativa de la ROI	75
4.3. Validación mediante valores de ROI puntuales	77
4.3.1. Validación experimental mediante polarizador lineal de referencia	77
4.3.2. Validación experimental mediante lámina retardadora de referencia	80
4.4. Validación de la capacidad del sistema para la polarimetría de imagen de Stokes mediante la reconstrucción de estructuras espaciales de polarización	83
4.4.1. Medición con polarizador radial	83
4.4.2. Medición con polarizador radial y lámina retardadora	88
4.5. Análisis Polarimétrico de Tejidos Biológicos: Modelo Preclínico	91
4.5.1. Limitaciones Instrumentales y Estrategias de Adquisición	91
4.5.2. Procesado de Datos y Resultados	93
4.5.3. Discusión Física y Biológica	94
5. Conclusión	97
5.1. Conclusiones	97
5.2. Líneas de Trabajo Futuras	99
6. Uso de la IA	101
7. Anexo A	103
8. Referencias	105

Índice de figuras

2.1. Esquema de la configuración óptica necesaria para la generación de polarización elíptica. Imagen extraída de [15]	17
2.2. Esquema de un sistema de polarimetría. Imagen extraída de [16]	22
2.3. Descripción del rango dinámico y la SNR. Imagen obtenida de [14]	34
2.4. Estructura general de un sensor de imagen CMOS. Imagen obtenida de [14] . . .	35
2.5. Patrón de Bayer utilizado en sensores CMOS. Imagen obtenida de [14]	35
2.6. Arquitectura de un píxel CMOS. Imagen obtenida de [14]	37
2.7. Gráfico de la relación señal - ruido	38
2.8. Relación entre ruido $1/f$ y ruido térmico. Imagen obtenida de [14]	40
3.1. Diagrama de flujo del script para la identificación del patrón de Bayer.	46
3.2. Diagrama de flujo del script principal para el análisis de linealidad fotométrica. .	48
3.3. Evolución de la intensidad media registrada en el canal rojo en función del tiempo de exposición.	51
3.4. Gráfico ampliado de la zona lineal	52
4.1. Montaje experimental utilizado para la medición de los estados de Stokes de referencia de la matriz W	57
4.2. Diagrama de flujo del algoritmo de procesado y análisis sistemático de intensidades.	60
4.3. Diagrama de flujo del script para minimizar CN	63
4.4. Diagrama de flujo de RotatingWSPolSops	64
4.5. Esfera de Poincaré con los ángulos usados para el sistema	64

4.6. Montaje experimental desarrollado para la captura de imágenes de intensidad. . .	66
4.7. Diagrama de flujo del script automatizado para el procesado de imágenes y la estimación de Stokes.	66
4.8. Diagrama de flujo del algoritmo adaptativo para la optimización iterativa de la ROI y estimación regularizada de Stokes.	73
4.9. Montaje experimental para la caracterización de las polarizaciones a la salida del polarizador lineal externo.	78
4.10. Error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante la rotación del polarizador de referencia.	79
4.11. Representación en la esfera de Poincaré de los estados medidos.	79
4.12. Montaje experimental para caracterización de la lámina retardadora.	80
4.13. Error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante la rotación de la lámina de referencia.	81
4.14. Representación en la esfera de Poincaré de los estados medidos	82
4.15. Polarizador radial delante de una pantalla LCD	84
4.16. Montaje experimental para la adquisición cartográfica del polarizador radial. . .	84
4.17. Diagrama de flujo del script de procesamiento implementado para la reconstrucción polarimétrica espacial.	85
4.18. Mapa bidimensional de Azimut (ψ) obtenido para el polarizador radial.	86
4.19. Mapa bidimensional de Elipticidad (χ) obtenido para el polarizador radial. . . .	86
4.20. Mapa del Grado de Polarización (DoP) medido en las inmediaciones del centro geométrico.	87
4.21. Detalle ampliado de la zona central del polarizador radial.	87
4.22. Montaje experimental para la configuración de polarizador radial y lámina retardadora.	88
4.23. Mapa bidimensional de Azimut (ψ) obtenido para la combinación de polarizador radial y lámina retardadora.	90
4.24. Mapa bidimensional de Elipticidad (χ) obtenido para la combinación de polarizador radial y lámina retardadora.	90
4.25. Configuración usada para la toma de las imágenes de las muestras biológicas . .	93

4.26. Imagen tomada.	93
4.27. Mapa de intensidad.	93
4.28. Grado de Polarización (DoP)	94
4.29. Ángulo de Polarización (AoLP)	94
4.30. Mapa de elipticidad de la muestra	94

Índice de cuadros

4.1. Estados de polarización generados experimentalmente para la calibración del sistema y sus correspondientes orientaciones ópticas.	58
4.2. Resultados estadísticos en la ROI para un tiempo de exposición $t_e = 1/200$ s en función de la potencia relativa de la fuente de iluminación.	61
4.3. Umbral de aparición de saturación para cada potencia relativa del láser.	61
4.4. Métricas comparativas e índices de error entre los estados de Stokes teóricos y las estimaciones iniciales reconstruidas por el sistema.	70
4.5. Métricas comparativas e índices de error tras la optimización adaptativa de la ROI de integración.	75

Capítulo 1

Introducción y Estado del Arte

1.1. Introducción y Motivación

La polarización de la luz constituye una de sus propiedades fundamentales y aporta información adicional sobre su interacción con los medios materiales, la estructura de las fuentes ópticas y los fenómenos de propagación. En este contexto, aunque existen diversos enfoques válidos para describir la polarización de los haces de luz, como la teoría electromagnética basada en las ecuaciones de Maxwell, el formalismo de Berreman, el formalismo de Jones y la descripción mediante la elipse de polarización, entre otros, la representación matemática mediante el formalismo de Stokes es especialmente útil para tratar con luz polarizada, puesto que permite describir de forma completa cualquier estado de polarización incluyendo contenido despolarizante, dado que se basa en promedios temporales de la luz, por lo que a diferencia de los modelos anteriores, es sensible a procesos estadísticos de la luz. Además, puesto que el formalismo de Stokes se basa en medidas de intensidad, es fácilmente aplicable a entornos experimentales.

Los sistemas tradicionales para la medida de polarimetría, los polarímetros, suelen basarse en instrumentación óptica costosa y configuraciones voluminosas, lo que limita su uso en aplicaciones portátiles o de bajo coste. Sin embargo, cada vez son más las aplicaciones que se benefician del estudio del contenido polarimétrico de la radiación electromagnética, como por ejemplo en astronomía [1], teledetección [2], comunicaciones cuánticas [3], sistemas autónomos [4], o en biofotónica y biomedicina [5]. En este contexto, en los últimos años ha surgido un interés creciente por el desarrollo de sistemas de medida compactos que permitan realizar estimaciones de polarización utilizando sensores comerciales, como los presentes en los teléfonos móviles. Esta línea de trabajo resulta especialmente atractiva en aplicaciones biomédicas, donde la polarización es sensible de forma temprana a numerosas patologías humanas, como por ejemplo, en enfermedades cutáneas como el melanoma [11].

Este trabajo se enmarca en esta línea, explorando la posibilidad de implementar un polarímetro de Stokes basado en un sistema de análisis de estados de polarización (PSA) junto con los sensores CMOS comerciales de las cámaras telefónicas. La motivación principal es demostrar que, mediante una correcta calibración y un modelado matemático robusto, es posible reconstruir de forma fiable el vector de Stokes (o la imagen de Stokes en aplicaciones con muestras espaciales de la polarización) a partir de medidas de intensidad adquiridas con un dispositivo móvil, reduciendo significativamente la complejidad física del sistema, y por tanto, ampliando su potencial de transferibilidad.

1.2. Objetivos del Trabajo

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Grado es el diseño, optimización, implementación y validación experimental de un sistema de polarimetría basado en la medición de los parámetros de Stokes utilizando un teléfono móvil como detector de intensidad.

Para alcanzar este objetivo general, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Desarrollar el modelo matemático del sistema de medida basado en la relación lineal entre intensidades y vectores de Stokes.
- Diseñar y calibrar un sistema de generación de estados de polarización (PSG) capaz de producir estados conocidos de referencia, indispensable para la calibración del sistema polarimétrico de medida.
- Caracterizar experimentalmente el analizador de estados de polarización (PSA) , que constituye el elemento central del polarímetro de Stokes, mediante la obtención de su matriz de medida A , que contiene todos los estados de medida.
- Estudiar el uso del sensor del teléfono móvil como detector fotométrico, analizando su linealidad, rango dinámico y fuentes de ruido, ya que conseguir una respuesta lineal en intensidad es indispensable para cumplir las condiciones necesarias del formalismo de Stokes.
- Optimizar los parámetros de adquisición (ISO, tiempo de exposición e intensidad del láser) para evitar saturación y maximizar la relación señal-ruido.
- Implementar algoritmos de procesamiento de imagen para la extracción de intensidades a partir de regiones de interés (ROI) adaptativas.
- Validar el sistema mediante la reconstrucción de estados de Stokes conocidos, distribuciones espaciales de Stokes, y finalmente muestras reales, así como el análisis del error de estimación.

1.3. Contexto del Proyecto

El presente Trabajo de Fin de Grado se enmarca dentro de un proyecto de mayor alcance orientado al desarrollo de un sistema autónomo y automatizado de medida de polarización basado en la cámara de un teléfono móvil. Dicho proyecto ha sido financiado mediante un proyecto Prueba de Concepto (ref. PDC2022-133332-C22), con el objetivo de desarrollar un prototipo transferible a entornos hospitalarios y demostrar su capacidad para realizar medidas polarimétricas directamente en pacientes, en colaboración con el Instituto de Investigación e Innovación Parc Taulí (I3PT) del Parc Taulí. Dentro de este marco general, el Trabajo de Fin de Grado (TFG) se centra específicamente en la línea instrumental del proyecto. Por tanto, la idea general del presente TFG es avanzar hacia una plataforma compacta, de bajo coste y fácilmente integrable, capaz de realizar medidas polarimétricas sin depender de instrumentación óptica de laboratorio compleja, volumétrica o especialmente costosa.

Este planteamiento responde a una necesidad cada vez más relevante en instrumentación óptica: trasladar técnicas de caracterización avanzadas a sistemas portátiles y accesibles, sin renunciar a una reconstrucción fiable de la información física. La metrología polarimétrica constituye un conjunto de técnicas y métodos de medida ampliamente establecidos en numerosas áreas de investigación y tecnologías, y que, en la última década, se han convertido en el núcleo de muchos métodos de imagen y de caracterización de tejidos en aplicaciones biomédicas. En este contexto, la cámara de un teléfono móvil constituye una solución especialmente atractiva por varias razones. En primer lugar, se trata de un sensor ampliamente disponible, económico y con capacidad suficiente para registrar variaciones espaciales de intensidad con buena resolución. En segundo lugar, su integración en un dispositivo de uso cotidiano facilita el desarrollo de sistemas de medida portátiles, potencialmente autónomos y con una curva de uso reducida. En tercer lugar, su elevada capacidad de procesamiento permite incorporar directamente parte de la lógica de adquisición, control y procesado, acercando el sistema a un funcionamiento prácticamente autosuficiente.

Este nuevo sistema de bajo coste, altamente integrado y de alta precisión podrá tener diversas aplicaciones relevantes. Entre ellas destaca su uso para la biobotánica y la medicina, ya que permitirá caracterizar ciertos tejidos de forma sencilla, revelando valiosa información sobre su estado y estructura celular, ampliando significativamente el contraste de la imagen, entre otros aspectos.

Sin embargo, el uso de la cámara de un teléfono como detector polarimétrico no es inmediato. A diferencia de un sistema de laboratorio diseñado específicamente para polarimetría, la cámara móvil introduce limitaciones propias del sensor CMOS, del procesado interno de imagen y de la variabilidad entre dispositivos. Esto hace necesario un trabajo previo de caracterización, calibración y modelado matemático que permita traducir correctamente las intensidades registradas en

información polarimétrica útil. En otras palabras, antes de aspirar a un sistema completamente autónomo, es imprescindible construir una base experimental sólida que relacione de forma consistente las medidas del sensor con los estados de polarización incidentes.

Desde esta perspectiva, el presente TFG aborda precisamente una de las etapas fundamentales de ese proyecto global: la calibración y validación del sistema de medida de Stokes. Esta fase incluye la caracterización experimental del analizador de estados de polarización, la selección adecuada de los estados de calibración, el estudio de los parámetros de adquisición de la cámara y el análisis de la estabilidad numérica del procedimiento de reconstrucción. El objetivo no es únicamente obtener resultados correctos en un montaje concreto, sino sentar las bases metodológicas necesarias para que, en etapas posteriores, el sistema pueda evolucionar hacia una solución más autónoma y automatizada.

La importancia de este enfoque radica en que un sistema de polarimetría verdaderamente útil no debe limitarse a ofrecer una medida puntual, sino que debe ser capaz de operar de forma reproducible, robusta y con una dependencia mínima del operador. Por ello, el desarrollo de una arquitectura basada en el teléfono móvil no se entiende solo como una alternativa económica, sino como una vía para construir un sistema escalable, portátil y potencialmente transferible a aplicaciones reales en las que el tamaño, el coste y la simplicidad de uso son factores determinantes.

En consecuencia, este trabajo no constituye un esfuerzo aislado, sino una pieza dentro de un sistema más amplio en desarrollo. Su contribución principal consiste en demostrar que, mediante una calibración adecuada y una formulación matemática rigurosa, es posible reconstruir con precisión el estado de polarización utilizando una plataforma móvil como elemento detector. Esta validación experimental es un requisito indispensable para avanzar hacia el objetivo final del proyecto: disponer de un sistema autónomo, automatizado y compacto de medición polarimétrica.

1.4. Campos de Aplicación y Relevancia Tecnológica

El análisis metroológico a través de la luz polarizada ha trascendido los entornos experimentales de la física fundamental para consolidarse como una herramienta transversal de gran relevancia en la ingeniería y las ciencias aplicadas contemporáneas. Aunque la motivación original del proyecto se enmarca en la construcción de un sistema transferible al entorno clínico, gracias a su extrema sensibilidad para detectar variaciones estructurales a escala sub-longitud de onda de manera no destructiva, esta técnica se utiliza hoy en día en múltiples sectores estratégicos:

- **Biobotánica:** Permite la monitorización del estrés hídrico en plantaciones agrícolas, la medición del grosor de las cutículas celulares protectoras de las hojas y la inspección de la integridad de los tejidos vegetales sin alterar el ciclo de vida de la planta.
- **Biomedicina:** Actúa como una herramienta de diagnóstico médico temprano y no invasivo. La caracterización polarimétrica es especialmente eficaz en la detección de anomalías tisulares, ayudando a diferenciar tejidos sanos de cancerígenos gracias a las firmas ópticas únicas que produce la desorganización de la matriz de colágeno anisotrópica.
- **Metrología industrial y semiconductores:** Es un estándar operativo (mediante técnicas de elipsometría) en las líneas de control de calidad para medir el espesor de películas delgadas y analizar las tensiones mecánicas residuales en materiales ópticos y sustratos electrónicos.
- **Teledetección y seguridad:** Facilita la discriminación de materiales y objetos mediante sus propiedades polarimétricas, permitiendo mejorar la detección de camuflajes, identificar superficies artificiales y aumentar el contraste en sistemas de vigilancia y observación remota. Asimismo, resulta útil en aplicaciones de navegación autónoma y monitorización ambiental, donde la información de polarización aporta datos complementarios a la intensidad luminosa convencional.
- **Astronomía y observación espacial:** La polarimetría constituye una herramienta fundamental para el estudio de campos magnéticos y medios dispersivos en el universo. En particular, permite medir la estructura de los campos magnéticos solares mediante satélites y observatorios espaciales, así como analizar la composición y distribución de polvo interestelar, atmósferas planetarias y discos protoplanetarios a partir del estado de polarización de la luz recibida.

1.5. Estado del Arte

1.5.1. Sistemas tradicionales y limitaciones de los enfoques clásicos

Históricamente, la medición del vector de Stokes se ha realizado mediante sistemas ópticos con medidas secuenciales en el tiempo. Estos montajes clásicos emplean una cascada de componentes ópticos discretos, como polarizadores lineales y láminas retardadoras montadas sobre platinas de rotación mecánicas. Aunque ofrecen una elevada precisión metrológica, presentan severas limitaciones operativas: suponen un alto coste económico, son volumétricamente grandes (lo que impide su portabilidad) y resultan extremadamente vulnerables a desalineaciones optomecánicas y vibraciones, sufriendo por ejemplo, de efectos mecánicos limitantes como el *beam wander*. Además, la dependencia de partes móviles limita la velocidad de adquisición, impidiendo su uso para aplicaciones a tiempo real y restringiendo su uso a entornos de laboratorio controlados.

1.5.2. Miniaturización y sensores ópticos integrados (DoFP)

Para superar las restricciones de los sistemas macroscópicos, la industria optoelectrónica ha impulsado el desarrollo de polarímetros de estado sólido basados en la división en el plano focal (DoFP, *Division of Focal Plane*). Estas tecnologías integran arreglos de micropolarizadores de rejilla metálica directamente sobre los píxeles de un sensor CMOS a escala nanométrica. Alternativamente, investigaciones recientes exploran el uso de metasuperficies dieléctricas ultradelgadas capaces de discriminar estados de polarización. Si bien estos enfoques logran mediciones de alta velocidad en dispositivos muy compactos, conllevan procesos de nanofabricación extremadamente costosos, lo que dificulta su implementación a gran escala en múltiples sectores.

1.5.3. Polarimetría basada en dispositivos móviles comerciales

En el extremo opuesto de la miniaturización especializada surge el uso de plataformas comerciales de gran consumo, destacando los teléfonos móviles de última generación. La integración de arquitecturas polarimétricas en *smartphones* representa un cambio de paradigma hacia el diagnóstico *Point-of-Care* (PoC) en entornos con recursos limitados. Estas plataformas combinan sensores de imagen de alta resolución, una enorme potencia de cálculo computacional y una accesibilidad global inigualable. No obstante, el hardware fotométrico de un teléfono está diseñado para fotografía de consumo, no para metrología científica. Su uso exige resolver desafíos ligados a algoritmos automáticos de caja negra (autoexposición, compresión de imagen, balance de blancos), no linealidades en la respuesta del sensor y un rango dinámico estrecho, lo que hace imprescindible el control radiométrico estricto y la adquisición de datos en formato bruto (*RAW*).

1.6. Síntesis y Brecha Tecnológica del Trabajo

El análisis del estado del arte evidencia una brecha tecnológica significativa: por un lado, los sistemas tradicionales y los sensores integrados ofrecen precisión metrológica a cambio de un elevado coste económico, rigidez espacial o complejidad extrema de fabricación; por otro lado, los dispositivos móviles prometen accesibilidad universal y portabilidad, pero carecen de una fiabilidad de medida directa.

El presente Trabajo de Fin de Grado nace de la necesidad de tender un puente entre ambos extremos. La hipótesis central es demostrar que las limitaciones radiométricas inherentes a un sensor CMOS de consumo pueden resolverse mediante un riguroso modelado matemático e instrumentación calibrada. Al optimizar los modelos de reconstrucción matricial y aplicar algoritmos de corrección espacial (como la adaptación dinámica de la región de interés), este proyecto valida que un dispositivo cotidiano puede transformarse en un polarímetro de Stokes fiable, preciso y de bajo coste, abriendo la puerta a futuras plataformas de análisis clínico e industrial verdaderamente descentralizadas.

Capítulo 2

Fundamentos Teóricos

2.1. La Polarimetría en la Ciencia Actual

La polarimetría constituye una técnica para la caracterización óptica, ya que permite obtener información adicional sobre la interacción entre la radiación electromagnética y la materia más allá de la proporcionada por la intensidad o el espectro de la luz. La polarización es la propiedad de la luz que describe la orientación y la evolución temporal de la oscilación de su campo eléctrico durante la propagación. El fundamento de la polarimetría radica en el estudio del estado de polarización de las ondas electromagnéticas y de las modificaciones que este experimenta tras propagarse o interactuar con un determinado medio.

A diferencia de otras técnicas ópticas convencionales, la polarimetría explota la naturaleza vectorial de la luz. Las variaciones en el estado de polarización contienen información directamente relacionada con las propiedades físicas y estructurales del material analizado, como su birrefringencia, el dicroísmo o la despolarización, que a su vez están relacionadas con propiedades intrínsecas de estos materiales, como su organización, rugosidad superficial, anisotropía, densidad, tamaño de las partículas, composición química y características estructurales, entre otras. Por ello, esta técnica es una herramienta especialmente valiosa para la caracterización no invasiva de sistemas complejos. Debido a estas capacidades, los métodos polarimétricos se han consolidado como herramientas clave en metodologías de procesamiento de imagen, así como en la obtención de información cuantitativa para la caracterización avanzada de materiales [7]. Asimismo, proporcionan información relevante para el entrenamiento de métodos de inteligencia artificial en tareas de clasificación automática [8].

2.2. Formalismo Matemático de la Polarización

2.2.1. Parámetros de Stokes

Los parámetros de Stokes S se utilizan para describir el estado de polarización de un haz de luz. Resultan especialmente útiles debido a su capacidad para caracterizar tanto luz completamente como parcialmente polarizada, y están basados en medidas de intensidad tomadas tras un sistema de análisis de polarización.

El primer parámetro, S_0 , representa la intensidad total del haz. El parámetro S_1 describe la diferencia entre la intensidad de la luz polarizada horizontal y verticalmente. Por su parte, S_2 cuantifica la diferencia entre las componentes de polarización diagonal y antidiagonal. Finalmente, S_3 está asociado a la diferencia entre las componentes de polarización circular derecha e izquierda.

Estos parámetros suelen agruparse en forma de vector, denominado vector de Stokes:

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Además, para ondas monocromáticas y perfectamente coherentes (luz completamente polarizada) los parámetros de Stokes pueden expresarse en función de las componentes del campo eléctrico complejo como:

$$S = \begin{bmatrix} E_x E_x^* + E_y E_y^* \\ E_x E_x^* - E_y E_y^* \\ E_x E_y^* + E_y E_x^* \\ i (E_x E_y^* - E_y E_x^*) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Siendo E_x y E_y las amplitudes de las componentes eléctricas en los respectivos ejes.

Como se ha comentado, el vector de Stokes también puede expresarse en función de intensidades medidas experimentalmente, lo que permite describir el estado de polarización a partir de magnitudes fácilmente accesibles en entornos experimentales.

En particular, los parámetros de Stokes pueden obtenerse mediante medidas de intensidad utilizando distintos analizadores de polarización. Existen diferentes bases (en general, infinitas) de

analizadores de polarización que permiten determinar los parámetros de Stokes a partir de proyecciones del estado a medir sobre dichas bases (intensidades). Una base comúnmente empleada en polarimetría de Stokes, debido a su facilidad de implementación experimental y a su conocida robustez frente a la amplificación del ruido, se fundamenta en cuatro proyecciones lineales equiespaciadas y dos circulares. En esta base, los parámetros de Stokes se describen como:

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{0^\circ} + I_{90^\circ} \\ I_{0^\circ} - I_{90^\circ} \\ I_{45^\circ} - I_{135^\circ} \\ I_R - I_L \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Las magnitudes I_{0° , I_{90° , I_{45° , I_{135° , I_R e I_L corresponden a las intensidades asociadas a los distintos estados de polarización empleados en la descomposición del estado de polarización de la luz (es decir, el estado de polarización analizado mediante un polarizador lineal en cuatro orientaciones diferentes, 0° , 45° , 90° y 135° , y dos analizadores circulares: uno a derechas (R) y otro a izquierdas (L))

Teniendo en cuenta que S_0 es la intensidad de la luz, para luz completamente polarizada e ideal, se cumple la relación:

$$S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.4)$$

En general, la polarización de la luz presenta una componente totalmente polarizada y otra despolarizada, dando lugar a estados parcialmente polarizados. En el caso límite, se tienen estados completamente despolarizados, que no muestran ninguna polarización preferente. En este contexto, la ecuación 2.4 puede generalizarse a sistemas parcialmente polarizados y despolarizados, donde la contribución totalmente polarizada viene determinada por la suma cuadrática de los parámetros S_1 , S_2 y S_3 , mientras que la intensidad total de la luz viene dada por S_0 . Por tanto, S_0 siempre es mayor o igual que dicha suma cuadrática, cumpliéndose la relación generalizada:

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \quad (2.5)$$

De forma inmediata, la ecuación 2.5 permite estimar la contribución despolarizante de un estado de polarización simplemente evaluando el cociente entre su numerador y su denominador. Así pues, podemos definir otros parámetros partiendo de estos valores, el DoP y DoLP, que representan el grado de polarización y polarización lineal respectivamente, es decir, indican qué tan polarizada está la luz que estamos analizando. Se definen como:

$$\text{DoP} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \in [0, 1] \quad \text{DoLP} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0} \in [0, 1] \quad (2.6)$$

Otros parámetros de interés que pueden obtenerse a partir del vector de Stokes son el azimut y la elipticidad de la polarización, que definen la elipse de polarización de la contribución totalmente polarizada. Estos parámetros permiten describir de forma más intuitiva el estado de polarización de la radiación electromagnética.

El azimut ψ define la orientación de la elipse de polarización con respecto al eje de referencia. Este parámetro expresa la relación entre las componentes lineales de polarización y puede calcularse mediante:

$$\psi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{S_2}{S_1} \right) \quad (2.7)$$

Por otro lado, la elipticidad χ describe la forma de la elipse de polarización, permitiendo distinguir entre polarización lineal, elíptica y circular. Este parámetro cuantifica el grado de circularidad de la polarización de la luz y viene dado por:

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{S_3}{S_0} \right) \quad (2.8)$$

donde:

- $\chi = 0^\circ$ corresponde a polarización lineal,
- $\chi = \pm 45^\circ$ corresponde a polarización circular,
- Valores intermedios representan estados de polarización elíptica.

A partir de estos parámetros es posible representar completamente el estado de polarización de la luz mediante la elipse de polarización.

2.2.1.1. Casos específicos del vector de Stokes

Algunos casos específicos y de especial relevancia de los parámetros de Stokes son:

Luz polarizada horizontalmente En este caso $E_y = 0$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Donde $I_0 = E_x^2$ es la intensidad total.

Luz polarizada verticalmente En este caso $E_x = 0$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Donde $I_0 = E_y^2$ es la intensidad total.

Luz polarizada diagonalmente (45°) En este caso $E_x = E_y$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Donde $I_0 = E_x^2 + E_y^2$ es la intensidad total.

Luz polarizada antidiagonalmente (135°) En este caso $E_x = -E_y$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Donde $I_0 = E_x^2 + E_y^2$ es la intensidad total.

Luz polarizada circular derecha En este caso $E_y = iE_x$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Donde $I_0 = E_x^2 + E_y^2$ es la intensidad total.

Luz polarizada circular izquierda En este caso $E_y = -iE_x$.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Donde $I_0 = E_x^2 + E_y^2$ es la intensidad total.

Luz no polarizada En este caso, las componentes E_x y E_y no tienen relación de fase fija y la luz carece de polarización preferente.

$$S = I_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Donde $I_0 = E_x^2 + E_y^2$ es la intensidad total.

2.2.2. Formalismo de Mueller y Modelado de Componentes Ópticos

La interacción de un haz de luz polarizada con cualquier elemento óptico lineal se modela mediante el formalismo de Mueller. Si un haz caracterizado por un vector de Stokes S incide sobre un medio, el vector emergente S' se obtiene mediante la transformación lineal:

$$S' = M \cdot S \quad (2.16)$$

donde M es la matriz de Mueller del elemento (matriz de 4×4). Los componentes fundamentales empleados en el diseño del sistema (PSG y PSA) son polarizadores lineales y retardadores, cuyas expresiones ideales alineadas con el sistema de referencia son:

$$\mathbf{M}_{\text{Pol}}(0^\circ) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{M}_{\text{Ret}}(\phi, 0^\circ) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Donde, para $M_{\text{Pol}}(0^\circ)$, se asume un polarizador ideal, es decir, con una transmisión unitaria para el eje de transmisión y transmisión nula en su eje ortogonal de absorción.

donde ϕ representa el desfase óptico introducido entre las componentes ortogonales (p.ej., $\phi = \pi/2$ para una lámina de cuarto de onda o $\lambda/4$). Cabe destacar que las tolerancias de fabricación del fabricante o las desviaciones en la longitud de onda de trabajo respecto a la especificada por el fabricante, introducen variaciones en ϕ , generando errores sistemáticos que deben ser compensados mediante calibración instrumental.

2.2.2.1. Modelado de Componentes Ópticos Rotados

Dado que el polarímetro propuesto se basa en la variación angular de los elementos ópticos para la modulación y análisis de los estados de polarización, es imperativo proyectar las matrices de Mueller sobre un sistema coordinado rotado un ángulo θ . Físicamente, una rotación geométrica de ángulo θ en el espacio real equivale a una rotación de 2θ en la esfera de Poincaré (espacio de Stokes). La transformación matemática del operador viene dada por:

$$\mathbf{M}(2\theta) = \mathbf{M}_{\text{Rot}}(-2\theta) \mathbf{M} \mathbf{M}_{\text{Rot}}(2\theta) \quad (2.18)$$

donde la matriz de rotación del espacio de Stokes $\mathbf{M}_{\text{Rot}}(2\theta)$ se define como:

$$\mathbf{M}_{\text{Rot}}(2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\theta) & \sin(2\theta) & 0 \\ 0 & -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Aplicando esta transformación de similitud a los componentes fundamentales, se obtienen las expresiones analíticas finales para los elementos rotados un ángulo θ , las cuales constituyen la base algorítmica para la construcción de la matriz de instrumentación A :

$$\mathbf{M}_{\text{Pol}}(2\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

$$\mathbf{M}_{\text{Ret}}(\phi, 2\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos^2 2\theta + \cos \phi \sin^2 2\theta & (1 - \cos \phi) \sin 2\theta \cos 2\theta & -\sin \phi \sin 2\theta \\ 0 & (1 - \cos \phi) \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta + \cos \phi \cos^2 2\theta & \sin \phi \cos 2\theta \\ 0 & \sin \phi \sin 2\theta & -\sin \phi \cos 2\theta & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

2.2.2.2. Generación de luz polarizada elípticamente

En esta subsección se analiza la generación de luz polarizada elípticamente a partir de un sistema formado por un polarizador lineal seguido de un retardador. Este esquema es fundamental para el experimento posterior, ya que permite controlar el estado de polarización del haz de salida mediante parámetros bien definidos. El sistema óptico considerado se representa en la Figura 2.1.

Partimos de un haz de luz con estado de polarización arbitrario, descrito mediante su vector de Stokes:

$$S = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

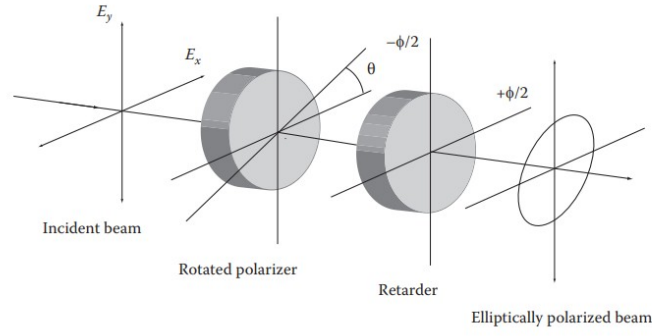


Figura 2.1: Esquema de la configuración óptica necesaria para la generación de polarización elíptica. Imagen extraída de [15]

El primer elemento del sistema es un polarizador lineal ideal orientado un ángulo θ respecto al eje de referencia. Su matriz de Mueller es:

$$M_P(2\theta) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ \cos 2\theta & \cos^2 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & 0 \\ \sin 2\theta & \sin 2\theta \cos 2\theta & \sin^2 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.23)$$

El vector de Stokes a la salida del polarizador se obtiene como:

$$S_P = M_P(2\theta) \cdot S. \quad (2.24)$$

Desarrollando la expresión, se obtiene:

$$S_P = I(\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.25)$$

donde la intensidad transmitida viene dada por:

$$I(\theta) = \frac{1}{2} (S_0 + S_1 \cos 2\theta + S_2 \sin 2\theta). \quad (2.26)$$

A continuación, el haz atraviesa un retardador ideal (lámina retardadora) con desfase ϕ , cuya matriz de Mueller es:

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix}. \quad (2.27)$$

Aplicando el retardador al estado de salida del polarizador, el vector de Stokes final del sistema queda:

$$S_{\text{out}} = I(\theta) \begin{pmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \cos \phi \sin 2\theta \\ -\sin \phi \sin 2\theta \end{pmatrix}. \quad (2.28)$$

Este resultado corresponde a un estado de polarización elíptica, donde la elipticidad y la orientación de la elipse quedan determinadas por el ángulo θ del polarizador y el desfase ϕ introducido por el retardador.

Nótese que, si la polarización incidente sobre este sistema generador es lineal, la intensidad del estado generado dependerá de la orientación de dicha polarización al iluminar el sistema, alcanzando un mínimo cuando el polarizador es ortogonal a la polarización lineal (caso límite de 90° , para el cual la intensidad transmitida es nula). Esto deja de ser un inconveniente si el sistema se ilumina con luz despolarizada, como es nuestro caso, o si se elige girar la lámina retardadora en vez del polarizador.

2.2.3. La Esfera de Poincaré

La esfera de Poincaré, introducida por Henri Poincaré en 1892, constituye una representación geométrica tridimensional de enorme utilidad en la ingeniería óptica y la polarimetría. Este formalismo permite mapear de forma unívoca cualquier estado de polarización (SoP, *State of Polarization*) de una onda luminosa sobre la superficie o en el interior de una esfera analítica unitaria. Su importancia radica en que vincula directamente las propiedades geométricas de la elipse de polarización con las componentes algebraicas del vector de Stokes estudiadas en la sección anterior.

Si se toman los parámetros de Stokes (S_1, S_2, S_3) como coordenadas cartesianas (x, y, z) en un espacio euclídeo tridimensional, la posición del punto respecto al origen queda determinada por la fracción de luz polarizada. Con el fin de aislar la dependencia de la intensidad total y facilitar el análisis geométrico, es estándar normalizar el vector de Stokes dividiendo cada componente por el parámetro S_0 . De este modo, las coordenadas normalizadas (s_1, s_2, s_3) de cualquier estado en el espacio de Poincaré se definen como:

$$\hat{S} = \begin{pmatrix} 1 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ S_1/S_0 \\ S_2/S_0 \\ S_3/S_0 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

2.2.3.1. Relación angular y mapeo geométrico

Geoméricamente, cualquier punto sobre la superficie de la esfera puede describirse en coordenadas esféricas mediante dos parámetros fundamentales de la elipse de polarización: el ángulo de azimut (ψ) y el ángulo de elipticidad (χ). Debido a la simetría intrínseca de la elipse de polarización (donde una rotación del analizador de 180° devuelve un estado ópticamente idéntico), los ángulos espaciales en la esfera de Poincaré se duplican matemáticamente, empleando la longitud 2ψ y la latitud 2χ .

Las ecuaciones de transformación que acoplan las coordenadas cartesianas de Stokes con los parámetros geométricos de la onda son:

$$s_1 = \cos(2\chi) \cos(2\psi) \quad (2.30)$$

$$s_2 = \cos(2\chi) \sin(2\psi) \quad (2.31)$$

$$s_3 = \sin(2\chi) \quad (2.32)$$

Donde los rangos físicos de los ángulos elípticos son $\psi \in [0, \pi)$ y $\chi \in [-\pi/4, \pi/4]$, lo que asegura un recubrimiento biunívoco y completo de la esfera, dado que $2\psi \in [0, 2\pi)$ y $2\chi \in [-\pi/2, \pi/2]$.

2.2.3.2. Interpretación física de las regiones de la esfera

La ubicación topográfica de un punto coordenado dictamina inmediatamente la naturaleza física del estado de polarización:

- **El Ecuador** ($s_3 = 0, \chi = 0$): Alberga todos los estados de polarización puramente lineal. Al no existir desfase ni componente circular, el parámetro s_3 se anula. Dentro del plano ecuatorial destacan cuatro puntos singulares:
 - El punto $(1, 0, 0)$ corresponde a la polarización lineal horizontal (LHP).
 - El punto $(-1, 0, 0)$ corresponde a la polarización lineal vertical (IVP).
 - El punto $(0, 1, 0)$ corresponde a la polarización lineal a $+45^\circ$.
 - El punto $(0, -1, 0)$ corresponde a la polarización lineal a -45° .
- **Los Polos** ($s_1 = s_2 = 0, \chi = \pm\pi/4$): Representan los estados de polarización circular. En estos extremos la elipticidad es máxima y la orientación del eje mayor ψ carece de definición geométrica.
 - El Polo Norte $(0, 0, 1)$ corresponde a la polarización circular derecha (RCP).
 - El Polo Sur $(0, 0, -1)$ corresponde a la polarización circular izquierda (LCP).
- **Los Hemisferios** ($s_3 \neq 0$): Representan estados de polarización elíptica. Todo el hemisferio superior ($s_3 > 0$) contiene estados elípticos con sentido de giro dextrógiro (sentido horario), mientras que el hemisferio inferior ($s_3 < 0$) agrupa los estados levógiros (sentido antihorario).

2.2.3.3. El Grado de Polarización (DoP) y la restricción del espacio físico

El radio vector R desde el origen del sistema de coordenadas hasta el punto mapeado coincide analíticamente con el *Grado de Polarización* (DoP), el cual cuantifica la proporción de luz polarizada respecto a la intensidad total:

$$\text{DoP} = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \quad (2.33)$$

El valor del DoP impone una restricción geométrica estricta según la naturaleza del medio:

1. $\text{DoP} = 1$: El estado se sitúa estrictamente sobre la superficie de la esfera. La luz está totalmente polarizada (caso ideal asumido en aproximaciones de óptica determinista).
2. $0 < \text{DoP} < 1$: El estado se localiza en el interior del volumen de la esfera. Representa luz parcialmente polarizada, fenómeno recurrente cuando la onda interactúa con medios turbios, biológicos o superficies rugosas que introducen despolarización por dispersión (*scattering*).
3. $\text{DoP} = 0$: El estado colapsa en el centro de la esfera $(0, 0, 0)$, lo que equivale a luz completamente despolarizada o luz natural.

2.3. Teoría de la Inversión Instrumental de Stokes

2.3.1. Formulación Matricial de la Polarimetría de Stokes e Inversión Instrumental

Una vez definidos los formalismos algebraicos de Stokes-Mueller y su representación geométrica en la esfera de Poincaré, es necesario establecer el marco matemático que rige la adquisición física de los estados de polarización en un polarímetro real. Aunque teóricamente es posible determinar las componentes de un vector de Stokes mediante una resolución analítica directa de seis o incluso cuatro proyecciones ideales, un sistema de instrumentación de ingeniería, especialmente uno basado en un sensor CMOS sujeto a ruido experimental, requiere una formulación generalizada y estadísticamente robusta.

2.3.1.1. La Ecuación Instrumental de Medida

Antes de comenzar, cabe destacar que en todo montaje experimental de medida de los parámetros de Stokes se distinguen dos secciones fundamentales. Por un lado, el PSG (*Polarization State Generator*), que es la sección encargada de generar un estado de polarización, y que se utiliza para calibrar el verdadero núcleo del polarímetro de Stokes, el sistema analizador de polarizaciones (PSA). Por ejemplo, el sistema descrito previamente para la generación de luz polarizada elípticamente, basado en un polarizador y un retardador junto con una fuente óptica, puede considerarse un PSG. Por otro lado, se encuentra el citado PSA, que es la sección encargada de analizar el estado de polarización. Esta, mediante un conjunto de elementos ópticos y un fotodetector, permite recuperar el vector de Stokes incidente. La combinación del PSA con un sistema detector de intensidades es lo que se llama polarímetro de Stokes. En la Figura 2.2 se muestra un esquema genérico de esta configuración.

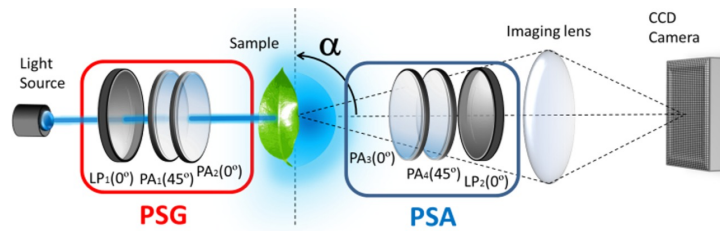


Figura 2.2: Esquema de un sistema de polarimetría. Imagen extraída de [16]

En un analizador de estados de polarización (PSA, *Polarization State Analyzer*), el haz de luz caracterizado por un vector de Stokes de entrada desconocido $\mathbf{S} = [S_0, S_1, S_2, S_3]^T$ atraviesa una serie de componentes ópticos modulables (polarizadores y retardadores) antes de incidir sobre la matriz de fotodetectores de un sensor CMOS. Este sensor, por su naturaleza física, es un

dispositivo cuadrático que responde únicamente a la intensidad total de la radiación incidente, es decir, a la componente S_0 del vector de Stokes.

Si el sistema realiza un número N de mediciones independientes (ya sea variando temporalmente la orientación de los retardadores o mediante división de amplitud), cada intensidad I_i registrada en el píxel vendrá dada por la proyección del vector de Stokes de entrada sobre el estado de análisis del instrumento en ese instante. Este proceso físico se modela mediante un sistema de ecuaciones lineales compacto:

$$I = A \cdot S \quad (2.34)$$

Donde I es el vector columna de intensidades medidas de dimensión $N \times 1$:

$$I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

Y A representa la *Matriz Instrumental* o *Matriz de Modulación* del sistema, de dimensión $N \times 4$. Cada fila $a_i^T = [a_{i0}, a_{i1}, a_{i2}, a_{i3}]$ de la matriz $\mathbf{A}$ caracteriza matemáticamente la respuesta polarimétrica del PSA en la i -ésima configuración de medida. Esta fila puede interpretarse como la primera fila de la matriz de Mueller efectiva del sistema, ya que el detector únicamente mide intensidad, es decir, la componente S_0 del vector de Stokes. Por tanto, dicha respuesta incorpora la acción combinada de todos los componentes ópticos del analizador:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{N0} & a_{N1} & a_{N2} & a_{N3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

2.3.1.2. Reconstrucción del Vector de Stokes e Inversión del Sistema

El objetivo fundamental del polarímetro es resolver el problema inverso: recuperar el vector de Stokes incógnita S a partir del vector de intensidades medidas I . Dependiendo del número de capturas N , el formalismo matemático de inversión varía significativamente:

Caso Determinado ($N = 4$) Si el sistema realiza el mínimo número de medidas requeridas para resolver las cuatro incógnitas de Stokes ($N = 4$), la matriz instrumental A es una matriz cuadrada de orden 4×4 . Supuesto que los cuatro estados de análisis seleccionados sean linealmente independientes (es decir, no coplanares en la esfera de Poincaré), la matriz A será regular y admitirá una inversa ordinaria A^{-1} . El vector de Stokes se calcula directamente mediante:

$$S = A^{-1} \cdot I \quad (2.37)$$

A pesar de su simplicidad algebraica, este enfoque presenta una severa vulnerabilidad en entornos de laboratorio: al no existir redundancia de datos, cualquier componente de ruido presente en I se propagará de forma directa y potencialmente amplificada hacia el vector de Stokes reconstruido, especialmente si los analizadores implementados presentan desviaciones respecto a los valores teóricos, debido a errores instrumentales. Por tanto, este método, aunque sencillo y válido no es viable para un sistema con presencia significativa de ruido.

Caso Sobredeterminado ($N > 4$): Optimización por Mínimos Cuadrados y Operador Pseudoinversa de Moore-Penrose En entornos experimentales reales, el vector de intensidades se encuentra invariablemente corrompido por procesos estocásticos inherentes al sensor CMOS, tales como el ruido de disparo, el ruido térmico de lectura y los errores de cuantización del ADC, además de por incertidumbres sistemáticas asociadas al desalineamiento mecánico de los moduladores ópticos. Para modelar con rigor este escenario, la ecuación instrumental de medida debe formularse mediante un modelo lineal:

$$I = A \cdot S \quad (2.38)$$

Donde:

$$I = I_{\text{haz}} + \eta \quad (2.39)$$

Donde $I \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ es el vector de intensidades observadas, $A \in \mathbb{R}^{N \times 4}$ denota la matriz instrumental de modulación, $S \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ es el vector de Stokes del haz incidente.

Por otra parte, $\eta \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ representa el vector de ruido aleatorio. Idealmente asumiremos que el ruido se comporta como un proceso de ruido blanco gaussiano, modelado como $\eta \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. Asimismo, I_{haz} corresponde a la intensidad real medida por el sistema, procedente de la fuente de luz polarizada.

Para resolver este sistema con exactitud, utilizar únicamente las 4 mediciones previamente especificadas podrían dar lugar a errores significativos en nuestras mediciones, para ello usaremos

$N > 4$ mediciones, lo que garantiza una mayor sensibilidad en las medidas, siguiendo la dependencia inversa con la raíz de N . Sin embargo, esto crea un nuevo problema, y es que ahora no podremos realizar la pseudoinversa directamente, al trabajar con matrices no cuadradas.

Para resolver esta inconsistencia dimensional y geométrica, se define un problema de optimización, basado en el criterio de Mínimos Cuadrados Ordinarios (OLS, *Ordinary Least Squares*). El objetivo estricto consiste en estimar un vector de Stokes óptimo, denotado como $\hat{S}$, que minimice el residuo cuadrático del vector de error e . A continuación se describe detalladamente como hallamos la solución a este tipo de problemas de mínimos cuadrados:

$$J(\hat{S}) = \|e\|_2^2 = \|I - A\hat{S}\|_2^2 \quad (2.40)$$

Haciendo uso de las propiedades del producto escalar en el dominio real, el funcional de coste $J(\hat{S})$ puede expandirse algebraicamente:

$$\begin{aligned} J(\hat{S}) &= (I - A\hat{S})^T (I - A\hat{S}) \\ &= I^T I - I^T A\hat{S} - \hat{S}^T A^T I + \hat{S}^T A^T A\hat{S} \end{aligned} \quad (2.41)$$

Puesto que el término $I^T A\hat{S}$ es un escalar elemental, este coincide idénticamente con su transpuesta, es decir,

$$I^T A\hat{S} = (I^T A\hat{S})^T = \hat{S}^T A^T I \quad (2.42)$$

Por consiguiente, la expresión queda reducida a la forma compacta:

$$J(\hat{S}) = I^T I - 2\hat{S}^T A^T I + \hat{S}^T A^T A\hat{S} \quad (2.43)$$

La condición necesaria para la existencia de un mínimo local exige la anulación del gradiente del funcional de coste respecto al vector de parámetros independientes $\hat{S}$:

$$\frac{\partial J(\hat{S})}{\partial \hat{S}} = 0 \quad (2.44)$$

Dada la linealidad del operador diferencial matricial, la derivada puede evaluarse término a término:

$$\frac{\partial J(\hat{S})}{\partial \hat{S}} = \frac{\partial}{\partial \hat{S}} (I^T I) - 2 \frac{\partial}{\partial \hat{S}} (\hat{S}^T A^T I) + \frac{\partial}{\partial \hat{S}} (\hat{S}^T A^T A\hat{S}) \quad (2.45)$$

El primer término es constante respecto a $\hat{S}$, por lo que:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{S}} (I^T I) = 0 \quad (2.46)$$

Para el segundo término se emplea la identidad diferencial matricial:

$$\frac{\partial}{\partial x} (x^T b) = b \quad (2.47)$$

identificando:

$$x \equiv \hat{S}, \quad b \equiv A^T I \quad (2.48)$$

de donde resulta:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{S}} (\hat{S}^T A^T I) = A^T I \quad (2.49)$$

El último término corresponde a una forma cuadrática matricial de la forma general:

$$x^T M x \quad (2.50)$$

cuya derivada viene dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x} (x^T M x) = (M + M^T)x \quad (2.51)$$

Tomando:

$$M = A^T A \quad (2.52)$$

y observando que:

$$(A^T A)^T = A^T A \quad (2.53)$$

se concluye que $A^T A$ es simétrica, por lo que:

$$M + M^T = 2A^T A \quad (2.54)$$

Finalmente:

$$\frac{\partial}{\partial \hat{S}} \left(\hat{S}^T A^T A \hat{S} \right) = 2A^T A \hat{S} \quad (2.55)$$

Sustituyendo todos los resultados anteriores en la expresión del gradiente:

$$\frac{\partial J(\hat{S})}{\partial \hat{S}} = 0 - 2A^T I + 2A^T A \hat{S} \quad (2.56)$$

La condición de estacionariedad queda entonces:

$$-2A^T I + 2A^T A \hat{S} = 0 \quad (2.57)$$

Dividiendo por el factor común 2 y reagrupando términos:

$$A^T A \hat{S} = A^T I \quad (2.58)$$

Ecuación conocida como sistema normal de mínimos cuadrados.

Dado que los estados de medición seleccionados en el PSA son linealmente independientes en el espacio tridimensional de la esfera de Poincaré, la matriz instrumental A posee rango completo por columnas, esto es,

$$\text{rank}(A) = 4 \quad (2.59)$$

Consecuentemente, el producto simétrico $A^T A$ es una matriz definida de orden 4×4 , garantizando la existencia de una inversa única y, por tanto, de una solución global de mínimo cuadrático.

Despejando formalmente el estimador $\hat{S}$ se obtiene:

$$\hat{S} = (A^T A)^{-1} A^T I \quad (2.60)$$

que corresponde a la solución clásica de mínimos cuadrados ordinarios para la estimación del vector de Stokes. Esta derivación puede encontrarse en [12].

El operador lineal compuesto $(A^T A)^{-1} A^T \in \mathbb{R}^{4 \times N}$ constituye analíticamente la pseudoinversa de Moore-Penrose de la matriz rectangular A , denotada universalmente mediante el formalismo A^+ :

$$A^+ = (A^T A)^{-1} A^T \quad (2.61)$$

El estimador final de Stokes implementado digitalmente en el procesado del polarímetro queda unificado bajo la operación:

$$\hat{S} = A^+ I \quad (2.62)$$

2.3.2. Análisis de Propagación del Ruido y Justificación de la Varianza Mínima

El uso de este método basado en múltiples medidas (sobredeterminado) se justifica teóricamente mediante el Teorema de Gauss-Márkov. Este teorema asegura que, al aplicar mínimos cuadrados, obtenemos la estimación más eficiente posible sin introducir errores sistemáticos. Matemáticamente, al calcular el valor esperado de nuestra medición, comprobamos que coincide exactamente con el vector de Stokes real:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[\hat{S}] &= \mathbb{E}[A^+ I] \\ &= A^+ \mathbb{E}[I] \\ &= A^+ \mathbb{E}[AS + \eta] \\ &= A^+ (AS + \mathbb{E}[\eta]) \\ &= A^+ AS \\ &= S. \end{aligned} \quad (2.63)$$

Ahora bien, es fundamental entender cómo el ruido aleatorio del sensor CMOS (fluctuaciones de intensidad) afecta a la precisión de nuestro resultado. Para evaluarlo, calculamos la matriz de covarianza del estimador, denotada como Σ_S :

$$\Sigma_S = \text{Cov}(\hat{S}) = A^+ \text{Cov}(I) (A^+)^T \quad (2.64)$$

Si asumimos que el ruido térmico y de lectura es uniforme en todos los canales del sensor (ruido independiente con varianza σ^2), la matriz de covarianza de la intensidad es simplemente $\Sigma_I = \sigma^2 I$. Sustituyendo esto, la expresión del error se simplifica a:

$$\begin{aligned} \Sigma_S &= \sigma^2 \left[(A^T A)^{-1} A^T \right] \cdot \left[(A^T A)^{-1} A^T \right]^T \\ &= \sigma^2 (A^T A)^{-1} A^T A (A^T A)^{-1} \\ &= \sigma^2 (A^T A)^{-1} \end{aligned} \quad (2.65)$$

Es importante detenerse un momento a analizar la naturaleza del ruido presente en el sistema de medida. El modelo clásico derivado del Teorema de Gauss-Márkov parte de una hipótesis idealizada: que los errores son homocedásticos, es decir, que todas las mediciones presentan la misma varianza. Bajo esa premisa, el estimador de mínimos cuadrados ordinarios (OLS) resulta óptimo en el sentido de mínima varianza entre los estimadores lineales insesgados.

Sin embargo, en un sensor CMOS real esta hipótesis no se cumple. En condiciones de iluminación normales, el componente dominante del ruido es el *shot noise* o ruido de disparo, cuya varianza depende de la propia señal incidente y sigue una estadística de Poisson. Como cada configuración de filtros polarizadores en el PSA transmite una cantidad de luz distinta, la varianza del error cambia de una medición a otra. En consecuencia, el problema es intrínsecamente heterocedástico, es decir que no todas las mediciones presentan la misma varianza, y provoca que la estimación directa por OLS pierda su eficiencia estadística.

A este desafío estadístico se suma un problema de carácter algebraico: en sistemas polarimétricos reales, la matriz instrumental A puede presentar un elevado número de condición. Si se intentara resolver el sistema mediante una inversión directa (sea OLS o WLS), cualquier fluctuación experimental o error de calibración se amplificaría críticamente, destruyendo la solución. Para abordar de manera prioritaria esta inestabilidad numérica, en este trabajo se ha optado por un enfoque de regularización de Tikhonov. Este método introduce un término de penalización que estabiliza matemáticamente el problema inverso, priorizando la regularidad numérica del vector estimado a cambio de un sesgo controlado.

En particular, la reconstrucción del vector de Stokes $\hat{S}$ a partir de las intensidades medidas I se realiza mediante la minimización del funcional:

$$\hat{S} = \arg \min_S (\|I - AS\|^2 + \lambda \|S\|^2), \quad (2.66)$$

cuya solución analítica viene dada por:

$$\hat{S} = (A^T A + \lambda I)^{-1} A^T I. \quad (2.67)$$

El término de regularización λ modifica el espectro de la matriz a invertir, penalizando soluciones artificialmente grandes y amortiguando la propagación del ruido. Este enfoque garantiza una reconstrucción robusta, impidiendo que las perturbaciones estocásticas, incluso aquellas de baja amplitud, se amplifiquen exponencialmente durante el proceso de inversión.

No obstante, es importante analizar la penalización de eficiencia estadística que conlleva asumir homoscedasticidad en un sistema donde el *shot noise* introduce varianzas proporcionales a la señal. Bajo el modelo de Poisson, la varianza de cada medición satisface $\sigma_i^2 \approx I_i$, de modo que la matriz de pesos óptima del estimador WLS es $W = \text{diag}(1/I_1, \dots, 1/I_N)$. La ineficiencia relativa del estimador OLS respecto al WLS óptimo puede cuantificarse como:

$$\eta_{\text{rel}} = \frac{\text{tr}(\Sigma_{\text{OLS}}) - \text{tr}(\Sigma_{\text{WLS}})}{\text{tr}(\Sigma_{\text{WLS}})} \times 100 \% \quad (2.68)$$

donde

$$\Sigma_{\text{OLS}} = (A^T A)^{-1} A^T \Sigma_I A (A^T A)^{-1}$$

es la covarianza del estimador OLS bajo ruido heterocedástico, y

$$\Sigma_{\text{WLS}} = (A^T W A)^{-1}$$

representa la cota inferior de Cramér–Rao.

Evaluando esta expresión sobre la matriz de intensidades de calibración experimental I_{cal} obtenida el 4.2.1, se obtiene $\eta_{\text{rel}} = 1,3 \%$, este resultado lo obtenemos mediante un script adjunto en el capítulo 7, *Anexo A* el script concreto es *Análisis error*. Este resultado implica que el estimador OLS retiene el 98,7% de la eficiencia estadística óptima en el régimen de operación del sistema.

Este resultado es consecuencia directa de la distribución relativamente homogénea de intensidades entre las configuraciones del PSA, inherente a la cobertura uniforme de la esfera de Poincaré. Con una pérdida de eficiencia inferior al 2%, la complejidad adicional del esquema WLS no está justificada en esta fase del proyecto.

En futuras implementaciones que operen con muestras fuertemente despolarizantes o en condiciones de baja iluminación, escenarios donde la heteroscedasticidad entre canales sería más pronunciada, la migración hacia un esquema de Tikhonov ponderado (*Regularized Weighted Least Squares*, RWLS) constituye la vía natural para recuperar la optimalidad estadística sin sacrificar la estabilidad numérica.

De esta discusión se desprende una conclusión fundamental: la precisión de la medida de polarización no depende únicamente de la calidad del sensor CMOS, sino también, de forma decisiva, de la matriz instrumental A . Por tanto, resulta esencial optimizar la configuración óptica del sistema, minimizando su número de condición κ , con el fin de mejorar la estabilidad de la reconstrucción y reducir la propagación del ruido. Esta optimización se desarrolla en el apartado siguiente.

2.3.3. El Número de Condición como métrica de estabilidad numérica

Desde una perspectiva puramente matemática, cualquier estado físicamente realizable debe cumplir la condición teórica $\text{DoP} \leq 1$. Sin embargo, en un sistema de medición real controlado por un sensor CMOS (como el desarrollado en este proyecto), las intensidades capturadas están sujetas a ruido térmico, de disparo (*shot noise*) y a imperfecciones en el alineamiento mecánico de

los componentes ópticos. Al invertir la matriz instrumental para recuperar el vector de Stokes mediante mínimos cuadrados ($S = A^+I$), el ruido del sensor se propaga y puede dar lugar a vectores calculados numéricamente cuyos puntos se sitúen fuera del volumen físico de la esfera ($\text{DoP} > 1$).

Para minimizar la amplificación de este error experimental, el diseño del analizador de estados de polarización (PSA) debe optimizarse geoméricamente utilizando el Número de Condición (κ) de la matriz instrumental A . El número de condición se define, en términos de la norma matricial, como:

$$\kappa(A) = \|A\| \cdot \|A^+\| = \frac{\sigma_{\text{máx}}}{\sigma_{\text{mín}}} \quad (2.69)$$

Donde $\sigma_{\text{máx}}$ y $\sigma_{\text{mín}}$ representan el valor singular máximo y mínimo de la matriz A , respectivamente, obtenidos mediante la descomposición en valores singulares (SVD) [13].

El parámetro $\kappa(A)$ actúa como un factor de amplificación directa del error: si la matriz está mal condicionada ($\kappa \rightarrow \infty$), pequeñas fluctuaciones de ruido en las intensidades medidas por el sensor CMOS producirán desviaciones masivas e inaceptables en el vector de Stokes reconstruido. En el caso ideal de un polarímetro de Stokes de N medidas, se busca que los vectores de medición asociados a las filas de la matriz A formen una estructura geométrica óptima dentro de la esfera de Poincaré.

Todo y que el valor mínimo de condicionamiento matemático para una matriz arbitraria es igual a 1, que se corresponde con matrices unitarias que no amplifican error, para un sistema polarimétrico de $N = 4$ medidas, debido a la imposición que imponen los Stokes normalizados de $S_0 = 1$, la configuración que minimiza el número de condición ($\kappa_{\text{mín}} = \sqrt{3} \approx 1,732$) corresponde a un tetraedro regular inscrito en la esfera de Poincaré [10].

De forma análoga, para un sistema sobredeterminado de $N = 6$ medidas como el usado en el proyecto, el número de condición mínimo teórico se mantiene en $\kappa_{\text{mín}} = \sqrt{3} \approx 1,732$, alcanzado cuando los seis vectores de medición coinciden con los vértices de un octaedro regular inscrito en la esfera de Poincaré, es decir, los estados canónicos LHP, LVP, +45, -45, RCP y LCP. Esta configuración es precisamente la adoptada para el PSG en este trabajo (véase la matriz W en la sección 4.1.1).

No obstante, el PSA usado en este proyecto no puede alcanzar este óptimo global, ya que su arquitectura, polarizador lineal fijo a 0 y lámina retardadora rotante, restringe los estados de análisis accesibles a una familia paramétrica concreta sobre la esfera de Poincaré. Dentro de esta restricción de hardware, el algoritmo de optimización de la sección 4.1.4 minimiza $\kappa(\mathbf{A})$ sobre el espacio de ángulos disponibles, obteniendo $\kappa = 3,28$, un factor $3,28/\sqrt{3} \approx 1,89$ sobre el óptimo teórico. Cabe destacar que, en la literatura especializada, los polarímetros de Stokes con

números de condicionamiento inferiores a 2 se consideran óptimos para este tipo de medidas.

2.4. Tecnología de Sensores CMOS y Captura Digital

Hasta este punto se han presentado los principales formalismos utilizados en el estudio de la polarización de la luz, así como el proceso de adquisición de sus parámetros mediante sistemas ópticos, y las métricas utilizadas para asegurar medidas optimizadas. A continuación, se aborda el funcionamiento de la captura de imágenes mediante sensores CMOS, actualmente los más utilizados en dispositivos como teléfonos móviles y cámaras digitales.

Se analizará su principio de funcionamiento a nivel de píxel, la conversión de señal óptica a señal eléctrica y digital, así como los principales factores que afectan a la formación de la imagen. Este conocimiento es especialmente relevante en el contexto de este trabajo, ya que la medida de polarización basada en imágenes depende directamente del comportamiento del sensor y de sus limitaciones físicas y electrónicas.

2.4.1. Factores en la toma de imágenes

Para comprender el proceso de captación de imágenes, resulta conveniente analizar en primera instancia el caso de imágenes monocromáticas. En este escenario, la escena puede modelarse mediante la distribución espacial de la irradiancia sobre el plano del sensor. De este modo, una imagen monocromática continua se representa como una función bidimensional $I(x, y)$, donde I denota la intensidad óptica e (x, y) las coordenadas espaciales del plano de adquisición.

Al extender este modelo a imágenes en color, se introduce una dependencia adicional asociada al contenido espectral de la luz incidente. En este caso, la señal óptica puede describirse idealmente como $I(x, y, \lambda)$, donde λ representa la longitud de onda. Sin embargo, en la práctica, los sensores no miden directamente esta variable, sino una versión integrada espectralmente mediante filtros de respuesta conocida.

Las métricas fundamentales para evaluar la calidad de un sistema de adquisición son la relación señal-ruido (SNR) y el rango dinámico (DR). La SNR cuantifica la capacidad del sistema para discriminar la señal frente a las fluctuaciones aleatorias del ruido, mientras que el rango dinámico define el intervalo de intensidades que el sensor puede registrar de forma aproximadamente lineal. Este rango está acotado inferiormente por el nivel de ruido (*noise floor*) y superiormente por la saturación del píxel. En consecuencia, un sistema de adquisición de altas prestaciones debe maximizar ambas métricas para preservar la fidelidad de la información en condiciones de baja y alta iluminación (Figura 2.3).

En el plano físico, la transducción de la señal óptica se realiza mediante sensores de imagen de estado sólido, cuya arquitectura general se ilustra en la Figura 2.4. Estos dispositivos están formados por una matriz bidimensional de elementos fotosensibles independientes denominados píxeles. Cada píxel incorpora una región activa, típicamente un fotodiodo, en el que la radiación

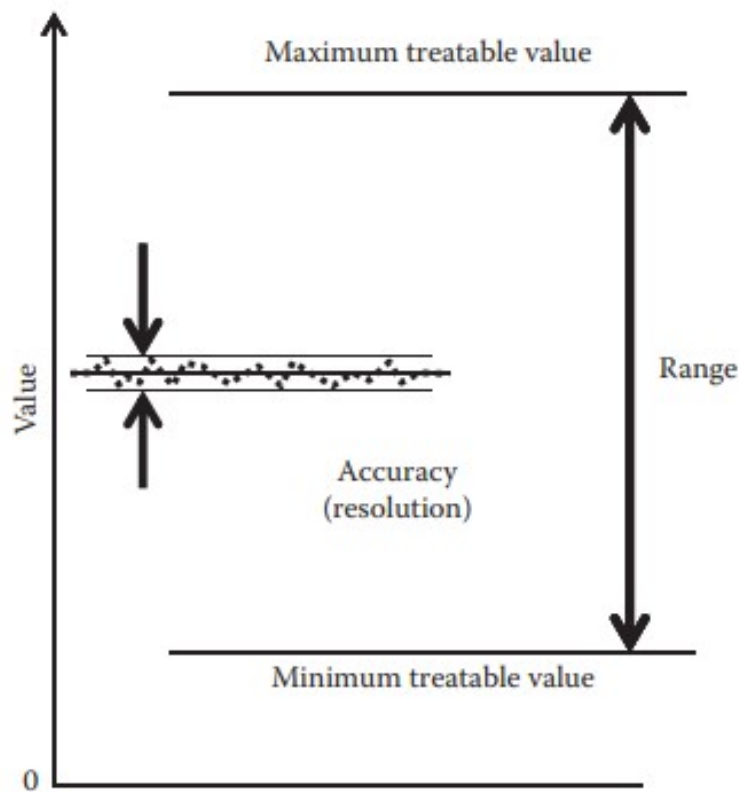


Figura 2.3: Descripción del rango dinámico y la SNR. Imagen obtenida de [14]

incidente genera pares electrón-hueco mediante interacción con el material semiconductor, dando lugar a una carga eléctrica proporcional a la irradiancia recibida.

El muestreo espacial de la escena se realiza de forma discreta en cada elemento de la matriz. Dado que los píxeles poseen un área finita, sus dimensiones imponen un límite fundamental a la resolución espacial de la imagen: a mayor densidad de píxeles, mayor capacidad de muestreo espacial.

En la tecnología CMOS moderna, cada píxel integra además circuitería electrónica local, como transistores de transferencia, amplificación y lectura, encargados del acondicionamiento de la señal y su conversión a dominio digital.

Como se ha indicado, en imágenes en color es necesario resolver la dimensión espectral de la señal. Para ello, para no recurrir a sistemas multicanal complejos, se emplea habitualmente una arquitectura de sensor único con filtros de color integrados sobre la superficie fotosensible. El patrón de Bayer (Figura 2.5) es el estándar más utilizado.

En esta configuración, cada píxel es sensible únicamente a una banda espectral (rojo, verde o azul), realizando así un submuestreo espacial del color. La distribución del mosaico asigna

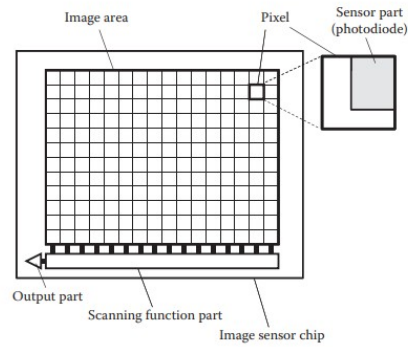


Figura 2.4: Estructura general de un sensor de imagen CMOS. Imagen obtenida de [14]

un 50 % de píxeles al canal verde y un 25 % a los canales rojo y azul, respectivamente. Esta ponderación responde a la mayor sensibilidad del sistema visual humano en la región verde del espectro, optimizando la percepción de luminancia y detalle espacial.

Aunque la distribución espectral de la luz incidente es continua, esta discretización en tres canales primarios permite aproximar la respuesta tricromática humana y simplificar el procesamiento digital. Posteriormente, algoritmos de interpolación cromática reconstruyen la información espectral en cada posición espacial para obtener la imagen en color final.

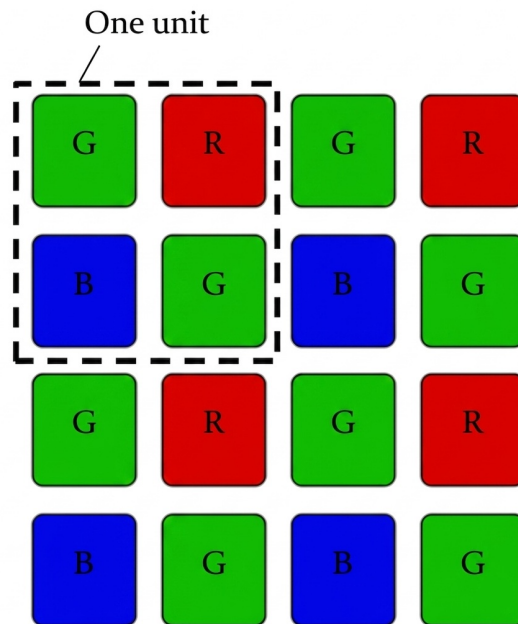


Figura 2.5: Patrón de Bayer utilizado en sensores CMOS. Imagen obtenida de [14]

2.4.2. Período de integración y modo de escaneo

En un sensor de imagen CMOS, la captura de información no depende únicamente de la estructura del píxel, sino también de dos aspectos fundamentales del proceso de adquisición: el *período de integración* y el *modo de escaneo*. Ambos determinan cómo se recoge la luz, cómo se organiza la lectura de los píxeles y cuál es la calidad temporal y espacial de la imagen obtenida. No obstante como el modo de escaneo solo afecta a imágenes en movimiento, en este proyecto no será analizado.

2.4.2.1. Período de integración

El *período de integración* es el intervalo de tiempo durante el cual cada píxel acumula carga generada por la luz incidente. Este periodo coincide, en la práctica, con el tiempo de exposición del sensor. Durante este tiempo, el fotodiodo recibe fotones y los convierte en electrones, de manera que la señal almacenada en el píxel es proporcional a la cantidad de luz recibida.

La duración del periodo de integración tiene una influencia directa sobre la señal obtenida. Si el tiempo de integración es corto, la carga generada será pequeña y, por tanto, la señal medida también lo será, lo que puede reducir la sensibilidad del sistema en condiciones de baja iluminación. Por el contrario, si el tiempo de integración es demasiado largo, el píxel puede acumular demasiada carga y llegar a la saturación, perdiendo capacidad para distinguir diferencias de intensidad en las zonas más iluminadas.

Por tanto, el *período de integración* establece un compromiso entre sensibilidad y saturación. En escenas con poca luz suele ser conveniente aumentar el tiempo de integración para captar más señal, mientras que en escenas muy brillantes es necesario reducirlo para evitar la pérdida de información. Además, este parámetro influye en el ruido relativo de la imagen: al aumentar la carga útil acumulada, mejora la relación señal-ruido, aunque también pueden incrementarse ciertos efectos como la corriente eléctrica generada en un sensor incluso en ausencia de luz, debida principalmente a efectos térmicos o el ruido estadístico en la señal debida a la naturaleza discreta de los fotones.

En aplicaciones de imagen, el control del tiempo de integración resulta esencial para adaptar el sensor a las condiciones de iluminación de la escena y para obtener imágenes con una exposición adecuada.

2.4.3. Sensores de Imagen CMOS

Los sensores CMOS constituyen actualmente la tecnología predominante en cámaras digitales, teléfonos móviles y sistemas de visión artificial. Cada píxel CMOS incorpora transistores de

lectura y amplificación integrados localmente, permitiendo convertir la carga en señal eléctrica directamente dentro del propio píxel.

Esta arquitectura ofrece numerosas ventajas. En primer lugar, permite realizar lecturas más rápidas y con menor consumo energético. Además, la integración de circuitería adicional dentro del sensor facilita implementar funciones avanzadas como conversión analógico-digital integrada, control automático de exposición, reducción de ruido o procesamiento paralelo.

Otra ventaja importante de los sensores CMOS es su compatibilidad con procesos estándar de fabricación CMOS, utilizados ampliamente en la industria microelectrónica. Esto reduce significativamente el coste de fabricación y facilita la integración de sistemas complejos en un único chip.

No obstante, debido a la presencia de múltiples transistores por píxel, los sensores CMOS pueden presentar variaciones entre píxeles y ciertas fuentes adicionales de ruido, como el *fixed pattern noise* o el *random telegraph noise*. Sin embargo, las mejoras tecnológicas de los últimos años han permitido reducir considerablemente estos efectos, alcanzando niveles de calidad más que aceptables.

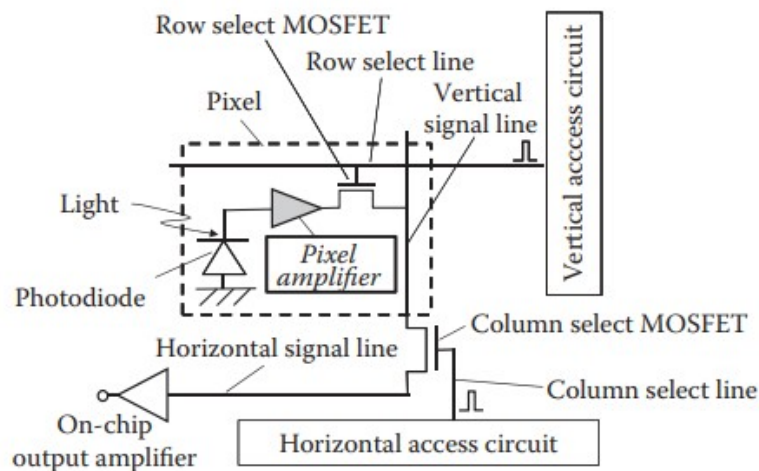


Figura 2.6: Arquitectura de un píxel CMOS. Imagen obtenida de [14]

2.4.4. Ruido en sensores CMOS

Como se ha comentado anteriormente, la sensibilidad es uno de los parámetros más importantes para evaluar el comportamiento de un sensor de imagen y, en consecuencia, la calidad final de la imagen obtenida. Esta sensibilidad se caracteriza principalmente mediante la relación señal-ruido (SNR). Por ello, resulta fundamental comprender el origen y el comportamiento de los

distintos tipos de ruido presentes en un sensor CMOS.

El ruido en sensores de imagen puede originarse tanto por factores externos como internos. Entre los factores ambientales destacan las condiciones de iluminación, la temperatura, la presencia de sombras o el tipo de fuente luminosa utilizada. Por otro lado, existen factores intrínsecos al propio sensor, como la eficiencia cuántica, la corriente oscura, el *shot noise*, el ruido térmico o el proceso de conversión analógico-digital (ADC).

Todos estos fenómenos degradan la señal capturada y limitan la capacidad del sensor para representar fielmente la información luminosa de la escena.

2.4.4.1. Amplitud del ruido

El ruido puede definirse como una fluctuación aleatoria superpuesta a una señal útil. En un sistema de captura de imágenes, la señal ideal correspondiente a la intensidad luminosa se ve perturbada por diferentes componentes aleatorias que modifican su valor real.

Si se representa una señal dependiente del tiempo como $s(t)$ y el valor ideal libre de ruido como $s_0(t)$, la señal medida puede expresarse como:

$$s(t) = s_0(t) + n(t)$$

donde $n(t)$ representa la componente de ruido introducida por el sistema, se puede ver una representación de este efecto en la Figura 2.7.

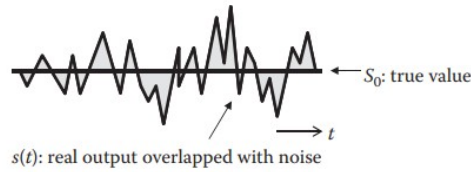


Figura 2.7: Gráfico de la relación señal - ruido
. Imagen obtenida de [14]

La amplitud del ruido suele caracterizarse mediante su valor cuadrático medio o mediante su varianza estadística. En muchos sistemas electrónicos, especialmente en sensores CMOS, el ruido puede modelarse como un proceso gaussiano de media nula:

$$n(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_n^2)$$

donde σ_n^2 representa la varianza del ruido.

La relación señal-ruido (SNR) se define como la relación entre la potencia de la señal útil y la potencia del ruido:

$$\text{SNR} = \frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}}$$

Habitualmente, la SNR se expresa en decibelios:

$$\text{SNR}_{dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\text{signal}}}{P_{\text{noise}}} \right)$$

Una SNR elevada implica que la señal útil domina sobre el ruido, obteniéndose imágenes más precisas y con mayor calidad visual.

En el caso concreto de este proyecto, la cámara utilizada incorpora un sensor denominado *48 MP Quad PD*. El término *PD* hace referencia a *Phase Detection*, una tecnología utilizada para mejorar el enfoque automático mediante detección de fase. Este tipo de sensores empleados en cámaras de teléfonos móviles se implementan mediante tecnología CMOS, basada en transistores MOSFET (*Metal-Oxide-Semiconductor Field-Effect Transistor*). Por tanto, gran parte de las fuentes de ruido presentes en el sistema tienen su origen en el comportamiento físico y electrónico de dichos transistores.

2.4.4.2. Ruido en transistores CMOS

Ruido $1/f$ El ruido $1/f$, también conocido como *flicker noise* o ruido rosa, es un tipo de ruido dominante a bajas frecuencias. Su densidad espectral de potencia disminuye inversamente con la frecuencia:

$$S(f) \propto \frac{1}{f}$$

Esto implica que su contribución es especialmente significativa en sistemas de baja frecuencia o en tiempos de integración largos, mientras que a frecuencias elevadas su efecto se vuelve prácticamente despreciable.

En transistores CMOS, el ruido $1/f$ se origina principalmente debido a fenómenos de captura y liberación de cargas en defectos presentes en la interfaz óxido-semiconductor. Estas fluctuaciones producen variaciones en la corriente del transistor y, por tanto, en la señal leída por el sensor.

En sensores CMOS, este ruido puede afectar especialmente a la uniformidad temporal de los píxeles y a la estabilidad de la señal en condiciones de baja iluminación.

Ruido térmico A frecuencias elevadas, el espectro del ruido se vuelve prácticamente plano e independiente de la frecuencia. Este fenómeno se conoce como ruido térmico, y presenta un comportamiento equivalente al ruido blanco gaussiano aditivo.

El ruido térmico se origina debido al movimiento aleatorio de las cargas eléctricas provocado por la temperatura. En cualquier material con resistencia eléctrica distinta de cero, los electrones presentan fluctuaciones aleatorias de velocidad y posición. Como consecuencia, la distribución de carga en el canal de conducción no es homogénea, generándose fluctuaciones de corriente y voltaje detectadas como ruido.

En la figura 2.8 se muestra una representación gráfica del comportamiento de estos dos tipos de ruido.

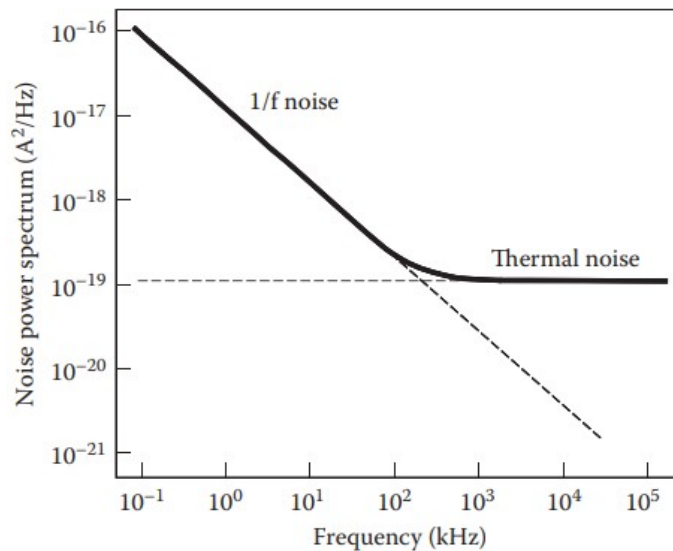


Figura 2.8: Relación entre ruido 1/f y ruido térmico. Imagen obtenida de [14]

Random Telegraph Noise (RTN) El *Random Telegraph Noise* (RTN) es un tipo de ruido caracterizado por fluctuaciones discretas entre distintos niveles cuantizados de señal. En la mayoría de los casos se observan dos niveles, aunque también pueden aparecer sistemas con tres o más estados.

Este fenómeno se ha vuelto especialmente relevante debido a la reducción del tamaño de los transistores MOSFET modernos, afectando tanto a sensores de imagen CMOS como a memorias flash.

El origen físico del RTN se asocia a procesos de captura y liberación de carga eléctrica en estados de interfaz presentes en la unión semiconductor-óxido. Cuando una carga queda atrapada o liberada, el potencial del canal del transistor cambia ligeramente, produciendo variaciones

discretas en la corriente de salida.

A medida que disminuye el tamaño de los transistores, el número de centros de atrapamiento también disminuye, haciendo que el efecto de cada uno de ellos sea más significativo sobre la señal total. Investigaciones recientes han demostrado que el RTN está presente incluso a amplitudes extremadamente pequeñas, siendo detectable únicamente mediante técnicas de medida avanzadas.

Shot Noise El *shot noise* es uno de los ruidos fundamentales en sensores de imagen y aparece debido a la naturaleza cuántica de la luz. La llegada de fotones al sensor no ocurre de forma continua, sino aleatoria, siguiendo una distribución estadística de Poisson.

Si el número medio de fotones incidentes es N , la desviación típica asociada al *shot noise* viene dada por:

$$\sigma_{shot} = \sqrt{N}$$

Por tanto, la relación señal-ruido limitada únicamente por *shot noise* resulta:

$$\text{SNR} = \frac{N}{\sqrt{N}} = \sqrt{N}$$

Esto implica que la SNR mejora al aumentar el número de fotones capturados, es decir, incrementando la iluminación o el tiempo de exposición.

El *shot noise* es un ruido intrínseco imposible de eliminar completamente, ya que proviene directamente de la naturaleza discreta de la radiación electromagnética. En condiciones de baja iluminación, este ruido suele convertirse en uno de los factores dominantes que limitan la calidad de imagen.

Dark Current Noise Incluso en ausencia total de luz, los sensores CMOS generan cierta cantidad de carga eléctrica debido a procesos térmicos internos. Esta corriente generada espontáneamente recibe el nombre de *dark current*.

Este fenómeno es especialmente importante en exposiciones largas o en aplicaciones científicas de alta sensibilidad, donde pequeñas corrientes parásitas pueden degradar significativamente la calidad de la imagen.

Ruido de cuantificación y ADC Una vez medida la señal analógica generada por cada píxel, esta debe convertirse a formato digital mediante un convertidor analógico-digital (ADC).

El proceso de cuantificación introduce un error debido a que el rango continuo de valores analógicos se discretiza en un número finito de niveles digitales. Este error se conoce como ruido de cuantificación.

Si el ADC posee N bits, el número total de niveles digitales disponibles será:

$$2^N$$

A mayor resolución del ADC, menor será el error de cuantificación y mayor la precisión en la representación digital de la señal luminosa capturada.

Eficiencia cuántica La eficiencia cuántica (*Quantum Efficiency*, QE) de un sensor se define como la fracción de fotones incidentes que son efectivamente convertidos en pares electrón-hueco y, por tanto, contribuyen a la señal eléctrica medida. Este parámetro depende de la longitud de onda de la radiación incidente, así como de la estructura del fotodiodo, los materiales semiconductores y la presencia de filtros o capas ópticas en la superficie del sensor.

En sensores CMOS, la eficiencia cuántica no es constante en todo el espectro visible, lo que introduce una dependencia espectral en la respuesta del sistema. Esta no uniformidad afecta directamente a la relación señal-ruido, ya que determina el número efectivo de portadores generados por unidad de flujo óptico. En consecuencia, la QE establece un límite fundamental en la sensibilidad del sensor y condiciona su rendimiento en condiciones de baja iluminación.

Ruido PRNU (Photo Response Non-Uniformity) Es una forma de no uniformidad espacial en la respuesta de los sensores CMOS que no está asociada al ruido aleatorio inherente a la detección, sino a variaciones sistemáticas en la fabricación de los propios píxeles. En particular, pequeñas diferencias en la ganancia y en la eficiencia cuántica de cada fotodiodo hacen que distintos píxeles respondan de manera ligeramente diferente ante una misma intensidad de iluminación. Estas variaciones son fijas en el tiempo para un sensor dado, y se manifiestan como una modulación multiplicativa de la señal ideal, constituyendo una fuente de incertidumbre sistemática que afecta a la precisión de medidas fotométricas y polarimétricas de alta sensibilidad.

Capítulo 3

Calibración del sistema

3.1. Protocolo de Adquisición de Datos e Instrumentación

La fase inicial del diseño experimental radica en la validación y configuración del sistema de captación del dispositivo móvil para operar estrictamente como un fotodetector lineal, distanciándose del comportamiento de una cámara comercial convencional. El propósito fundamental es garantizar la elisión de cualquier algoritmo de procesamiento o mejora computacional de la imagen (como balances de blancos automáticos, compresión con pérdida, mapeo de tonos o reducciones estocásticas de ruido), asegurando así que los niveles digitales registrados en la matriz guarden una proporcionalidad directa con la irradiancia óptica incidente sobre el plano del sensor.

Con esta premisa, se seleccionó un teléfono que ofreciera un control manual exhaustivo sobre los registros de bajo nivel del sensor óptico, permitiendo la fijación determinista del tiempo de integración y la ganancia analógica (ISO), además de viabilizar el despliegue de software embebido. En este trabajo se ha empleado el dispositivo *Google Pixel 10*, debido a la elevada resolución espacial de su sensor, su flexibilidad de configuración a través de las APIs (Application Programming Interfaces) de bajo nivel de Android y su compatibilidad para el desarrollo de aplicaciones personalizadas.

Para el análisis del Google Pixel 10 se toma como referencia su sensor principal, el Samsung ISOCELL GN8 [17] (un dispositivo de 48 MP con un formato óptico de $1/1,95''$ y un tamaño de píxel nativo de $0,8\mu\text{m}$). No obstante, es imperativo señalar que, debido a la política comercial de opacidad de los fabricantes de tecnología de consumo, no existen hojas de datos industriales públicas que certifiquen las propiedades físicas de este componente a nivel metrológico. Por tanto, los valores analizados constituyen estimaciones fundamentadas en los estándares de la arquitectura de sensores BSI (*Backside Illuminated*) actuales. Entre estos parámetros críticos se identifican los siguientes:

Capacidad de pozo completo (*Full Well Capacity, FWC*): Determina la cantidad máxima de carga eléctrica (La capacidad de pozo completo se estima del orden de varios miles de electrones por subpíxel, coherente con sensores CMOS BSI de $0,8\text{--}1,0\ \mu\text{m}$ descritos en la literatura.) que un fotodiodo puede almacenar antes de alcanzar la saturación. En este dispositivo, dicho valor se eleva de forma efectiva hasta los $12,000\text{--}16,000\ \text{e}^-$ mediante técnicas de *pixel binning* (Quad PD), combinando la carga de cuatro fotodiodos adyacentes a costa de reducir la resolución espacial de la imagen.[18]

Ruido de lectura (*Read noise*): Representa la incertidumbre y degradación de la señal introducida por la electrónica del sensor (principalmente en las etapas de amplificación y conversión analógico-digital) durante el proceso de cuantificación digital. Se estima que, mediante el uso de tecnologías de ganancia de conversión dual (DCG), este ruido se mantiene en rangos sumamente bajos, oscilando entre $1,0$ y $1,5\ \text{e}^-$ rms en condiciones de alta ganancia, y aumentando hasta $2,0\text{--}3,0\ \text{e}^-$ rms en baja ganancia. [19]

Eficiencia cuántica espectral (*Spectral Quantum Efficiency, QE*): Define la efectividad del sensor para convertir los fotones incidentes en electrones (pares electrón-hueco) en función de la longitud de onda (λ). En este dispositivo, la QE actúa metodológicamente como una “caja negra” al estar condicionada por las curvas de transmitancia de su matriz de filtros de color RGB y su filtro de corte infrarrojo (IR-cut filter), estimándose un pico máximo de eficiencia de entre el 70 % y el 85 % en la banda del espectro correspondiente al color verde ($\approx 530\ \text{nm}$).[20]

A fin de instrumentar este control operativo, se programó una aplicación móvil nativa denominada *Polarimetría*, implementada en el entorno *Android Studio* mediante el lenguaje de programación *Kotlin*. Esta aplicación móvil anula por completo los automatismos del sistema operativo, permitiendo parametrizar con precisión los tiempos de exposición, inhabilitar los filtros de procesamiento interno y estructurar rutinas automatizadas de captura secuencial adaptadas a las necesidades de los ensayos. El archivo *.main* de esta aplicación se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*. Concretamente, el nombre del archivo es *MainActivity.kt*.

El primer modo operativo integrado en la aplicación se denomina *Barrido de tiempos de exposición*. Esta subrutina realiza la captura automatizada de una serie temporal de 35 imágenes en formato RAW nativo (*.dng*), estructura en la cual los datos se extraen directamente del convertidor analógico-digital (ADC) sin interpolación cromática ni filtrados espaciales, es decir datos sin ningún procesamiento. El algoritmo ejecuta un barrido del tiempo de exposición desde $1\ \text{s}$ hasta $10^{-4}\ \text{s}$, manteniendo congelado el valor de la ganancia en su límite inferior absoluto ($\text{ISO} = 21$). La fijación de este parámetro al mínimo minimiza el ruido de amplificación electrónica del circuito de lectura.

De manera complementaria, se implementó una segunda modalidad de adquisición denominada

Barrido de Dark Frames. Este protocolo replica de forma idéntica la secuencia temporal de 35 pasos de exposición, pero está pensado para realizar el barrido tapando completamente, de forma manual, la cámara del teléfono. Las capturas resultantes, obtenidas en estricta ausencia de flujo fotónico, encapsulan exclusivamente las contribuciones espaciales y temporales del ruido intrínseco del dispositivo (corriente de oscuridad, fluctuaciones térmicas y ruido de lectura). Estas imágenes son esenciales para modelar el umbral mínimo de ruido del sistema (*noise floor*) y desacoplar el *offset* electrónico de las medidas iluminadas. La única diferencia real entre estos dos programas, es que este programa guarda las imágenes con un distintivo para diferenciarlas como *Dark Frames* y así poder realizar un procesamiento automático.

Para la ejecución del banco óptico, el dispositivo se coloca en un soporte rígido (trípode) para prevenir cualquier perturbación por movimiento o vibración, orientando el eje de captura hacia una superficie iluminada con luz blanca de forma uniforme. Esta configuración experimental garantiza la proyección de un frente de onda homogéneo sobre el plano de la matriz de píxeles, permitiendo explorar empíricamente los tres regímenes físicos fundamentales de operación del sensor: la región inferior dominada por el ruido de lectura, el intervalo intermedio de respuesta optoelectrónica lineal y la zona superior de saturación del pozo de potencial del píxel.

Una vez almacenados los bancos de imágenes en la memoria del terminal móvil. Pasamos a la siguiente sección, explicada a continuación, en la que se detalla el entramado algorítmico desarrollado en Python para decodificar estas estructuras de datos RAW, aislar sus componentes espectrales mediante la identificación del mosaico de color y extraer de forma automatizada las métricas de linealidad y SNR del fotosensor.

3.2. Metodología de Adquisición y Procesamiento Numérico

Como se ha comentado, la caracterización experimental del sensor CMOS se ha realizado mediante el desarrollo de dos scripts autónomos en el lenguaje de programación Python. El primero de ellos actúa como una herramienta auxiliar de calibración para identificar la arquitectura interna del mosaico de color del dispositivo, mientras que el segundo ejecuta el núcleo del procesamiento fotométrico, la corrección por *dark frames* y el análisis de linealidad mediante optimización numérica. Ambos scripts se encuentran en el Capítulo 7, *Anexo A*, con los nombres *Extracción del patrón de Bayer.py* y *Análisis de linealidad.py*, respectivamente.

3.2.1. Identificación del Patrón de Mosaico de Color (Bayer)

Dado que los sensores comerciales emplean diferentes variantes en la distribución de sus filtros cromáticos, resulta imprescindible determinar con exactitud la disposición de los píxeles antes de realizar cualquier extracción de canal. Para ello, se diseñó un algoritmo de inspección matricial cuyo diagrama de flujo se detalla en la Figura 3.1.

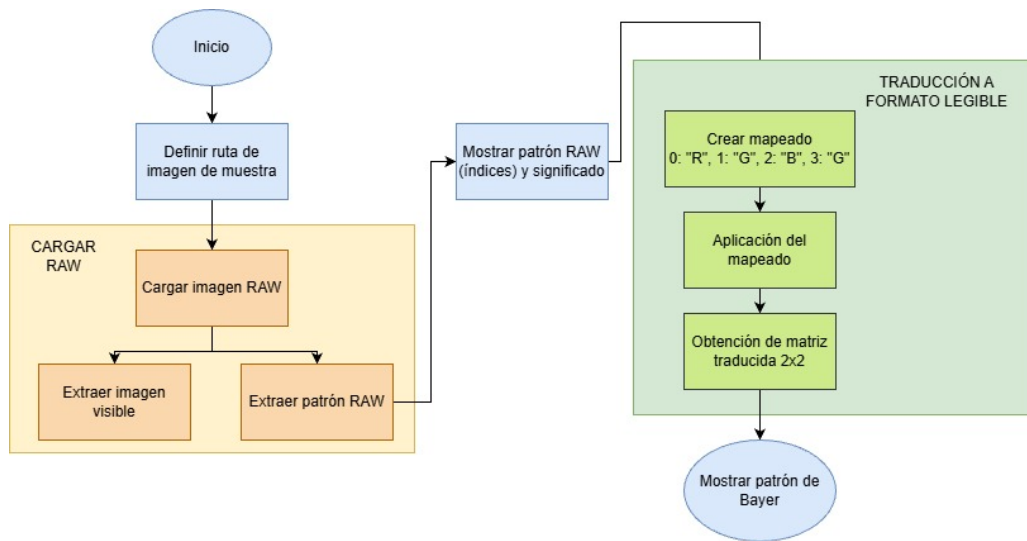


Figura 3.1: Diagrama de flujo del script para la identificación del patrón de Bayer.

El flujo de ejecución de este script auxiliar consta de las siguientes etapas:

1. **Carga del archivo de referencia:** Se inicializa el proceso importando un único archivo de imagen en bruto (*.dng*) capturado por el dispositivo objeto de estudio.
2. **Extracción mediante rawpy:** Utilizando la librería especializada *rawpy*, el algoritmo accede a la estructura interna del archivo RAW sin procesar, aislando la matriz de datos de intensidad visibles (*raw_image_visible*) y la matriz de metadatos del mosaico geométrico

del sensor (`raw_pattern`).

3. **Decodificación numérica:** El script despliega en consola la matriz elemental del patrón en su formato numérico nativo, donde cada número entero indexa un canal espectral de acuerdo con el estándar de la librería ($0 \equiv$ Rojo, $1, 3 \equiv$ Verde, $2 \equiv$ Azul).
4. **Mapecto y normalización de texto:** Mediante un diccionario de traducción binaria, los índices numéricos se transforman en sus respectivos caracteres alfabéticos (R, G, B), contemplando la redundancia binaria del canal verde.
5. **Aplanamiento y salida:** Finalmente, la matriz bidimensional se aplanana secuencialmente para consolidar una cadena de texto continua (por ejemplo, `RGGB`). Este identificador final dicta de forma unívoca la sintaxis de indexación que empleará el script principal para extraer el canal bajo análisis.

3.2.2. Análisis de Linealidad Fotométrica y Caracterización de Ruido

Una vez fijada la configuración del mosaico de color del dispositivo, se ejecuta el algoritmo principal de caracterización fotométrica. Este programa procesa de manera automatizada bancos de 35 imágenes. El procesamiento combina la corrección de la corriente de oscuridad con un análisis de regresión por ventanas deslizantes, tal como se describe en el diagrama de flujo de la Figura 3.2.

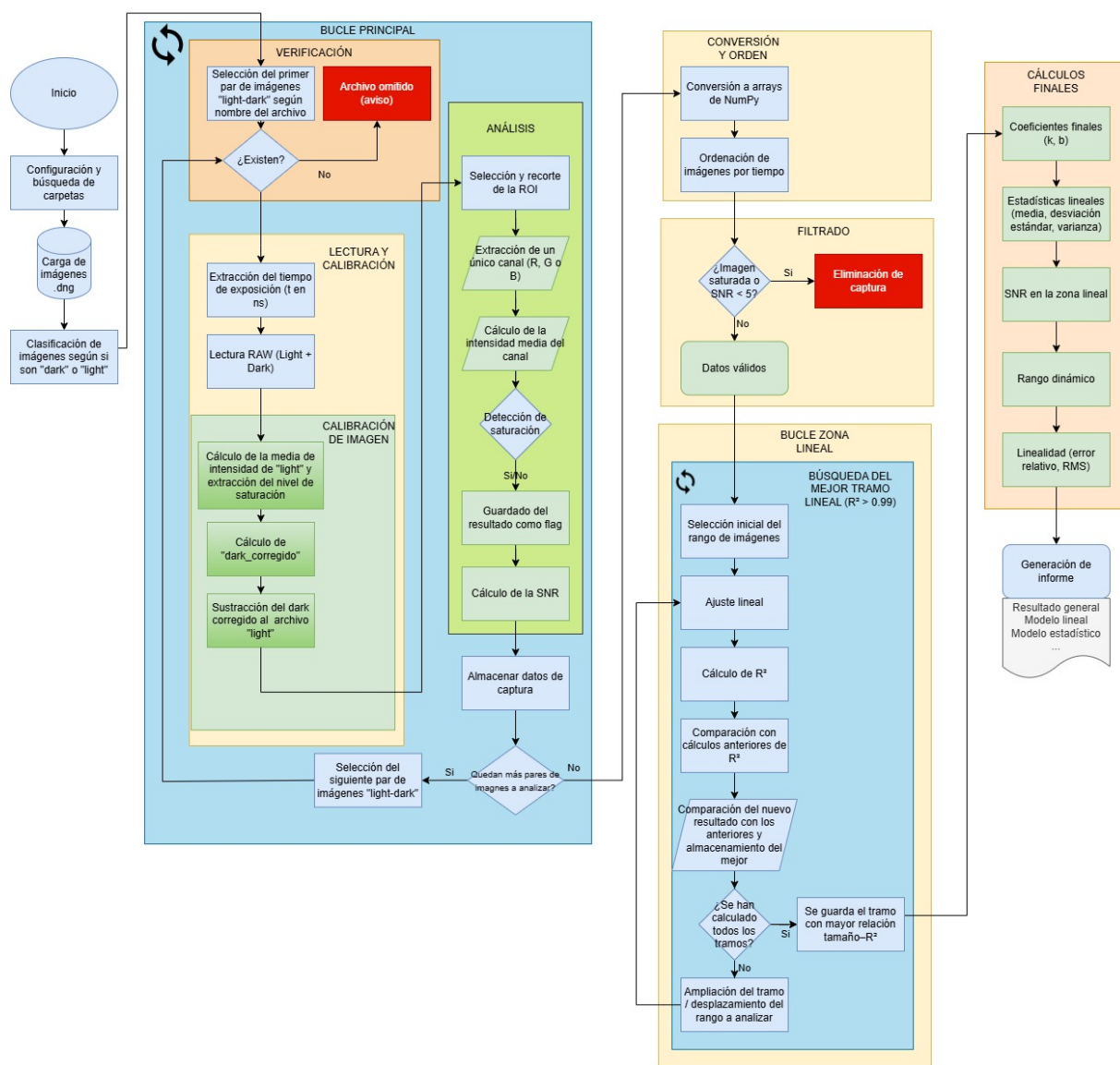


Figura 3.2: Diagrama de flujo del script principal para el análisis de linealidad fotométrica.

El procesamiento sistemático se articula en cinco bloques funcionales diferenciados:

- **1. Inicialización y Categorización de Archivos:** El programa examina el directorio de trabajo, discrimina los archivos válidos y los clasifica de forma emparejada en dos vectores ordenados: imágenes de señal o *light(light_files)* e imágenes de oscuridad (*dark_files*) o imágenes *dark*, indexadas mediante la etiqueta común del tiempo de exposición.
- **2. Bucle de Procesamiento y Corrección de Fondo:** Para cada par de imágenes acopladas, el script ejecuta las siguientes subrutinas:
 1. Extrae el tiempo de exposición de forma analítica a partir de la cadena de texto del nombre del archivo.
 2. Lee las matrices de irradiancia mediante **rawpy**, almacenando el nivel dinámico máximo de saturación del convertidor analógico-digital (*white level*).
 3. Procesa el *dark frame* restándole su propia media aritmética ($\overline{I_{\text{dark}}}$) para suprimir el nivel de *offset* del sensor sin alterar la varianza temporal del ruido de fondo:

$$I_{\text{dark_procesada}} = I_{\text{dark}} - \overline{I_{\text{dark}}} \quad (3.1)$$

4. Aplica la corrección física de la señal útil mediante la sustracción directa:

$$I_{\text{corregida}} = I_{\text{light}} - I_{\text{dark_procesada}} \quad (3.2)$$

5. Realiza una detección estocástica de saturación acotando superiormente la matriz al percentil 99.9 (**np.clip**).
- **3. Extracción de la ROI y Cómputo de Métricas:** Con el fin de mitigar efectos de borde, aberraciones ópticas periféricas y aberraciones de viñeteado, el algoritmo delimita una Región de Interés (ROI) confinada al 50 % central de la matriz espacial.

Haciendo uso del patrón de Bayer previamente verificado, se submuestra la ROI para aislar exclusivamente la componente del canal rojo. Sobre esta submatriz, la intensidad fotométrica final (I) se evalúa como el promedio estadístico de sus N píxeles componentes:

$$I = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I_i \quad (3.3)$$

En paralelo, la función de estimación calcula una estimación aproximada de la relación señal-ruido empírica acoplando analíticamente la estadística de Poisson del flujo fotónico con la desviación estándar experimental del ruido instrumental extraída del cuadro oscuro (σ_{dark}):

$$\text{SNR} = \frac{\mu_S}{\sqrt{\max(\mu_S, 1) + \sigma_{\text{dark}}^2}} \quad (3.4)$$

Donde μ_S equivale a la intensidad media del canal de señal (I), y el umbral inferior de la unidad previene indeterminaciones matemáticas en regímenes de ultra-baja iluminación. Al mismo tiempo, se evalúa si el percentil 99.9 de la imagen alcanza el *white level*, activando una bandera lógica (*saturation flag*) en caso afirmativo.

- **4. Filtrado y Optimización de la Región Lineal:** Una vez concluido el bucle de lectura, el conjunto de datos global se convierte a vectores numéricos estructurados y se ordena ascendentemente según el tiempo de exposición (t). Utilizando la bandera lógica de saturación, se descartan por completo aquellas capturas que comprometan la linealidad del sensor.

Sobre el conjunto de datos válidos restante, el script ejecuta un algoritmo iterativo de ventana deslizante. Este lazo evalúa exhaustivamente todas las subsecciones posibles de datos (exigiendo un mínimo de 5 puntos por ventana) y realiza sobre cada una de ellas una regresión polinomial de primer orden:

$$I_{\text{fit}} = k \cdot t + b \quad (3.5)$$

Para cada iteración, se calcula de forma rigurosa el coeficiente de determinación:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (I - I_{\text{fit}})^2}{\sum (I - \bar{I})^2} \quad (3.6)$$

El algoritmo selecciona automáticamente aquella ventana que posea la máxima longitud de muestras y que garantice estrictamente un criterio de convergencia de $R^2 > 0,99$.

- **5. Generación de Salidas y Reporte:** Como etapa de cierre, el programa explora estadísticamente la zona lineal óptima seleccionada. Extrae de forma definitiva la ganancia efectiva del sistema (k) y el offset residual (b). El error sistemático local del ajuste se modela mediante el error relativo respecto a la curva de calibración:

$$\text{Error}_{\text{relativo}} = \frac{I - I_{\text{fit}}}{I_{\text{fit}}} \quad (3.7)$$

A partir de esta métrica, se deduce tanto el error relativo máximo como el error cuadrático medio (RMS). Finalmente, el script automatiza la exportación de un archivo de auditoría textual (**resultados.txt**) y renderiza un panel de figuras diagnósticas que recogen las curvas de respuesta fotométrica, los perfiles de residuos, la evolución de la SNR lineal y las variaciones de la pendiente local (dI/dt) entre otros parámetros que se estudian a continuación.

3.3. Análisis de los Resultados Fotométricos

En esta sección se exponen y discuten de forma crítica los resultados obtenidos a través del algoritmo de caracterización desarrollado, con el propósito de evaluar la viabilidad del sensor CMOS como fotodetector científico.

Los datos experimentales revelan una respuesta optoelectrónica altamente lineal por parte del dispositivo. El algoritmo de optimización acotó la ventana lineal en un rango que abarca 29 de las 35 imágenes totales analizadas, registrando un coeficiente de determinación extremadamente próximo a la unidad ($R^2 = 0,999978$). Asimismo, el ajuste presenta un error relativo máximo de apenas el 0,786 % y un error cuadrático medio (RMS) del 0,362 %. Estos valores confirman de manera concluyente que la cámara del dispositivo móvil, operando en modo RAW nativo, se comporta como un fotodetector lineal ideal. Las desviaciones residuales, de magnitudes marginales, son atribuidas de forma directa a las fluctuaciones del ruido estocástico temporal y al ruido de cuantificación del convertidor analógico-digital (ADC).

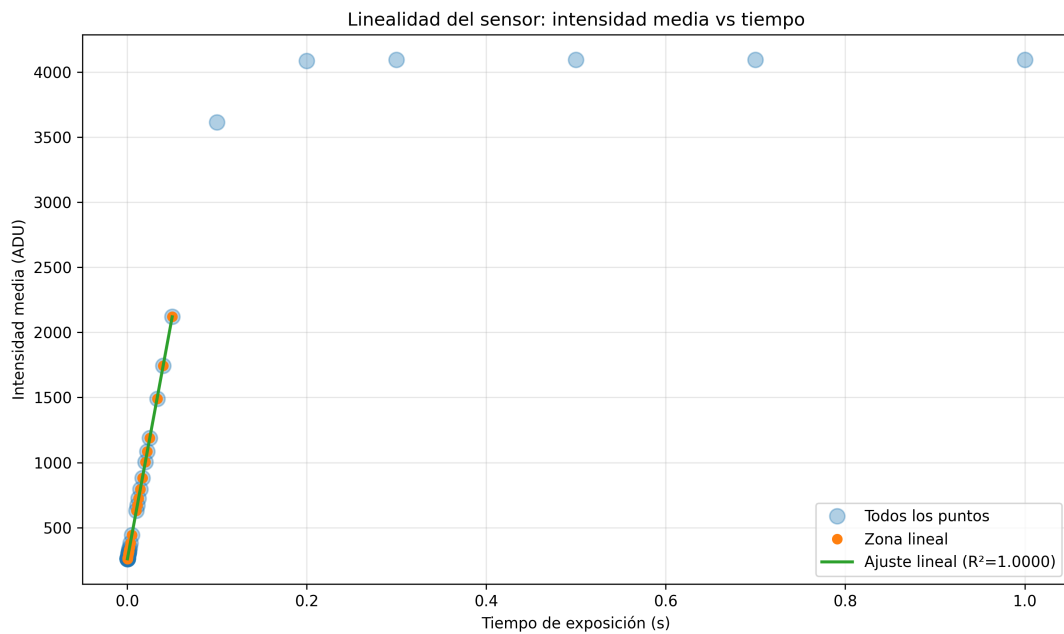


Figura 3.3: Evolución de la intensidad media registrada en el canal rojo en función del tiempo de exposición.

Al examinar la curva característica en la Figura 3.3, se aprecian con claridad los regímenes de operación predichos por el modelo físico. Para los tiempos de integración más prolongados, la curva experimenta una inflexión asimptótica que delimita la zona de saturación, escenario en el cual el flujo fotónico excede la capacidad de almacenamiento de los pozos de potencial de los píxeles. En el extremo opuesto, no se observa de forma explícita una meseta correspondiente a la región dominada por el suelo de ruido instrumental (*noise floor*). Este fenómeno es coherente

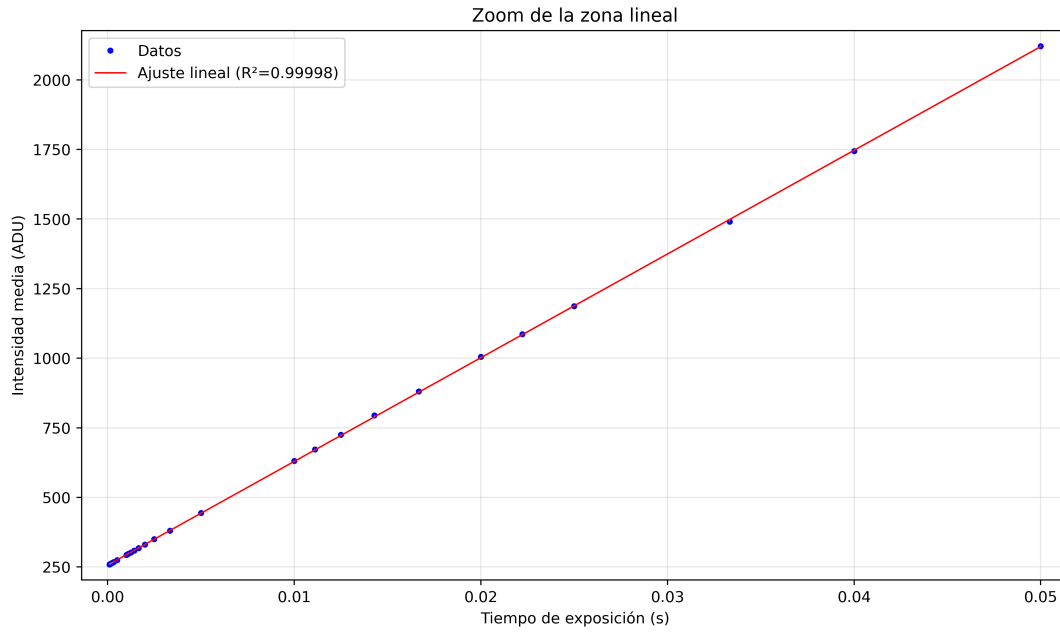


Figura 3.4: Gráfico ampliado de la zona lineal

con el diseño experimental implantado: la irradiancia de la fuente de iluminación empleada fue lo suficientemente elevada como para asegurar que, incluso bajo el tiempo de exposición mínimo (10^{-4} s) y el ajuste de ganancia mínimo ($\text{ISO} = 21$), la señal útil capturada superase el umbral del ruido de lectura del sensor. Cabe deducir que una atenuación severa del flujo luminoso incidente desplazaría el sistema hacia este régimen limitante por ruido en los tiempos de integración más cortos. Además, la figura 3.4 presenta una ampliación de la región lineal de la respuesta de la cámara. Esta representación permite apreciar con mayor claridad el comportamiento del sensor y cuantificar visualmente las desviaciones de los puntos experimentales con respecto al modelo lineal ajustado.

Por su parte, la respuesta empírica de la zona lineal queda descrita de forma precisa por el modelo lineal de calibración:

$$I = k \cdot t + b \quad (3.8)$$

Donde la pendiente del ajuste, correspondiente a la ganancia efectiva o responsividad del sistema, toma un valor de $k = 37256,68 \text{ DN/s}$ (o unidades de cuenta digital por segundo). Este parámetro cuantifica la tasa de conversión global entre el flujo de fotones incidentes, la generación de fotoelectrones y su posterior codificación binaria. El término independiente u *offset* residual se sitúa en $b = 256,57 \text{ DN}$. Físicamente, este valor condensa el *offset* electrónico o nivel de negro integrado en el firmware del dispositivo, la corriente de oscuridad acumulada y el sesgo del ADC. El valor del *offset* relativo, calculado en 0,4195 (41,95 %), pone de manifiesto que en regímenes de baja exposición la contribución de este fondo constante es muy significativa frente a la señal

fotónica neta, lo que valida y justifica la necesidad de aplicar de forma sistemática la sustracción de los *dark frames*.

El estudio estadístico de las fluctuaciones temporales arroja valores de relación señal-ruido (SNR) medios en torno a 25 (en escala lineal) dentro de la ventana de linealidad, certificando un régimen de operación adecuado para las determinaciones experimentales. La estabilidad local del sensor se evaluó mediante la tasa de variación de la pendiente diferencial (dI/dt), la cual presenta pequeñas desviaciones acotadas en el orden del 10 %. Estas oscilaciones locales reflejan variaciones espaciales microscópicas en la respuesta de los píxeles (*Photo-Response Non-Uniformity*, PRNU) y fluctuaciones de cuantificación. Su impacto macroscópico, no obstante, es secundario debido a la robustez estadística derivada de promediar el área de la Región de Interés (ROI). Finalmente, a partir de la relación entre el nivel máximo no saturado y el ruido instrumental de fondo, se dedujo un rango dinámico efectivo de alrededor de los 70 dB dentro de la región de interés lineal.

En conclusión, las evidencias experimentales expuestas en este apartado convalidan la idoneidad del sensor CMOS del teléfono móvil para ser explotado como un instrumento de medición fotométrica de precisión científica. La proporcionalidad directa observada entre la irradiancia integrada y la respuesta digital corrobora el modelo de detección cuántica subyacente. Sin embargo, es imperativo subrayar que los parámetros del modelo de calibración (k y b) no poseen un carácter universal, dado que están condicionados por la geometría del montaje, la distribución espectral de la fuente y la arquitectura de la cámara. Por consiguiente, este protocolo de caracterización se postula como un paso previo e indispensable antes de acometer cualquier ensayo.

Con el detector plenamente validado, la siguiente sección detallará la integración de este componente en la arquitectura instrumental del polarímetro, procediendo con la calibración geométrica de los estados de análisis y la implementación del formalismo matricial de Stokes para la determinación cuantitativa de los estados de polarización de la luz.

Capítulo 4

Medición Stokes

4.1. Planteamiento del sistema para la medición de Stokes

4.1.1. Caracterización de la matriz del PSA

El objetivo de la reconstrucción de los parámetros de Stokes es resolver el siguiente sistema:

$$\hat{S} = A^+ \cdot I \quad (4.1)$$

donde $S \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ representa el vector de Stokes de la luz bajo análisis, $A \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ es la matriz de instrumentación del Analizador de Estados de Polarización (PSA) y $A^+ \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$ denota la pseudoinversa de Moore–Penrose de dicha matriz de instrumentación. Asimismo, $I \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ representa el vector de intensidades medidas.

Dado que el vector de intensidades I se obtiene directamente del procesamiento algorítmico de las imágenes capturadas, el objetivo inicial del protocolo experimental consiste en determinar con precisión la matriz instrumental A , para poder reconstruir posteriormente $\hat{S}$.

Para ello, se emplea un conjunto de vectores de Stokes agrupados como filas de la matriz de estados conocidos W , con el objetivo de resolver el siguiente sistema:

$$I = AW \quad (4.2)$$

Siendo I la matriz de intensidades, A la matriz de calibración y W la matriz de estados conocidos generados por el PSG.

Para resolver el sistema, se requiere introducir al sistema un conjunto de estados de polarización de referencia conocidos, generados mediante el generador de estados de polarización (PSG). Si

se dispone de seis estados linealmente independientes, estos pueden agruparse matricialmente como un operador de estados de entrada:

$$W = \begin{bmatrix} w^{(1)} & w^{(2)} & w^{(3)} & w^{(4)} & w^{(5)} & w^{(6)} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{4 \times 6}, \quad (4.3)$$

donde cada columna $w^{(k)} \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ corresponde al vector de Stokes del k -ésimo estado de calibración de referencia. Obteniendo por tanto una matriz

Al hacer incidir estos seis estados sobre el PSA, el sensor CMOS de la cámara del teléfono registra un conjunto homólogo de vectores de intensidad.

Como para cada estado incidente de la PSG obtenemos un vector de intensidades $I^{(k)} \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$, agrupando estas observaciones de manera secuencial, se construye la matriz de intensidades de calibración:

$$I_{cal} = \begin{bmatrix} | & | & | & | & | & | \\ I^{(1)} & I^{(2)} & I^{(3)} & I^{(4)} & I^{(5)} & I^{(6)} \\ | & | & | & | & | & | \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}. \quad (4.4)$$

Bajo esta formulación matricial compacta, la respuesta del sistema completo durante la fase de calibración queda modelada algebraicamente por la expresión de acoplamiento lineal:

$$I_{cal} = AW. \quad (4.5)$$

Esta representación resulta de gran utilidad debido a que explicita la consistencia dimensional del problema:

$$A \in \mathbb{R}^{6 \times 4}, \quad W \in \mathbb{R}^{4 \times 6}, \quad I_{cal} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}. \quad (4.6)$$

De este modo, el producto matricial AW está matemáticamente bien definido y da como resultado una matriz de dimensiones 6×6 , coincidiendo estrictamente con el tamaño de la matriz de intensidades medida empíricamente.

Finalmente, resolviendo el sistema por el método de mínimos cuadrados para aislar la matriz instrumental A , se recurre a la pseudoinversa por la derecha de la matriz de estados conocidos (W^+), lo que da como resultado:

$$A = I_{cal}W^+. \quad (4.7)$$

Por lo que las dimensiones finales del problema serán:

$$A \in \mathbb{R}^{6 \times 4}, \quad I_{cal} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}, \quad W^+ \in \mathbb{R}^{6 \times 4}. \quad (4.8)$$

4.1.2. Generación de estados conocidos mediante el PSG

Para la construcción empírica de la matriz W , se utiliza un diodo láser emisor que genera luz despolarizada a una longitud de onda de 630 nm en combinación con un sistema generador de estados de polarización (PSG). Este módulo está compuesto por un polarizador lineal comercial y una lámina retardadora de fase, estos dos productos son de la marca *Thorlabs*. El propósito del PSG es proyectar de manera secuencial seis estados de polarización de referencia perfectamente caracterizados: lineal horizontal (LHP), lineal vertical (LVP), lineal a $+45^\circ$, lineal a -45° , circular a derechas (RCP, *Right Circular Polarized*) y circular a izquierdas (LCP, *Left Circular Polarized*).

En un escenario ideal, estos estados se alcanzarían fijando los elementos ópticos en las orientaciones angulares teóricas exactas. Sin embargo, en la práctica aparecen desviaciones sistemáticas debidas a las tolerancias de fabricación, las retardancias reales no ideales, los desalineamientos de los ejes mecánicos y las variaciones intrínsecas tanto del polarizador como de la lámina retardadora.

Por este motivo, la configuración real se determinó experimentalmente mediante la caracterización directa de los estados de polarización de salida utilizando un polarímetro comercial de la marca *Thorlabs*, modelo *PAX1000*, operado a través de su software propietario *Thorlabs-PAX1000*. Para ello, los elementos ópticos se ajustaron manualmente hasta obtener los estados de polarización deseados. Cabe señalar que los montajes de rotación empleados presentan una resolución angular de $\pm 2^\circ$, por lo que las orientaciones obtenidas constituyen una aproximación a los valores teóricos y no coinciden necesariamente con ellos de forma exacta. El montaje experimental utilizado durante este proceso se muestra en la Figura 4.1, esta será la configuración que emplearemos como PSA en futuros experimentos.

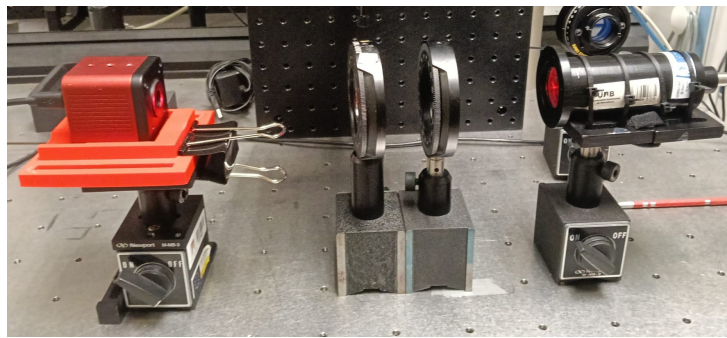


Figura 4.1: Montaje experimental utilizado para la medición de los estados de Stokes de referencia de la matriz W .

Los estados de Stokes reales generados para el experimento, junto con los ángulos de orientación mecánica requeridos en cada elemento óptico para su obtención, se encuentran resumidos en la Tabla 4.1.

Estado	Vector de Stokes Nominal	Ángulo Retardador	Ángulo Polarizador
Horizontal (LHP)	$[1, 1, 0, 0]^T$	16°	91°
Vertical (LVP)	$[1, -1, 0, 0]^T$	15°	2°
$+45^\circ$	$[1, 0, 1, 0]^T$	59°	316°
-45°	$[1, 0, -1, 0]^T$	59°	46°
Circular D (RCP)	$[1, 0, 0, 1]^T$	158°	98°
Circular I (LCP)	$[1, 0, 0, -1]^T$	248°	98°

Cuadro 4.1: Estados de polarización generados experimentalmente para la calibración del sistema y sus correspondientes orientaciones ópticas.

A partir de los datos validados mediante el polarímetro y representando cada estado de Stokes de la Tabla 4.1 como un vector columna, se construye la matriz de calibración de estados conocidos $W \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$. Cabe destacar que el software del polarímetro utilizado únicamente permite exportar los parámetros de Stokes con una precisión de dos cifras decimales. Por tanto, la matriz de calibración queda definida como:

$$W = \begin{pmatrix} 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 & 1,00 \\ 1,00 & -1,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 1,00 & -1,00 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 0,00 & 0,00 & 1,00 & -1,00 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

La selección de este conjunto específico de seis estados de polarización responde a criterios de optimización numérica y robustez del sistema. Desde una perspectiva geométrica, estos seis estados definen un poliedro regular inscrito en la esfera de Poincaré que maximiza el volumen interior encerrado, distribuyéndose simétricamente a lo largo de los tres ejes ortogonales del espacio de Stokes. Esta dispersión homogénea asegura que la matriz W posea rango completo por filas ($\text{rank}(W) = 4$). Y su condicionamiento es el mínimo posible para un sistema polarimétrico $k = \sqrt{3}$.

Asimismo, la introducción de dos estados de análisis adicionales respecto al límite teórico mínimo de cuatro proporciona una redundancia analítica fundamental. Esta redundancia actúa como un filtro estadístico frente al ruido de alta frecuencia del sensor CMOS y amortigua el impacto de pequeñas fluctuaciones estocásticas de intensidad durante el cálculo de la pseudoinversa, garantizando una calibración del PSA sustancialmente más estable y precisa.

4.1.3. Medición de intensidades con el teléfono móvil

Una vez caracterizados y validados los estados de Stokes de referencia generados por el PSG, el procedimiento experimental requiere registrar las intensidades asociadas a cada configuración analítica del PSA mediante el dispositivo móvil. Este paso permite construir de forma empírica la matriz de intensidades de calibración I_{cal} .

En esta fase se presentan dos desafíos fundamentales: la caracterización radiométrica del propio dispositivo móvil operando como fotodetector, pero esta vez con los parámetros adecuados para nuestros experimentos, y la selección adecuada de la potencia del láser.

Si bien en etapas previas se ha verificado que el sensor de la cámara exhibe una respuesta fotométrica razonablemente lineal, resulta indispensable fijar de manera estricta los parámetros de captura. Esta calibración operativa previene la incursión en regímenes de saturación, mitiga la aparición de no linealidades y acota el ruido estocástico de la señal.

4.1.3.1. Ajuste del ISO

El parámetro ISO constituye la variable instrumental de más directa parametrización en el sensor. Con el propósito de minimizar la inyección de ruido térmico y atenuar posibles desviaciones no lineales originadas por el circuito de ganancia digital, se selecciona de manera estricta el valor nominal mínimo permitido por el hardware del dispositivo móvil, siendo $\text{ISO} = 21$ en este caso. Al anular esta amplificación electrónica interna, se favorece un comportamiento lineal óptimo en la transducción fotónica del sensor CMOS.

4.1.3.2. Ajuste de la intensidad del láser y del tiempo de exposición

La irradiancia de la fuente de iluminación láser y el tiempo de integración del sensor fotodetector requieren un codiseño riguroso. Una potencia óptica excesiva induce la saturación de los pozos de potencial de los píxeles, desplazando la respuesta del sensor hacia una región no lineal inadmisibles para el análisis polarimétrico. Por el contrario, un flujo fotónico demasiado tenue degrada la relación señal-ruido (SNR), comprometiendo la fiabilidad y repetibilidad en la estimación de los parámetros de Stokes.

Con el objeto de evaluar este compromiso y determinar el punto de operación idóneo, se desarrolló un algoritmo de procesamiento automatizado en Python. El código de este algoritmo se encuentra en el Capítulo 7, 7, con nombre *Análisis de intensidad láser.py*. Este software procesa de forma secuencial las imágenes procedentes de un barrido paramétrico de tiempos de exposición y cuantifica, para cada cuadro de captura, la intensidad media (en niveles de gris), el número de píxeles saturados y la SNR resultante. Dicho barrido se repitió de manera iterativa

modificando la potencia relativa de emisión del diodo láser, lo que permitió caracterizar de forma exhaustiva el espacio de operación del sistema.

Cabe destacar que, para la ejecución de este ensayo, no se interpuso ningún elemento óptico entre la fuente emisora y el receptor, en consecuencia las magnitudes registradas representan los valores de irradiancia máximos admisibles a los que se someterá el sensor en cualquiera de las arquitecturas experimentales posteriores. El diagrama de flujo que rige el comportamiento de este script de análisis se detalla en la Figura 4.2.

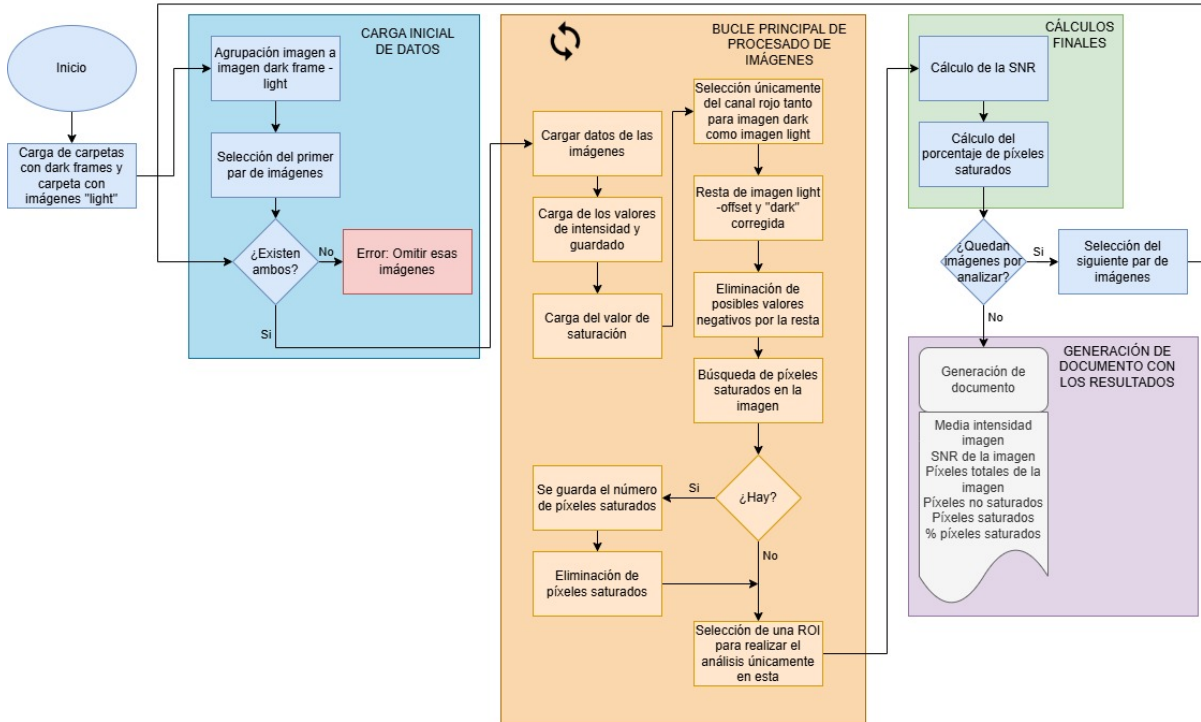


Figura 4.2: Diagrama de flujo del algoritmo de procesamiento y análisis sistemático de intensidades.

El protocolo de caracterización descrito se repitió para cinco niveles de potencia relativa del láser: 10 %, 20 %, 30 %, 40 % y 50 %, equivalentes a potencias de $99 \mu\text{W}$, $196 \mu\text{W}$, $287 \mu\text{W}$, $371 \mu\text{W}$ y $448 \mu\text{W}$, respectivamente. En adelante, se hará referencia a estos niveles mediante sus valores porcentuales para facilitar la exposición de los resultados. El cuadro 4.2 resume las métricas estadísticas obtenidas en la Región de Interés (ROI) para un tiempo de exposición fijado en $t_e = 1/200 \text{ s}$ ($5 \times 10^6 \text{ ns}$), configuración que constituye el punto de operación finalmente seleccionado para el sistema.

A partir de las observaciones cuantitativas del cuadro 4.2, se constata que para un tiempo de obturación de $1/200 \text{ s}$ las configuraciones del 10 %, 20 % y 30 % garantizan una ausencia de saturación en los píxeles. En este régimen, la SNR aumenta de forma progresiva al incrementar la potencia, pasando de 19,88 dB para el 10 % a 22,81 dB para el 20 %, y alcanzando 24,45 dB para el 30 %. Esta evolución indica que, dentro del conjunto de configuraciones no saturadas, el

Intensidad láser	Intensidad media	Desviación estándar (STD)	Píxeles saturados	SNR (dB)
10 %	256.32	16.95	0	19.88
20 %	256.80	33.29	0	22.81
30 %	257.24	48.71	0	24.45
40 %	263.96	49.53	13294	26.63
50 %	265.49	51.51	26553	27.24

Cuadro 4.2: Resultados estadísticos en la ROI para un tiempo de exposición $t_e = 1/200$ s en función de la potencia relativa de la fuente de iluminación.

30 % proporciona el mejor compromiso entre nivel de señal y calidad radiométrica de la imagen.

La ampliación del estudio a potencias superiores confirma la pérdida de validez de estas configuraciones para el análisis polarimétrico. Para el 40 % y el 50 %, a $t_e = 1/200$ s ya aparecen 13294 y 26553 píxeles saturados, respectivamente. Aunque la SNR nominal sigue aumentando en estas condiciones, dicho incremento no resulta útil, ya que la saturación empuja la respuesta del sensor fuera de su zona lineal y altera la fidelidad de la medida. Además, en el barrido completo de tiempos de exposición se observa que, para estas potencias, la saturación aparece incluso en tiempos más cortos, lo que reduce drásticamente el margen operativo útil.

El cuadro 4.3 resume el primer tiempo de exposición en el que se detecta saturación para cada potencia relativa del láser. Se aprecia que el 10 % y el 20 % mantienen el sistema sin saturación hasta exposiciones mucho más elevadas, mientras que el 30 % comienza a saturar a 10^7 ns y las configuraciones del 40 % y 50 % presentan saturación ya desde 10^5 ns, lo que las hace incompatibles con una adquisición robusta.

Intensidad láser	Primer tiempo de exposición con saturación
10 %	10^8 ns
20 %	10^8 ns
30 %	10^7 ns
40 %	10^5 ns
50 %	10^5 ns

Cuadro 4.3: Umbral de aparición de saturación para cada potencia relativa del láser.

En conclusión, las condiciones de trabajo definitivas para el teléfono se fijan en una potencia de iluminación del 30 % y una velocidad de obturación de $1/200$ s. Esta combinación ofrece la mejor relación entre nivel de señal, ausencia de saturación en la ROI y estabilidad del proceso de reconstrucción, constituyendo por tanto el punto de operación más adecuado para el sistema.

4.1.4. Selección de los ángulos del PSA

Para la adquisición de las imágenes de intensidad, es necesario realizar medidas en distintas configuraciones del PSA, de forma que se cubra de manera equilibrada la esfera de Poincaré. Con este objetivo, se emplea una orientación fija del polarizador y una orientación variable de la lámina retardadora. El propósito es implementar un sistema fácilmente trasladable a un futuro montaje con componentes comerciales y con un teléfono móvil como elemento detector.

Para ello, se seleccionan seis estados de análisis que cumplen dos condiciones fundamentales: que estén lo más uniformemente distribuidos posible sobre la esfera de Poincaré y que generen una matriz de medida de rango completo, de forma que pueda invertirse numéricamente sin problemas.

La elección de seis estados en lugar de los cuatro mínimos necesarios introduce redundancia experimental, mejora la robustez frente al ruido y permite obtener una matriz mejor condicionada, como se ha comentado previamente. Para obtener estos ángulos se ha utilizado un script específico que explora distintas combinaciones posibles y selecciona aquellas que satisfacen las restricciones geométricas y numéricas requeridas. El script se encuentra en el capítulo 7, 7, *Anexo A*, con el nombre *S_MinimizationCNRotatingWP.py*. Las subrutinas que se llaman dentro del script tienen el mismo nombre que las referenciadas en el propio script y también se encuentran en el mismo anexo. El diagrama de flujo se encuentra en la Figura 4.3. Y el diagrama de flujo de la llamada a la función *RotatingWSPPolSops* se encuentra en la figura 4.4.

Una vez ejecutado el script, se obtiene el siguiente vector de ángulos para el retardador de fase con el objetivo de minimizar el *condition number*:

$$[32^\circ, 52^\circ, 71^\circ, 101^\circ, 128^\circ, 148^\circ]$$

No obstante, como hemos comentado previamente, tomar directamente el valor de 32° , por ejemplo, sería incorrecto, ya que el cero real de nuestro sistema no coincide con el cero teórico debido a desalineaciones físicas, tolerancias mecánicas y posibles diferencias en la longitud de onda de operación.

Por ello, la determinación del estado de referencia nulo se realizó mediante un proceso de autocalibración: se fijó el polarizador a 0° y se rotó el retardador hasta obtener el estado de polarización lineal vertical (LVP). Este procedimiento permitió identificar un desajuste angular de 263° respecto a la referencia nominal.

En consecuencia, los ángulos operativos se corrigieron aplicando dicho offset, de forma que el sistema queda alineado con el marco teórico de referencia y se minimiza el error sistemático asociado a desalineaciones angulares. Por tanto, los ángulos finales obtenidos serán:

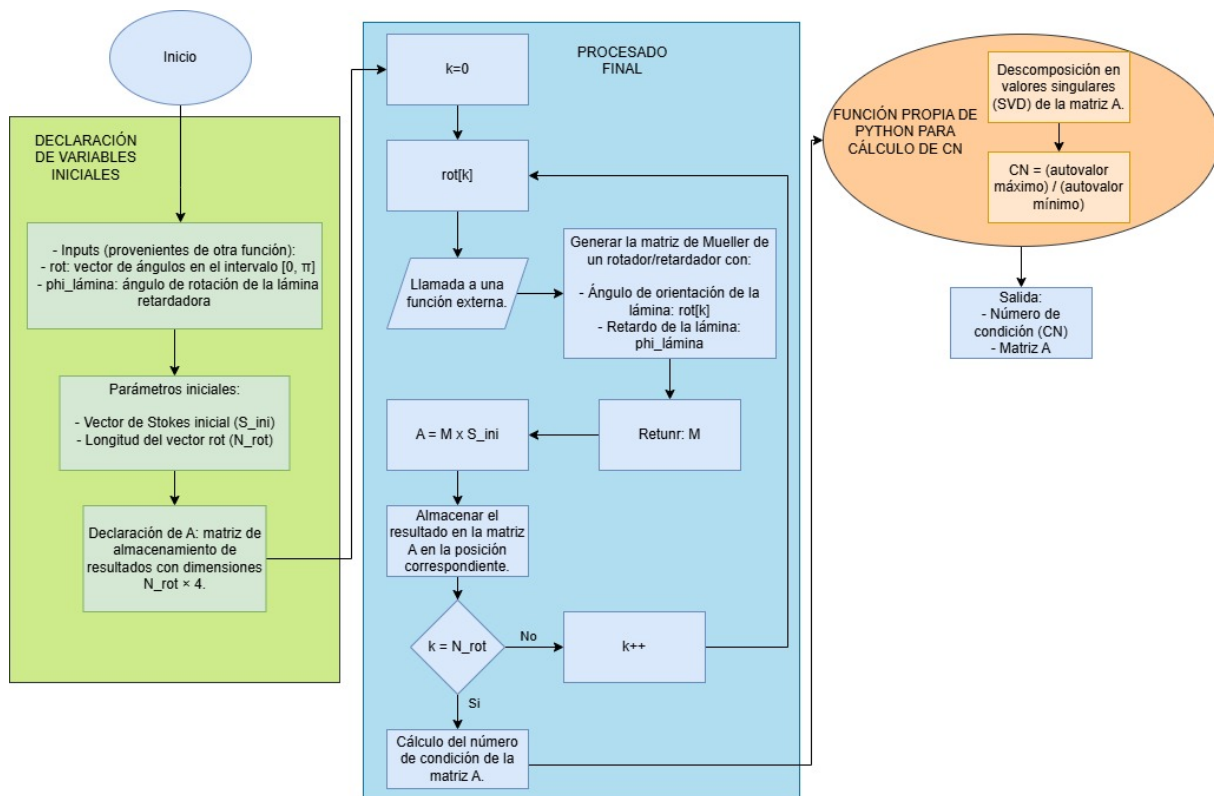


Figura 4.4: Diagrama de flujo de RotatingWSPolSops

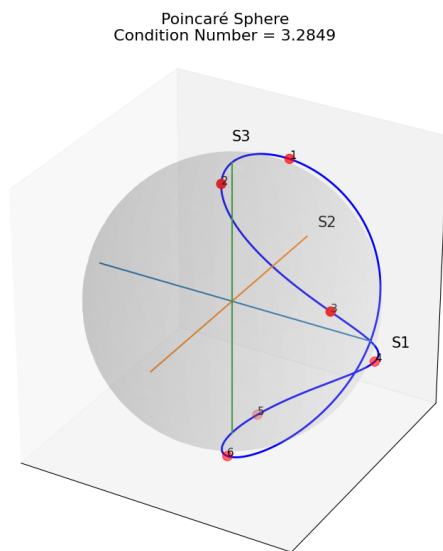


Figura 4.5: Esfera de Poincaré con los ángulos usados para el sistema

Una vez fijados el ISO, el tiempo de exposición, la intensidad del láser y los ángulos óptimos del PSA, se procede a la obtención de la matriz de calibración.

4.2. Procesado Numérico y Optimización Adaptativa

En este bloque se detalla cómo se gestionan las mediciones y se optimiza el sistema mediante algoritmos.

4.2.1. Obtención de la matriz de calibración final

El procedimiento experimental para la caracterización de la matriz de instrumentación exige registrar la respuesta fotométrica del sistema completo ante cada combinación de estados del generador (PSG) y del analizador (PSA). El protocolo sistemático de captura se articula de la siguiente manera:

- Se configura el PSG para proyectar el primer estado de referencia (lineal horizontal, LHP) ajustando los elementos ópticos según las especificaciones del cuadro 4.1
- Con el módulo PSA, se fija el polarizador lineal a 0° , fijo durante todos los experimentos, y se posiciona el retardador en su ángulo inicial de análisis ($\theta_1 = 295^\circ$). En esta configuración, se realiza la primera captura de imagen con el dispositivo móvil.
- Manteniendo invariante el estado del PSG, se rota el retardador del PSA de forma secuencial a través de los cinco ángulos restantes del vector de análisis (θ_{PSA}), adquiriendo una imagen en cada posición.
- Este ciclo de barrido del PSA se repite iterativamente para los seis estados de polarización de referencia generados de forma sucesiva por el PSG.

Como resultado de este protocolo, se adquiere un banco de 36 imágenes (6×6). Estas matrices bidimensionales se estructuran globalmente en una matriz de intensidades, donde cada columna denota una configuración concreta del PSG y cada fila corresponde a un estado de análisis del PSA.

Para optimizar la reproducibilidad del ensayo y mitigar el error operativo, se implementó una funcionalidad específica dentro de la aplicación móvil desarrollada, con nombre *Barrido Intensidades*. Dicha herramienta bloquea los parámetros de adquisición (ISO y t_{exp}) del sensor CMOS, inactiva los algoritmos automáticos de postprocesado y muestra dinámicamente en la interfaz de pantalla la combinación exacta de estados del PSG y PSA requerida para cada captura. Asimismo, el software codifica de forma unívoca estas variables instrumentales en la nomenclatura del archivo binario guardado, permitiendo que el flujo de procesado posterior se ejecute de manera automatizada. El montaje experimental se representa en la Figura 4.6, donde también se indican las dos partes del sistema (PSG/PSA) y el diagrama de bloques del algoritmo de procesado de

imágenes se ilustra en la Figura 4.7. El algoritmo completo se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*, con nombre *Cálculo de Stokes sin minimización.py*

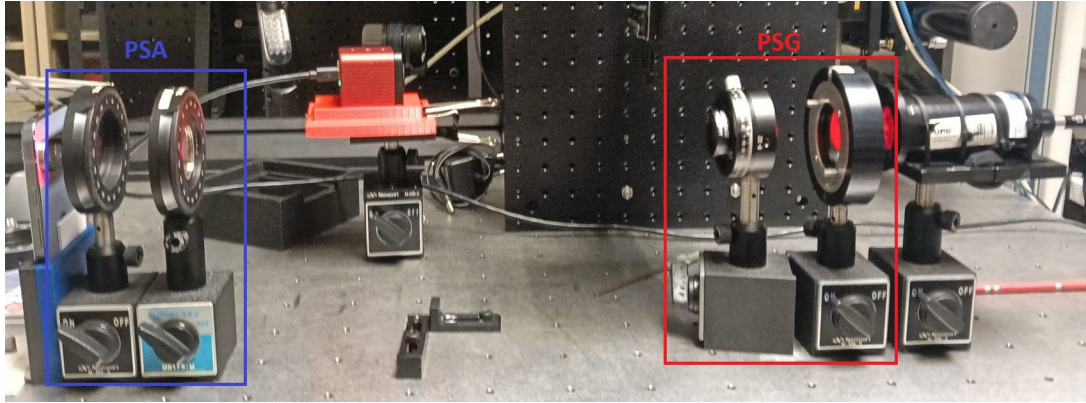


Figura 4.6: Montaje experimental desarrollado para la captura de imágenes de intensidad.

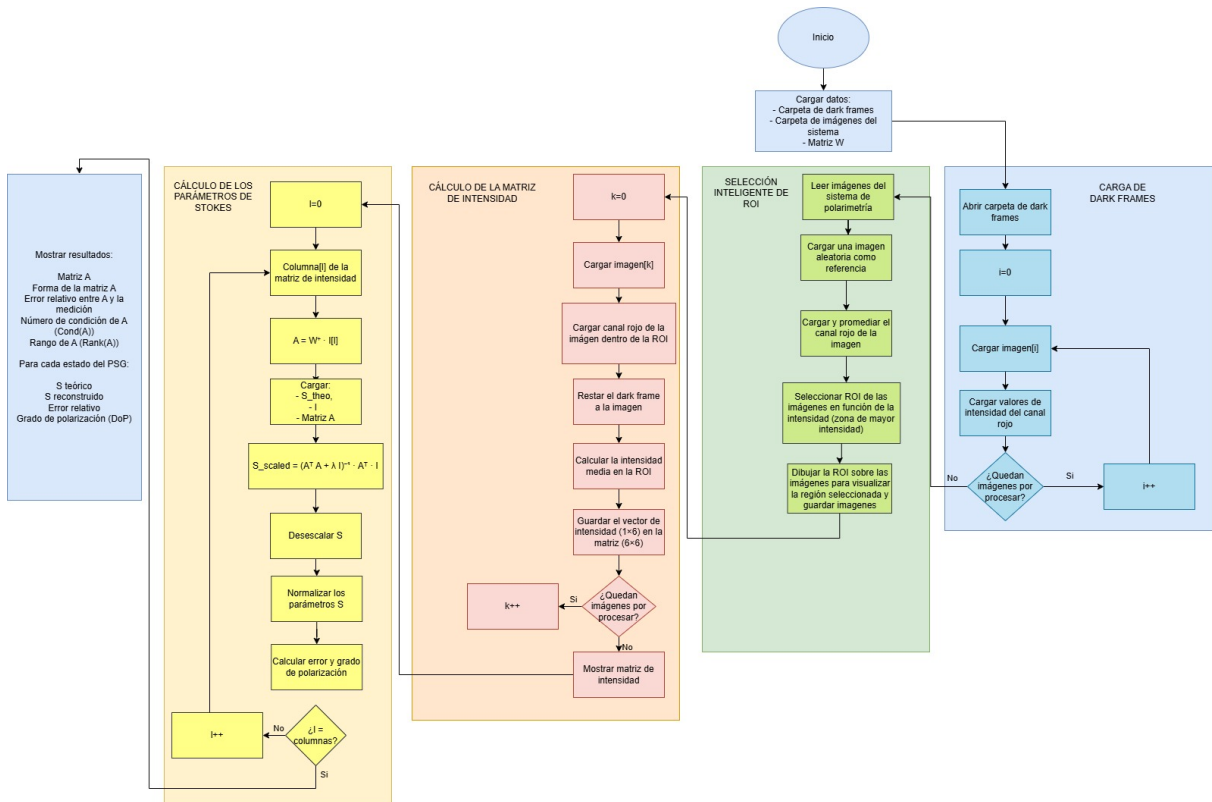


Figura 4.7: Diagrama de flujo del script automatizado para el procesamiento de imágenes y la estimación de Stokes.

A partir de las imágenes adquiridas, el algoritmo delimita una región de interés (ROI) estática y calcula la intensidad media, construyendo la matriz empírica de intensidades $I_{matrix} \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$.

La relación física que vincula el sistema con los estados de Stokes conocidos $W \in \mathbb{R}^{4 \times 6}$ (donde cada fila corresponde a un estado de referencia) se define mediante la ecuación matricial:

$$I_{matrix} = A \cdot W \quad (4.10)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{6 \times 4}$ es la matriz de instrumentación a determinar. Para aislar la incógnita, aplicamos la pseudoinversa por la derecha de la matriz de estados, $W^+ = W^T(WW^T)^{-1}$, lo que permite obtener la solución de mínimos cuadrados para el sistema sobredeterminado:

$$A = I_{matrix} \cdot W^+ \quad (4.11)$$

El cálculo se realiza columna a columna, donde cada columna i de I_{matrix} se proyecta sobre el espacio de estados mediante:

$$a_i^T = I_i \cdot W^+, \quad \text{con } W^+ = (W^T W)^{-1} W^T \quad (4.12)$$

En esta expresión, $I_i \in \mathbb{R}^{6 \times 1}$ representa el vector de intensidades medidas, y $a_i^T \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$ constituye la i -ésima columna de la matriz transpuesta de instrumentación. Finalmente, la matriz A se reconstruye mediante la transposición del bloque resultante:

$$A = \left(\begin{bmatrix} a_1^T & a_2^T & \dots & a_6^T \end{bmatrix} \right)^T \quad (4.13)$$

Este procedimiento asegura que la matriz A sea la solución óptima en el sentido de mínimos cuadrados, garantizando la consistencia del modelo fotométrico $I = A \cdot S$ frente a las condiciones experimentales.

La matriz de intensidades medida experimentalmente I_{matrix} arrojó la siguiente distribución de valores:

$$I_{matrix} = \begin{pmatrix} 233,3483 & 265,2607 & 35,9496 & 47,9153 & 273,4231 & 222,5314 \\ 24,6816 & 9,0167 & 174,3440 & 395,2155 & 568,5673 & 530,4437 \\ 553,2347 & 567,1283 & 394,8169 & 175,0428 & 5,2755 & 42,4089 \\ 180,7843 & 360,8087 & 385,7203 & 187,1193 & 234,9281 & 410,7546 \\ 383,7857 & 203,1261 & 183,8584 & 377,6733 & 329,6181 & 161,4932 \\ 324,1258 & 293,7047 & 516,0223 & 507,8425 & 290,8636 & 341,3170 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

A partir de este operador fundamental, la primera estimación obtenida para la matriz de ins-

trumentación del analizador (A) se define como:

$$A = \begin{pmatrix} 283,3268 & -45,3888 & 101,5007 & -264,2766 \\ 283,1742 & -14,2220 & -78,8413 & -279,0558 \\ 281,7852 & -240,0363 & -100,9310 & -110,2365 \\ 281,8015 & -229,9635 & 95,2770 & 110,0863 \\ 283,7793 & -8,7202 & 47,3450 & 281,6459 \\ 284,8248 & -59,3928 & -124,6307 & 244,0174 \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

4.2.2. Validación inicial del sistema

Una vez calculada la matriz instrumental preliminar A , se procede a validar la consistencia del modelo de calibración. Para ello, se reconstruyen los vectores de Stokes conocidos a partir de las intensidades medidas durante el proceso de calibración. El objetivo es comprobar si el sistema es capaz de recuperar correctamente los estados de polarización que fueron generados de forma controlada por el PSG.

Esta validación constituye una prueba de funcionamiento en condiciones ideales, ya que tanto los estados de entrada como las intensidades asociadas son conocidas. Si la matriz A ha sido correctamente estimada, la reconstrucción obtenida deberá coincidir con los vectores de Stokes de referencia dentro de los márgenes de error experimentales.

La reconstrucción se realiza utilizando la matriz A obtenida en la calibración y el conjunto de intensidades medidas, mediante la siguiente relación operacional:

$$\hat{S} = A^+ I. \quad (4.16)$$

Como se ha comentado en secciones previas, para la resolución de este problema, y buscando reducir el error mediante un esquema de regularización de Tikhonov, matemáticamente, la solución regularizada se obtiene minimizando el funcional de coste definido por la norma euclídea:

$$\hat{S} = \arg \min_S (\|I - A \cdot S\|^2 + \lambda \|S\|^2) \quad (4.17)$$

Cabe destacar que el valor del parámetro λ se determinó de forma empírica mediante un proceso iterativo orientado a maximizar el rendimiento del sistema. Los resultados obtenidos permitieron identificar como valor óptimo $\lambda = 10^{-3}$, que será empleado en todos los experimentos posteriores.

4.2.3. Validación instrumental (ROI estática)

Los resultados numéricos derivados de esta primera etapa de validación instrumental, evaluada sobre una Región de Interés (ROI) estática, se exponen de forma condensada en el cuadro 4.4.

Estado PSG	Vector Stokes Teórico (S_{teo})	Vector Stokes Reconstruido ($\hat{S}$)	Error Relativo	DoP
PSG 0 (LHP)	$[1,0000, 1,0000, 0,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, 1,0170, 0,0015, 0,0040]^T$	0.0124	1.0170
PSG 1 (LVP)	$[1,0000, -1,0000, 0,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -1,0033, 0,0015, 0,0040]^T$	0.0038	1.0033
PSG 3 (+45°)	$[1,0000, 0,0000, 1,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -0,0161, 0,9958, 0,0007]^T$	0.0117	0.9960
PSG 4 (-45°)	$[1,0000, 0,0000, -1,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -0,0161, -1,0147, 0,0007]^T$	0.0154	1.0149
PSG 5 (RCP)	$[1,0000, 0,0000, 0,0000, 1,0000]^T$	$[1,0000, 0,0011, 0,0068, 0,9823]^T$	0.0134	0.9824
PSG 6 (LCP)	$[1,0000, 0,0000, 0,0000, -1,0000]^T$	$[1,0000, 0,0011, 0,0069, -0,9916]^T$	0.0077	0.9916

Cuadro 4.4: Métricas comparativas e índices de error entre los estados de Stokes teóricos y las estimaciones iniciales reconstruidas por el sistema.

Los índices cuantitativos del cuadro 4.4 proporcionan una primera validación satisfactoria del principio de operación del polarímetro, evidenciando que los vectores reconstruidos convergen hacia los valores teóricos con desviaciones acotadas. Sin embargo, el análisis minucioso de las métricas revela la persistencia de discrepancias sistemáticas, que nos indican que el procesado se puede mejorar.

Aparte de los valores de S y el error se han calculado otras métricas que se exponen a continuación:

Interpretación de los parámetros de calidad instrumental El valor algebraico de $\text{rank}(A) = 4$ certifica que la matriz de instrumentación posee rango completo por columnas. Esta condición confirma formalmente que el sistema de ecuaciones lineales desarrollado retiene la información dimensionalmente necesaria para reconstruir los cuatro parámetros de Stokes sin ambigüedad matemática ni redundancias singulares.

Por su parte, el número de condición obtenido, $\kappa(A) = 3,3240$, se sitúa en un umbral operacionalmente excelente. Un índice de condicionamiento moderado garantiza que el operador de inversión matricial no amplificará de manera destructiva el ruido estocástico de las intensidades medidas. Cabe destacar que, para obtener un valor experimental del condicionamiento más bajo mediante un sistema basado en una lámina retardadora rotatoria y un polarizador, sería necesario que la distribución de polarizaciones sobre la esfera de Poincaré (curva azul en la Figura 4.5) encerrase un mayor volumen en dicha esfera. Trabajos previos han demostrado que el retardo óptimo de la lámina retardadora que permite maximizar este efecto es de 132° [10], valor que se aleja del empleado en este trabajo, de 90° . No obstante, el acceso a este tipo de láminas es más limitado en un entorno experimental, donde los retardadores más comunes son de media

onda o de cuarto de onda. En principio, este comportamiento podría alcanzarse utilizando, por ejemplo, un panel de cristal líquido con el voltaje adecuado, aunque ello incrementaría el coste del sistema.

Sin embargo, el valor de condicionamiento alcanzado con este sistema, como ya se ha comentado anteriormente, resulta más que suficiente para la mayoría de aplicaciones, siempre que no se opere en regímenes extremadamente dominados por ruido (por ejemplo, en detección con muy bajo número de fotones o en rangos como el infrarrojo sin los sistemas de enfriamiento de los sensores adecuado).

En cuanto a la precisión de la medida, el error medio de reconstrucción de Stokes registrado es de $E_{\text{Stokes}} \approx 0,0107$ (1,07%). Aunque este valor es excepcionalmente bajo y cabría considerarlo ideal, debe interpretarse con cautela: al tratarse de un ensayo de validación interna (donde se reconstruyen los estados utilizando las mismas medidas de intensidad empleadas para la calibración), este índice tiende a sobrestimar el rendimiento real del sistema, el cual podría presentar un error mayor ante mediciones experimentales asíncronas.

Como se ha comentado, se ha considerado conveniente implementar una mejora en el procesado, especialmente de cara a futuros experimentos, donde la minimización del error resultará fundamental para garantizar la precisión de las medidas. Por ello, en el siguiente apartado se presenta un algoritmo adaptativo de optimización diseñado para reducir los errores de reconstrucción y mejorar el rendimiento global del sistema.

4.2.4. Optimización Iterativa de la Región de Interés (ROI)

A pesar de que las estimaciones obtenidas mediante la aplicación de una máscara de integración estática proporcionaron resultados preliminares aceptables, se determinó que la precisión metrológica del sistema experimental podía aproximarse significativamente más al modelo teórico mediante un proceso de optimización dinámica. Para tal fin, se implementó un algoritmo de búsqueda iterativa basado en la técnica de crecimiento de región (*region growing*), cuyo propósito fundamental consiste en delimitar dinámicamente el área geométrica del sensor CMOS que mejor preserva y representa la respuesta física del sistema óptico.

La distribución de irradiancia sobre el plano del sensor fotodetector no exhibe una uniformidad perfecta debido a la presencia de fenómenos espaciales complejos, tales como el perfil Gaussiano del haz láser, el efecto de viñeteo óptico, gradientes locales de intensidad y difracciones espureas en las fronteras de la mancha óptica. Bajo este escenario, una ROI estática e inflexible corre el riesgo latente de incorporar dichas no-idealidades periféricas o, en el caso opuesto, de resultar excesivamente restrictiva, quedando supeditada al dominio del ruido estocástico de lectura. El algoritmo propuesto resuelve este compromiso electro-óptico mediante la identificación adaptativa de la ROI que minimiza la función de coste del error relativo medio de reconstrucción, definida matemáticamente a partir de la norma euclídea de los vectores de Stokes como:

$$E = \frac{\|S_{teo} - \hat{S}\|}{\|S_{teo}\|}. \quad (4.18)$$

El flujo lógico y de control que rige este proceso de optimización paramétrica se detalla de forma esquemática en el diagrama de bloques de la Figura 4.8. El programa completo se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*, con el nombre *Cálculo de Stokes con minimización.py*.

La secuencia de ejecución de este lazo de optimización adaptativa se articula formalmente a través de las siguientes etapas operacionales:

1. **Segmentación y umbralización inicial:** Se establece una máscara binaria de partida mediante un umbral absoluto de irradiancia, fijado al 60 % del valor máximo digitalizado. Este paso inicializa el algoritmo directamente en el núcleo de máxima densidad fotónica del haz.
2. **Expansión iterativa de la frontera:** La geometría de la ROI experimenta una expansión concéntrica e isotrópica con un paso elemental de un píxel por cada extremo en cada iteración. Al incrementar de manera controlada el número total de píxeles integrados para el promedio fotométrico, se eleva de forma progresiva la relación señal-ruido (SNR) espacial.
3. **Calibración y regularización instrumental:** Para cada nueva configuración geométrica

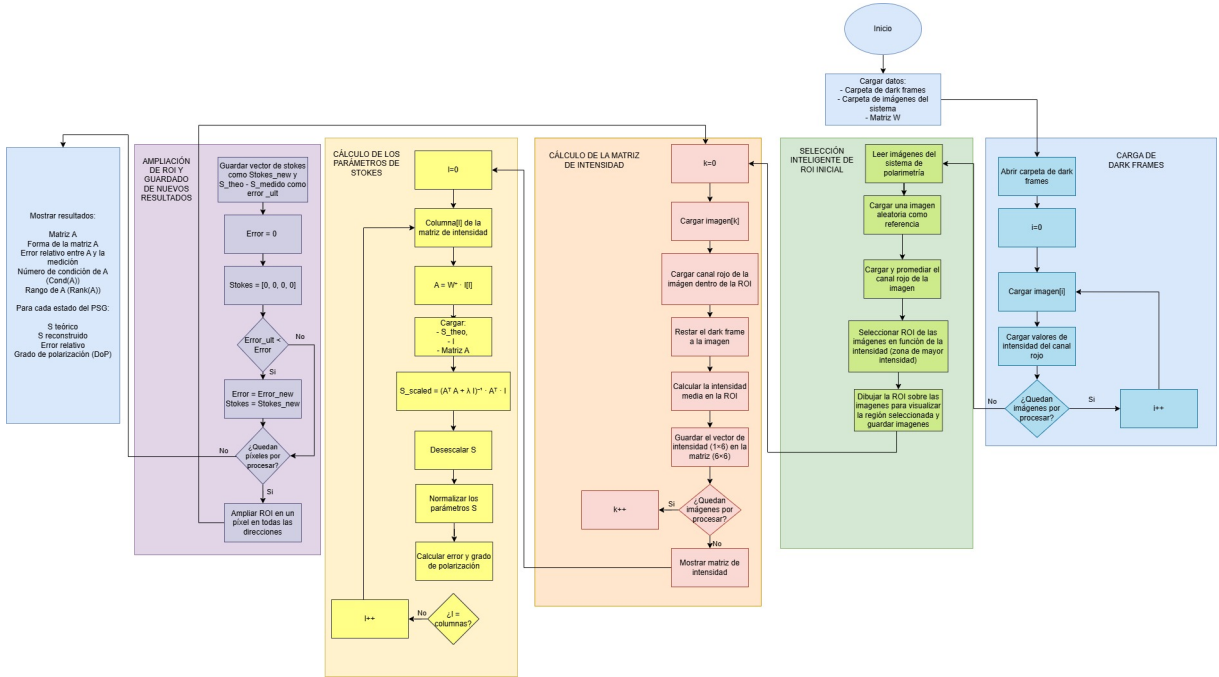


Figura 4.8: Diagrama de flujo del algoritmo adaptativo para la optimización iterativa de la ROI y estimación regularizada de Stokes.

de la ROI, se promedian las intensidades y se recalcula la matriz de instrumentación del analizador (A).

4. **Selección de la geometría óptima:** El algoritmo evalúa el error de reconstrucción global E para cada una de las dimensiones espaciales exploradas, deteniendo la iteración y seleccionando aquella morfología de la ROI que describe el mínimo global de la función de coste.

La implementación de este esquema permite al polarímetro auto-calibrarse de manera robusta en función de la morfología real que presenta el haz óptico incidente en cada ensayo experimental. De este modo, se suprime el sesgo sistemático y la incertidumbre humana que introduciría una selección manual o arbitraria de la ventana espacial de medida.

4.2.5. Resultados finales de la calibración

La ejecución y convergencia del algoritmo adaptativo de crecimiento de región permitieron delimitar la geometría óptima de la Región de Interés (ROI) en el plano del sensor CMOS. Las dimensiones espaciales de la ventana óptima de integración quedaron acotadas en un área rectangular de 1536×2039 píxeles.

La matriz de instrumentación final del analizador (A_{final}), deducida a partir de los promedios fotométricos optimizados dentro de esta ROI, se define como:

$$A_{\text{final}} = \begin{pmatrix} 283,3268 & -45,3888 & 101,5007 & -264,2766 \\ 283,1742 & -14,2220 & -78,8413 & -279,0558 \\ 281,7852 & -240,0363 & -100,9310 & -110,2365 \\ 281,8015 & -229,9635 & 95,2770 & 110,0863 \\ 283,7793 & -8,7202 & 47,3450 & 281,6459 \\ 284,8248 & -59,3928 & -124,6307 & 244,0174 \end{pmatrix}. \quad (4.19)$$

Finalmente, la estructura de observaciones que recoge las intensidades medias asociadas a este régimen adaptativo dio lugar a la configuración de la matriz de intensidades final (I_{final}):

$$I_{\text{final}} = \begin{pmatrix} 233,3483 & 265,2607 & 35,9496 & 47,9153 & 273,4231 & 222,5314 \\ 24,6816 & 9,0167 & 174,3440 & 395,2155 & 568,5673 & 530,4437 \\ 553,2347 & 567,1283 & 394,8169 & 175,0428 & 5,2755 & 42,4089 \\ 180,7843 & 360,8087 & 385,7203 & 187,1193 & 234,9281 & 410,7546 \\ 383,7857 & 203,1261 & 183,8584 & 377,6733 & 329,6181 & 161,4932 \\ 324,1258 & 293,7047 & 516,0223 & 507,8425 & 290,8636 & 341,3170 \end{pmatrix}. \quad (4.20)$$

4.2.6. Validación final del sistema tras optimización adaptativa de la ROI

Una vez calculada la matriz de instrumentación optimizada mediante el algoritmo de crecimiento de región, se procedió a realizar la validación global definitiva del polarímetro. Para ello, se aplicó el operador de reconstrucción regularizado sobre el banco de intensidades promediadas en la nueva ventana espacial, obteniéndose las estimaciones de los vectores de Stokes que se presentan en el cuadro 4.5.

Estado PSG	Vector Stokes Teórico (S_{teo})	Vector Stokes Reconstruido ($\hat{S}$)	Error Relativo	DoP
PSG 0 (LHP)	$[1,0000, 1,0000, 0,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, 1,0074, 0,0029, -0,0064]^T$	0.0072	1.0074
PSG 1 (RCP)	$[1,0000, 0,0000, 0,0000, 1,0000]^T$	$[1,0000, 0,0197, 0,0049, 0,9961]^T$	0.0045	0.9963
PSG 2 (LCP)	$[1,0000, 0,0000, 0,0000, -1,0000]^T$	$[1,0000, -0,0197, 0,0050, -0,9717]^T$	0.0203	0.9719
PSG 3 (-45°)	$[1,0000, 0,0000, -1,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -0,0058, -1,0162, -0,0060]^T$	0.0129	1.0162
PSG 4 ($+45^\circ$)	$[1,0000, 0,0000, 1,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -0,0059, 0,9974, -0,0060]^T$	0.0062	0.9974
PSG 5 (LVP)	$[1,0000, -1,0000, 0,0000, 0,0000]^T$	$[1,0000, -1,0165, 0,0030, -0,0064]^T$	0.0127	1.0166

Cuadro 4.5: Métricas comparativas e índices de error tras la optimización adaptativa de la ROI de integración.

Análisis comparativo y consolidación del modelo radiométrico Tal y como se dedujo en el análisis estático preliminar, el objetivo principal del algoritmo adaptativo no era reducir el error en la reconstrucción de los vectores de Stokes de este experimento, puesto que éste ya presentaba valores muy próximos a los ideales, sino mejorar la estabilidad y robustez del modelo radiométrico subyacente.

Aunque la reducción de un error inicialmente tan bajo constituía un desafío significativo, el algoritmo logró disminuirlo hasta valores cercanos al 1,06, %. Si bien esta mejora es reducida en términos absolutos, resulta relevante desde el punto de vista experimental, ya que incrementa la fiabilidad de la matriz de calibración frente a perturbaciones e incertidumbres del sistema.

Además, los beneficios del algoritmo se hacen especialmente evidentes en condiciones de medida no ideales, como las que se presentan durante la caracterización de polarímetros o de láminas retardadoras. En estos escenarios, donde las desviaciones experimentales son mayores, una calibración más robusta permite obtener reconstrucciones polarimétricas significativamente más precisas.

Como ejemplo, en la medida 18 del experimento descrito en la subsección 4.3.2, correspondiente a una lámina retardadora orientada a 180° , se observó una reducción del error relativa superior al 1 % al emplear el algoritmo de optimización de la ROI. En términos absolutos, el error en la estimación de los parámetros de Stokes pasó de aproximadamente un 32 % sin optimización, a un 2.3 % tras aplicar el algoritmo. Este comportamiento se repitió de forma consistente en el resto de las medidas analizadas.

Por tanto, puede concluirse que el algoritmo de optimización de la ROI constituye una mejora efectiva para la validación experimental del polarímetro, ya que incrementa la precisión de las reconstrucciones polarimétricas y reduce la sensibilidad a las imperfecciones presentes en las medidas reales.

En cuanto a las propiedades algebraicas del operador final, el número de condición obtenido fue $\kappa(A) = 3,309$, lo que supone también una ligera mejora respecto al valor inicial. Este resultado indica que la matriz de calibración presenta una mayor estabilidad numérica frente a perturbaciones en las medidas, reforzando así la calidad global del proceso de calibración.

Interpretación física de las desviaciones remanentes Es preciso señalar la persistencia de valores de DoP ligeramente superiores a la unidad en estados teóricamente puros (1,0074 para LHP y 1,0162 para -45°). Como es sabido, la DoP no puede superar la unidad, ya que ello implicaría una intensidad de salida superior a la intensidad total emitida, lo cual es físicamente imposible.

No obstante, estas desviaciones no deben atribuirse a una incorrecta selección geométrica del sistema, sino que deben interpretarse como la manifestación de la incertidumbre experimental asociada al montaje. Estas variaciones, del orden de 10^{-2} , son inherentes a los sistemas optoelectrónicos reales y engloban:

- **Ruido instrumental:** Fluctuaciones inherentes a la naturaleza cuántica de la luz (ruido de disparo) y ruido térmico de lectura del sensor CMOS.
- **Desalineamientos mecánicos:** Ligeras imperfecciones angulares en los ejes de transmisión de las monturas rotatorias del PSG y el PSA.
- **Derivas térmicas y cromáticas:** Pequeñas variaciones en la retardancia de las láminas de onda ante fluctuaciones de la temperatura ambiente o el ancho de banda del filtro espectral.

En definitiva, que los errores relativos de reconstrucción se mantengan consistentemente confinados alrededor del 1 % tras optimizar la estabilidad del modelo matricial, constituye una validación empírica robusta del polarímetro y habilita su uso para la caracterización de muestras con plenas garantías metrológicas.

4.3. Validación mediante valores de ROI puntuales

4.3.1. Validación experimental mediante polarizador lineal de referencia

Con el propósito de evaluar la precisión del sistema, se procedió a la caracterización de un polarizador lineal comercial, de la marca Thorlabs, actuando como muestra de control.

El experimento consistió en situar un polarizador lineal entre el PSA y el PSG. El montaje experimental puede observarse en la Figura 4.9, donde se identifican claramente las dos partes del sistema (PSA y PSG), así como la muestra analizada, que en este caso corresponde al polarizador.

Cabe destacar que, durante la puesta a punto del experimento, se identificó un factor instrumental limitante asociado a la resolución espacial de las imágenes. Debido a la configuración del sistema, se observaron mejores resultados al colocar un elemento difusor para evitar la llegada directa del haz hacia el teléfono. Por ello, en todos los experimentos realizados a partir de este punto se ha situado un elemento difusor en el sistema.

Para la adquisición de los datos, el polarizador se orientó en incrementos de (10°) , desde (0°) hasta (180°) . En cada posición angular se midió el estado de polarización tanto mediante el sistema desarrollado basado en un teléfono móvil como mediante un polarímetro comercial, comparándose posteriormente ambos resultados.

Este ensayo permite evaluar las prestaciones del sistema desarrollado frente a un comportamiento óptico conocido, aunque no ideal, a diferencia de los casos analizados anteriormente. De este modo, se valida la reconstrucción de los parámetros de Stokes a partir de medidas de la luz transmitida para un barrido angular comprendido entre $(\theta \in [0^\circ, 180^\circ])$.

Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 4.10. En el eje vertical se representa el error relativo medido, mientras que en el eje horizontal se indican las diferentes mediciones realizadas, etiquetadas con el ángulo en el que estaba orientado el polarizador en el momento de la medida. El procesamiento se ha realizado mediante un programa de cálculo puntual de Stokes muy similar al utilizado previamente. El programa completo se encuentra en el capítulo 7. El nombre del programa es *Cálculo Stokes Puntual.py*.

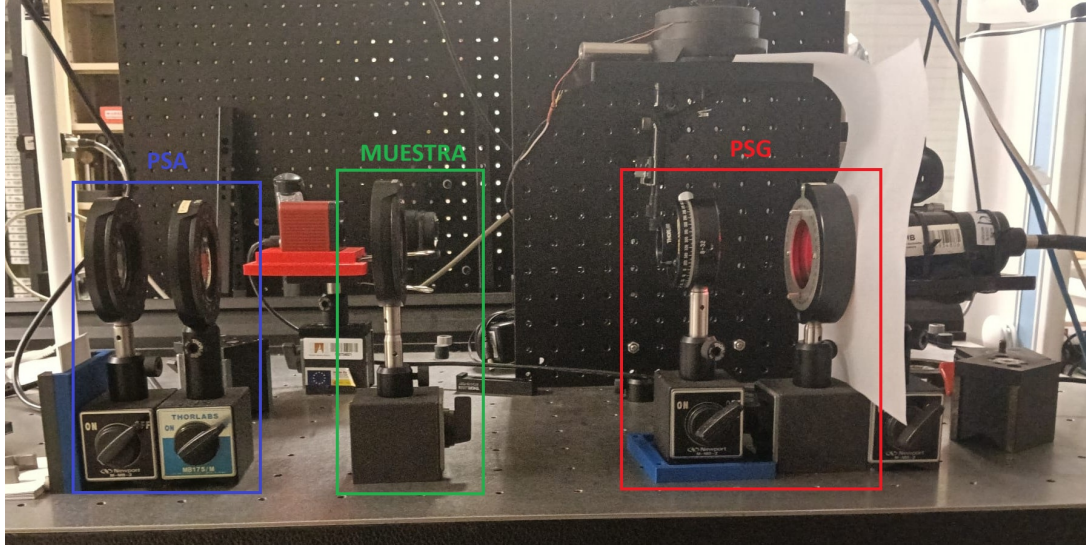


Figura 4.9: Montaje experimental para la caracterización de las polarizaciones a la salida del polarizador lineal externo.

Cabe destacar que el error absoluto se ha medido mediante la fórmula:

$$e_{\text{abs}} = \left\| \hat{\mathbf{S}} - \mathbf{S}_{\text{teo}} \right\|_2, \quad (4.21)$$

Y el error relativo se ha medido mediante:

$$e_{\text{rel}} = \frac{\left\| \hat{\mathbf{S}} - \mathbf{S}_{\text{teo}} \right\|_2}{\left\| \mathbf{S}_{\text{teo}} \right\|_2}. \quad (4.22)$$

En la figura 4.10 podemos ver que el error relativo se mantiene confinado mayoritariamente en el rango del 1 % al 2 %, un margen que convalida la fidelidad fotométrica del sistema.

Para una interpretación geométrica del estado de polarización, los resultados se proyectan sobre la esfera de Poincaré, Figura 4.11. El programa para la representación de estos resultados se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*, con nombre *Cálculo de error y esfera de Poincaré.py*.

La distribución de los estados medidos se ciñe rigurosamente al plano ecuatorial ($S_3 \approx 0$), coherente con la naturaleza lineal de la luz transmitida. La trayectoria continua y cerrada sobre el ecuador demuestra la estabilidad del sistema frente a rotaciones angulares, confirmando que la arquitectura propuesta no solo recupera con fidelidad la física del problema, sino que exhibe la robustez necesaria para operar como una herramienta de caracterización precisa en el ámbito de la polarimetría de bajo coste.

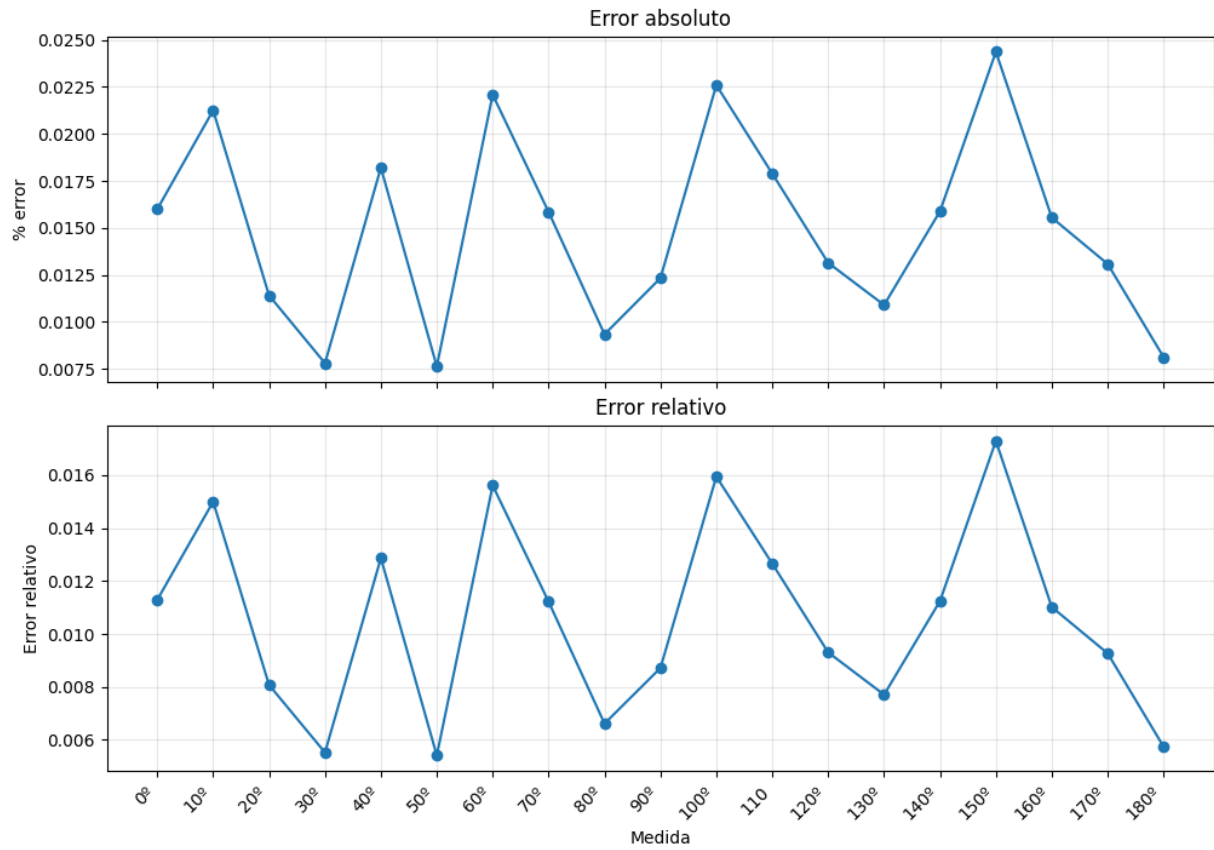


Figura 4.10: Error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante la rotación del polarizador de referencia.

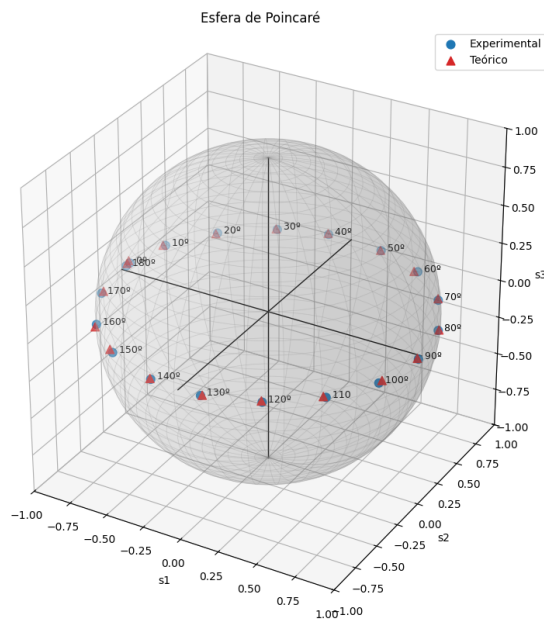


Figura 4.11: Representación en la esfera de Poincaré de los estados medidos.

4.3.2. Validación experimental mediante lámina retardadora de referencia

Para continuar con estas comprobaciones del funcionamiento del sistema, en este apartado se repite el experimento anterior, pero en esta ocasión utilizando una lámina retardadora.

El montaje experimental es similar al descrito previamente, se puede ver en la Figura 4.12. En primer lugar, se dispone el láser, seguido del PSG, que en este caso está formado únicamente por una lámina polarizadora. A continuación, se coloca la lámina retardadora, y finalmente el PSA, que es idéntico al utilizado en el montaje anterior, es decir, una lámina retardadora seguida de un polarizador.

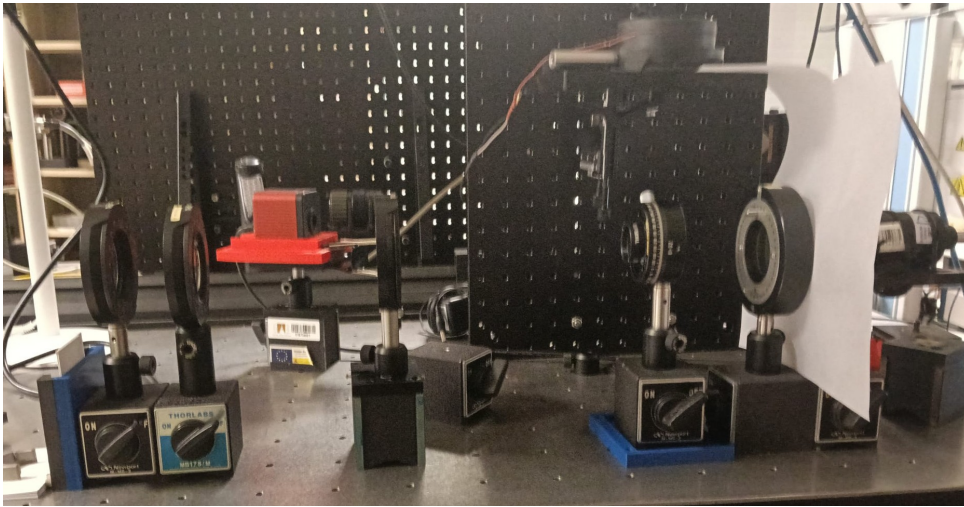


Figura 4.12: Montaje experimental para caracterización de la lámina retardadora.

Para la realización de las medidas se sigue el mismo procedimiento que en el caso anterior. Se sitúa la lámina retardadora en la posición de 0° y se van registrando los parámetros de Stokes para distintos ángulos, realizando medidas cada 10° . En primer lugar, se analiza el error, calculándolo de la misma forma que en el apartado anterior, es decir, como la diferencia entre el vector de Stokes de referencia y el vector de Stokes medido Figura 4.13

Se observa que el error se mantiene en valores similares a los obtenidos en el experimento anterior. En este caso, se encuentra entre el 1 % y el 3 %, salvo en la medición 7 (60°), en la que el error absoluto aumenta hasta superar el 4 %. Este pico puede deberse a un error puntual en el montaje de esa prueba, ya que no parece corresponder a un fallo sistemático.

Este incremento en los parámetros de error podría atribuirse a una mayor dificultad en la estimación del parámetro S_3 , debido a la influencia del ruido, así como a que este parámetro suele ser más sensible que los otros dos componentes de Stokes. En cualquier caso, este error podría reducirse mediante una mejor estimación del ruido y una calibración más precisa de la matriz A .

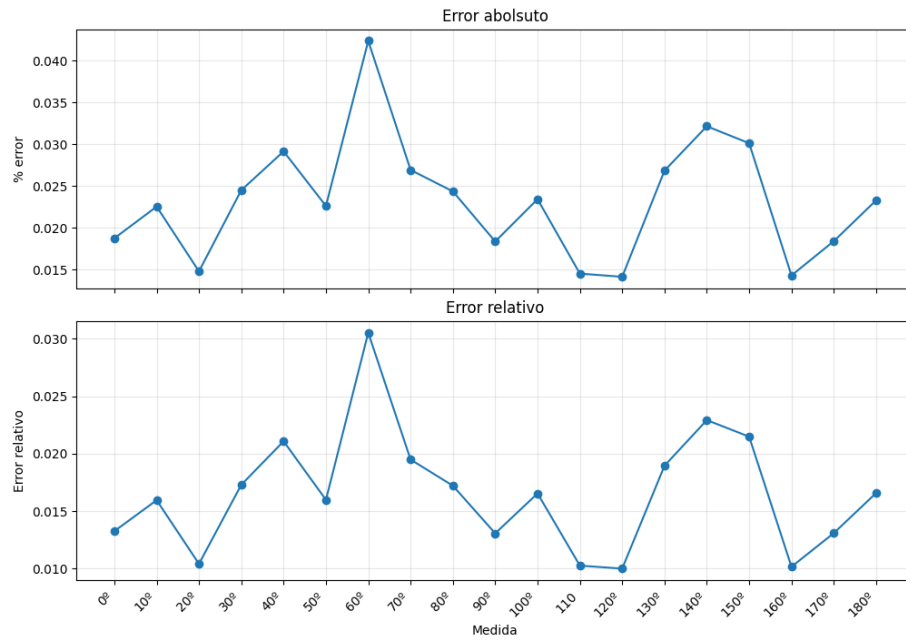


Figura 4.13: Error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante la rotación de la lámina de referencia.

No obstante, aunque se observe este incremento puntual en el error, al representar los estados en la esfera de Poincaré se comprueba que dicho problema no se refleja de forma significativa en los resultados. En efecto, el error global sigue siendo bajo y la figura obtenida es la esperada. Se puede ver la representación de los estados de polarización en la figura 4.14

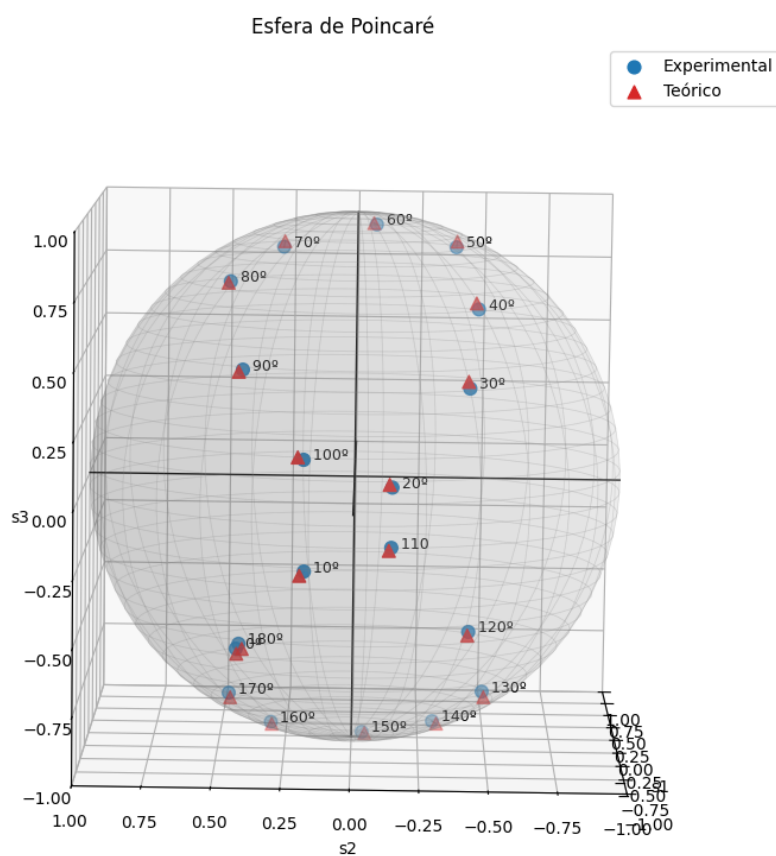


Figura 4.14: Representación en la esfera de Poincaré de los estados medidos

4.4. Validación de la capacidad del sistema para la polarimetría de imagen de Stokes mediante la reconstrucción de estructuras espaciales de polarización

4.4.1. Medición con polarizador radial

En la sección previa se ha demostrado la capacidad del sistema para reconstruir con precisión el vector de Stokes a la salida del generador de estados de polarización (PSG), así como para caracterizar elementos ópticos desconocidos de forma consistente mediante medidas puntuales. El siguiente hito experimental consiste en validar el funcionamiento del sistema ante distribuciones espaciales complejas de polarización. Es decir, verificar que el polarímetro mantiene su fidelidad analítica no solo en entornos homogéneos, sino en imágenes completas donde el estado de polarización varía píxel a píxel. Esta capacidad resulta fundamental, ya que la aplicación final para la que se ha diseñado el sistema polarimétrico, como se ha comentado en secciones anteriores, es la polarimetría de imagen.

Para llevar a cabo esta validación bidimensional (2D), se ha seleccionado un polarizador radial como muestra bajo análisis, con el objetivo primordial de verificar si el sistema es capaz de mapear correctamente un patrón espacial de polarización.

La configuración experimental empleada se detalla en la Figura 4.16. El montaje comparte la arquitectura descrita en los ensayos anteriores.

El elemento bajo estudio, el polarizador radial, puede modelarse conceptualmente como un conjunto finito de polarizadores lineales cuya orientación varía siguiendo una distribución azimutal. En la Figura 4.15 se muestra una imagen del polarizador radial utilizado. Así, cada sector del componente transmite una orientación de polarización lineal distinta, la cual es función directa de su posición angular respecto al centro del sistema. Como consecuencia, el frente de onda emergente exhibe una modulación espacial continua de su estado de polarización. El propósito del experimento es extraer los parámetros geométricos de azimut (ψ) y elipticidad (χ) a partir del vector de Stokes reconstruido para cada coordenada espacial.

Para el escenario ideal de un polarizador radial puro, se debería proyecta una distribución angular del azimut claramente diferenciada por cuadrantes, mientras que la elipticidad teórica debería permanecer idénticamente nula ($\chi \approx 0^\circ$) en toda la superficie activa de la muestra.

Aunque la polarización incidente proveniente del PSG no es estrictamente crítica para el funcionamiento del componente, se optó por iluminar la muestra con luz polarizada circularmente izquierda. Esta elección responde a la necesidad de garantizar una distribución de intensidad simétrica y uniforme a lo largo del polarizador radial, minimizando sesgos por modulación de amplitud. Por su parte, el PSA se conmutó secuencialmente a través de los seis estados de proyec-

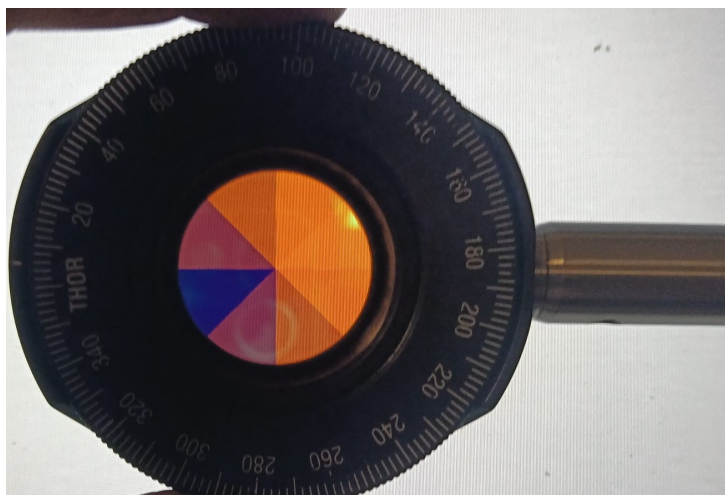


Figura 4.15: Polarizador radial delante de una pantalla LCD

ción óptima analizados con anterioridad, adquiriendo las seis imágenes de intensidad requeridas para la inversión del vector de Stokes.

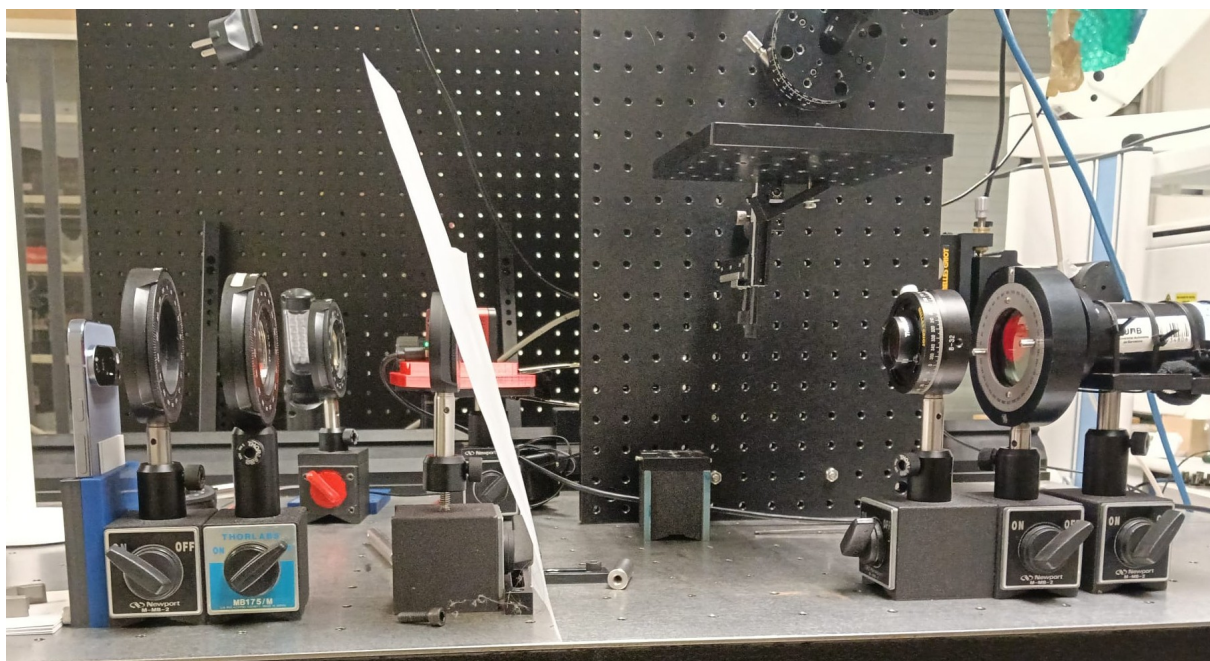


Figura 4.16: Montaje experimental para la adquisición cartográfica del polarizador radial.

Para el procesamiento masivo de datos y la generación de la cartografía óptica, se desarrolló un algoritmo en Python, cuyo flujo de ejecución se esquematiza en la Figura 4.17. Y el programa completo se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*, con nombre *Imagen de polarización.py*

Como entrada, el programa recibe las seis imágenes adquiridas con las diferentes configuraciones del PSA, así como la matriz instrumental A calculada previamente durante el proceso de

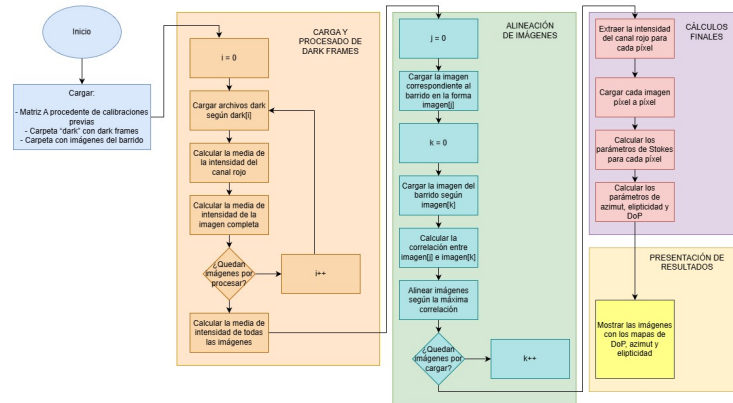


Figura 4.17: Diagrama de flujo del script de procesamiento implementado para la reconstrucción polarimétrica espacial.

calibración. Antes de calcular las imágenes del vector de Stokes, todas las imágenes se alinean mediante técnicas de correlación cruzada en el dominio espacial. En particular, se estima el desplazamiento relativo entre cada imagen y una imagen de referencia maximizando la similitud entre ambas, lo que permite determinar con precisión a nivel de píxel el vector de traslación necesario para su registro.

Este paso resulta especialmente crítico debido a la naturaleza de análisis píxel a píxel del método; cualquier desalineamiento entre imágenes introduce errores sistemáticos y artefactos numéricos en la inversión de la matriz. A diferencia de caracterizaciones previas donde la polarización era macroscópicamente uniforme, la región de interés (ROI) de este ensayo presenta gradientes de polarización abruptos y dimensiones espaciales estrictamente acotadas, lo que reduce drásticamente la tolerancia al error de registro óptico.

Asimismo, el tamaño efectivo de las regiones útiles del polarizador radial limita la posibilidad de realizar promediados espaciales, incrementando la vulnerabilidad del sistema frente al ruido aleatorio y a los fallos de solapamiento. Por este motivo, tanto el mantenimiento de la resolución espacial como la perfecta superposición de las matrices de píxeles adquieren una importancia crítica en la calidad de los resultados obtenidos.

Una vez completado el alineamiento, se resuelve el vector de Stokes para cada píxel utilizando la matriz de calibración del sistema. Posteriormente, a partir de los componentes de dicho vector, se deducen los parámetros geométricos de azimuth (ψ) y elipticidad (χ) para cada píxel de la imagen, los cuales se cartografían bidimensionalmente para generar los mapas ópticos que constituyen el resultado principal del algoritmo.

Los mapas analíticos resultantes se presentan en las Figuras 4.18 y 4.19. El mapa de Azimut (Figura 4.18) exhibe una variación angular continua en perfecto acuerdo con la geometría del componente, lo que certifica que el algoritmo de registro sub-píxel y la inversión matricial median-

te la pseudoinversa A^+ preservan la fase polarimétrica. Paralelamente, el mapa de Elipticidad (Figura 4.19) revela valores estables y próximos a cero en la práctica totalidad del área efectiva, refrendando la naturaleza lineal de los estados generados.

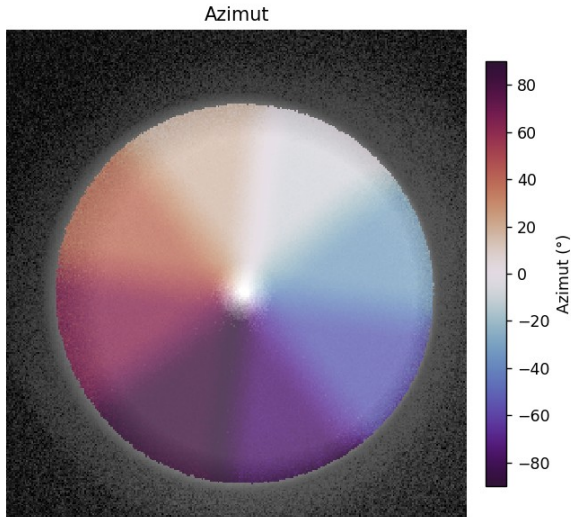


Figura 4.18: Mapa bidimensional de Azimut (ψ) obtenido para el polarizador radial.

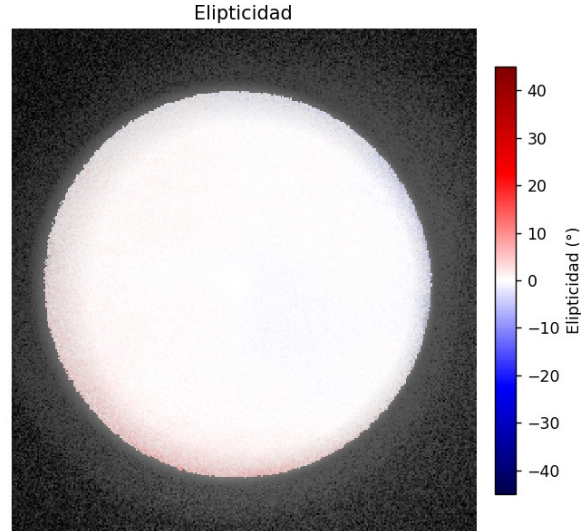


Figura 4.19: Mapa bidimensional de Elipticidad (χ) obtenido para el polarizador radial.

Un fenómeno de gran interés que corrobora la precisión espacial del instrumento se localiza exactamente en el centro geométrico del dispositivo. En este punto focal, se aprecia cómo los valores de azimut colapsan en una discontinuidad y el Grado de Polarización (DoP) decae drásticamente, este efecto se puede ver en las figuras 4.20 y 4.21. Lejos de manifestar un error de cálculo del script, este comportamiento responde a una elegante razón física: el centro del componente representa una singularidad geométrica donde convergen todos los ejes de transmisión lineal.

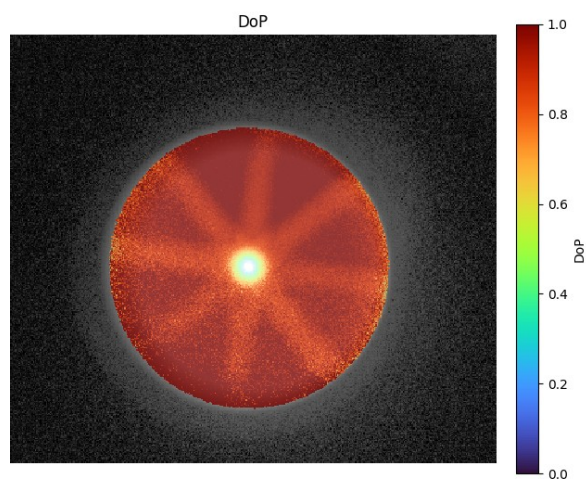


Figura 4.20: Mapa del Grado de Polarización (DoP) medido en las inmediaciones del centro geométrico.

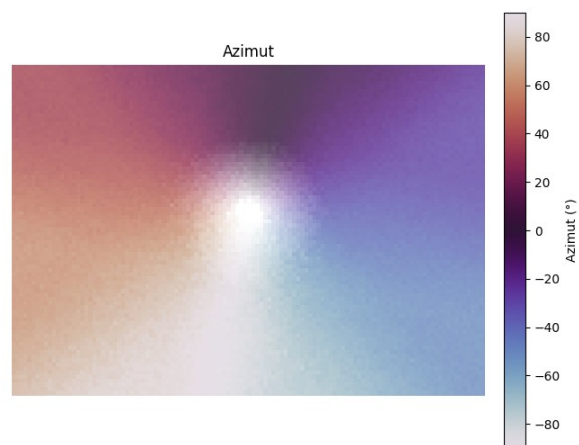


Figura 4.21: Detalle ampliado de la zona central del polarizador radial.

4.4.2. Medición con polarizador radial y lámina retardadora

Tras validar el comportamiento del polarímetro ante una distribución espacial de polarización puramente lineal, se procedió a incrementar la complejidad del escenario experimental mediante la inserción de una lámina retardadora a la salida del polarizador radial, se puede ver la configuración experimental en la figura 4.22. El propósito fundamental de esta nueva arquitectura es generar un campo de estados de polarización elípticos espacialmente variables. De este modo, el formalismo inverso implementado en el algoritmo de reconstrucción se somete a una validación más exigente, al tener que resolver simultáneamente gradientes bidimensionales acoplados tanto en el azimut (ψ) como en la elipticidad (χ).

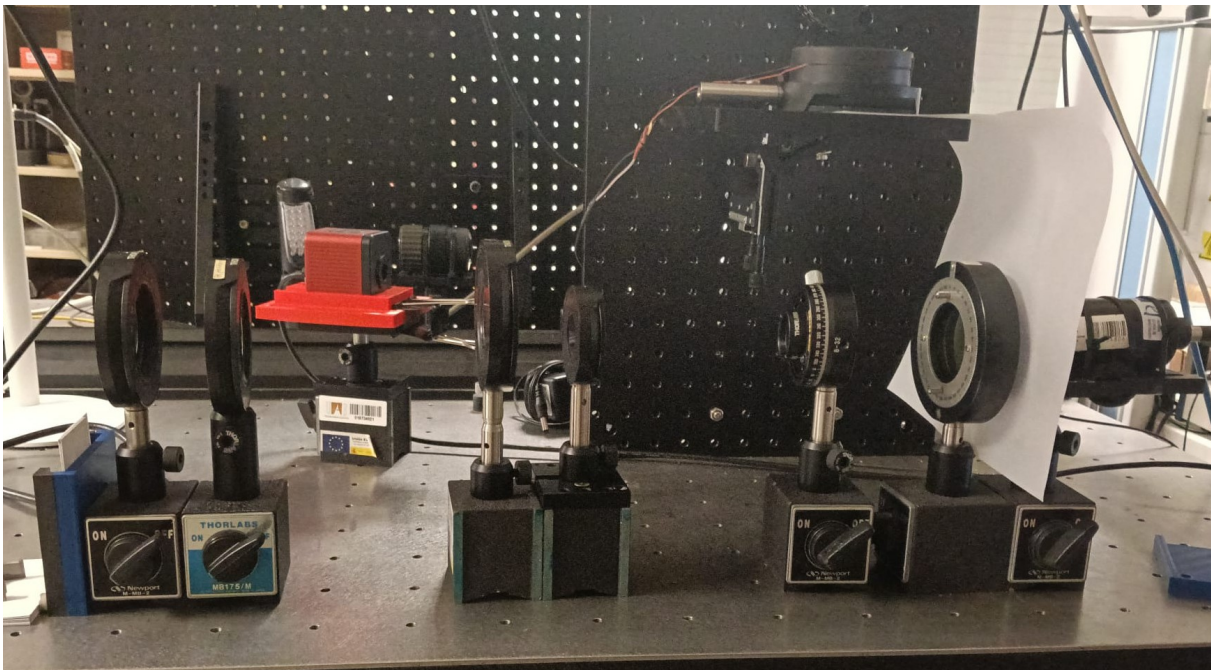


Figura 4.22: Montaje experimental para la configuración de polarizador radial y lámina retardadora.

La configuración experimental, mantiene la esencia del montaje descrito en el apartado anterior, quedando constituida secuencialmente por los siguientes bloques estructurales:

- **Generador de Estados de Polarización (PSG):** Encargado de fijar el estado de polarización analítico incidente sobre el sistema.
- **Lámina difusora homogénea:** Implementada estratégicamente para optimizar la uniformidad espacial de la irradiancia y mitigar efectos de coherencia espacial del haz.
- **Polarizador radial:** Actúa como el elemento modulador geométrico, generando un continuo de estados lineales orientados azimutalmente.

- **Lámina retardadora lineal:** Posicionada inmediatamente después del polarizador radial para inducir el desfase óptico determinista.
- **Analizador de Estados de Polarización (PSA):** Configurado en sus seis proyecciones de intensidad para el registro y posterior inversión del vector de Stokes.

Físicamente, la introducción de la lámina retardadora altera la evolución geométrica del campo eléctrico. Al incidir sobre ella el patrón lineal variable del polarizador radial, el ángulo relativo entre el vector de campo eléctrico local y el eje rápido de la lámina retardadora se modula de forma continua en función de la coordenada angular espacial. Esta interacción induce un retraso de fase relativo entre las componentes ortogonales del campo, provocando que el tercer parámetro de Stokes (S_3) deje de ser nulo. Como consecuencia directa, la luz transmitida emerge con una elipticidad que varía periódicamente a lo largo de la superficie del componente, alternando entre regímenes lineales, elípticos y circularmente puros.

El procesamiento matricial de las capturas y la resolución pixelar del vector de Stokes se ejecutaron bajo el mismo algoritmo en Python desarrollado con anterioridad. La diferencia analítica crítica estriba en que, en este escenario, las componentes cartográficas resultantes deben reproducir fielmente valores de elipticidad significativamente distantes de cero, mapeando con precisión la distribución del retraso óptico inducido.

Los resultados experimentales obtenidos se presentan en las Figuras 4.23 y 4.24, donde se ilustran los mapas bidimensionales de falso color para el azimuth y la elipticidad, respectivamente. Ambas distribuciones espaciales exhiben una consistencia geométrica excelente con el modelo teórico predicho. La reconstrucción digital confirma la emergencia de una componente S_3 macroscópica y espacialmente ordenada, lo que ratifica la sensibilidad del polarímetro para discernir estados de polarización elípticos complejos y variables en el espacio.

En conjunto, las conclusiones derivadas de este binomio de experimentos completan con éxito la validación del polarímetro desarrollado en este Trabajo de Fin de Grado. El sistema no solo ha demostrado su robustez en la caracterización analítica de estados de polarización puntuales, sino que se ha consolidado como un instrumento de imagen polarimétrica de campo ancho plenamente funcional, capaz de resolver distribuciones espaciales continuas y multifásicas en matrices bidimensionales y de forma completa (es decir, recuperando la información de todos los canales de Stokes, S_1 , S_2 y S_3). Este hito experimental fundamenta sólidamente la viabilidad y el potencial del dispositivo basado en sensores comerciales de bajo coste para aplicaciones avanzadas de *polarimetric imaging*, donde la reconstrucción fidedigna de la información geométrica de la luz en función de la posición es un requisito indispensable para el diagnóstico y la caracterización de muestras complejas.

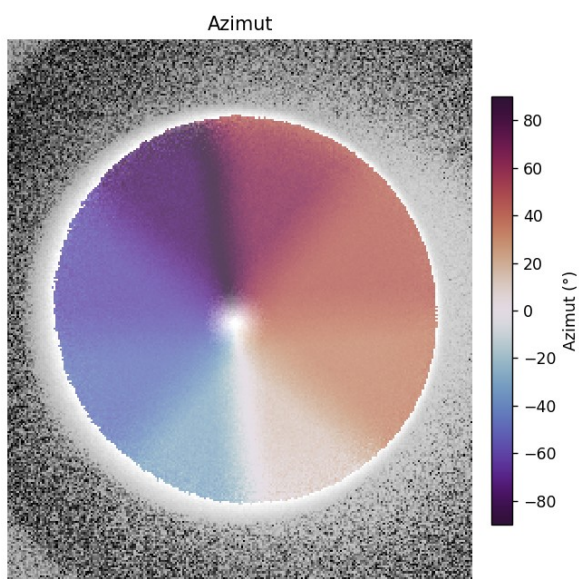


Figura 4.23: Mapa bidimensional de Azimut (ψ) obtenido para la combinación de polarizador radial y lámina retardadora.

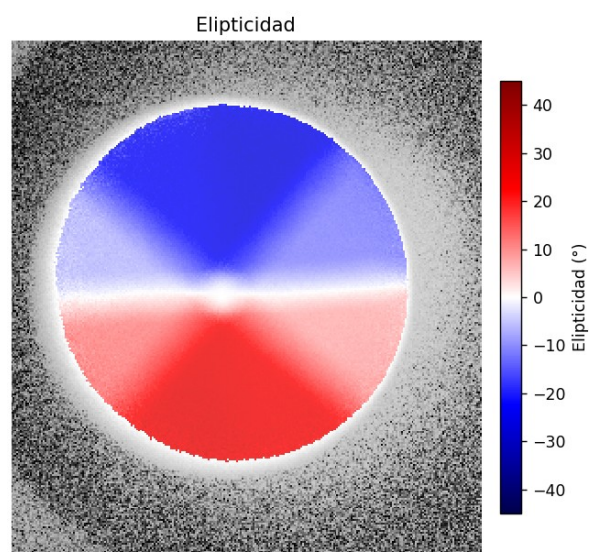


Figura 4.24: Mapa bidimensional de Elipticidad (χ) obtenido para la combinación de polarizador radial y lámina retardadora.

4.5. Análisis Polarimétrico de Tejidos Biológicos: Modelo Preclínico

Como culminación experimental de este Trabajo de Fin de Grado, se ha procedido a la aplicación del sistema implementado en una muestra real con interés médico. En particular, se ha realizado la caracterización polarimétrica de una muestra histológica de un de modelo murino. Este ensayo tiene como propósito fundamental demostrar la viabilidad y el potencial de traslación clínica del polarímetro desarrollado, proyectando su utilidad hacia la detección no invasiva de anomalías morfológicas.

4.5.1. Limitaciones Instrumentales y Estrategias de Adquisición

Previo a la exposición de los resultados, es imperativo establecer las limitaciones instrumentales inherentes a este ensayo. La región de interés (ROI) biológica presenta un diámetro del orden de unos pocos centímetros, albergando en su interior microestructuras diana, como lechos vasculares y aglomeraciones celulares, con escalas espaciales submilimétricas y micrométricas. Dado que la óptica de un teléfono móvil estándar posee una distancia focal fija, la única vía nativa para acercar la imagen es el "zoom digital". Sin embargo, este proceso informático interpola y promedia los valores de los píxeles colindantes. Este promediado espacial sub-píxel altera y destruye de forma irreversible los valores radiométricos puros (*raw data*) necesarios para la reconstrucción matemática de los parámetros de Stokes, lo que hace el zoom una herramienta inviable para nuestro sistema. Por consiguiente, el sistema opera bajo una estricta restricción de resolución espacial. En futuras fases del proyecto, esta limitación podrá solventarse acoplando el dispositivo móvil a sistemas de magnificación óptica puramente físicos (lentes macro o adaptadores para microscopio).

Para maximizar la resolución óptica y la relación señal-ruido operando dentro de estos límites de hardware, se implementó un módulo de adquisición avanzado en la aplicación móvil desarrollada (*Polarimetría*), denominado *Modo Biológico*. Las principales funcionalidades de esta actualización incluyen:

1. **Histograma radiométrico en tiempo real:** Permite monitorizar la distribución de intensidades lumínicas para evitar la saturación (clipping) de los fotodiodos del sensor, garantizando así una respuesta instrumental estrictamente lineal frente a la muestra.
2. **Gestión dinámica de adquisición:** Incorpora un conteo en vivo de las capturas fotográficas asociadas a las matrices de calibración, guiando al usuario sobre los ángulos exactos en los que deben disponerse los elementos ópticos para minimizar los errores sistemáticos.
3. **Asistencia visual de enfoque sub-píxel:** Aunque el zoom digital queda bloqueado

para la toma de datos (por los motivos previamente expuestos), la aplicación permite realizar una ampliación digital puramente visual en la pantalla de previsualización. Esto facilita al usuario realizar un ajuste de enfoque manual extremadamente riguroso sobre las microestructuras tisulares, garantizando la máxima nitidez óptica focal antes del disparo fotográfico.

Con esta optimización del software de control, se aseguró la captura de matrices de intensidad con la mayor fidelidad espacial y radiométrica que la plataforma móvil permite.

4.5.2. Procesado de Datos y Resultados

El procesamiento algorítmico y la generación cartográfica se han llevado a cabo mediante una adaptación del código detallado en la Sección 4.4. Este código se encuentra en el capítulo 7, *Anexo A*. El nombre del programa es *Mapa de muestra biológica.py*. Las modificaciones principales se han centrado en la optimización de los mapas de color y en la normalización dinámica de los umbrales de visualización para forzar el máximo contraste sobre las tenues variaciones del tejido. El montaje experimental del experimento se puede ver en la Figura 4.25. Los mapas bidimensionales obtenidos, presentados en las Figuras 4.26, 4.27, 4.28, 4.29, 4.30, demuestran unos resultados extraordinariamente prometedores frente a las limitaciones de resolución discutidas.

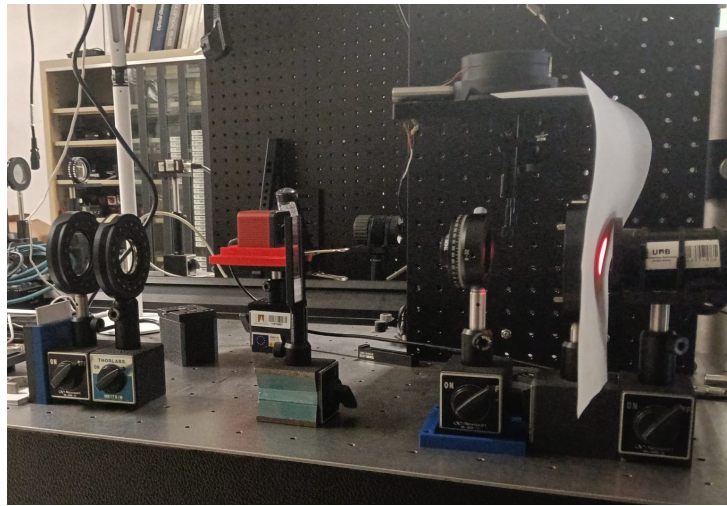


Figura 4.25: Configuración usada para la toma de las imágenes de las muestras biológicas

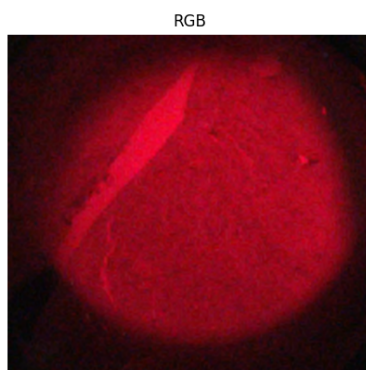


Figura 4.26: Imagen tomada.

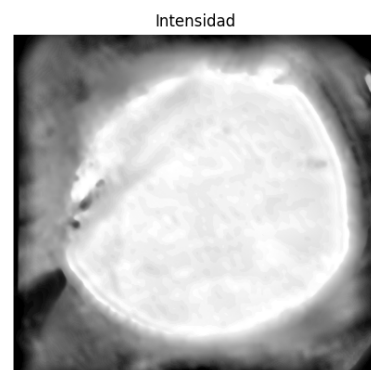


Figura 4.27: Mapa de intensidad.

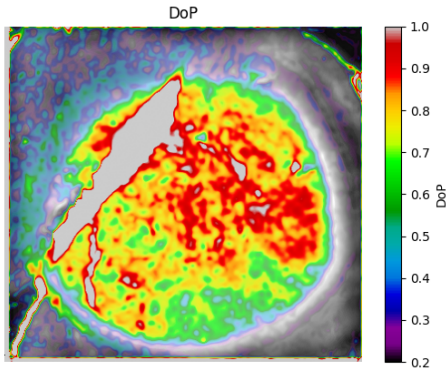


Figura 4.28: Grado de Polarización (DoP)

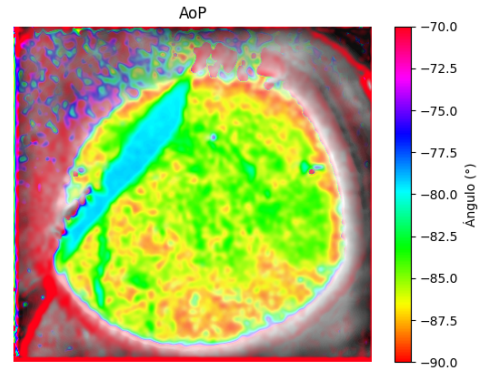


Figura 4.29: Ángulo de Polarización (AoLP)

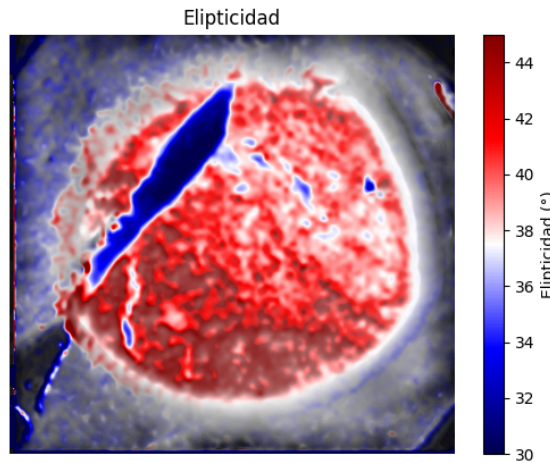


Figura 4.30: Mapa de elipticidad de la muestra

4.5.3. Discusión Física y Biológica

Para la correcta interpretación de la polarimetría, cabe destacar que la muestra biológica fue iluminada uniformemente con luz circularmente polarizada a izquierdas.

La primera validación del comportamiento del sistema se observa en la sección transversal vacía de la muestra, correspondiente a una región sin tejido biológico. En esta zona libre de estructura biológica, los mapas muestran un grado de polarización cercano a la unidad y un vector de Stokes aproximadamente coherente con el estado del haz de iluminación incidente. No obstante, es importante señalar que este estado no coincide necesariamente con el valor teórico ideal del sistema, ya que la luz atraviesa igualmente elementos ópticos del montaje, como las láminas de

vidrio, que pueden introducir modificaciones sistemáticas en el estado de polarización. En este sentido, la estabilidad espacial de los valores en esta región actúa principalmente como referencia interna de consistencia del sistema de medida.

Al analizar la región correspondiente al tejido, el mapa de Grado de Polarización (DoP) muestra una variación espacial significativa. En relación con la zona de referencia, se identifican áreas donde la polarización transmitida disminuye de forma apreciable, lo cual sugiere la presencia de mecanismos de despolarización asociados a la interacción de la luz con el medio biológico. Este comportamiento puede interpretarse, en términos generales, como el resultado de procesos de esparcimiento múltiple, en los que la luz sufre sucesivas interacciones con estructuras celulares y subcelulares del tejido, dando lugar a una progresiva pérdida de coherencia en el estado de polarización.

Todo este comportamiento está íntimamente correlacionado con la diversidad presente en el microambiente tumoral, tal y como se ha reportado en la literatura para medidas de despolarización [6]. Sin embargo, más allá de mostrar esta heterogeneidad polarimétrica propia de este tipo de muestras, en este trabajo, cualquier interpretación de carácter biomédico debe considerarse preliminar en esta etapa, ya que depende fuertemente del tipo de muestra, la longitud de onda empleada y el modelo de adquisición utilizado. Por tanto, los resultados obtenidos deben entenderse principalmente como una caracterización óptica del comportamiento polarimétrico del tejido, más que como una inferencia directa de propiedades biológicas específicas.

De forma complementaria, el análisis de los mapas de ángulo de polarización (AoLP) y de elipticidad muestra variaciones espaciales coherentes con las regiones de menor grado de polarización. Estas variaciones podrían estar asociadas a anisotropías locales del medio, potencialmente relacionadas con estructuras fibrosas u orientaciones preferentes, aunque su interpretación requiere un análisis más exhaustivo para establecer correlaciones cuantitativas.

En conjunto, los resultados sugieren que el sistema es capaz de resolver diferencias espaciales en el estado de polarización de la luz transmitida a través de la muestra, proporcionando información complementaria a la imagen de intensidad convencional. Sin embargo, la interpretación de estos mapas debe entenderse como una caracterización preliminar del comportamiento polarimétrico del sistema en condiciones experimentales reales.

Capítulo 5

Conclusión

5.1. Conclusiones

Este Trabajo de Fin de Grado ha abordado satisfactoriamente el diseño, la implementación y la validación experimental de un polarímetro de Stokes compacto, accesible y de bajo coste, utilizando el sensor CMOS de un teléfono móvil comercial como detector fotométrico principal. A través de un enfoque interdisciplinar que combina la programación, la óptica instrumental y el procesamiento numérico de señal, se ha demostrado que es técnicamente viable transformar un dispositivo de consumo masivo en un instrumento de metrología científica robusto y fiable.

A partir de la metodología desarrollada y los ensayos realizados en el laboratorio, se deducen las siguientes conclusiones específicas:

- **Validación fotométrica del sensor CMOS:** Las pruebas de caracterización radiométrica demostraron que el uso de capturas en formato *RAW* nativo elude con éxito los algoritmos de postprocesado automáticos de caja negra del sistema operativo. Esto garantiza una respuesta optoelectrónica lineal con un coeficiente de determinación extraordinario de $R^2 = 0,999978$ y un error cuadrático medio (*RMS*) de apenas el 0,362 %, validando al *smartphone* como un detector fotométrico de precisión.
- **Robustez matemática y estabilidad numérica:** Ante el número de condición instrumental inherente a la arquitectura del Analizador de Estados de Polarización (PSA), la implementación de un algoritmo de inversión matricial sobredeterminado ($N > 4$) combinado con la regularización de Tikhonov ($\lambda = 10^{-3}$) amortiguó eficazmente la propagación de perturbaciones estocásticas y los errores de desalineación mecánica.
- **Optimización adaptativa mediante ROI:** El desarrollo del algoritmo iterativo para la selección y optimización de la Región de Interés (ROI) demostró ser un factor crítico para el

éxito del sistema. Su aplicación redujo el error relativo en la estimación de los parámetros de Stokes durante los ensayos dinámicos de rotación de los componentes ópticos de referencia.

- **Versatilidad en escenarios reales:** La viabilidad práctica del instrumento quedó demostrada mediante diversas aplicaciones experimentales de elevada complejidad metrológica, entre las que destacan la reconstrucción del vector de Stokes de elementos polarizantes, como láminas retardadoras y polarizadores; la reconstrucción cartográfica bidimensional de la distribución espacial del vector de Stokes en un polarizador radial; y la caracterización no invasiva de muestras histológicas de tejido biológico.

En definitiva, este proyecto demuestra que es posible superar las limitaciones tradicionalmente asociadas a los sistemas polarimétricos convencionales, evidenciando que una medida precisa del estado de polarización no requiere necesariamente instrumentación de laboratorio compleja y costosa, sino que puede lograrse mediante la implementación de los mismos principios físicos sobre plataformas de hardware comercial accesibles.

5.2. Líneas de Trabajo Futuras

Como se ha expuesto a lo largo de esta memoria, este Trabajo de Fin de Grado constituye la fase inicial de un proyecto de mayor envergadura orientado al desarrollo de una plataforma polarimétrica integral descentralizada. Por consiguiente, las líneas de desarrollo e investigación futuras son amplias, identificándose como acciones prioritarias e inmediatas las siguientes:

1. **Caracterización completa del ruido fotométrico:** Desarrollar un algoritmo específico y un protocolo estricto de captura para la caracterización exhaustiva de las fuentes de ruido del sensor y las fluctuaciones de intensidad. Esto permitirá migrar del modelo de inversión actual hacia una solución basada en mínimos cuadrados ponderados regularizados (*Regularized Weighted Least Squares*, RWLS), optimizando la reconstrucción ante la heterocedasticidad del sistema.
2. **Optimización de la aplicación móvil de captura:** Modificar el software de control del dispositivo móvil con el fin de mejorar la usabilidad de la interfaz de usuario, asegurar el bloqueo estricto de los parámetros radiométricos y refinar la gestión de los modos de adquisición de la cámara.
3. **Automatización y miniaturización del hardware:** Diseñar, ensamblar y validar experimentalmente un primer prototipo miniaturizado y automatizado para los bloques PS-G/PSA (por ejemplo, mediante mecatrónica basada en microcontroladores), reduciendo el error sistemático derivado de la alineación angular manual.
4. **Integración de ópticas de aumento para microscopía:** Evaluar e implementar lentes de magnificación acopladas al sistema de medición automático para posibilitar la caracterización espacial y cartográfica de muestras biológicas histológicas a microescala.
5. **Procesamiento embebido local:** Portar la lógica del modelo matemático y los algoritmos de reconstrucción matricial directamente al procesador del teléfono inteligente, logrando un sistema autónomo que elimine la dependencia actual de un ordenador externo para el postprocesamiento.
6. **Robustez y calibración adaptativa del sistema:** Implementar mejoras globales en los algoritmos de calibración que compensen de forma dinámica las posibles derivas térmicas del diodo láser de emisión o los cambios en las condiciones de iluminación ambiental.

Estas propuestas técnico-científicas marcan la hoja de ruta indispensable hacia la consecución de un instrumento autónomo, compacto y robusto de medición polarimétrica. A medida que se avance en el desarrollo de estas etapas, la naturaleza modular del diseño propiciará la aparición de nuevos desafíos técnicos e iteraciones que refinarán el sistema. En definitiva, este trabajo

consolida una base metodológica y experimental sólida, demostrando no solo la viabilidad de la plataforma a corto plazo, sino también sus excelentes proyecciones de futuro en el campo de la metrología óptica de bajo coste.

Capítulo 6

Uso de la IA

La inteligencia artificial ha sido una herramienta de apoyo durante el desarrollo de este proyecto. Su uso se ha centrado principalmente en la asistencia para tareas de programación, tanto en el desarrollo de la aplicación móvil como en la implementación de los programas de análisis de resultados. Asimismo, ha servido como ayuda en la redacción y revisión de algunos textos, contribuyendo a agilizar diferentes procesos y a mejorar la eficiencia del trabajo realizado.

Desde una perspectiva personal, considero que la inteligencia artificial constituye uno de los avances tecnológicos más relevantes de los últimos años. Utilizada de manera adecuada, puede potenciar significativamente la productividad, facilitar el aprendizaje y servir como apoyo en tareas complejas. Sin embargo, su creciente adopción también plantea ciertos riesgos cuando se emplea sin criterio ni supervisión. La aceptación automática de las respuestas generadas por estos sistemas, sin una revisión o análisis crítico posterior, puede conducir a errores y a una excesiva dependencia de la herramienta.

Por ello, considero que la inteligencia artificial debe entenderse como un recurso de apoyo y no como un sustituto del razonamiento humano. Su verdadero valor reside en complementar las capacidades de las personas, permitiendo acelerar procesos y facilitar determinadas tareas, siempre bajo una supervisión crítica que garantice la fiabilidad y validez de los resultados obtenidos.

Capítulo 7

Anexo A

Debido al elevado número y complejidad de los programas desarrollados en el marco de este proyecto, se ha optado por centralizarlos en un repositorio en GitHub. En dicho repositorio se encuentran todos los scripts utilizados, debidamente organizados y nombrados según cada apartado del trabajo.

<https://github.com/pablogartrivi/TFG/tree/main>

Capítulo 8

Referencias

- [1] Bagnulo, S., Landolfi, M., y Landi Degl’Innocenti, E. (2021). *Stellar Polarimetry: Introduction to Instrumentation and Analysis*. Cambridge University Press.
- [2] Li, X., Yan, L., Qi, P., Zhang, L., Goudail, F., Liu, T., Zhai, J., y Hu, H. (2023). *Polarimetric Imaging via Deep Learning: A Review*. Remote Sensing, 15(6), 1540. <https://doi.org/10.3390/rs15061540>
- [3] Chapman, J. C., Lim, C. C. W., y Kwiat, P. G. (2022). *Hyperentangled Time-Bin and Polarization Quantum Key Distribution*. Physical Review Applied, 18(4), 044027. <https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.18.044027>
- [4] Taglione, C., Mateo, C., y Stolz, C. (2024). *Polarimetric Imaging for Robot Perception: A Review*. Sensors, 24(14), 4440. <https://doi.org/10.3390/s24144440>
- [5] Sdobnov, A., Ushenko, V. A., Trifonyuk, L., Bakun, O., Garazdyuk, M., Soltys, I. V., Dubolazov, O., Ushenko, O. G., Ushenko, Y. A., Bykov, A., y Meglinski, I. (2023). Mueller-matrix imaging polarimetry elevated by wavelet decomposition and polarization-singular processing for analysis of specific cancerous tissue pathology. *Journal of Biomedical Optics*, 28(4), 046002.
- [6] Montes-Gonzalez, I., Bisbal-Amat, J., Perez-Torres, A., Pulido-Camarillo, E., Canabal-Carbia, M., Campos, J., Estevez, I., y Lizana, A. (2024). Macroscopic polarimetric discrimination and quantification of antiangiogenic effect of AGRO aptamer and GK1 peptide in a preclinical melanoma model. *Scientific Reports*, 14, 18721.
- [7] Tao, H., Jo, S., Chu, G., Qi, X., Estévez, I., Lizana, A., Xu, W., Deng, S., Mihi, A., y Kontturi, E. (2024). Engineering Chiroptical Interactions through Integrating Plasmonic Arrays with Cholesteric Nanocellulose. *Advanced Materials*, 36(15), 2311245.

- [8] Estévez, I., Oliveira, F., Oliveira, M., Pereira, R. M., Romanynshyn, N., Clain, S., Smirnov, G. V., Rebouta, L., y Vasilevskiy, M. I. (2026). *Artificial Intelligence Assisted Polarimetry for Materials' Discrimination and Characterization*.
- [9] Peinado, A., Lizana, A., Vidal, J., Iemmi, C., y Campos, J. (2017). *Optimization and performance criteria of a Stokes polarimeter based on two variable retarders*.
- [10] Sabatke, D. S., Descour, M. R., Dereniak, E. L., Sweatt, W. C., Kemme, S. A., y Phipps, G. S. (2000). *Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter*.
- [11] Estévez, I., Canabal-Carbia, M., Montes-Gonzalez, I., Mao, Y., Altaweel, M., Campos, J., y Lizana, A. (2024). *Polarimetric Methods for the Characterization of Biological Samples*.
- [12] Kay, S. M. (1993). *Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume I: Estimation Theory*. Prentice Hall.
- [13] Golub, G. H., y Van Loan, C. F. (2013). *Matrix Computations* (4th ed.). Johns Hopkins University Press.
- [14] Kuroda, T. (2015). *Essential Principles of Image Sensors*.
- [15] Goldstein, D. H. (2010). *Polarized Light (Third Edition)*. CRC Press, Boca Raton, FL. ISBN: 978-1-4398-3040-6.
- [16] Van Eeckhout, A., Garcia-Cauarel, E., Garnatje, T., Durfort, M., Escalera, J. C., Vidal, J., Gil, J. J., Campos, J., y Lizana, A. (2021). *Depolarizing Metrics for Plant Samples Imaging*. *PLoS ONE*, 16(4), e0249916. DOI: 10.1371/journal.pone.0249916.
- [17] Samsung Electronics Co., Ltd. (2026). *ISOCELL GN8 Mobile Image Sensor*. Samsung Semiconductor. Disponible en: <https://semiconductor.samsung.com/us/image-sensor/mobile-image-sensor/isocell-gn8/>
- [18] Zaitzu, K., Matsumoto, A., Nishida, M., Tanaka, Y., Yamashita, H., Satake, Y., Watanabe, T., Araki, K., Nei, N., Nakazawa, K., Yamamoto, J., Uehara, M., Kawashima, H., Kobayashi, Y., Hirano, T., y Tatani, K. (2022). *A 2-Layer Transistor Pixel Stacked CMOS Image Sensor with Oxide-Based Full Trench Isolation for Large Full Well Capacity and High Quantum Efficiency*. IEEE Symposium on VLSI Technology and Circuits. DOI: 10.1109/vlsitechnologyandcir46769.2022.9830372
- [19] Apergis, I., Bayliss, D., Asimakoulas, L., Chote, P., McCormac, J., Mitchell, M. A., Gill, S., Steen, P. G., y Wheatley, P. J. (2025). *High-Precision Photometry with a Scientific CMOS Camera: I. Laboratory Testing of the Marana Camera*. Research in Astronomy and Astrophysics. DOI: 10.1093/rasti/rzaf049.

-
- [20] Hamamatsu Photonics K.K. *Image Sensors for Scientific Measurements and Industrial Equipment (KMPD0002E)*. Opto-Semiconductor Handbook / Technical Document. Disponible en: https://www.hamamatsu.com/content/dam/hamamatsu-photonics/sites/documents/99_SALES_LIBRARY/ssd/image_sensor_kmpd0002e.pdf

