

# ANÁLISIS Y DISEÑO DE FILTROS APIADOS BASADOS EN RESONADORES ACÚSTICOS

Memòria del Treball Final de Carrera  
d'Enginyeria de Telecomunicació  
realitzat per

*Joan Gemio Valero*

i dirigit per

*Óscar Menéndez Nadal*

Bellaterra, 14 de Juny de 2007

El sotasingnat, .....

Professor/a de l'Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de la UAB,

**CERTIFICA:**

Que el treball a què correspon aquesta memòria ha estat realitzat sota la seva direcció per en

I per tal que consti firma la present.

Signat: .....

Bellaterra,..... de .....de 200.....



---

# **PREFACIO**

---

En los últimos años el uso de los sistemas de telecomunicaciones móviles se ha extendido de forma espectacular. Por ejemplo, tal como se muestra en la figura 1 el sector de la telefonía móvil a nivel nacional durante el año 2006 generó unos ingresos de más de 13.000 millones de euros, viendo que la tendencia es que esta cifra vaya aumentando trimestre tras trimestre. Esto demuestra que cada vez hay más usuarios que utilizan dichos sistemas, y además continuamente van apareciendo nuevas tecnologías que intentan mejorar las prestaciones ofrecidas por éstos. En la mayor parte de estos sistemas hay unos dispositivos que son básicos para su correcto funcionamiento: los filtros, elementos que permiten que diferentes sistemas puedan compartir el espectro radioeléctrico sin interferirse entre ellos. Además hay que tener presente que el hecho de que cada vez existan más sistemas que coexisten conjuntamente, junto con el hecho de que éstos han de proporcionar un mejor servicio

|                                 | <b>IIIT 2005</b> | <b>IT 2006</b> | <b>IIT 2006</b> | <b>IIIT 2006</b> | <b>IVT 2006</b> |
|---------------------------------|------------------|----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| Cuotas de alta y abono          | 78,25            | 77,39          | 79,67           | 79,31            | 83,26           |
| Tráfico cursado                 | 2.414,21         | 2.348,09       | 2.517,51        | 2.641,08         | 2.658,47        |
| Mensajes cortos                 | 382,49           | 384,91         | 393,80          | 425,98           | 433,88          |
| Itinerancia de clientes propios | 177,66           | 152,19         | 174,54          | 208,78           | 190,66          |
| Servicios GPRS                  | 75,25            | 78,16          | 84,15           | 109,49           | 108,77          |
| WAP                             | 10,77            | 13,78          | 15,97           | 21,96            | 20,97           |
| Otros servicios                 | 45,78            | 25,17          | 21,61           | 21,71            | 22,74           |
| Total                           | 3.184,40         | 3.079,70       | 3.287,26        | 3.508,30         | 3.518,75        |

*Figura 1. Ingresos por servicios de telefonía móvil en millones de euros [1].*

a los usuarios, se traduce en que cada vez se requieren filtros con mejores prestaciones.

Hay diferentes tecnologías para la realización de filtros paso banda a frecuencias de microondas, como por ejemplo: filtros planares [2], filtros con cavidades [3], filtros superconductores [4], filtros SAW (*Surface Acoustic Wave*) [5] y un largo etcétera de posibles técnicas de fabricación a fin de intentar obtener cada vez unas mejores prestaciones, reduciendo los costes y las dimensiones de los dispositivos. En el caso de los filtros utilizados en los terminales móviles, la tecnología predominante es la tecnología SAW, puesto que permite obtener filtros pequeños, ligeros y con unas prestaciones elevadas. Sin embargo esta tecnología presenta ciertas limitaciones, como por ejemplo que no es integrable, que han hecho que recientemente se haya empezado a trabajar a nivel mundial con una nueva tecnología en el ámbito de las microondas: la tecnología BAW (*Bulk Acoustic Wave*). Se espera que en un futuro cercano los filtros basados en la tecnología BAW sustituyan a los filtros SAW, porque la tecnología BAW permite obtener filtros de tamaño parecido a los filtros SAW, pero integrables y con unas prestaciones superiores [6]-[8]].

En la actualidad, la comunidad científica internacional está trabajando en el desarrollo de la tecnología BAW. La mayor parte de estos esfuerzos se centran en los procesos de fabricación y en la calidad de los materiales. Sin embargo, el esfuerzo dedicado al diseño de filtros utilizando esta tecnología es menor. Por lo tanto, el objetivo principal de este proyecto es hacer alguna aportación en este ámbito, teniendo presente que de los diferentes tipos de filtros BAW existentes nos centraremos en el estudio de los filtros apilados SCF (*Stacked Crystal Filters*).

Este proyecto está organizado en 5 capítulos.

- Capítulo 1: Este capítulo se divide en dos partes. En la primera se realizará una introducción teórica a la tecnología BAW, mostrando los diferentes tipos de resonadores BAW existentes, viendo a continuación que topologías se utilizan para la realización de filtros mediante esta tecnología. En la segunda parte se realizará un repaso de algunas de las técnicas tradicionales de diseño de filtros, centrándose en las técnicas de diseño de filtros mediante el método de la impedancia imagen y de diseño de filtros mediante el método de las pérdidas de inserción
- Capítulo 2: En este capítulo se analizarán las técnicas de modelado utilizadas en los dispositivos BAW. En primer lugar se presentará el modelo de Mason, analizando la impedancia de entrada de un resonador BAW. A continuación se mostrará un modelo circuital equivalente para dichos resonadores BAW, y por último se presentará un modelo circuital equivalente para la sección básica SCF, que es uno de los principales objetivos de este proyecto.
- Capítulo 3: En este capítulo se realizará el diseño de la sección básica SCF mediante el método de la impedancia imagen y mediante técnicas de análisis

de circuitos. En primer lugar se presentarán dos métodos de diseño basados en la impedancia imagen, el primero de ellos es un método simple que permite controlar la frecuencia central pero no permite controlar el ancho de banda, mientras que el segundo es un método empírico que permite controlar ambos parámetros. Posteriormente se presentará un tercer método obtenido a partir de técnicas de análisis de circuitos, método que está basado en unas expresiones cerradas que permiten controlar la frecuencia central y el ancho de banda.

- Capítulo 4: En este capítulo se realizará el diseño de filtros implementados con SCF mediante el método de las pérdidas de inserción. Se empezará trabajando con filtros de primer orden (sección básica), a continuación se analizarán los casos de orden 2 y 3, y finalmente se generalizará el método para filtros de orden superior  $N>3$ .
- Capítulo 5: En este capítulo se presentan las conclusiones y las líneas futuras de trabajo.

Además de estos 5 capítulos, este trabajo contiene 5 apéndices. Éstos son útiles para complementar el trabajo de los 5 capítulos anteriores. La organización de los apéndices es la siguiente:

- Apéndice A: En este apéndice se realizarán algunas demostraciones matemáticas necesaria para la deducción del modelo equivalente del SCF presentado en el capítulo 2.
- Apéndice B: En este apéndice se presentará el modelo de Mason, viendo como este modelo puede utilizarse para el análisis de dispositivos electroacústicos.
- Apéndice C: En este apéndice se mostrarán las gráficas y tablas necesarias para poder aplicar el método de diseño empírico presentado en el capítulo 3.
- Apéndice D: En este apéndice se mostrará el proceso de simplificación de las expresiones obtenidas en el método de diseño de una sección básica SCF utilizando teoría de análisis de circuitos explicado en el capítulo 3.
- Apéndice E: En este apéndice se estudiarán algunas de las diferentes alternativas existentes para la implementación física de los inversores de impedancia

---

# **ÍNDICE DE CONTENIDOS.**

---

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Capítulo 1. <i>Introducción</i>.....</b>  | <b>1</b>  |
| <b>1.1. <i>Tecnología BAW</i>.....</b>   | <b>3</b>  |
| 1.1.1. <i>Resonador BAW</i> .....  | 3         |
| 1.1.1.1. <i>Materiales piezoelectr</i> icos.....   | 5         |
| 1.1.1.2. <i>Tipos de resonadores BAW</i> .....   | 6         |
| 1.1.2. <i>Diseño de filtros mediante resonadores BAW</i> .....   | 8         |
| 1.1.2.1. <i>Filtros en escalera</i> .....  | 9         |
| 1.1.2.2. <i>Filtros Lattice</i> .....  | 10        |
| 1.1.2.3. <i>Filtros con resonadores apilados (SCF)</i> .....   | 10        |
| 1.1.2.4. <i>Filtros con resonadores acoplados (CRF)</i> .....  | 13        |
| <b>1.2. <i>Técnicas de diseño de filtros</i> .....</b>   | <b>14</b> |
| 1.2.1. <i>Método de la impedancia imagen</i> .....   | 14        |
| 1.2.2. <i>Método de las pérdidas de inserción</i> .....  | 16        |
| 1.2.2.1. <i>El prototipo paso bajo</i> .....   | 17        |
| 1.2.2.2. <i>Escalado en impedancia y frecuencia</i> .....  | 21        |
| 1.2.2.3. <i>Implementación física: Filtros con inversores de immitancia</i> .....  | 23        |
| <b>1.3. <i>Objetivos del proyecto</i> .....</b>  | <b>25</b> |
| <b>1.4. <i>Conclusiones de capítulo</i>.....</b>   | <b>26</b> |
| <b>Capítulo 2. <i>Modelado de resonadores BAW</i> .....</b>  | <b>29</b> |
| <b>2.1. <i>Modelado de un resonador BAW</i>.....</b>   | <b>30</b> |
| 2.1.1. <i>Modelo de Mason</i> .....  | 30        |
| 2.1.2. <i>Modelo circuital de un resonador BAW: modelo de Butterworth-Van Dyke (BVD)</i> .....                                     | 33        |
| <b>2.2. <i>Modelado de una sección básica SCF</i> .....</b>  | <b>34</b> |
| <b>2.3. <i>Conclusiones del capítulo</i>.....</b>  | <b>40</b> |
| <b>Capítulo 3. <i>Diseño de la sección básica SCF mediante el método de la impedancia imagen y análisis de circuitos</i> .....</b> | <b>43</b> |
| <b>3.1. <i>Análisis de la respuesta de la sección básica SCF</i>.....</b>  | <b>44</b> |
| <b>3.2. <i>Estudio de un SCF mediante la teoría de la impedancia imagen</i>.....</b>   | <b>46</b> |
| 3.2.1. <i>Diseño de filtros con el ancho de banda máximo permitido por la sección básica SCF</i> .....                             | 52        |
| 3.2.2. <i>Diseño de filtros con el método del <i>Magic Number</i></i> .....  | 53        |
| <b>3.3. <i>Estudio de un SCF mediante análisis de circuitos</i>.....</b>   | <b>58</b> |
| <b>3.4. <i>Conclusiones del capítulo</i>.....</b>  | <b>64</b> |

|  |            |
|--|------------|
| <b>Capítulo 4. Diseño de filtros SCF mediante el método de las pérdidas de inserción</b>   |            |
| 67   |            |
| <b>4.1. Diseño de la sección básica SCF mediante el método de las pérdidas de inserción</b>  |            |
| 68   |            |
| 4.1.1. Opción 1: Eliminar las capacidades negativas de los extremos.....   | 70         |
| 4.1.2. Opción 2: Sustituir las capacidades negativas de los extremos por inductancias.....   | 74         |
| <b>4.2. Diseño de filtros formados por N secciones básicas SCF en cascada.....</b>   | <b>77</b>  |
| 4.2.1. Diseño de filtros formados por N=2 secciones básicas SCF conectadas en cascada.....   | 77         |
| 4.2.1.1. Método de diseño basado en una estructura formada por dos secciones básicas SCF en cascada unidas directamente sin ningún elemento intermedio ..... | 78         |
| 4.2.1.2. Método de diseño basado en una estructura formada por dos secciones básicas SCF en cascada con elementos auxiliares entre éstas .....               | 85         |
| 4.2.2. Diseño de filtros formados por N=3 secciones básicas SCF conectadas en cascada.....   | 89         |
| 4.2.3. Diseño de filtros formados por N>3 secciones básicas SCF conectadas en cascada.....   | 93         |
| <b>4.3. Conclusiones del capítulo.....</b>   | <b>97</b>  |
| <b>Capítulo 5. Resumen, conclusiones y líneas futuras de trabajo.....</b>  | <b>99</b>  |
| <b>5.1. Resumen y conclusiones.....</b>  | <b>99</b>  |
| <b>5.2. Líneas futuras de trabajo .....</b>  | <b>102</b> |
| <b>Apéndice A. Demostraciones utilizadas para la deducción del modelo equivalente del SCF</b>  | <b>105</b> |
| <b>A.1. Funcionamiento de los transformadores: Desplazamiento de los transformadores</b>   |            |
| <b>105</b>   |            |
| <b>A.2. Conversión Pi <math>\rightarrow</math> T y viceversa .....</b>   | <b>107</b> |
| <b>A.3. Proceso de simplificación de la impedancia <math>Z_S</math> .....</b>  | <b>108</b> |
| <b>A.4. Aproximación de funciones trigonométricas mediante Taylor .....</b>  | <b>110</b> |
| <b>Apéndice B. Modelo de Mason.....</b>  | <b>113</b> |
| <b>B.1. Solución unidimensional para una lámina de material no piezoelectrónico .....</b>  | <b>113</b> |
| <b>B.2. Solución unidimensional para una lámina de material piezoelectrónico .....</b>   | <b>115</b> |
| <b>Apéndice C. Gráficas y tablas para el método de diseño del Magic Number.....</b>  | <b>119</b> |
| <b>Apéndice D. Simplificación de las expresiones aparecidas en el capítulo 3.....</b>  | <b>127</b> |
| <b>Apéndice E. Análisis de posibles alternativas de implementación de un inversor de impedancias</b>   | <b>135</b> |
| <b>E.1. Modelo equivalente en T de condensadores del inversor de impedancias .....</b>   | <b>135</b> |
| <b>E.2. Aproximaciones del modelo en T de condensadores para la implementación de un inversor de impedancias.....</b>  | <b>136</b> |
| <b>Referencias.....</b>  | <b>139</b> |

---

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

|  |    |
|--|----|
| <i>Figura 1-1. Filtros basados en tecnología SAW.</i>  | 2  |
| <i>Figura 1-2. Resonador BAW.</i>  | 4  |
| <i>Figura 1-3. Evolución en frecuencia de la impedancia de entrada de un resonador BAW.</i>  | 4  |
| <i>Figura 1-4. Esquema de un resonador de membrana [10].</i>   | 7  |
| <i>Figura 1-5. Resonador de membrana. A) Para hacer la deposición de los electrodos y del material piezoelectrónico se utiliza un soporte temporal. B) Despues dicho soporte es eliminado, dejando el resonador soportado por los extremos [16].</i>   | 7  |
| <i>Figura 1-6. Resonador SMR [10].</i>   | 8  |
| <i>Figura 1-7. Filtro en escalera [10].</i>  | 9  |
| <i>Figura 1-8. Sección básica de un filtro Lattice [10].</i>   | 10 |
| <i>Figura 1-9. Estructura de la sección básica SCF [10].</i>   | 11 |
| <i>Figura 1-10. Estructura de dos secciones básicas en cascada.</i>  | 11 |
| <i>Figura 1-11. Respuesta teórica de un SCF centrado a 1575 MHz (GPS). Los electrodos de <math>0.3\mu\text{m}</math> distorsionan ligeramente la relación harmónica entre las diferentes resonancias. [24]</i>   | 12 |
| <i>Figura 1-12. Estructura de la sección básica CRF.</i>   | 13 |
| <i>Figura 1-13. Red de dos puestos terminados con la impedancia imagen.[28]</i>  | 15 |
| <i>Figura 1-14. Flujo de diseño a seguir para la aplicación del método de las pérdidas de inserción en el diseño de un filtro.</i>   | 16 |
| <i>Figura 1-15. Prototipo paso bajo para un filtro de todo polos (por ejemplo Butterworth o Chebyshev)</i>   | 18 |
| <i>Figura 1-16. Respuesta de un filtro de Butterworth (función de transferencia y diagrama de polos).</i>  | 19 |
| <i>Figura 1-17. Respuesta de un filtro de Chebyshev (función de transferencia y diagrama de polos).</i>  | 20 |
| <i>Figura 1-18. Desnormalización en frecuencia e impedancia de elementos reactivos.</i>  | 22 |
| <i>Figura 1-19. Implementación de inversores de immitancia mediante elementos discretos. A y B muestran dos alternativas para la implementación de un inversor de impedancia, mientras que C y D muestran dos alternativas para la implementación de un inversor de admitancia.</i>  | 24 |
| <i>Figura 1-20. Filtros paso banda utilizando inversores de immitancia. A) Estructura con inversores de impedancia, B) Estructura con inversores de admitancia.</i>  | 25 |
| <i>Figura 2-1. Resonador con aire en las dos superficies el piezoelectrónico.</i>  | 30 |
| <i>Figura 2-2. Representación de la impedancia de entrada de un resonador BAW de grosor <math>d=2.9\mu\text{m}</math> y área de <math>100\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}</math> implementado con AlN, asumiendo <math>k_t^2=0.057</math>. Se han representado tanto los resultados obtenidos con el modelo de Mason como los obtenidos con la ecuación (2.1)</i> | 31 |
| <i>Figura 2-3. Modelo de BVD (modelo circuital de un resonador).</i>   | 33 |
| <i>Figura 2-4. Simulación de validación del modelo de BVD.</i>   | 34 |
| <i>Figura 2-5. Estructura de la básica SCF.</i>  | 34 |
| <i>Figura 2-6. Circuito equivalente de un SCF.</i>   | 35 |
| <i>Figura 2-7. Circuito equivalente de un SCF considerando los electrodos infinitamente delgados.</i>  | 36 |
| <i>Figura 2-8. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados.</i>   | 36 |
| <i>Figura 2-9. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrónicos iguales.</i>   | 37 |
| <i>Figura 2-10. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrónicos idénticos.</i>  | 37 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 2-11. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrinos idénticos.   | 38 |
| Figura 2-12. Modelo circuital equivalente en banda estrecha de un SCF formado por dos resonadores idénticos y suponiendo electrodos infinitamente delgados.  | 39 |
| Figura 2-13. Respuesta de un SCF formado por dos resonadores idénticos de 200 $\mu\text{m}$ de lado con una frecuencia de antiresonancia de $f_a = 2 \text{ GHz}$ .  | 40 |
| Figura 3-1. Modelo circuital equivalente en banda estrecha de la sección básica SCF.   | 44 |
| Figura 3-2. Evolución del ancho de banda relativo y la frecuencia central para la sección básica SCF en función de $C_0$ , habiendo fijado $f_a = 2 \text{ GHz}$ y utilizando como material piezoelectrino el AlN.   | 45 |
| Figura 3-3. Evolución frecuencial de la parte real y la parte imaginaria de la constante compleja de propagación de una sección básica SCF construida con AlN para diferentes valores de la capacidad $C_0$ , utilizando siempre una frecuencia de antiresonancia $f_a = 2 \text{ GHz}$ .  | 48 |
| Figura 3-4. Evolución de la impedancia imagen dentro de la ventana de transmisión para diferentes valores de capacidad $C_0$ , teniendo una frecuencia de antiresonancia $f_a = 2 \text{ GHz}$ y utilizando el AlN como material piezoelectrino.   | 49 |
| Figura 3-5. Evolución frecuencial de los dos términos básicos que definen la forma de la evolución frecuencial de la atenuación dentro de la ventana de transmisión.   | 50 |
| Figura 3-6. Comparativa de la respuesta obtenida con una simulación circuital y la obtenida a partir de la teoría de la impedancia imagen utilizando (3.15) y (3.16), teniendo en ambos casos la frecuencia de antiresonancia fijada a 2 GHz.  | 51 |
| Figura 3-7. Dos ejemplos de la respuesta obtenida con los filtros diseños con el método de diseño del ancho de banda máximo para dos frecuencias centrales diferentes (2 GHz y 2.5 GHz respectivamente), teniendo presente que en ambos casos el material utilizado es el AlN.   | 53 |
| Figura 3-8. Evolución del ancho de banda relativo y la frecuencia central en función de $C_0$ con dos valores de $f_a$ diferentes.   | 54 |
| Figura 3-9. Representación del ancho de banda relativo en función de la frecuencia central.  | 55 |
| Figura 3-10. Representación del ancho de banda relativo en función de la frecuencia central para una sección básica SCF habiendo utilizado una frecuencia de antiresonancia $f_a = 2 \text{ GHz}$ para el caso de la izquierda y una $f_a = 5 \text{ GHz}$ para el caso de la derecha.   | 55 |
| Figura 3-11. Evolución del ancho de banda relativo en función del Magic Value $M$ para el caso de utilizar AlN como material piezoelectrino.   | 56 |
| Figura 3-12. Simulaciones para la validación del método de diseño del Magic Value. En las gráficas de la izquierda, de color rojo se ha representado el ancho de banda de las especificaciones, mientras que de color azul se ha representado el ancho de banda medido en los resultados de las simulaciones. En las figuras de la derecha se ha representado la diferencia entre la frecuencia central de las especificaciones y la medida en las simulaciones. Cabe destacar que para cada una de las tres frecuencias centrales utilizadas, se han realizado unas 480 comprobaciones. | 59 |
| Figura 3-13. Diagrama de flujo del proceso a seguir para realizar el diseño de un SCF.   | 62 |
| Figura 3-14. Ejemplo de aplicación del gráfico de diseño, aplicado en el diseño de un filtro centrado a 2 GHz con un ancho de banda de 20 MHz.   | 63 |
| Figura 3-15. Respuesta del filtro diseñado con una frecuencia central de 2 GHz y un ancho de banda de 20 MHz. De color rojo se ha representado el resultado proporcionado por el modelo de Mason, y de color azul el resultado obtenido con el modelo circuital deducido en el capítulo 2.   | 64 |
| Figura 4-1. Esquema circuital de un filtro paso banda de orden 1 implementado con inversores de impedancia.  | 69 |
| Figura 4-2. Esquema circuital de un filtro de orden 1 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores.  | 69 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 4-3. Esquema circuital de un filtro paso banda de orden 1 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores y habiendo despreciado las dos capacidades negativas de los extremos.   | 70 |
| Figura 4-4. Diferentes ejemplos de diseño. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementando los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF.  | 73 |
| Figura 4-5. Respuesta del filtro de Chebyshev centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 1% después de hacer el proceso de tuning. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementado los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF.  | 74 |
| Figura 4-6. Esquema circuital de un filtro de orden 1 habiendo sustituido las capacidades negativas de los extremos por inductancias.   | 75 |
| Figura 4-7. Diferentes ejemplos de diseño. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementado los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF y habiendo sustituido las capacidades negativas de los extremos por inductancias.  | 76 |
| Figura 4-8. Esquema de un filtro paso banda de orden 2 implementado mediante inversores de impedancia.  | 77 |
| Figura 4-9. Esquema de un filtro paso banda de orden 2 como el mostrados en la figura 4-8 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores.   | 78 |
| Figura 4-10. Modelo circuital equivalente de dos secciones básicas SCF conectadas en cascada.   | 79 |
| Figura 4-11. Evolución de los diferentes parámetros de diseño ( $C_{01}$ , $C_{02}$ , $f_{a1}$ , $f_{a2}$ , $R_3$ ) en función del ancho de banda relativo. En todos los parámetros se han mostrado dos soluciones que provienen del $\pm$ de la expresión de $C_{01}$ (4.44).  | 83 |
| Figura 4-12. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 2 centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 1.2% implementado mediante SCF. De color rojo se ha representado la respuesta ideal de Chebyshev, de color azul la respuesta obtenida mediante dos secciones básicas SCF en cascada, habiendo implementado las capacidades negativas de los extremos con inductancias, y de color rosa la misma situación que la de color azul, pero habiendo eliminado las inductancias de los extremos. | 84 |
| Figura 4-13. Esquemático del filtro paso banda de orden 2 habiendo añadido dos parejas de inversores de impedancia debido a que tal como se demuestra en (4.51) esto no afecta a su respuesta.  | 85 |
| Figura 4-14. Se analiza cada una de las partes del filtro por separado.   | 86 |
| Figura 4-15. Modelo circuital de un filtro de orden 2 implementado con dos secciones básicas SCF y un inversor de impedancia, viendo que aparecen cuatro capacidades negativas que dificultan su implementación física.   | 87 |
| Figura 4-16. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 2 centrado a 2GHz con un ancho de banda relativo del 2%. De color rojo se ha representado la respuesta del filtro de Chebyshev ideal, de color azul al respuesta habiendo implementado dicho filtro con dos SCF y sustituyendo las capacidades negativas por inductancias, y de color rosa la respuesta habiendo implementado el filtro con dos SCF y habiendo eliminado las capacidades negativas.   | 88 |
| Figura 4-17. Filtro paso banda de orden 3 implementado con inversores de impedancia.  | 90 |
| Figura 4-18. Filtro paso banda de orden 3 implementado con inversores de impedancia, habiendo añadido parejas de inversores de impedancia adicionales.  | 91 |
| Figura 4-19. Implementación de un filtro paso banda de orden 3 mediante SCF.  | 92 |
| Figura 4-20. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 3 centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 3%, utilizando $K_A=50$ . De color rojo se ha representado la respuesta del filtro de Chebyshev ideal, y de color azul la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante 3 SCF, teniendo presente   |    |

|  |     |
|--|-----|
| <i>que a parte se han utilizado seis inductancias y dos líneas de longitud eléctrica 90° para implementar los inversores de impedancia.</i>  | 92  |
| <i>Figura 4-21. Filtro de orden N implementado con inversores de impedancia.</i>   | 93  |
| <i>Figura 4-22. Estructura del filtro de orden N diseñado con el método de las pérdidas de inserción, habiendo sido implementado con SCF e inversores de impedancia.</i>   | 94  |
| <i>Figura 4-23. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 4 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 3%. De color rojo se ha representado la respuesta ideal del filtro de Chebyshev, y de color azul se ha representado la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante SCF, con una estructura como la mostrada en la figura 4-22 habiendo sustituido las capacidades negativas por inductancias.</i>   | 95  |
| <i>Figura 4-24. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 4 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 3%. De color rojo se ha representado la respuesta ideal del filtro de Chebyshev, y de color azul se ha representado la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante SCF, con una estructura como la mostrada en la figura 4-22 habiendo sustituido las capacidades negativas por inductancias. Además se ha realizado un tuning para acabar de ajustar su respuesta.</i> | 95  |
| <i>Figura 4-25. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 5 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 5% utilizando para su implementación una estructura como la mostrada en la figura 4-22. A) Respuesta obtenida aplicando directamente el método de diseño, B) Respuesta obtenido habiendo realizado el proceso de tuning.</i>   | 96  |
| <i>Figura A-1. Matrices de parámetros ABCD para una impedancia serie y una admitancia paralela.</i>  | 105 |
| <i>Figura A-2. Matriz de parámetros ABCD de un transformador.</i>  | 106 |
| <i>Figura A-3. Matrices de parámetros ABCD para una impedancia serie y un transformador.</i>   | 106 |
| <i>Figura A-4. Matrices de parámetros ABCD para una admitancia paralela y un transformador.</i>  | 106 |
| <i>Figura A-5. Circuitos equivalentes con transformadores.</i>   | 107 |
| <i>Figura A-6. Matriz de parámetros ABCD de una red en Pi y una red en T respectivamente.</i>  | 108 |
| <i>Figura A-7. Comprobación de la validez de las aproximaciones de Taylor.</i>   | 111 |
| <i>Figura B-1. Lámina de material no piezoelectrónico.</i>   | 114 |
| <i>Figura B-2. Modelo de impedancia acústica para una lámina de material no piezoelectrónico.</i>  | 114 |
| <i>Figura B-3. Topología en T de un cuadripolo modelado con parámetros Z.</i>  | 115 |
| <i>Figura B-4. Modelo físico para una lámina de material piezoelectrónico sin cargas mecánicas en la superficie. Se observa que es un modelo de 3 puertos, siendo dos de ellos puertos con variables mecánicas / acústicas, y el otro con variables eléctricas.</i>  | 116 |
| <i>Figura B-5. Estructura BAW multicapa general. A) Esquema de construcción física, B) Modelo físico utilizando Mason.</i>   | 117 |
| <i>Figura C-1. Gráfica que proporciona el Magic Value en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar AlN como material piezoelectrónico.</i>  | 122 |
| <i>Figura C-2. Gráfica que proporciona el Magic Value en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO como material piezoelectrónico.</i>  | 126 |
| <i>Figura D-1. Representación de la impedancia. De color azul se ha representado la parte imaginaria de la impedancia, y de color rojo se ha representado su parte real - 50Ω.</i>   | 129 |
| <i>Figura D-2. Respuesta del filtro obtenida en función del signo utilizado dentro de la raíz de (D.25), considerando una frecuencia de antiresonancia de <math>f_a = 2</math> GHz.</i>  | 132 |
| <i>Figura E-1. Matriz de parámetros ABCD de un inversor de impedancias.</i>  | 135 |
| <i>Figura E-2. Matriz de parámetros ABCD de una T de condensadores.</i>  | 136 |
| <i>Figura E-3. Matriz de parámetros ABCD de una red de condensadores en T en la que se ha eliminado uno de los condensadores de la rama superior.</i>  | 136 |
| <i>Figura E-4. Gráfica comparativa en la que se muestran los efectos de eliminar una de las capacidades de la T de condensadores utilizada para la implementación de los inversores de impedancia.</i>   | 138 |

---

## **ÍNDICE DE TABLAS**

---

|  |    |
|--|----|
| <i>Tabla 3-1 . Parámetros físicos del AlN.</i>   | 45 |
| <i>Tabla 3-2 . Resultados proporcionados por el método de diseño del ancho de banda máximo permitido.</i>  | 53 |
| <i>Tabla 4-1 . Comparativa del valor de los diferentes elementos que forman el filtro en función del ancho de banda para una frecuencia central de 2 GHz. *Para estos valores la respuesta se degrada ligeramente.</i> | 89 |



---

# CAPÍTULO 1.

## INTRODUCCIÓN

---

Durante las dos últimas décadas, y en concreto los últimos 6 o 8 años, la utilización de los sistemas de telecomunicación entre la población se ha incrementado espectacularmente, incremento que ha sido especialmente importante en los sistemas de telecomunicación móviles, ya sean de gran alcance como por ejemplo los sistemas de telefonía móvil, o de menor alcance como las redes inalámbricas WiFi o Bluetooth. En estos servicios de telecomunicación los usuarios desean obtener unas buenas prestaciones como por ejemplo un elevado grado de cobertura, un alcance elevado o grandes velocidades de transmisión, todo ello utilizando terminales con un coste reducido. Además en los sistemas móviles también es especialmente importante disponer de dispositivos ligeros, pequeños y con una elevada autonomía de sus baterías [9].

Hay que tener presente que los recursos disponibles son limitados de forma que el espectro radioeléctrico ha de ser compartido entre todos estos sistemas, intentando proporcionar siempre el mejor servicio posible a cada uno de ellos. Debido a esta compartición del espectro, y a fin de evitar interferencias entre los diferentes sistemas, la utilización de los filtros es esencial.

De las diferentes aplicaciones comentadas anteriormente, una de las más importantes en lo que a volumen de filtros utilizados se refiere son los teléfonos móviles, puesto que en el 2002 los filtros destinados a estos dispositivos ya representaban un 80% del mercado global [10], con un total de 400 millones de terminales fabricados en dicho año, y tal como todos somos conscientes, esta cifra ha seguido incrementándose significativamente durante los últimos años. En general cada terminal móvil tiene entre

3 y 7 filtros, con lo que el número total de filtros fabricados en el 2002 destinados a los teléfonos móviles ya fue del orden de 2 billones de unidades. Por lo tanto este enorme mercado ha sido uno de los principales motores para el desarrollo y la miniaturización de filtros de elevadas prestaciones durante los últimos años. Otro ámbito donde los filtros son de gran importancia es en los receptores GPS, elemento básico de los sistemas de navegación actuales [11], [12].

Actualmente, la tecnología más utilizada a nivel mundial para la fabricación de filtros destinados a los terminales de telefonía móvil es la tecnología SAW, con la que se fabrican filtros como los mostrados en la figura 1-1. Tal como su nombre indica, los dispositivos SAW son dispositivos electroacústicos que basan su funcionamiento en la onda acústica, de forma que la onda eléctrica inicial es convertida en onda acústica y luego vuelve a ser convertida en onda eléctrica. La gran ventaja que presentan estos dispositivos es que debido a que la velocidad de propagación de las ondas acústicas es cinco ordenes de magnitud menor que la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas, la longitud de onda a frecuencias de gigahercios es del orden de micrómetros, reduciéndose así de forma significativa el tamaño de los filtros implementados. Estos dispositivos están basados en la utilización de un material piezoelectrónico, que es el elemento que hace de transductor entre el mundo eléctrico y el mundo acústico. Los piezoelectrómicos más utilizados para la implementación de estos filtros son el *cuarzo, niobato de litio y tántalo-litio* [13].

Sus principales limitaciones provienen del hecho de que están limitados en frecuencia, siendo en general su frecuencia máxima de operación del orden de 3 GHz [14], aunque bien es cierto que se han encontrado algunos modelos comerciales que pueden llegar a funcionar a frecuencias de hasta 5 GHz [15], limitación que básicamente viene dada por la elevada resolución que se requiere en el proceso de litografía necesario para su implementación. Otro de los problemas que presenta esta tecnología hace referencia a los niveles de potencia con los que puede trabajar, puesto que estos en general están limitados a potencias del orden de 1 W. Además son bastante sensibles a descargas electrostáticas e incompatibles con las tecnologías de fabricación de circuitos integrados, de forma que no se pueden integrar [10].

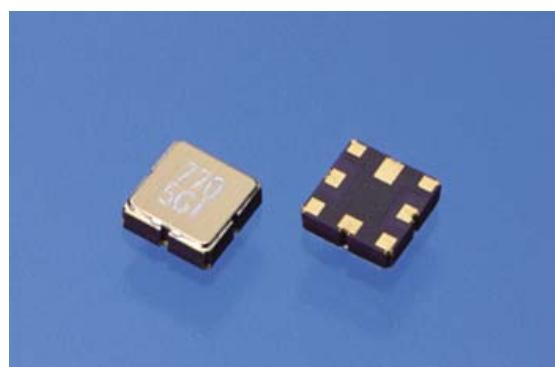


Figura 1-1. Filtros basados en tecnología SAW.

A fin de solucionar estos problemas se ha empezado a trabajar a nivel mundial con una nueva tecnología: la tecnología BAW. Al igual que los filtros SAW, los filtros BAW también son dispositivos electroacústicos que basan su funcionamiento en la onda acústica, permitiendo la fabricación de filtros de reducidas dimensiones. Además los dispositivos BAW tienen la ventaja respecto a los SAW de que pueden operar a frecuencias superiores a los 3 GHz, pueden trabajar con potencias claramente superiores, del orden de unos 3 vatios, presentan pocas derivas con la temperatura y en parte estas derivas pueden ser compensadas tal como se muestra en [16], y son fácilmente integrables. Por lo tanto, este conjunto de ventajas hace que progresivamente los dispositivos BAW vayan ganando una mayor cuota de mercado y vayan introduciéndose en nuevas aplicaciones.

Con el objetivo de estudiar los filtros basados en la tecnología BAW, este capítulo tratará de forma introductoria los aspectos básicos tanto de la tecnología BAW, como de algunas de las diferentes técnicas de diseño de filtros que pueden utilizarse para el diseño de filtros basados en esta tecnología. Estos conceptos básicos son útiles para la compresión del proyecto, por tanto se empezará presentando los conceptos básicos sobre la tecnología BAW, analizando en primer lugar las diferentes estructuras físicas que se implementan mediante esta tecnología, y viendo a continuación como esta tecnología es utilizada para la fabricación de filtros.

A continuación se realizará una breve descripción teórica de algunas de las diferentes técnicas de diseño de filtros que se han venido utilizando tradicionalmente hasta el momento. En esta sección se presentará la técnica de diseño basada en el método de la impedancia imagen y la técnica de diseño basada en las pérdidas de inserción, viendo los pasos necesarios que hay que seguir para hacer el diseño de filtros mediante dichas técnicas, y viendo también las ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. Y finalmente se detallarán los objetivos del proyecto.

## **1.1. *Tecnología BAW***

En esta primera sección del presente capítulo se realizará una introducción a la tecnología BAW. Primero se analizarán los conceptos básicos de esta tecnología, y a continuación se mostrarán las diferentes topologías existentes para realizar filtros.

### **1.1.1. *Resonador BAW***

Tal como se muestra en la figura 1-2, en general un resonador BAW tiene la misma estructura que un condensador de placas paralelas con la diferencia de que en este caso el material existente entre las dos placas metálicas paralelas (conocidas como electrodos) no es un simple material dieléctrico, sino que es un material piezoelectrónico. Éste es el que permite que pueda realizarse la interacción entre el mundo acústico y el mundo eléctrico, y generarse así la resonancia acústica. Hay que tener presente que en general dicha resonancia fundamental aparece cuando el grosor del material piezoelectrónico es de media longitud de onda.

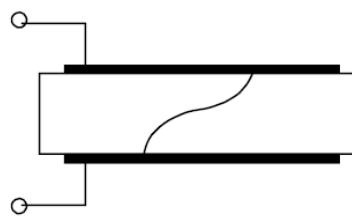


Figura 1-2. Resonador BAW.

En la figura 1-3 se observa la impedancia de entrada de un resonador BAW con una estructura como la mostrada en la figura 1-2. De la respuesta del resonador BAW hay que destacar dos puntos que son de especial interés: la frecuencia de resonancia y la frecuencia de antiresonancia. La frecuencia de resonancia, o frecuencia de resonancia serie, es aquella frecuencia en la que la impedancia de entrada del resonador tiende a 0, mientras que la frecuencia de antiresonancia, o frecuencia de resonancia paralela, es aquella frecuencia en la que la impedancia del resonador tiende a infinito. Además en las frecuencias de resonancia y antiresonancia es donde el dispositivo pasa de tener un comportamiento capacitivo a inductivo y viceversa, puesto que en estas frecuencias la fase de la impedancia es nula [10].

Entre estas dos frecuencias, es donde la resonancia del resonador se hace importante, presentando en general en este rango de frecuencias un comportamiento inductivo. En cambio, lejos de la resonancia la respuesta del resonador BAW está

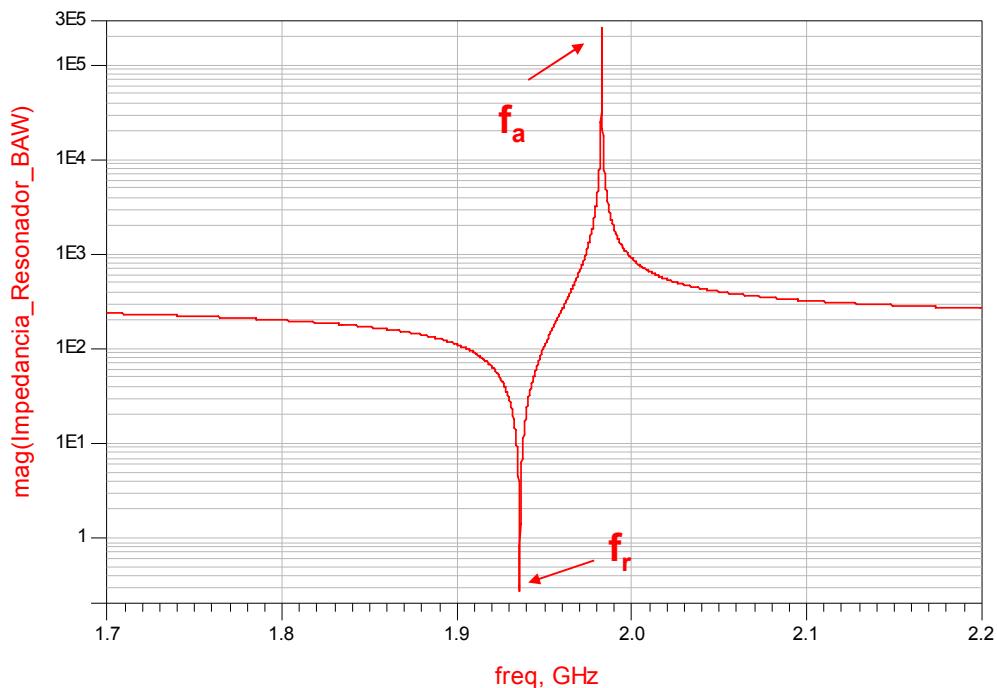


Figura 1-3. Evolución en frecuencia de la impedancia de entrada de un resonador BAW.

dominada por la capacidad estática existente entre los electrodos del resonador, de forma que su respuesta en estas bandas de frecuencia es una respuesta capacitiva, teniendo la magnitud de la impedancia una forma de  $1/f$ .

### **1.1.1.1. Materiales piezoelectricos**

Tal como se ha comentado anteriormente, una de las partes más importantes de los resonadores BAW es la capa de material piezoelectrico, puesto que esta es la que permite combinar el mundo eléctrico y el mundo acústico en un mismo dispositivo. Recordemos que un material piezoelectrico es un transductor electroacústico, y por tanto es él que permite convertir la resonancia acústica con un alto factor de calidad de dichos resonadores, en una resonancia que se puede observar en sus terminales eléctricos. La piezoelectricidad es una propiedad descubierta en 1880 por Jacques y Pierre Curie [17] que permite que en algunos materiales se establezca una relación entre los fenómenos eléctricos y los mecánicos o acústicos. Esta propiedad dice que si a un material piezoelectrico se le aplica una tensión mecánica (*stress*) ésta tiene efectos en el mundo eléctrico. Además este fenómeno es reversible, de forma que si a un material piezoelectrico se le aplica un campo eléctrico, en consecuencia se produce una deformación física (*strain*).

Este fenómeno es debido al hecho de que al igual que los materiales dieléctricos presentan un momento dipolar no nulo ante la presencia de un campo eléctrico, los materiales piezoelectricos presentan un momento dipolar no nulo ante la presencia de fenómenos mecánicos. Es justamente este momento dipolar no nulo el que al aplicar fenómenos mecánicos provocará una alteración del flujo de campo eléctrico a través del material, dando lugar al efecto piezoelectrico.

A continuación se analizarán las diferentes propiedades de dichos materiales así como los diferentes materiales que se pueden utilizar en los dispositivos BAW, viendo las ventajas e inconvenientes de cada uno de ellos. Los tres materiales piezoelectricos más utilizados son:

- Nitruro de aluminio (AlN)
- Óxido de zinc (ZnO)
- Zirconato Titanato de Plomo (PZT)

El primer parámetro característico a tener presente es la velocidad de propagación de la onda acústica en dichos materiales, puesto que cuando menor sea esta velocidad menor será el grosor del piezoelectrico necesario para la realización del resonador. En este aspecto los mejores son el ZnO y el PZT puesto que en éstos la velocidad de propagación es aproximadamente la mitad que en el AlN.

Un segundo aspecto muy importante es la constante de acople piezoelectrico  $k_t$ , parámetro que indica que porción de energía es convertida del mundo eléctrico al mundo acústico y viceversa. Este factor es un factor muy importante porque fija en

gran medida las prestaciones obtenidas en los filtros que van a utilizar estos materiales. En este parámetro el AlN y ZnO presentan valores similares, mientras que el PZT es claramente superior.

Otro parámetro también muy importante son las pérdidas intrínsecas del material, ya que éstas también van a fijar en gran medida las prestaciones de los filtros implementados. En este aspecto tanto el AlN como el ZnO proporcionan unas pérdidas suficientemente bajas, mientras que en el caso del PZT sus pérdidas son demasiado elevadas para la mayor parte de las aplicaciones.

El siguiente parámetro a tener en cuenta es la constante dieléctrica puesto que un valor elevado de la constante dieléctrica permite reducir el tamaño de la estructura. En este aspecto, el AlN y el ZnO tienen valores similares, del orden de 10, mientras que el PZT presenta valores mucho más elevados.

Éstas son las características básicas a tener presentes al escoger el material piezoeléctrico, aunque también hay otras que pueden ser especialmente importantes dependiendo de la aplicación como por ejemplo las derivas con la temperatura. A la práctica el material más utilizado es el AlN, debido a que a pesar de que en algunos aspectos se ve claramente superado por los otros, a nivel global presenta unas prestaciones aceptables, y además es el que proporciona una mejor relación entre rendimiento y facilidad del proceso de fabricación.

### **1.1.1.2. Tipos de resonadores BAW**

En la implementación física de estos resonadores en general se utiliza alguna de las dos estructuras que se muestran a continuación, viendo que la principal diferencia entre ellas reside en como se realiza el soporte físico de la estructura resonante. En el apartado anterior al realizar el estudio del resonador se ha considerado que éste estaba en contacto con el aire por sus dos superficies. En la realidad estos resonadores han de ser fabricados sobre un sustrato, en el que se depositan las diferentes capas que forman el resonador, hecho que podría hacer que la condición anterior no fuera cierta. Por este motivo es fundamental utilizar algún método de sujeción que permita al resonador estar en contacto con el aire por sus dos caras, o tener unas condiciones de contorno equivalentes a fin de asegurar que la onda acústica queda dentro del resonador y no se propaga hacia el sustrato, obteniendo así un buen aislamiento mecánico entre el resonador y el sustrato.

#### **Resonadores BAW de membrana**

La forma más fácil de extender el principio de funcionamiento de un resonador BAW consiste en construir el resonador, con sus dos electrodos y la capa de material piezoeléctrico, encima de una fina membrana de soporte (*support layer*) con una cavidad con aire (*bottom cavity*) debajo de esta capa de soporte, obteniéndose una estructura como la mostrada en la figura 1-4. Con esta configuración se puede considerar que de forma aproximada el resonador tiene aire por sus dos caras, hecho

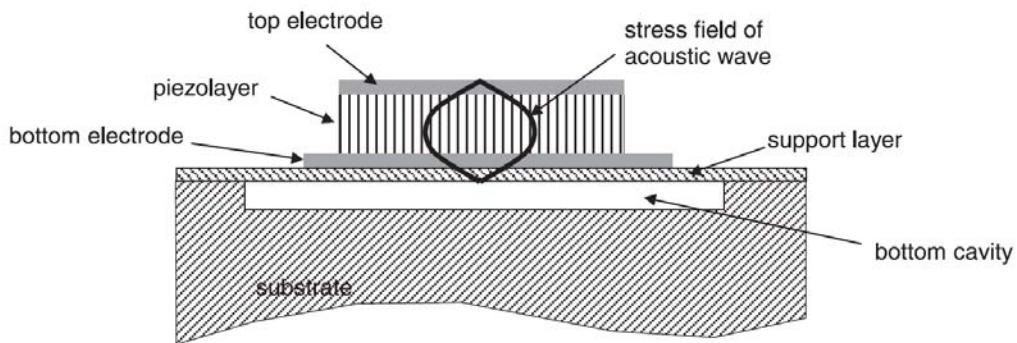


Figura 1-4. Esquema de un resonador de membrana [10].

que va a hacer que la onda acústica se quede dentro del resonador, puesto que una capa de aire desde el punto de vista acústico actúa como un cortocircuito acústico.

Otra posible solución para implementar esta misma estructura es utilizar el proceso mostrado en la figura 1-5. En este caso se observa que se utiliza un material de soporte temporal para hacer la deposición, y posteriormente esta capa de material de soporte es eliminada, obteniendo también de esta forma un resonador de membrana.

Como que la impedancia acústica del aire es mucho menor que la de los materiales sólidos, esto hace que la energía quede confinada dentro de la estructura del resonador, de forma que muy poca energía es radiada hacia el aire, y por lo tanto esto permite conseguir resonadores con pocas pérdidas y un elevado factor de calidad. Además, se observa que en su construcción se requieren pocas capas, hecho que reduce los costes de fabricación.

El principal problema de esta estructura es que es una estructura frágil mecánicamente hablando, de forma que las tensiones mecánicas máximas que pueden existir en ella han de estar limitadas a fin de no comprometer su integridad física, y además debido a esta fragilidad también se ha de ser muy cuidadoso en los procesos de ensamblaje y encapsulado. A parte también tiene otro problema añadido, y es que al igual que la capa de aire evita que la onda acústica se escape del resonador, esta misma capa de aire también dificulta la disipación del calor generado,

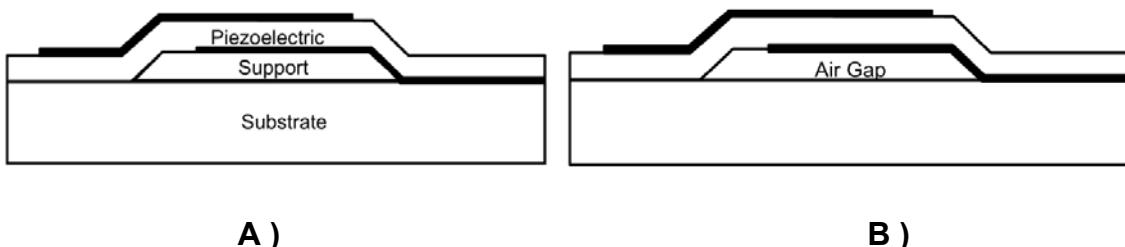


Figura 1-5. Resonador de membrana. A) Para hacer la deposición de los electrodos y del material piezoceléctrico se utiliza un soporte temporal. B) Después dicho soporte es eliminado, dejando el resonador soportado por los extremos [16].

de forma que este factor limita los niveles de potencia máximos que dicha estructura es capaz de manejar sin poner en peligro su integridad.

### **Solid Mounted BAW Resonator (SMR)**

A diferencia de la estructura anterior, donde el aislamiento acústico entre el resonador y el sustrato se conseguía mediante una fina capa de aire, en los SMR este aislamiento se obtiene mediante una estructura de espejo acústico. En la figura 1-6 se muestra la estructura típica de un SMR. En ella se observa que para la realización de este espejo acústico generalmente se utilizan un conjunto de capas de grosor igual a una cuarta parte de la longitud de onda acústica, en el que van alternándose capas de un material con alta impedancia acústica y capas de un material con baja impedancia acústica. En general, utilizando sólo tres parejas de capas de alta/baja impedancia ya es suficiente para obtener unos buenos resultados, siempre y cuando la relación entre la impedancia alta ( $Z_H$ ) y la impedancia baja ( $Z_L$ ) sea elevada.

Esta estructura tiene la ventaja de no ser frágil como los resonadores de membrana y además, al no existir la capa de aire por la parte inferior del resonador, tiene mejores prestaciones en lo que a disipación de potencia se refiere. Por último sólo comentar que su principal problema es el incremento del coste del proceso de fabricación debido a que para su realización se requieren más capas que en el caso de los resonadores de membrana.

#### **1.1.2. Diseño de filtros mediante resonadores BAW**

En general un filtro BAW estará formado por diferentes resonadores BAW unidos o acoplados entre ellos. En función de como se realice esta unión, se puede diferenciar entre los filtros implementados mediante resonadores unidos eléctricamente y los filtros implementados mediante resonadores unidos acústicamente.

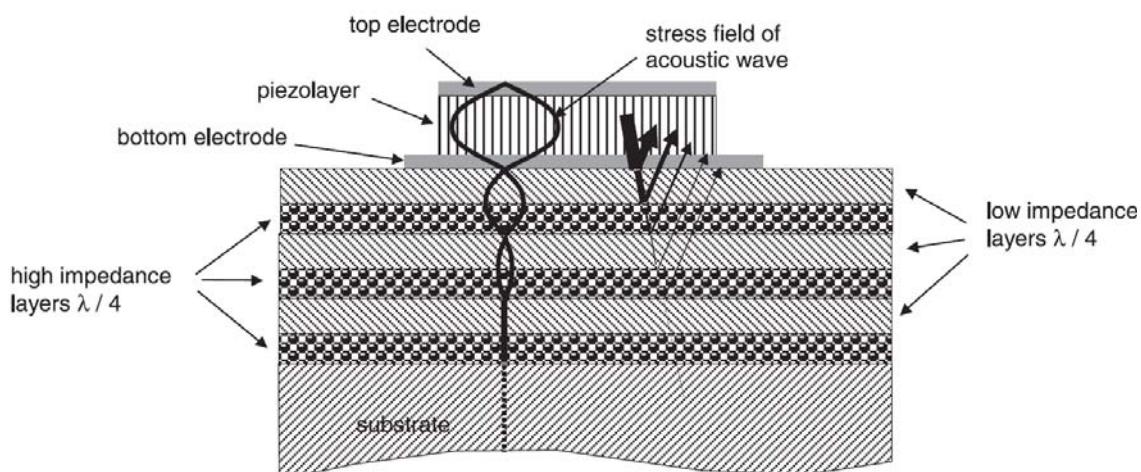


Figura 1-6. Resonador SMR [10].

En concreto las topologías que se presentarán en esta sección son:

- Filtros con resonadores unidos eléctricamente.
  - o Filtros en escalera (*Ladder*).
  - o Filtros *Lattice*.
- Filtros con resonadores unidos acústicamente.
  - o Filtros apilados (*SCF*).
  - o Filtros acoplados (*CRF*).

### 1.1.2.1. Filtros en escalera

Los filtros en escalera, típicamente conocidos como filtros *ladder* son aquellos formados por un conjunto de resonadores serie y resonadores paralelo formando una estructura como la mostrada en la figura 1-7. Cada uno de los resonadores de dicha estructura podría tener unas características diferentes, a pesar de esto para facilitar el proceso de implementación lo que se hace es tener dos grupos de resonadores, cada uno de ellos con unas características ligeramente diferentes. Estos dos grupos son los que en la figura 1-7 están identificados como resonadores serie y resonadores paralelos (*shunt*). En general se desintonizan los resonadores paralelos a fin de modificar sus frecuencias de resonancia y antiresonancia. Esta desintonización ha de hacerse de tal forma que a la frecuencia central del filtro la impedancia de los resonadores serie sea próxima a cero, mientras que la de los resonadores paralelos ha de tener un valor muy elevado, consiguiendo así una máxima transmisión de señal en dicha frecuencia.

La respuesta de los filtros en escalera presenta un par de ceros cerca de la banda de paso que hacen que el filtro tenga mucha selectividad pero un pobre rechazo fuera de banda. Este rechazo fuera de banda puede mejorarse incrementando el orden, con el

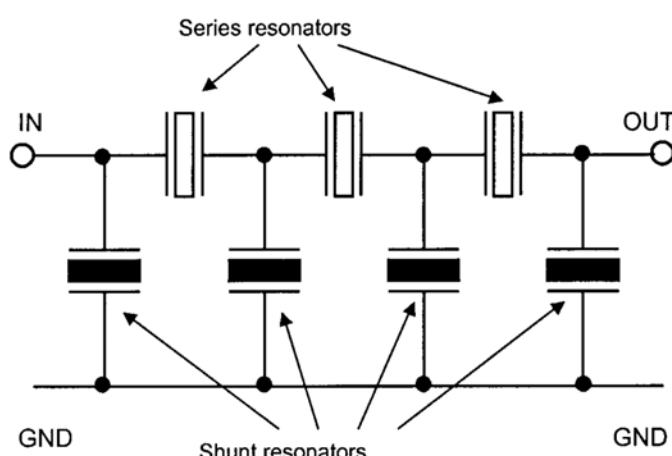


Figura 1-7. Filtro en escalera [10].

consiguiente incremento de tamaño y complejidad. Otro de los problemas que presenta esta estructura es que el ancho de banda máximo que se puede conseguir está limitado por la constante de acople piezoelectrónico.

En las diferentes referencias que aparecen al final de esta memoria, por ejemplo [14], [16] y [18], puede encontrarse más información sobre estos filtros, y en concreto es de especial interés la referencia [14] en la que se muestra un método de diseño sistemático para este tipo de filtros.

### 1.1.2.2. Filtros Lattice

Otra opción para la implementación de filtros BAW consisten en la utilización de una estructura Lattice utilizando una celda básica como la mostrada en la figura 1-8. Hay que tener presente que en general estos filtros están pensados para trabajar con señales balanceadas, no funcionando bien con señales no balanceadas.

Estos filtros, al igual que los que veremos de ahora en adelante, para un mismo orden presentan un mayor rechazo fuera de banda que los filtros en escalera, pero tienen el problema de que proporcionan poca selectividad cerca de la banda de paso. Para aumentar dicha selectividad hay que hacer los resonadores paralelos ligeramente menores que los serie, teniendo presente que luego se degrada el rechazo fuera de banda [10].

### 1.1.2.3. Filtros con resonadores apilados (SCF)

Después de haber mostrado las dos estructuras anteriores, caracterizadas porque la conexión entre resonadores era una conexión eléctrica, a continuación se presentan los SCF, que al igual que los CRF (*Coupled Resonator Filter*) que se verán más adelante, se caracterizan por tener los resonadores que forman la sección básica acoplados acústicamente.

La estructura de la sección básica SCF es la mostrada en la figura 1-9, donde se observa que un SCF está formado por tres electrodos y dos capas de material

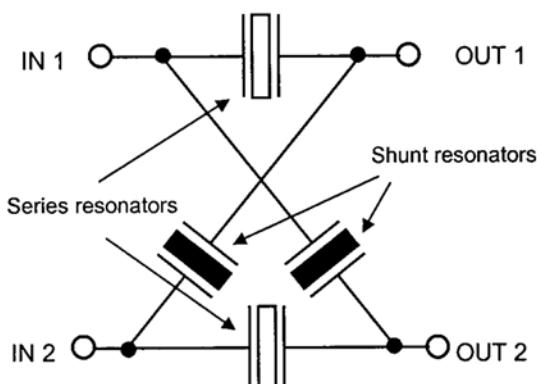


Figura 1-8. Sección básica de un filtro Lattice [10].

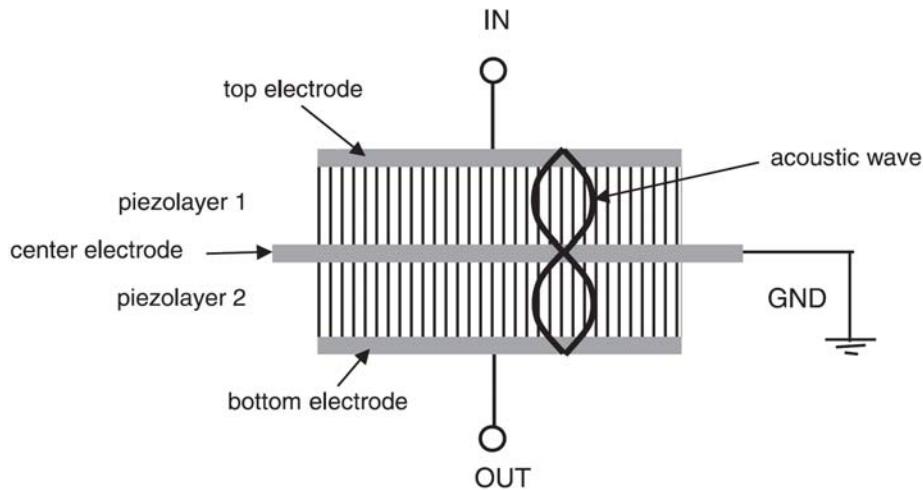


Figura 1-9. Estructura de la sección básica SCF [10].

piezoelectrónico, obteniendo una estructura similar a la de dos resonadores apilados. En la figura 1-9 se observa que el electrodo central está conectado a masa, evitando así la propagación directa de señal eléctrica entre la entrada y la salida. La señal propagada es la señal acústica generada por el primero de los piezoelectrónicos, que luego vuelve a ser convertida en señal eléctrica por el segundo de los piezoelectrónicos, debido a que ésta, al ser una señal acústica, no se ve afectada por la masa eléctrica.

La sección básica presentada en la figura 1-9 presenta un solo polo en su respuesta, de forma que esta sección básica SCF también se conoce como resonador SCF. No obstante conectando diferentes secciones básicas en cascada pueden realizarse filtros con un mayor número de polos, obteniendo así un mayor rechazo fuera de banda y una mejor selectividad. En la figura 1-10 se observa la estructura de un filtro de orden 2 formado por dos secciones básicas SCF en cascada.

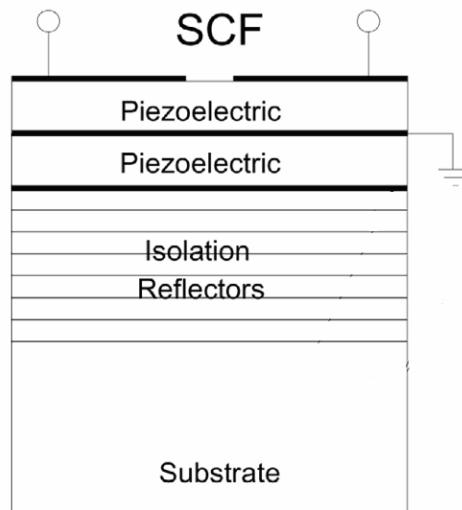


Figura 1-10. Estructura de dos secciones básicas en cascada.

Una de las principales ventajas de los SCF es que, tal como se verá en apartados posteriores, permiten obtener una buena atenuación en la banda rechazada trabajando con señales no balanceadas debido justamente a este plano de masa eléctrico entre la señal de entrada y la señal de salida, especialmente si se conectan varias secciones básicas SCF en cascada. Uno de sus principales problemas es que su coste es mayor que el de los filtros en escalera puesto que hay que utilizar más capas en el proceso de fabricación, y además no presentan una selectividad tan elevada cerca de la banda de paso.

La figura 1-11 muestra la respuesta en banda ancha de un resonador SCF, observándose la presencia de diferentes modos, hecho que puede ser perjudicial para algunas aplicaciones. El modo fundamental es el que aparece cuando el grosor total de la estructura se corresponde con la longitud de onda acústica, mientras que los otros dos modos que aparecen se dan debido a las resonancias existentes para el caso en que el grosor total de la estructura se corresponde con media longitud de onda y con una 1.5 veces la longitud de onda respectivamente. En la figura esta relación harmónica no se observa de forma totalmente clara debido a que los electrodos de  $0.3\text{ }\mu\text{m}$  la han distorsionado ligeramente.

Son justamente estos modos espurios que hacen recomendable utilizar los SCF en una configuración SMR debido a que la respuesta del espejo acústico ayuda a eliminar en gran medida estos modos secundarios no deseados para la mayor parte de las aplicaciones [19]. Hay que tener presente que el SCF es la estructura en que se basa el análisis realizado en este proyecto.

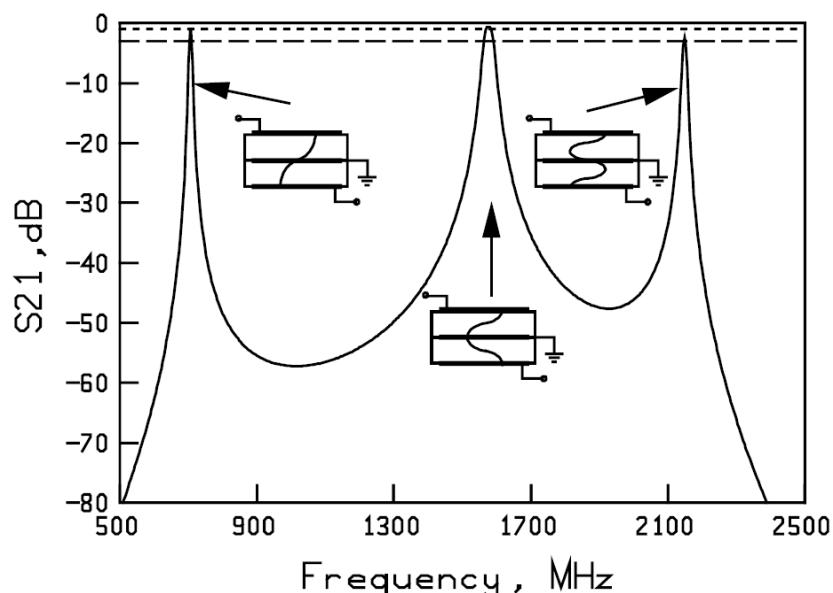


Figura 1-11. Respuesta teórica de un SCF centrado a 1575 MHz (GPS). Los electrodos de  $0.3\mu\text{m}$  distorsionan ligeramente la relación harmónica entre las diferentes resonancias. [24]

#### 1.1.2.4. Filtros con resonadores acoplados (CRF)

En la configuración básica SCF el ancho de banda máximo está limitado por la constante de acoplamiento piezoeléctrico debido al hecho de que el elevado acoplamiento entre los dos resonadores hace que la estructura global actúe como un único resonador de grosor igual a la longitud de onda. A fin de evitar este problema, una opción es reducir el acoplamiento acústico entre los dos piezoeléctricos introduciendo un conjunto de capas de acoplamiento entre ellos para poder tener perfectamente controlado dicho acoplamiento. La configuración básica de esta estructura es la mostrada en figura 1-12, viendo que es igual que en el SCF, con la diferencia que se han añadido las capas de acoplamiento. Además hay que tener presente que en general si se trabaja con señales no balanceadas los dos electrodos centrales han de estar conectados a masa.

La respuesta de la sección básica aquí mostrada presenta 2 polos, pero de igual forma que con los SCF, pueden conectarse diferentes secciones básicas en cascada a fin de obtener un filtro de mayor orden y mejorar la selectividad de éste. Esta estructura a parte de tener la ventaja de que permite controlar el acoplamiento entre los dos resonadores, y por tanto proporciona mayor flexibilidad en lo que al ancho de banda máximo se refiere, también tiene la ventaja de que puede operar tanto con señales balanceadas como no balanceadas, siendo incluso capaz de implementar la función de balun, permitiendo transformar una señal de entrada balanceada en una señal de salida no balanceada [16].

Para obtener más información sobre estas estructuras BAW, a parte de los documentos anteriormente referenciados, también resultan interesantes [20] - [27].

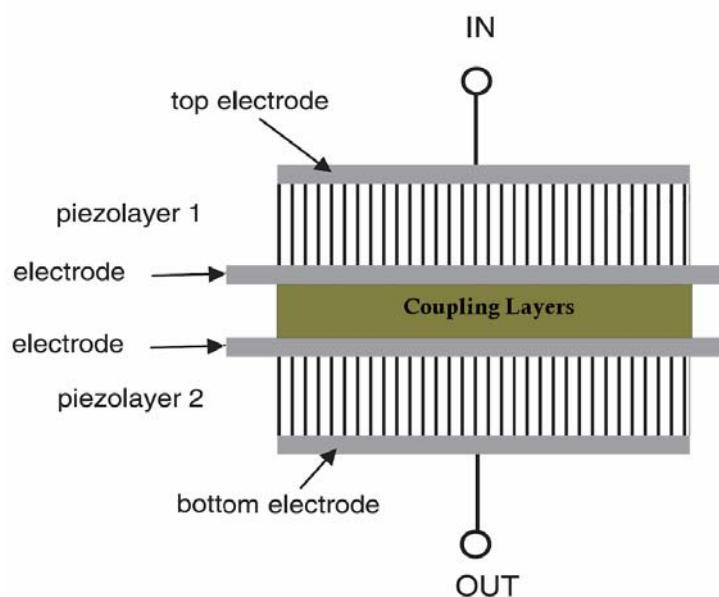


Figura 1-12. Estructura de la sección básica CRF.

## 1.2. Técnicas de diseño de filtros

En este apartado se realizará una introducción a algunas de las técnicas básicas de diseño de filtros paso banda a frecuencias de microondas utilizadas tradicionalmente, puesto que estas mismas técnicas serán las utilizadas en capítulos posteriores del trabajo para el diseño de filtros implementados mediante resonadores BAW, en concreto estructuras del tipo SCF. Este apartado se dividirá en dos subapartados, puesto que se presentarán dos métodos de diseño de filtros claramente diferenciados.

En primer lugar se presentará el *método de la impedancia imagen*, método de diseño simple que permite controlar la frecuencia central, el ancho de banda y la atenuación fuera de banda, pero no permite un control preciso de la forma de la respuesta en frecuencia de los filtros obtenidos. En cambio el segundo método que se presentará, el *método de las pérdidas de inserción*, es un método que utiliza técnicas de análisis de redes para permitir el diseño de filtros con una respuesta en frecuencia totalmente definida [28].

### 1.2.1. Método de la impedancia imagen

El diseño de filtros mediante el método de la impedancia imagen es un método que parte de las especificaciones de las características de la banda de paso y banda atenuada del filtro deseado para realizar de forma simple el diseño de filtros con estas especificaciones formados por redes de dos puertos. El principal problema de dicho método es que no permite generar una respuesta en frecuencia arbitraria puesto que no se dispone de este grado de control.

Para la explicación de esta técnica se utiliza como punto de partida una estructura formada por una red de dos puertos definida por su matriz de parámetros ABCD como la mostrada en la figura 1-13. A partir de este esquema las impedancias imagen  $Z_{i1}$  y  $Z_{i2}$  se definen como:

- $Z_{i1}$ : Impedancia de entrada en el puerto uno cuando el puerto dos está cargado con  $Z_{i2}$ .
- $Z_{i2}$ : Impedancia de entrada en el puerto dos cuando el puerto uno está cargado con  $Z_{i1}$ .

Con estas definiciones se observa que la condición para que los puertos estén adaptados es que la estructura esté terminada con su impedancia imagen por ambos extremos. El paso que hay que hacer a continuación, y debido a que tal como se ha mostrado en la figura 1-13 la estructura bipuerto está caracterizada por su matriz de parámetros ABCD, es ver cual es la relación entre la matriz de parámetros ABCD y la impedancia imagen.

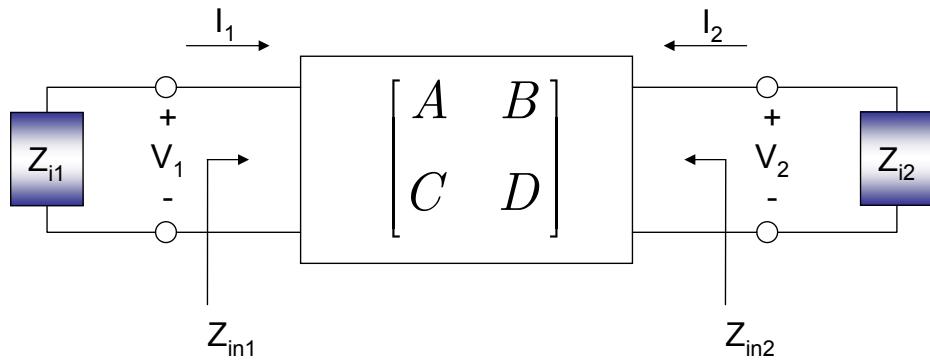


Figura 1-13. Red de dos puestos terminados con la impedancia imagen.[28]

Utilizando la definición estándar de los parámetros ABCD [29] se deduce que la relación entre las corrientes y las tensiones mostradas en la figura 1-13 es

$$V_1 = A V_2 + B I_2 \quad (1.1)$$

$$I_1 = C V_2 + D I_2 \quad (1.2)$$

Teniendo cargado el puerto 2 con  $Z_{i2}$ , a partir de las expresiones (1.1) y (1.2) se observa que la impedancia de entrada en el puerto 1 es

$$Z_{in1} = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A Z_{i2} + B}{C Z_{i2} + D} \quad (1.3)$$

De forma análoga puede demostrarse que la impedancia de entrada en el puerto 2 cuando el puerto 1 está cargado con  $Z_{i1}$  viene determinada por

$$Z_{in2} = \frac{-V_2}{I_2} = \frac{D Z_{i1} + B}{C Z_{i1} + A} \quad (1.4)$$

Tal como se ha comentado la estructura está adaptada cuando ésta está cargada con la impedancia imagen, de forma que se desea que  $Z_{in1}=Z_{i1}$  y  $Z_{in2}=Z_{i2}$ . Aplicando esta condición en (1.3) y (1.4) se obtiene un sistema de ecuaciones con las siguientes soluciones [28]

$$Z_{i1} = \sqrt{\frac{AB}{CD}} \quad (1.5)$$

$$Z_{i2} = \sqrt{\frac{BD}{AC}} \quad (1.6)$$

Una vez mostrado el concepto de impedancia imagen y su relación con la matriz de parámetros ABCD, a continuación se muestra cual es la función de transferencia de una red de dos puertos acabada con su impedancia imagen. Bajo estas condiciones se obtiene que la relación entre la tensión de entrada y la tensión de salida es

$$\frac{V_2}{V_1} = D - \frac{B}{Z_{i1}} = \sqrt{\frac{D}{A}} (\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) \quad (1.7)$$

De igual forma se obtiene que la relación entre las corrientes es

$$\frac{I_2}{I_1} = -CZ_{i1} + A = \sqrt{\frac{A}{D}}(\sqrt{AD} - \sqrt{BC}) \quad (1.8)$$

Sin considerar los efectos del factor  $\sqrt{\frac{A}{D}}$  que aparece de forma recíproca en las dos ecuaciones anteriores y que en el caso de una red simétrica, debido a que  $A=D$ , tiene valor 1, puede definirse un factor de propagación para esta estructura o bloque básico como

$$e^{-\gamma} = \sqrt{AD} - \sqrt{BC} \quad (1.9)$$

donde  $\gamma$  es la constante de propagación compleja. Utilizando las propiedades de las funciones hiperbólicas, la expresión (1.9) puede reescribirse como [28]

$$\cosh(\gamma) = \sqrt{AD} \quad (1.10)$$

La ecuación (1.10) relaciona la constante de propagación, que va a estar relacionada con la respuesta en frecuencia de la estructura, con los parámetros de la matriz ABCD que describen el dispositivo. Esta constante de propagación es muy importante ya que en función de su valor, y en concreto de si es real o compleja, se va a fijar si existe o no existe propagación, proporcionando una idea de cual puede ser la banda de paso y la banda atenuada de la estructura y definiéndose así el concepto de ventana de transmisión o ventana de propagación. Tal como se muestra en el capítulo 3, utilizando esta relación es posible realizar un estudio de las prestaciones que va a ser capaz de proporcionar la sección básica SCF, así como obtener unos primeros métodos de diseño.

### 1.2.2. Método de las pérdidas de inserción

Tal como se ha comentado en la introducción de este capítulo, la principal ventaja del diseño de filtros mediante el método de las pérdidas de inserción reside en el hecho de que proporciona un método de diseño sistemático y sencillo, ofreciendo un alto grado de control sobre la variación de la amplitud y la fase de la respuesta del filtro tanto dentro como fuera de la banda de paso. El flujo de diseño a seguir para obtener un filtro mediante esta técnica es el mostrado en la figura 1-14.

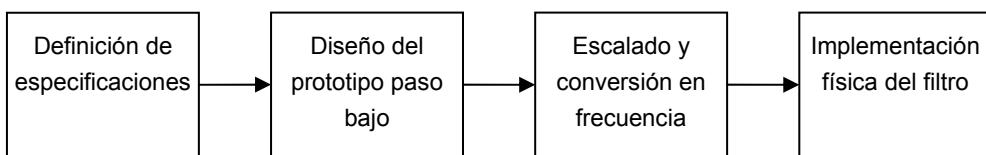


Figura 1-14. Flujo de diseño a seguir para la aplicación del método de las pérdidas de inserción en el diseño de un filtro.

Ante el problema de realizar el diseño de un filtro mediante este método, se parte de unas especificaciones iniciales que son las que van a fijar la forma de la respuesta del filtro. Por ejemplo si se busca una respuesta plana en la banda de paso se utilizará la respuesta de Butterworth, mientras que si se busca una máxima selectividad y un rizado constante en la banda de paso, normalmente se utilizará la respuesta de Chebyshev. Hay que tener presente que éstas son las respuesta típicas, pero existen otras, como por ejemplo los filtros elípticos, que no se analizarán en este trabajo.

Una vez definidas las prestaciones deseadas, utilizando estas especificaciones hay que construir el prototipo paso bajo, los parámetros del cual van a depender del tipo de respuesta deseada. Cuando ya se haya obtenido el prototipo paso bajo hay que hacer la desnormalización en impedancia, debido a que el prototipo paso bajo está normalizado para una impedancia de fuente de  $1\Omega$ . Además también hay que hacer una transformación de la variable de la frecuencia a fin de desplazar en frecuencia la respuesta del filtro y convertir esta respuesta paso bajo del prototipo en una respuesta paso bajo, paso alto, paso banda o banda eliminada en función de las necesidades. Una vez realizada esta operación se obtiene el modelo del filtro deseado representado mediante elementos discretos. El último paso es implementar este modelo circuital utilizando la tecnología escogida para la fabricación del filtro.

Una vez mostrado de forma general el flujo de diseño que hay que seguir, a continuación se procederá con una descripción más detallada mostrando los puntos más importantes de cada uno de los pasos de este proceso.

### **1.2.2.1. El prototipo paso bajo**

Una vez definidas las especificaciones del filtro, tal como se ha mostrado en el esquema de la figura 1-14, el primer paso a realizar consiste en la obtención del prototipo paso bajo. Éste en general se define como un filtro paso bajo formado por elementos discretos cuyos valores están normalizados para una impedancia de fuente igual a  $1\Omega$  y una frecuencia de corte angular igual a  $1 \text{ rad/s}$ .

La figura 1-15 muestra la estructura típica del prototipo paso bajo para filtros con respuestas de Chebyshev o Butterworth, que serán los dos tipos de respuesta utilizadas para los filtros realizados en el presente trabajo. En la figura 1-15 se observa que existen dos posibles topologías para la implementación de estos filtros, siendo ambas igualmente válidas puesto que son estructuras duales.

Los valores de los elementos del prototipo paso bajo van a variar en función de cual sea la respuesta deseada, por ello a continuación se describe brevemente el prototipo paso bajo de las dos respuestas estudiadas: Butterworth y Chebyshev.

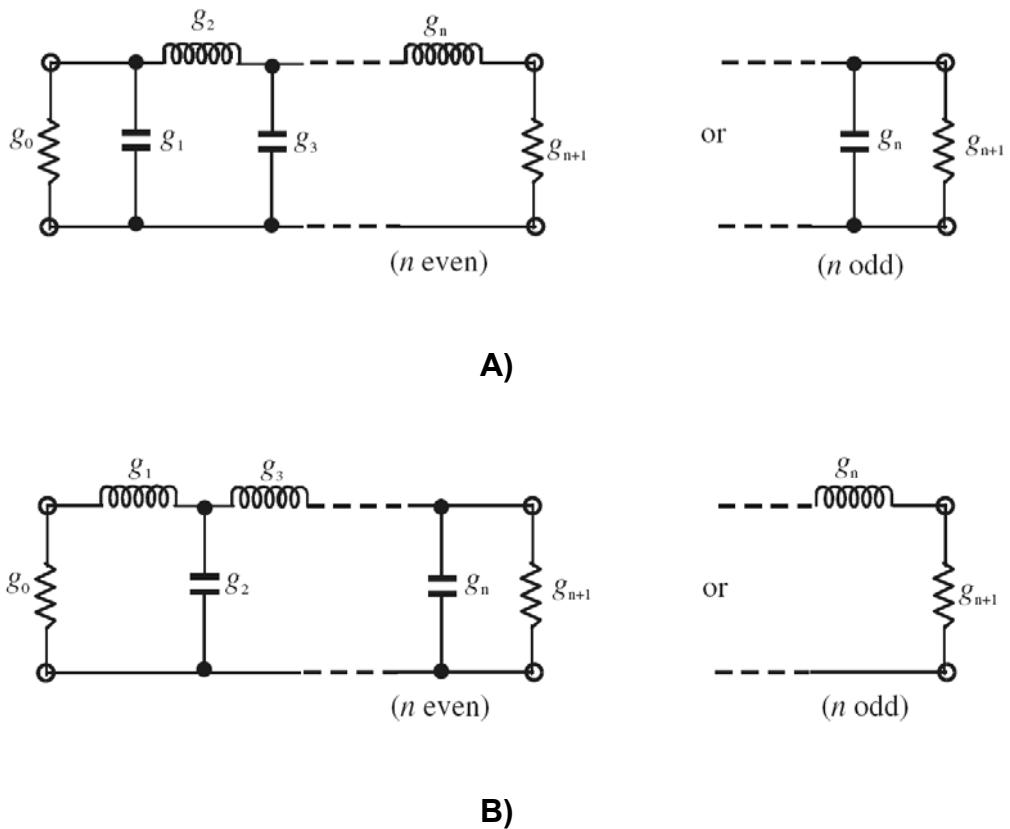


Figura 1-15. Prototipo paso bajo para un filtro de todo polos (por ejemplo Butterworth o Chebyshev)

### Prototipo paso bajo con respuesta de Butterworth

El filtro de Butterworth, también conocido como maximalmente plano, se caracteriza por tener una respuesta sin rizado dentro de la banda de paso. En general, la expresión de la función de transferencia de estos filtros viene determinada por la siguiente expresión

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \Omega^{2N}} \quad (1.11)$$

donde  $\Omega$  es la frecuencia angular normalizada teniendo presente que la frecuencia angular de corte normalizada es  $\Omega_c = 1$  rad/s, y que en dicha frecuencia se tiene una atenuación de  $L_{AR} = 3$ dB.

En la figura 1-16 se ha representado la forma típica de la función de transferencia y el diagrama de polos de estos filtros, viendo que efectivamente su respuesta es plana en la banda de paso. A fin de obtener esta respuesta, los valores de los elementos del prototipo paso bajo han de cumplir con las siguientes expresiones.

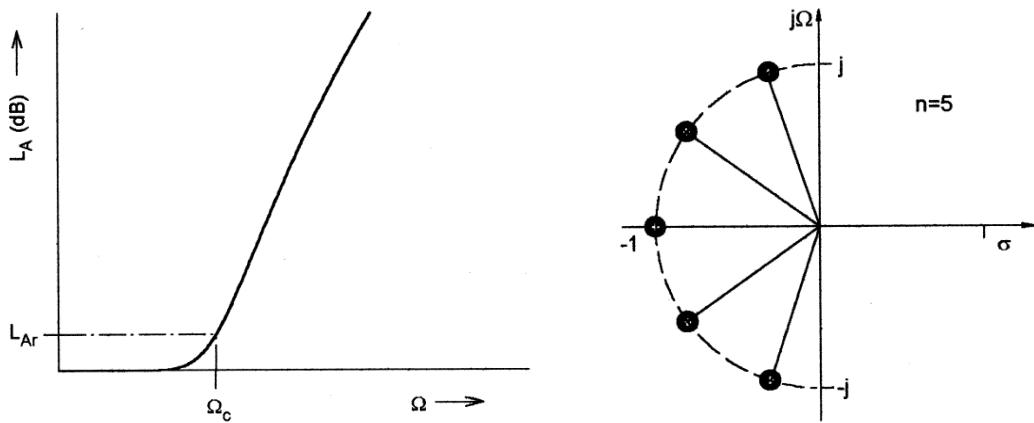


Figura 1-16. Respuesta de un filtro de Butterworth (función de transferencia y diagrama de polos).

$$\begin{aligned}
 g_0 &= 1 \\
 g_i &= 2 \sin\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right) \quad \text{para } 0 < i < N+1 \\
 g_{N+1} &= 1
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

A pesar de disponer de estas expresiones, para mayor simplicidad estos valores están tabulados, con lo que normalmente al hacer los diseños se trabaja con estas tablas en lugar de utilizar las expresiones directamente [28], [29].

Por último sólo falta determinar cual ha de ser el orden del filtro. En general siempre se buscará un orden pequeño a fin de obtener una estructura lo más simple posible, pero se ha de tener presente que el orden mínimo necesario va a venir fijado por las especificaciones del filtro. La expresión que relaciona el orden con la atenuación fuera de banda es

$$N \geq \frac{\log(10^{0.1L_{AS}} - 1)}{2 \log \Omega_S} \tag{1.13}$$

donde  $L_{AS}$  es la mínima atenuación requerida en la banda atenuada a la frecuencia  $\Omega = \Omega_S$ , siendo  $\Omega_S$  la frecuencia normalizada para la que se tiene la especificación de rechazo fuera de banda. Al igual que con los valores de  $g_i$ , a fin de facilitar el diseño de filtros la expresión (1.13) normalmente está graficada [28].

### Prototipo paso bajo con respuesta de Chebyshev

El filtro de Chebyshev, también conocido como filtro de rizado constante, se caracteriza por tener un rizado constante en la banda de paso y una respuesta maximalmente plana en la banda atenuada. Además tal como se verá mas adelante, en general para un mismo orden proporciona una mayor selectividad y un mayor rechazo fuera de banda que el de Butterworth.

La expresión de la función de transferencia de este tipo de filtros viene determinada por la siguiente expresión

$$|S_{21}(j\Omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_N(\Omega)} \quad (1.14)$$

donde  $\varepsilon$  es la constante relacionada el rizado  $L_{AR}$  en dB mediante la siguiente expresión

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{L_{AR}}{10}} - 1} \quad (1.15)$$

y  $T_N(\Omega)$  es el polinomio de Chebyshev de orden N [28],[29],[30].

La figura 1-17 muestra la forma típica de la función de transferencia y del diagrama de polos de estos filtros, viendo que efectivamente su respuesta presenta un rizado constante dentro de la banda de paso. De forma similar a lo que sucedía con la respuesta de Butterworth, para obtener la respuesta de Chebyshev los diferentes elementos del prototipo paso bajo  $g_i$  deberán tener un determinado valor. Este valor puede calcularse con las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} g_0 &= 1 \\ g_1 &= \frac{2}{\kappa} \sin\left(\frac{\pi}{2N}\right) \\ g_i &= \frac{1}{g_{i-1}} \frac{4 \sin\left(\frac{(2i-1)\pi}{2N}\right) \sin\left(\frac{(2i-3)\pi}{2N}\right)}{\kappa^2 + \sin^2\left(\frac{(i-1)\pi}{N}\right)} \quad \text{para } 1 < i < N+1 \\ g_{N+1} &= \begin{cases} 1 & \text{para } n \text{ impar} \\ \coth^2\left(\frac{\varphi}{4}\right) & \text{para } n \text{ par} \end{cases} \\ \varphi &= \ln\left(\coth\left(\frac{L_{AR}}{17.37}\right)\right) \\ \kappa &= \sinh\left(\frac{\varphi}{2N}\right) \end{aligned} \quad (1.16)$$

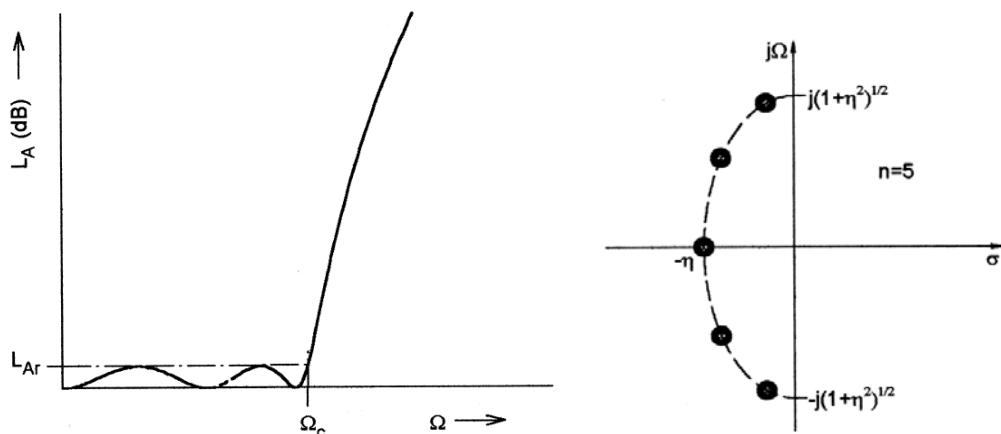


Figura 1-17. Respuesta de un filtro de Chebyshev (función de transferencia y diagrama de polos).

Estas expresiones son de elevada complejidad, por lo tanto, al igual que para el caso de Butterworth, normalmente se encuentran tabuladas para los valores más típicos de rizado y orden, de forma que en general al realizar el diseño de estos filtros en lugar de trabajar con las expresiones anteriormente mostradas se trabaja con los valores que aparecen en dichas tablas.

Por último, sólo falta determinar el orden de filtro que se requiere para cumplir las especificaciones. Al igual que en el caso de Butterworth, el orden mínimo va a venir determinado por el rechazo que se requiera fuera de banda. La expresión que relaciona estos dos parámetros es la siguiente

$$N \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{\frac{10^{0.1L_{AS}} - 1}{10^{0.1L_{AR}} - 1}}}{\cosh^{-1} \Omega_S} \quad (1.17)$$

donde  $L_{AS}$  es la mínima atenuación requerida fuera de banda a una frecuencia  $\Omega = \Omega_S$  y  $L_{AR}$  es el rizado. Al igual que antes, para facilitar el diseño esta expresión normalmente está graficada.

### 1.2.2.2. Escalado en impedancia y frecuencia

En el proceso de obtención del prototipo paso bajo se ha diseñado un filtro paso bajo con una impedancia de fuente unitaria y una frecuencia angular de corte también unitaria. El gran potencial de esta técnica de diseño reside en el hecho de que partiendo de este prototipo paso bajo, aplicando unas simples transformaciones a los elementos discretos que lo forman, puede adaptarse para su correcto funcionamiento con una impedancia arbitraria y permite convertir su respuesta a paso alto, banda eliminada o paso banda según se desee, pudiendo elegir también su frecuencia central de operación.

El primer paso a realizar es la desnormalización en impedancia, transformación que va a afectar a todos los elementos del prototipo paso bajo. Para hacer esta desnormalización se define una constante conocida como el factor de escalado de impedancia  $\gamma_0$ . El valor de dicha constante viene determinado por

$$\gamma_0 = \begin{cases} Z_0 / g_0 & \text{si } g_0 \text{ es una resistencia} \\ g_0 / Y_0 & \text{si } g_0 \text{ es una conductancia} \end{cases} \quad (1.18)$$

donde  $Z_0$  y  $Y_0$  son respectivamente la impedancia de fuente y la conductancia de fuente deseadas, teniendo presente que dependiendo de la topología escogida (figura 1-15) se va a usar una u otra.

Los elementos resistivos sólo están sujetos a esta transformación en impedancia, de forma que en este proceso de escalado en impedancia y frecuencia, en el caso de los elementos resistivos, la única transformación que hay que aplicar es la mostrada por las siguientes expresiones

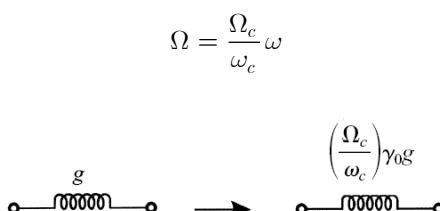
$$\begin{aligned}
 R_i &= g_i \gamma_0 && \text{para } i=0, N+1 \text{ si } g_i \text{ es una resistencia} \\
 G_i &= \frac{g_i}{\gamma_0} && \text{para } i=0, N+1 \text{ si } g_i \text{ es una conductancia}
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

A parte de la desnormalización en impedancia, en el caso de los elementos reactivos también hay que hacer una transformación en frecuencia. Los cambios a realizar en este proceso de desnormalización se encuentran resumidos en la figura 1-18, donde

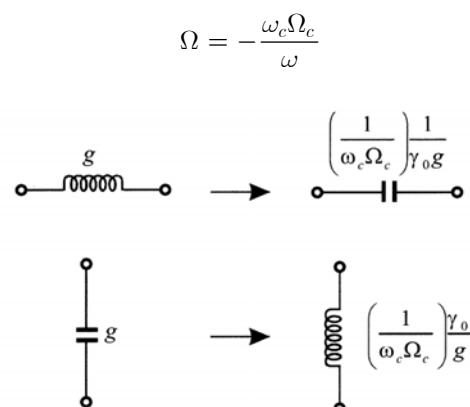
- $\omega_c$  es la frecuencia de corte del filtro desnormalizado (caso paso alto y paso bajo)
- $\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  es la frecuencia central del filtro, siendo  $\omega_1$  y  $\omega_2$  la frecuencia de corte inferior y superior respectivamente (caso paso banda y banda eliminada).
- $FBW = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$  es el ancho de banda fraccional, también conocido como ancho de banda relativo y representado indistintamente como  $RBW$  o  $\Delta$  (caso paso banda y banda eliminada).

Llegados a este punto se ha obtenido la implementación final del filtro deseado mediante elementos discretos. A frecuencias elevadas estos elementos discretos no

### Transformación paso bajo

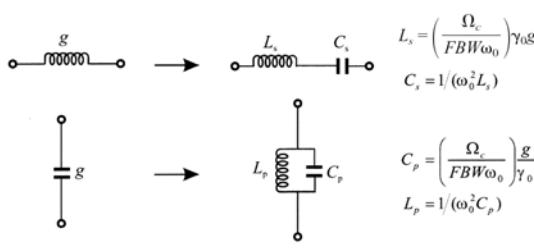


### Transformación paso alto



### Transformación paso banda

$$\Omega = \frac{\Omega_c}{FBW} \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$



### Transformación banda eliminada

$$\Omega = \frac{\Omega_c FBW}{\left( \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)}$$

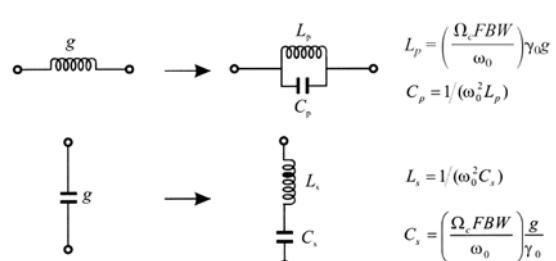


Figura 1-18. Desnormalización en frecuencia e impedancia de elementos reactivos.

se pueden construir, haciendo necesaria su implementación mediante otras tecnologías. Por lo tanto en este punto empieza la última de las etapas del proceso mostrado en la figura 1-14: *la implementación física*.

### 1.2.2.3. Implementación física: Filtros con inversores de immitancia

Para facilitar la implementación mediante estructuras físicas de microondas de los filtros diseñados, es muy recomendable utilizar una representación de éstos basada en los inversores de immitancia, puesto que estos elementos permiten introducir más flexibilidad en la implementación física del dispositivo. El concepto de inversor de immitancia tanto sirve para referenciarse a un inversor de impedancia ( $K$ ) como a un inversor de admitancia ( $J$ ).

Un inversor de impedancia ideal es una red de dos puertos que para cualquier frecuencia cumple la siguiente expresión

$$Z_1 = \frac{K^2}{Z_2} \quad (1.20)$$

donde  $Z_1$  es la impedancia de entrada en el puerto 1,  $Z_2$  es la impedancia de carga conectada en el puerto 2 y  $K$  es un valor real, que se define como la impedancia característica del inversor. La matriz ABCD de un inversor de impedancia es

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0 & \mp jK \\ \pm \frac{1}{jK} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

De forma análoga, un inversor de admitancia ideal es una red de dos puertos que para cualquier frecuencia cumple la siguiente expresión

$$Y_1 = \frac{J^2}{Y_2} \quad (1.22)$$

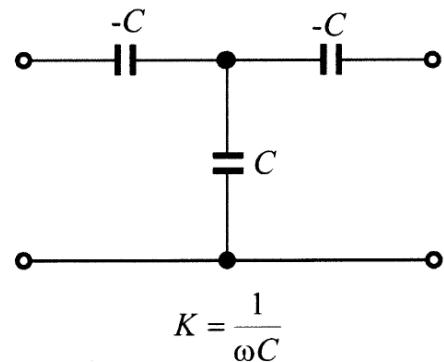
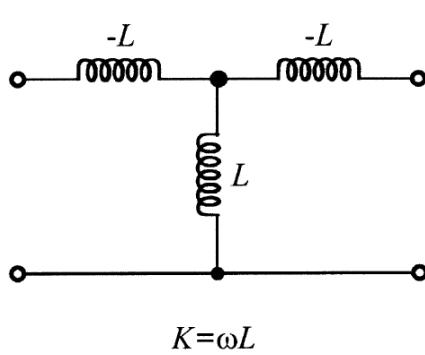
donde  $Y_1$  y  $Y_2$  son las admitancias de ambos puertos, y  $J$  es el parámetro conocido como la admitancia característica del inversor. De igual forma que para el inversor de impedancias, la matriz de parámetros ABCD del inversor de admitancias viene definida por

$$ABCD = \begin{bmatrix} 0 & \pm \frac{1}{jJ} \\ \mp jJ & 0 \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

El principal problema que tienen los inversores de immitancia aquí presentados es que no existen en la realidad, pero esto no quiere decir que no puedan utilizarse puesto que hay diferentes estructuras que implementan su funcionamiento de forma bastante precisa, especialmente en aplicaciones de banda estrecha. Una de las implementaciones prácticas de un inversor de impedancia más simple que existe es una línea de transmisión de  $90^\circ$  de longitud eléctrica con una impedancia

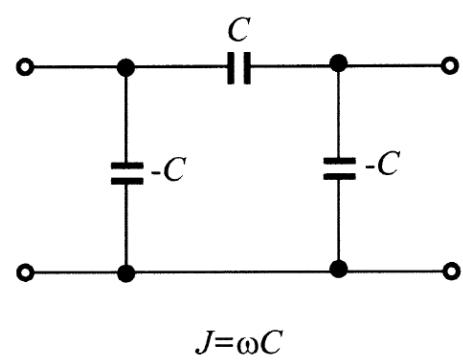
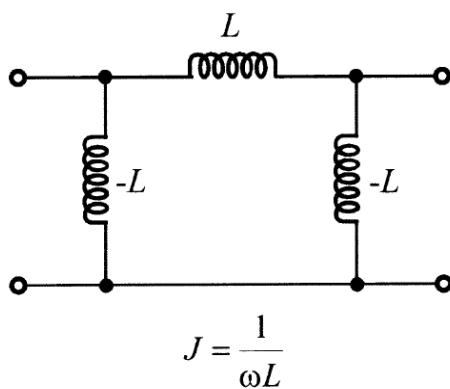
característica que se corresponda con la  $K$  del inversor. A parte de esta implementación, también hay otros circuitos que operan como inversores de immitancias, como por ejemplo las redes de condensadores o inductancias conectadas en Pi o en T mostradas en la figura 1-19. Estos modelos a la frecuencia de diseño tienen la misma respuesta que un inversor de immitancia debido a que ambos tienen la misma matriz de parámetros ABCD. No obstante, cabe destacar que mientras que la respuesta de un inversor ideal es independiente de la frecuencia, la respuesta de estas estructuras no lo es, funcionando como inversores de immitancia sólo en un determinado margen de frecuencias.

La figura 1-20 muestra el modelo circuitual de un filtro paso banda con inversores de immitancias. Como se verá en los próximos capítulos, este modelo junto con los modelos de elementos concentrados de los inversores de immitancia mostrados en la figura 1-19, serán de gran ayuda para el diseño y posterior implementación física de



A)

B)



C)

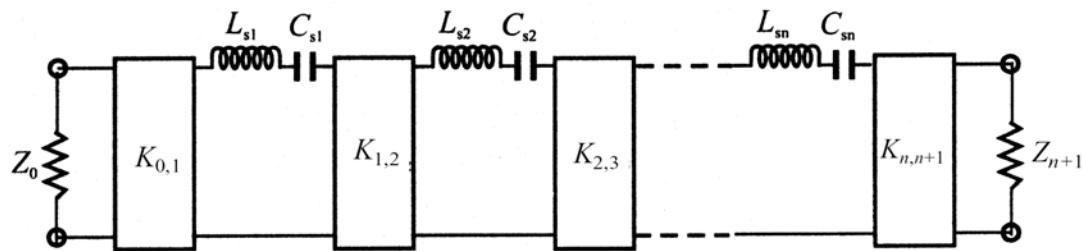
D)

Figura 1-19. Implementación de inversores de immitancia mediante elementos discretos. A y B muestran dos alternativas para la implementación de un inversor de impedancia, mientras que C y D muestran dos alternativas para la implementación de un inversor de admitancia.

filtros basados en SCF. Para más información sobre las diferentes posibilidades de implementación física de filtros paso banda a frecuencia de microondas mirar [28], [29], [30].

### 1.3. Objetivos del proyecto

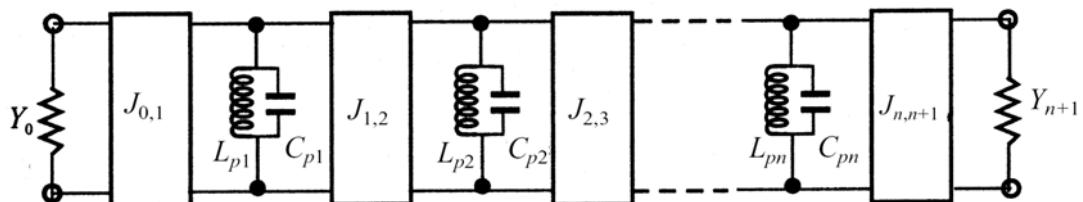
El objetivo principal de este proyecto consiste en analizar las prestaciones proporcionadas por las estructuras basadas en resonadores electroacústicos apilados SCF y obtener métodos de diseño sistemáticos para la implementación de filtros mediante dichas secciones básicas SCF. A fin de poder cumplir este objetivo, a continuación se detallan los diferentes subobjetivos que se han planteado para, paso a paso, poder llegar a cumplir el objetivo principal anteriormente comentado:



$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{Z_0 FBW \omega_0 L_{s1}}{\Omega_c g_0 g_1}}, \quad K_{i,i+1} = \frac{FBW \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{L_{si} L_{s(i+1)}}{g_i g_{i+1}}} \Big|_{i=1 \text{ to } n-1}, \quad K_{n,n+1} = \sqrt{\frac{FBW \omega_0 L_{sn} Z_{n+1}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}}$$

$$C_{si} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{si}} \Big|_{i=1 \text{ to } n}$$

A)



$$J_{0,1} = \sqrt{\frac{Y_0 FBW \omega_0 C_{p1}}{\Omega_c g_0 g_1}}, \quad J_{i,i+1} = \frac{FBW \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{C_{pi} C_{p(i+1)}}{g_i g_{i+1}}} \Big|_{i=1 \text{ to } n-1}, \quad J_{n,n+1} = \sqrt{\frac{FBW \omega_0 C_{pn} Y_{n+1}}{\Omega_c g_n g_{n+1}}}$$

$$L_{pi} = \frac{1}{\omega_0^2 C_{pi}} \Big|_{i=1 \text{ to } n}$$

B)

Figura 1-20. Filtros paso banda utilizando inversores de immitancia. A) Estructura con inversores de impedancia, B) Estructura con inversores de admitancia.

- Análisis general del funcionamiento de los sistemas BAW, mostrando las ventajas e inconvenientes de esta tecnología respecto a las soluciones alternativas presentes en el mercado.
- Análisis de la respuesta del resonador BAW viendo como se ve afectada su respuesta al modificar los diferentes parámetros constructivos del resonador.
- Obtención de un modelo simple para la estructura de resonadores apilados SCF, a fin de que este modelo permita realizar el diseño de filtros con esta estructura.
- Análisis de las prestaciones ofrecidas por la sección básica SCF.
- Obtención de métodos de diseño para hacer el diseño de la sección básica SCF, idealmente pudiendo controlar tanto el ancho de banda relativo como la frecuencia central de la estructura resultante.
- Obtención de métodos de diseño para hacer el diseño de filtros mediante resonadores BAW, analizando primero el caso de orden 1 formado por una única sección básica SCF, y analizando luego el caso de filtros de orden mayor, formados por N secciones básicas SCF conectadas en cascada.

#### **1.4. Conclusiones de capítulo**

A lo largo del presente capítulo se han presentado todos los conceptos teóricos necesarios para la compresión de los capítulos posteriores del trabajo.

En primer lugar se ha realizado un estudio de mercado, viendo que el volumen de fabricación de filtros ha ido aumentando año tras año impulsado por sistemas como la telefonía móvil y GPS. A continuación se ha presentado la tecnología SAW, tecnología predominante actualmente en la fabricación de filtros para terminales móviles. A pesar de ser la predominante en la actualidad, la tecnología SAW presenta limitaciones por lo que se refiere a aspectos como los niveles de potencia máxima con lo que puede trabajar, la frecuencia máxima de operación o que no es integrable, problemas que se solucionan con el uso de la tecnología BAW, principal objeto de estudio de este proyecto.

En referencia a la tecnología BAW se han mostrado las características principales del resonador BAW, elemento básico de los sistemas BAW. A continuación se han mostrados los diferentes piezoelectrinos utilizados, viendo que el AlN es el que normalmente se utiliza, y se han mostrados dos alternativas de implementación de estos resonadores BAW: Resonadores de membrana y SMR, viendo que estos son más robustos, pueden trabajar con potencias mayores y pueden eliminar resonancias no deseadas, pero tienen el problema de que son más caros de fabricar puesto que requieren un mayor número de capas. Posteriormente se muestran las diferentes topologías utilizadas para la implementación de filtros mediante estos resonadores, viendo que por un lado hay la opción de los filtros en escalera y los filtros Lattice,

donde los resonadores están unidos eléctricamente, y por el otro hay los SCF y CRF, donde los resonadores están acoplados acústicamente para forma la sección básica. De los SCF, que son los que se estudiarán a lo largo de los capítulos posteriores de este trabajo, cabe destacar que a nivel constructivo están formados por dos resonadores apilados teniendo el electrodo central conectado a masa, y su respuesta se caracteriza por tener un buen rechazo fuera de banda gracias al hecho de que existe aislamiento eléctrico entre la entrada y la salida, pero proporcionan una pobre selectividad cerca de la banda de paso.

Por último se ha hecho un repaso de las técnicas tradicionales de diseño de filtros. En primer lugar se ha presentado el método de la impedancia imagen, viendo que es un método simple pero que no permite controlar la forma de la respuesta frecuencial de los filtros generados. En segundo lugar se ha mostrado el método de las pérdidas de inserción, viendo que su principal ventaja es que permite obtener una respuesta con una forma arbitraria. En este apartado se han mostrado de forma detallada los diferentes pasos que hay que seguir para hacer un diseño mediante esta metodología, destacando que al final se ha mostrado como realizar la implementación de dichos filtros mediante inversores de impedancia, que tal como se verá en el capítulo 4 son básicos para poder obtener más flexibilidad en el proceso de diseño de los filtros mediante resonadores SCF.

Una vez presentada esta teoría inicial, en el siguiente capítulo se analizarán las técnicas de modelado utilizadas para modelar el comportamiento de los dispositivos BAW, obteniendo los modelos que serán utilizados en los capítulos 3 y 4 para hacer el diseño de filtros mediante estructuras basadas en SCF utilizando los métodos presentados en este capítulo.



---

## CAPÍTULO 2.

### **MODELADO DE RESONADORES BAW**

---

A lo largo del presente capítulo se realizará una introducción a las técnicas de modelado circuital utilizadas para los resonadores BAW. Se ha de tener presente que el modelado de dichos dispositivos puede realizarse a diferentes niveles dependiendo del nivel de abstracción al que se realiza el estudio, existiendo en general un compromiso entre exactitud del modelo y simplicidad de éste.

En primer lugar hay el estudio a nivel físico. Éste acostumbra a realizarse trabajando en un entorno tridimensional en el que se han de combinar análisis eléctricos con análisis acústicos, obteniendo sistemas de ecuaciones de gran complejidad y que son prácticamente imposibles de solucionar de forma analítica. La única solución factible en este caso consiste en realizar estudios basados en métodos de elementos finitos (FEM) [10], de elevada dificultad y poco prácticos para el diseño de dispositivos. A pesar de esto, a nivel físico los resonadores BAW también pueden ser modelados de forma eficiente utilizando un modelo unidimensional que permite obtener expresiones simples que proporcionan una descripción suficientemente precisa del comportamiento real del dispositivo para la mayor parte de las aplicaciones. Este modelo es conocido como el *Modelo de Mason* [25].

Este modelo, de gran utilidad para la realización de simulaciones y la extracción de parámetros, todavía pueden resultar demasiado complejo y no apropiado para la realización del proceso de diseño de dispositivos. A fin de solucionar este problema, utilizando el modelo de Mason puede obtenerse el modelo eléctrico equivalente de un

resonador BAW, modelo que resulta ideal para el diseño de filtros basados en este tipo de resonadores. A lo largo de este capítulo se realizará una descripción de los modelos anteriormente comentados. En primer lugar se analizará el modelado de un resonador BAW, y a continuación se trabajará en el modelado de la sección básica SCF utilizando algunas de las aproximaciones mostradas en el apéndice A.

## 2.1. Modelado de un resonador BAW

### 2.1.1. Modelo de Mason

Tal como se ha mostrado en la introducción, en general un resonador piezoelectrónico está formado por una capa de material piezoelectrónico ubicada entre dos electrodos. Además debe existir algún tipo de sujeción para esta estructura, recordando que las dos alternativas más utilizadas eran usar resonadores de membrana o los SMR.

Tal como se observa en el apéndice B, donde se detalla el modelo de Mason, si para hacer el modelado del dispositivo se contempla todo el conjunto de capas de material que forman la estructura el resultado obtenido es muy complejo, haciéndose bastante difícil obtener una expresión cerrada de la impedancia de entrada del resonador que modele el comportamiento de éste. Sin embargo, centrándose en una configuración como la mostrada en la figura 2-1 donde se tiene una estructura del tipo electrodo – piezoelectrónico – electrodo habiéndose asumido que los electrodos son muy delgados y pueden despreciarse, y considerando que no hay fuerza mecánica alguna por los dos lados de la estructura básica puesto que ésta está en contacto con aire por ambos lados, se llega a la siguiente expresión de la impedancia de entrada

$$Z_{in} = \frac{1}{j\omega C_0} \left( 1 - k_t^2 \frac{\tan\left(\frac{kd}{2}\right)}{\frac{kd}{2}} \right) \quad (2.1)$$

donde  $C_0$  es la capacidad estática entre los electrodos del resonador,  $d$  es el grosor del resonador,  $k$  es la constante de propagación de la onda y  $k_t$  es la constante de acople piezoelectrónico. Esta expresión es de gran utilidad porque es una primera aproximación que modela de forma simple el comportamiento de un resonador BAW y

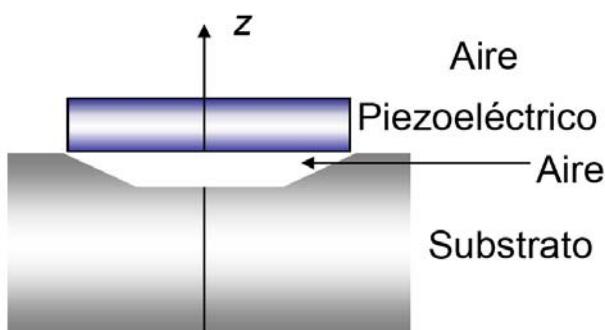


Figura 2-1. Resonador con aire en las dos superficies el piezoelectrónico.

permite entender el funcionamiento de este tipo de dispositivos, cosa que con el modelo de Mason es complicada de entender.

La figura 2-2 muestra la validez de la expresión (2.1). En esta figura aparece representada la impedancia de entrada obtenida tanto realizando una simulación con el modelo de Mason, como la obtenida con la ecuación (2.1), observándose que ambos resultados coinciden perfectamente y que las dos gráficas quedan superpuestas. Tal como se ha comentado en la introducción la impedancia de entrada del resonador presenta dos resonancias. A la frecuencia de resonancia serie la impedancia de entrada tiende a  $0 \Omega$  y a la frecuencia de antiresonancia tiende a infinito. Además entre estas dos frecuencias se observa un comportamiento inductivo, mientras que fuera de esta banda presenta un comportamiento capacitivo, teniendo presente que tal como se demuestra a continuación, la separación entre estas dos frecuencias viene fijada por la constante de acople piezoeléctrico  $k_t$ .

La frecuencia de antiresonancia, o frecuencia de resonancia paralelo, se define como aquel valor de la frecuencia que hace que la impedancia de entrada del resonador tienda a infinito. Analizando la expresión (2.1) se observa fácilmente que para que la impedancia de entrada sea infinita se ha de cumplir que

$$\tan(kd)|_{f=f_a} = \infty \longrightarrow kd|_{f=f_a} = \frac{\pi}{2} \quad (2.2)$$

teniendo presente que la constante de propagación  $k$  se define como la frecuencia angular  $\omega$  dividida entre la velocidad de propagación  $v_p$ , la condición de la expresión (2.2) es equivalente a

$$f_a = \frac{v_p}{2d} \quad (2.3)$$

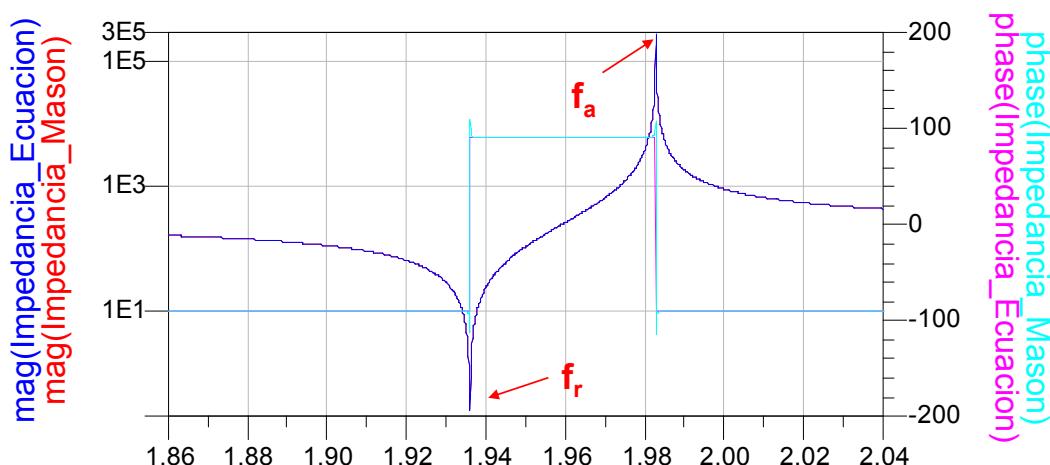


Figura 2-2. Representación de la impedancia de entrada de un resonador BAW de grosor  $d=2.9\mu\text{m}$  y área de  $100\mu\text{m} \times 100\mu\text{m}$  implementado con AlN, asumiendo  $k_t^2=0.057$ . Se han representado tanto los resultados obtenidos con el modelo de Mason como los obtenidos con la ecuación (2.1)

Esta expresión muestra que la frecuencia de antiresonancia o frecuencia de resonancia paralela viene determinada de forma unívoca por el grosor de la lámina de material piezoelectrónico  $d$  y la velocidad de propagación de la onda acústica  $v_p$ , observándose que la frecuencia de antiresonancia es la frecuencia en la que el grosor del piezoelectrónico se corresponde con media longitud de onda acústica.

La frecuencia de resonancia, o frecuencia de resonancia serie, se define como aquel valor de la frecuencia que hace que la impedancia de entrada sea nula. Analizando la expresión (2.1) se observa que para tener un cero en la impedancia de entrada se ha de cumplir

$$k_t^2 \frac{\tan\left(\frac{kd}{2}\right)}{\frac{kd}{2}} = 1 \quad (2.4)$$

Aislando  $k_t$  de la expresión anterior e utilizando la definición de  $f_a$  mostrada en (2.3) se obtiene

$$k_t^2 = \frac{\pi}{2} \frac{f_r}{f_a} \cot\left(\frac{\pi}{2} \frac{f_r}{f_a}\right) \quad (2.5)$$

En general los valores de  $f_r$  y  $f_a$  son similares de forma que la expresión anterior puede aproximarse por

$$\frac{4k_t^2}{\pi^2} \approx \frac{f_a - f_r}{f_a} \quad (2.6)$$

Esta expresión muestra que la separación entre la frecuencia de resonancia y la frecuencia de antiresonancia viene determinada por el coeficiente de acoplamiento piezoelectrónico  $k_t$ , constante que depende del material piezoelectrónico utilizado. Trabajando con la ecuación (2.6) se obtiene que la relación directa entre la frecuencia de antiresonancia y la frecuencia de resonancia es

$$f_a \approx \frac{\pi^2}{\pi^2 - 4k_t^2} f_r \quad (2.7)$$

expresión fácilmente validable con los datos mostrados en la figura 2-2. Llegados a este punto se observa que (2.1) - (2.7) demuestran que una vez fijado el material piezoelectrónico  $k_t$  los dos únicos grados de libertad disponibles para el diseño de los resonadores son el valor de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y el valor de la capacidad estática entre placas del resonador  $C_0$ , parámetros que están directamente relacionados con las dimensiones físicas del resonador. Por lo tanto estos serán los dos parámetros de diseño de los resonadores BAW.

### 2.1.2. Modelo circuital de un resonador BAW: modelo de Butterworth-Van Dyke (BVD)

El modelo de Butterworth-Van Dyke (BVD) es el modelo circuital equivalente de un resonador BAW como el analizado en la sección anterior, siendo una simplificación del modelo de Mason para el caso de un resonador simple. Este modelo puede encontrarse en [10], [22], [23] teniendo presente que en algunos casos presenta pequeñas variaciones respecto al modelo original a fin de poder ajustar mejor su respuesta a la respuesta real del dispositivo.

Tal como se muestra en la figura 2-3, la versión simplificada de dicho modelo está formada por una capacidad cuyo efecto predomina lejos de las frecuencias de resonancia del resonador, en paralelo con un resonador LC serie, cuyo efecto predomina en la banda de frecuencias entre las frecuencias de resonancia. De esta figura cabe destacar que  $C_0$  es la capacidad estática existente entre los dos electrodos que forman el resonador y los otros parámetros vienen determinados por las expresiones mostradas a continuación [22]

$$r = \frac{1}{\left(\frac{\omega_a}{\omega_r}\right)^2 - 1} \quad (2.8)$$

$$C_a = \frac{C_0}{r} \quad (2.9)$$

$$L_a = \frac{1}{\omega_r^2 C_a} \quad (2.10)$$

donde hay que recordar que la relación entre  $\omega_r$  y  $\omega_a$  va a venir determinada por la expresión (2.5). También cabe destacar que se observa que efectivamente estas expresiones permiten pasar de los parámetros de diseño del resonador BAW  $f_a$  y  $C_0$ , a los parámetros del modelo circuital equivalente  $C_a$ ,  $C_0$  y  $L_a$ .

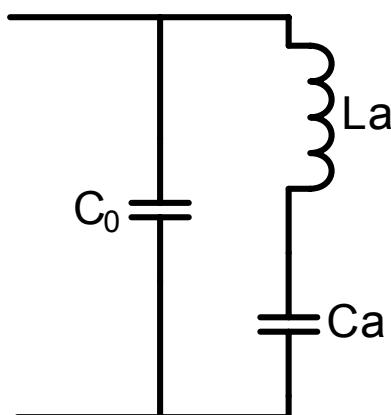


Figura 2-3. Modelo de BVD (modelo circuital de un resonador).

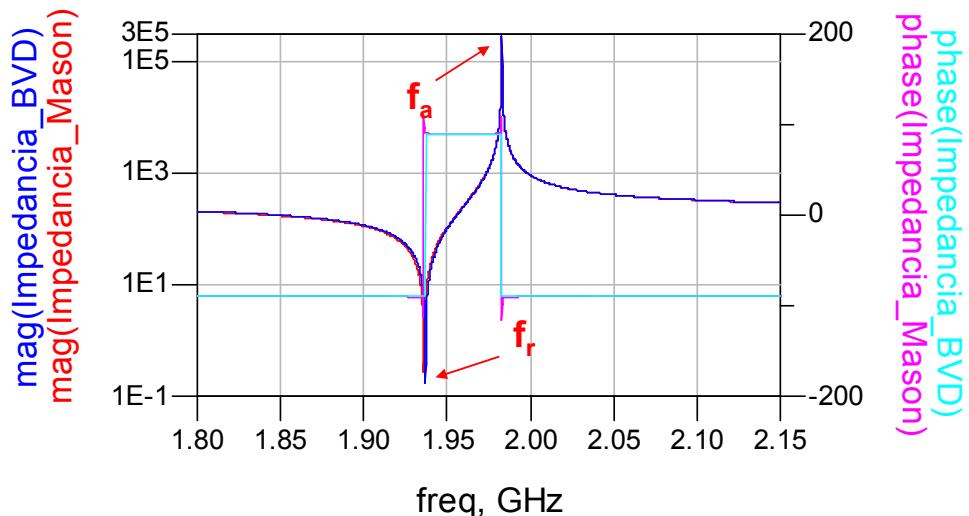


Figura 2-4. Simulación de validación del modelo de BVD.

En la figura 2-4 puede compararse la respuesta obtenida para el resonador con las características mostradas en la figura 2-2, utilizando tanto el modelo de Mason como el modelo compacto de BVD. Con esta simulación se demuestra la validez del modelo de BVD.

## 2.2. Modelado de una sección básica SCF

La figura 2-5 muestra la estructura de la sección básica SCF viéndose que está formada por dos capas de material piezoeléctrico y tres electrodos, estando el electrodo central conectado a tierra. Por tanto se observa que la estructura obtenida, tal como su nombre indica, es como la de dos resonadores BAW apilados.

Utilizando el modelo de Mason y considerando todas las capas que forman esta estructura, se observa que la expresión de su impedancia de entrada es extremadamente compleja y no resulta útil para hacer análisis ni diseño, por lo tanto, esta sección a diferencia de lo realizado para un resonador simple donde en primer

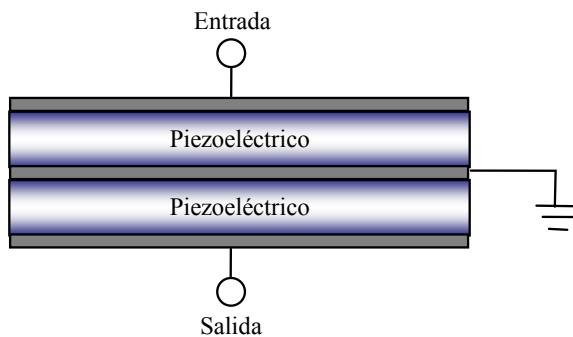


Figura 2-5. Estructura de la básica SCF.

lugar se ha buscado la expresión de la impedancia de entrada, se limita a la obtención de un modelo circuital que será de gran utilidad en los procesos de diseño de filtros que se verán en capítulos posteriores de la presente memoria.

Al igual que en el apartado anterior, se hace la suposición de que la estructura está aislada, es decir, que está en contacto con el aire por sus dos superficies externas de forma que no existe carga acústica en ninguna de ellas. Utilizando los modelos circuitales equivalentes de Mason, mostrados en el Anexo B, para las diferentes capas de la estructura, y suponiendo que los tres electrodos son iguales, se obtiene el modelo circuital mostrado en la figura 2-6, cuyos parámetros vienen definidos por las siguientes expresiones

$$Z_{i1} = \frac{-jZ_{pi}}{\sin(k_{pi}d_{pi})} \quad i=1,2 \quad (2.11)$$

$$Z_{i2} = jZ_{pi} \tan\left(\frac{k_{pi}d_{pi}}{2}\right) \quad i=1,2 \quad (2.12)$$

$$Z_{e1} = \frac{-jZ_e}{\sin(k_e d_e)} \quad (2.13)$$

$$Z_{e2} = jZ_e \tan\left(\frac{k_e d_e}{2}\right) \quad (2.14)$$

$$t_i = hC_{0i} = \frac{e_i}{\varepsilon_0 \varepsilon_{ri}} C_{0i} \quad i=1,2 \quad (2.15)$$

$$C_{0i} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{ri} \text{Area}_i}{d_{pi}} \quad (2.16)$$

donde  $d_{pi}$  es el grosor del piezoeléctrico  $i$ ,  $d_e$  es el grosor de los electrodos,  $k_{pi}$  es la constante de propagación de la onda acústica en el piezoeléctrico  $i$ ,  $k_e$  es la constante de propagación de la onda acústica en los electrodos,  $Z_{pi}$  es la impedancia acústica característica del piezoeléctrico  $i$ ,  $Z_e$  es la impedancia acústica característica de los electrodos,  $C_{0i}$  es la capacidad entre los electrodos del resonador  $i$ ,  $e_i$  es el coeficiente piezoeléctrico de la capa de material piezoeléctrico  $i$ ,  $\varepsilon_{ri}$  es la permitividad relativa del piezoeléctrico  $i$  y  $\text{Area}_i$  es el área del resonador  $i$ .

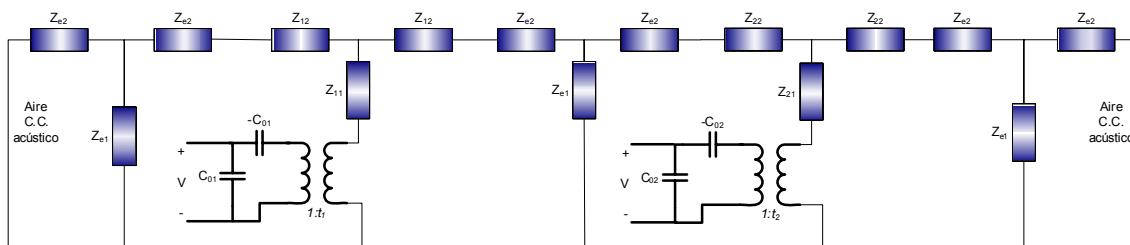


Figura 2-6. Circuito equivalente de un SCF.

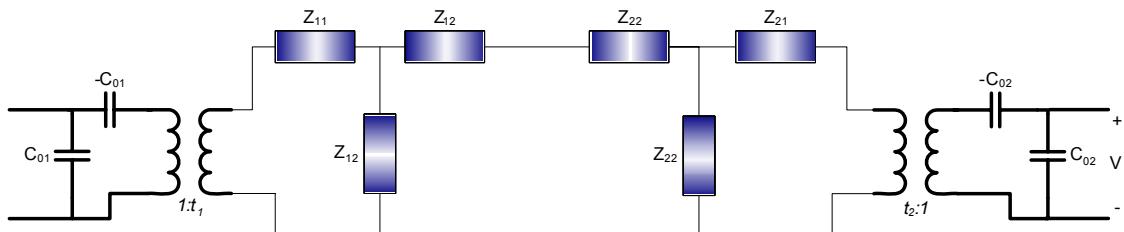


Figura 2-7. Circuito equivalente de un SCF considerando los electrodos infinitamente delgados.

Además hay que tener presente que se define

$$Z_{pi} = Z'_{acustica} \text{Area} \quad (2.17)$$

siendo  $Z'_{acustica}$  la impedancia acústica por unidad de área del piezoelectrónico  $i$ , especificación que normalmente aparece en las tablas de propiedades de los materiales.

Cabe destacar que al suponer que las dos superficies de los electrodos más externos están en contacto con el aire, esto introduce los dos cortocircuitos acústicos mostrados en la figura 2-6. A fin de simplificar el esquema anterior, se supone que los electrodos son muy delgados, de espesor tendiendo a 0, suposición que generalmente es válida. De esta forma se cumple que  $k_e d_e \rightarrow 0$ , y en consecuencia las dos impedancias resultantes del modelo del electrodo son  $Z_{e1} \approx \infty$  y  $Z_{e2} \approx 0$ . Con estas simplificaciones, el esquema mostrado en la figura 2-6 se simplifica sustancialmente, obteniendo como resultado el esquema mostrado en la figura 2-7.

Al observar esta estructura llama la atención la presencia de los dos transformadores de los extremos que dificultan su análisis. Tal como muestra el anexo A estos dos transformadores pueden desplazarse hacia un mismo extremo del esquemático teniendo presente que al trasladar un transformador de un lado a otro de una impedancia el valor de dicha impedancia se ve modificado de forma sistemática. Haciendo este desplazamiento de los transformadores se obtiene el circuito mostrado en la figura 2-8 donde

$$Z'_{ij} = \frac{Z_{ij}}{t_1^2} \quad (2.18)$$

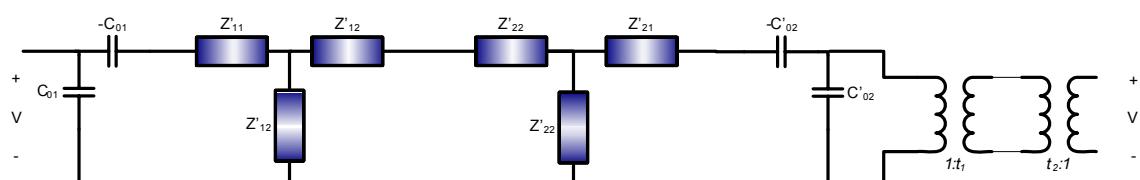


Figura 2-8. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados.

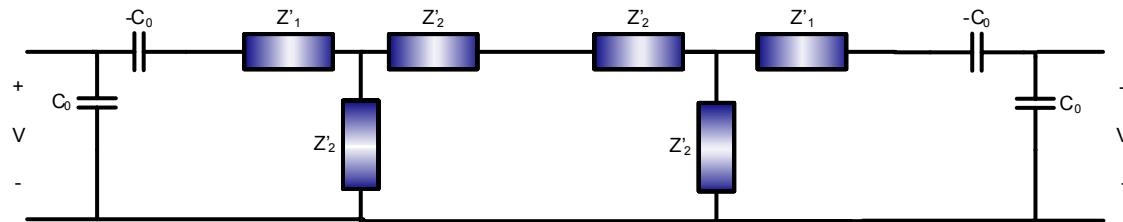


Figura 2-9. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrinos iguales.

$$C'_{02} = \frac{t_1^2}{t_2^2} C_{02} \quad (2.19)$$

Para hacer factible el estudio de la topología anterior, se hace la simplificación de suponer que los dos piezoelectrinos son exactamente iguales de forma que  $t_1=t_2=t$ ,  $Z'_{11}=Z'_{21}=Z'_1$ ,  $Z'_{12}=Z'_{22}=Z'_2$  y  $C_{01}=C'_{02}=C_0$ . Con estas consideraciones, el modelo resultante se corresponde con el de la figura 2-9.

En esta figura se observa claramente que en la parte central del esquemático aparece una estructura en PI. Realizando una transformación de PI  $\rightarrow$  T utilizando las expresiones que aparecen en el anexo A, y realizando una reagrupación de términos, la estructura de la figura 2-9 puede reescribirse como se muestra en la figura 2-10 donde

$$Z_\gamma = Z'_1 + \frac{Z'_2}{2} - \frac{1}{j\omega C_0} \quad (2.20)$$

De nuevo puede hacerse una transformación T  $\rightarrow$  Pi obteniendo la estructura de la figura 2-11, donde

$$Z_P = \frac{Z_\gamma^2 + 2Z_B Z_\gamma}{Z_\gamma} \quad (2.21)$$

$$Z_S = \frac{Z_\gamma^2 + 2Z_B Z_\gamma}{Z_B} \quad (2.22)$$

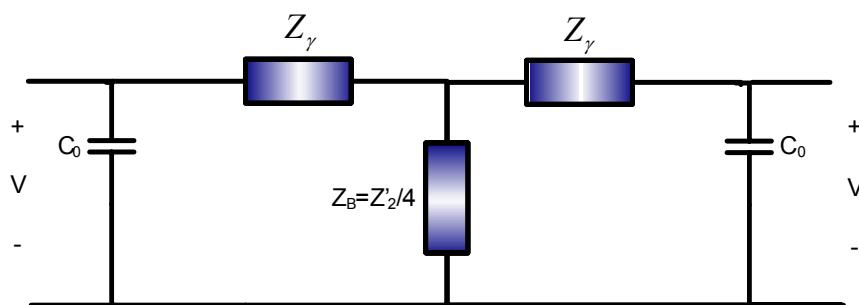


Figura 2-10. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrinos idénticos.

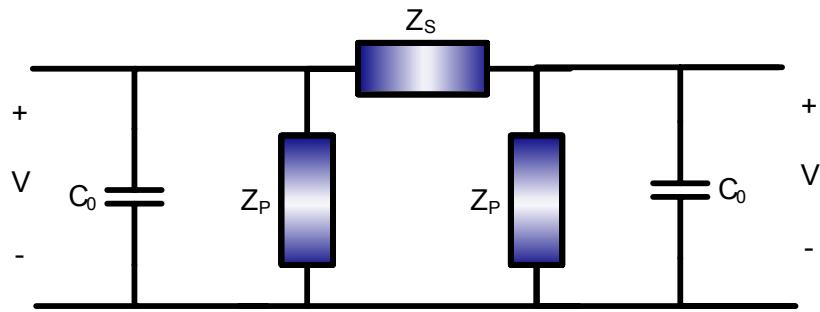


Figura 2-11. Circuito equivalente de un SCF al considerar los electrodos infinitamente delgados y los dos piezoelectrinos idénticos.

A fin de poder seguir simplificando el modelo hay que hacer algunas aproximaciones de banda estrecha, de forma que el modelo que finalmente se obtendrá será un modelo sólo válido para el modelado de una sección básica SCF en banda estrecha. Hay que tener presente que el grosor de cada piezoelectrino se corresponde con media longitud de onda acústica a la frecuencia de antiresonancia, por tanto como se ha asumido que  $d = \lambda/2|_{f=f_a}$ , se puede asumir que cerca de la frecuencia de resonancia se cumple que  $k_{pi}d_{pi} \approx \pi$ , de forma que  $Z_B \rightarrow \infty$  y  $Z_\gamma \rightarrow \infty$ , y por lo tanto  $Z_P \rightarrow \infty$ . En la figura 2-11 se observa que  $Z_P$  está en paralelo con  $C_0$ , y como que  $Z_P$  tiende a infinito, puede afirmarse que los efectos de  $C_0$  van a prevalecer sobre los de  $Z_P$ . En resumen  $Z_P$  es despreciable y por tanto puede ser eliminada del modelo circuital.

Una vez visto que  $Z_P$  puede despreciarse, va a analizarse que sucede con  $Z_S$ . Utilizando las expresiones (2.20) y (2.22),  $Z_S$  puede escribirse como

$$Z_S = \frac{\left( Z'_1 + \frac{Z'_2}{2} - \frac{1}{j\omega C_0} \right)^2 + \left( Z'_1 + \frac{Z'_2}{2} - \frac{1}{j\omega C_0} \right) \frac{Z'_2}{2}}{\frac{Z'_2}{4}} \quad (2.23)$$

Siguiendo los pasos mostrados en el Anexo A, haciendo aproximaciones de banda estrecha alrededor del punto de trabajo donde se cumple  $k_{pi}d_{pi} \approx \pi$ , la expresión de  $Z_S$  puede simplificarse sustancialmente, obteniendo como resultado la siguiente expresión

$$Z_S \approx j \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0} \omega + \frac{1}{j \frac{4C_0}{Y\pi - 8} \omega} \quad (2.24)$$

donde

$$Y = \frac{Z'_{acústica p} \varepsilon_0 \varepsilon_r \pi v_p}{e_i^2} \quad (2.25)$$

En este caso se observa que la impedancia  $Z_S$  obtenida se corresponde con la de una bobina y un condensador en serie. Además cabe destacar que el parámetro  $Y$  es el que contempla las propiedades físicas del material piezoelectrino utilizado, por lo tanto,

tal como es lógico este parámetro está directamente relacionado con la constante de acople piezoeléctrico mediante la siguiente expresión:

$$Y \approx \frac{\pi}{k_t^2} \quad (2.26)$$

Llegados a este punto puede afirmarse que el modelo en banda estrecha de un SCF es el mostrado en la figura 2-12 donde  $C_0$  es la capacidad estática entre los electrodos, y  $L_{baw}$  y  $C_{baw}$  son

$$L_{baw} = \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0} \quad (2.27)$$

$$C_{baw} = \frac{4C_0}{Y\pi - 8} \quad (2.28)$$

Debido a que los dos resonadores que forman la sección básica SCF son iguales, los dos parámetros físicos de diseño de la estructura son la capacidad entre los electrodos de estos resonadores  $C_0$  y su frecuencia de antiresonancia  $f_a$ , observándose que las expresiones anteriormente mostradas son justamente las que relacionan estos parámetros físicos con los parámetros  $C_0$ ,  $L_{baw}$  y  $C_{baw}$  del modelo circuital eléctrico equivalente deducido en este apartado.

Para validar el correcto funcionamiento de este modelo se han realizado un conjunto de simulaciones en las que se ha comparado la respuesta del SCF obtenida utilizando el modelo de Mason con la obtenida utilizando el modelo mostrado en la figura 2-12. En la figura 2-13 se muestra una de estas simulaciones en la que se ha utilizado una sección básica SCF formada por dos resonadores de 200  $\mu\text{m}$  de lado, habiendo configurado el grosor cada resonador a fin de que cada uno de ellos tuviera una longitud de media longitud de onda acústica a 2 GHz, fijando así la frecuencia de antiresonancia de éstos, y utilizando como material piezoeléctrico el AlN. En la simulación realizada mediante el modelo de Mason se observa que la sección básica SCF presenta tres resonancias que se corresponden con las frecuencias a las que el

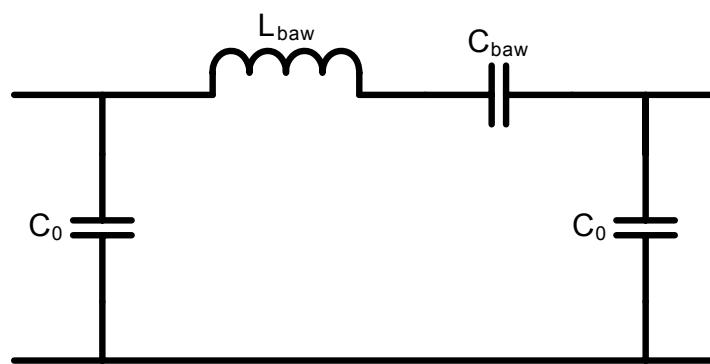


Figura 2-12. Modelo circuital equivalente en banda estrecha de un SCF formado por dos resonadores idénticos y suponiendo electrodos infinitamente delgados.

grosor total de la sección básica SCF es  $\lambda/2$ ,  $\lambda$  y  $3\lambda/2$  respectivamente, viendo que en la resonancia central, los resultados proporcionados por el modelo de Mason coinciden con los resultados proporcionados por el modelo circuital equivalente aquí deducido. Por lo tanto, se demuestra la validez en banda estrecha del modelo presentado, mostrándose que efectivamente no es válido en banda ancha debido a que no considera las otras resonancias presentes en la sección básica SCF.

### 2.3. Conclusiones del capítulo

A lo largo de este capítulo se han presentado las diferentes técnicas existentes en referencia al modelado de dispositivos electroacústicos BAW. En primer lugar se ha mostrado el modelado de los resonadores BAW, tanto a partir de la expresión de la impedancia de entrada como de un modelo circuital equivalente conocido como BVD, viendo que en ambos casos los resultados coinciden con los proporcionados por el modelo físico de Mason. De la respuesta del resonador BAW, mostrada en la figura 2-2, cabe destacar la presencia de las frecuencias de resonancia y antiresonancia, valores de frecuencia para los cuales la impedancia de entrada de dicho resonador tiende a 0 y a infinito respectivamente. Entre estas dos frecuencias su respuesta es inductiva, mientras que fuera de este rango su respuesta es capacitiva, teniendo presente que la separación entre estas frecuencias viene determinada por la constante de acople piezoelectrónico. Hay que destacar que a diferencia del modelo de Mason que debido a su elevada complejidad no resulta práctico para el diseño de sistemas basados en resonadores BAW, el modelo de BVD si que puede usarse para estos fines gracias a su mayor simplicidad.

Una vez analizado el resonador BAW se ha pasado a la realización del modelado de la sección básica SCF. Para esta estructura se ha visto que el modelo de Mason todavía resultaba más complejo que para el caso de un resonador BAW simple, con lo que se acentúa la necesidad de disponer de un modelo circuital equivalente. Tras un largo proceso matemático, se ha demostrado que el modelo circuital equivalente para la sección básica SCF es el modelo mostrado en la figura 2-12, teniendo presente que éste es un modelo en banda estrecha. La obtención de este modelo es de vital

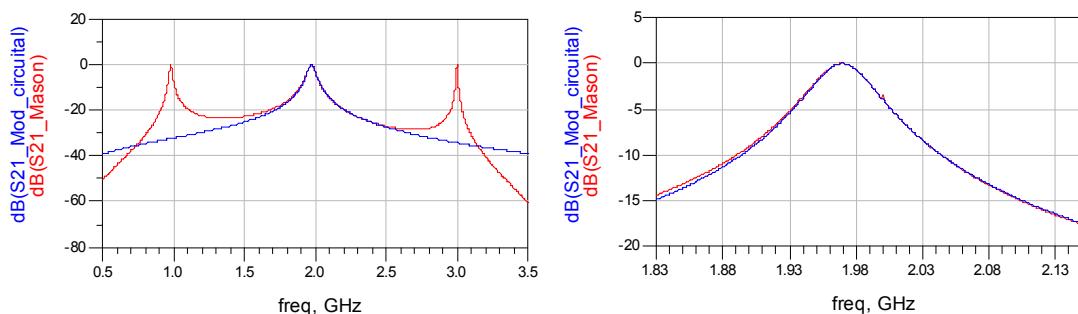


Figura 2-13. Respuesta de un SCF formado por dos resonadores idénticos de  $200 \mu\text{m}$  de lado con una frecuencia de antiresonancia de  $f_a = 2 \text{ GHz}$ .

importancia puesto que tal como se verá en los capítulos que vienen a continuación, es justamente este modelo equivalente el que permite obtener métodos sistemáticos de diseño de filtros basados en SCF de forma más o menos simple.

En los próximos capítulos se analizarán las prestaciones de la sección básica SCF utilizando el modelo aquí deducido, y se presentarán métodos de diseño basados en esta topología, tanto para única sección básica, como para filtros formados por varias secciones básicas conectadas en cascada a fin de obtener filtros de orden mayor. Por lo tanto en estos procesos de diseño se observa la gran importancia que tiene el hecho de disponer de un modelo equivalente simplificado para el SCF.



---

## CAPÍTULO 3.

# DISEÑO DE LA SECCIÓN BÁSICA SCF

## MEDIANTE EL MÉTODO DE LA

## IMPEDANCIA IMAGEN Y ANÁLISIS DE

## CIRCUITOS

---

Este capítulo se centra en el diseño de la sección básica SCF utilizando como punto de partida el modelo equivalente mostrado en el capítulo 2. La sección básica SCF es un resonador de un polo, que tal como se mostrará a lo largo de este capítulo tiene la ventaja de que su ancho de banda se puede controlar sin incrementar las pérdidas significativamente, de forma que el ancho de banda del resonador queda determinado por sus dimensiones físicas y no por sus pérdidas, y además también se puede controlar su frecuencia central. Esta estructura podría ser especialmente útil para la realización de osciladores integrados sintonizables utilizando topologías similares a las mostradas en [31] - [33] donde aparecen ejemplos de osciladores basados en resonadores BAW. A parte también podría ser utilizada como un filtro simple de primer orden.

En general el objetivo de todos los métodos de diseño aquí presentados es el mismo, puesto que a partir de las especificaciones de la frecuencia central  $f_0$  y el ancho de banda del filtro deseado, han de proporcionar los dos parámetros de diseño del SCF que son la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y el valor de la capacidad  $C_0$  de los dos resonadores que forman el SCF, recordando que a fin de que el modelo de la sección básica SCF deducido en el capítulo 2 sea válido, se ha impuesto la restricción de que ambos resonadores tenían que ser iguales, teniendo por tanto los dos el mismo valor de frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y de capacidad  $C_0$ .

En un primer apartado se realizará un análisis mediante simulaciones de las prestaciones que puede ofrecer la sección básica SCF, viendo por ejemplo cual es el ancho de banda máximo que puede conseguirse. A continuación se realizará un

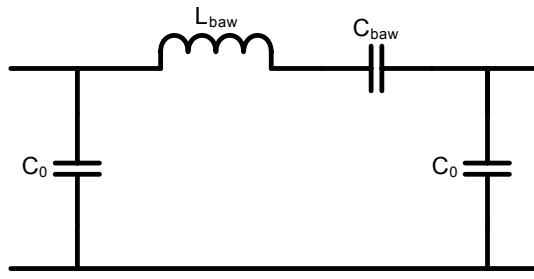


Figura 3-1. Modelo circuital equivalente en banda estrecha de la sección básica SCF.

estudio de esta estructura desde el punto de vista de la teoría de la impedancia imagen, mostrando un par de métodos sistemáticos de diseño. Y por último se realizará un estudio estricto del modelo equivalente del SCF utilizando la teoría de análisis de redes a fin de obtener un método de diseño que proporcione unas expresiones cerradas y evite el problema de la falta de control sobre el ancho de banda del filtro que presenta el método analítico obtenido con la teoría de la impedancia imagen.

### 3.1. Análisis de la respuesta de la sección básica SCF

Para realizar este estudio se utiliza el modelo equivalente deducido en el capítulo 2 y mostrado en la figura 3-1 donde

$$L_{baw} = \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0} \quad (3.1)$$

$$C_{baw} = \frac{4C_0}{Y\pi - 8} \quad (3.2)$$

$$Y = \frac{Z'_{acustica} \epsilon_0 \epsilon_r \pi V_p}{e^2} \quad (3.3)$$

Para la realización de los diferentes análisis que se presentan en este proyecto, se considerará que el material piezoeléctrico utilizado no es un grado de libertad, sino que viene fijado, de forma que el parámetro  $Y$  será una constante determinada por las propiedades de dicho material. En concreto el material piezoeléctrico utilizado en toda la memoria es el AlN, cuyos parámetros físicos se observan en la tabla 3-1.

Teniendo el material fijado, los dos únicos grados de libertad existentes en el proceso de diseño son el valor de  $C_0$  y  $f_a$ , relacionados con las dimensiones físicas de los dos resonadores idénticos que forman el SCF según las expresiones (2.3) y (2.16). En líneas generales, tal como se demostrará a lo largo de este capítulo,  $f_a$  lo que hace es fijar la ventana de transmisión, es decir, determina en qué banda de frecuencias estará la banda de paso del filtro, mientras que  $C_0$  acaba de ajustar el ancho de banda y la posición de la frecuencia central dentro de la ventana de transmisión anteriormente mencionada de forma exacta.

| Parámetro                         | Valor    |
|-----------------------------------|----------|
| $Z'_{acusticap}$ ( $\Omega/m^2$ ) | 3.7e7    |
| $\epsilon_r$                      | 10.5     |
| $\epsilon$ (As/m)                 | 1.5      |
| $\epsilon_0$ (F/m)                | 8.85E-12 |
| $V_p$ (m/s)                       | 11500    |

Tabla 3-1 . Parámetros físicos del AlN.

Para confirmar esta afirmación, a continuación se muestra una representación gráfica de la evolución del ancho de banda relativo y de la frecuencia central de un filtro formado por un solo SCF en función de la capacidad entre electrodos  $C_0$ . Para la realización de estas simulaciones se ha fijado la frecuencia de antiresonancia a  $f_a = 2$  GHz obteniéndose los resultados de la figura 3-2.

Al analizar la gráfica de la evolución del ancho de banda relativo en función de la capacidad  $C_0$ , cabe destacar que para valores de  $C_0$  muy pequeños al incrementar la capacidad, el ancho de banda relativo crece rápidamente hasta llegar a un valor máximo cercano al 2.4% con una capacidad  $C_0 = 1.6$  pF. A continuación se observa que a medida que sigue incrementándose la capacidad  $C_0$ , el ancho de banda vuelve a disminuir. En esta gráfica se muestra que para obtener un ancho de banda determinado normalmente existen dos posibles soluciones, interesando en general trabajar en la zona de las capacidades grandes debido a que así el ancho de banda es menos sensible a variaciones no deseadas del valor de la capacidad  $C_0$ .

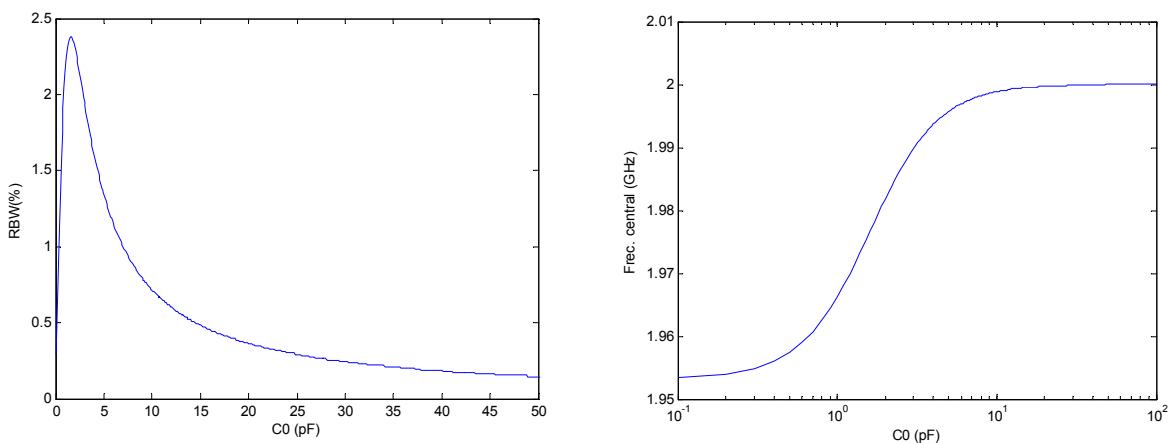


Figura 3-2. Evolución del ancho de banda relativo y la frecuencia central para la sección básica SCF en función de  $C_0$ , habiendo fijado  $f_a = 2$  GHz y utilizando como material piezoelectrónico el AlN.

También es importante destacar que el ancho de banda relativo máximo que se puede obtener no depende de la frecuencia de antiresonancia, sino que sólo depende de las propiedades del material piezoelectrónico utilizado, y en concreto del valor de la constante de acoplamiento piezoelectrónico  $k_t$ . Por ejemplo, tal como se muestra en la figura 3-2, en el caso de utilizar AlN como piezoelectrónico, dicho valor de ancho de banda relativo máximo es del 2.4%.

Analizando la representación gráfica de la evolución de la frecuencia central en función del valor de la capacidad  $C_0$  se observa que la frecuencia central siempre se mantiene entre 1.953 GHz y 2 GHz, valores que se corresponden respectivamente con la frecuencia de resonancia  $f_r$  y la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  de los dos resonadores idénticos que forman el SCF. Para valores de capacidad muy pequeños la frecuencia central tiende hacia la frecuencia de resonancia, mientras que para valores de capacidad muy grandes la frecuencia central tiende hacia la frecuencia de antiresonancia. Además también se observa que cuando el ancho de banda es máximo, la frecuencia central se corresponde aproximadamente con el valor medio entre  $f_a$  y  $f_r$ .

### 3.2. Estudio de un SCF mediante la teoría de la impedancia imagen

Este apartado se centra en el análisis del modelo equivalente de la sección básica SCF mediante el método de la impedancia imagen presentado en el capítulo 1. Tal como se muestra en este capítulo, el primer paso para poder aplicar el análisis de la impedancia imagen para un determinado cuadripolo es tener este dispositivo bipuerto caracterizado por su matriz de parámetros ABCD. La matriz de parámetros ABCD de un SCF puede obtenerse fácilmente utilizando el modelo circuital equivalente mostrado en la figura 3-1.

$$\begin{aligned} ABCD_{SCF} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & j\omega L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{j\omega C} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j\omega C_0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{C}(-C_0 CL\omega^2 + C_0 + C) & -\frac{1}{Cj\omega}(CL\omega^2 - 1) \\ \frac{C_0}{C}j\omega(-C_0 CL\omega^2 + C_0 + 2C) & \frac{1}{C}(-C_0 CL\omega^2 + C_0 + C) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Hay que tener presente que a fin de simplificar la notación  $L_{baw}$  se ha representado como  $L$ , y  $C_{baw}$  se ha representado como  $C$ . Una vez obtenida la matriz de parámetros ABCD de la estructura, utilizando (1.5) y (1.6) pueden calcularse las dos impedancias imagen

$$Z_{i1} = Z_{i2} = \frac{1}{j\omega} \sqrt{\left( \frac{CL\omega^2 - 1}{C_0(C_0 CL\omega^2 - C_0 - 2C)} \right)} \quad (3.5)$$

Se observa que debido a la simetría de la red,  $A=D$ , y por tanto las dos impedancias imagen coinciden. En consecuencia el análisis realizado para una de ellas será

igualmente válido para la otra. Recordemos que el objetivo principal es obtener la impedancia imagen en función de los parámetros de diseño  $C_0$  y  $f_a$ , de forma que sustituyendo (3.1) y (3.2) en (3.5) se obtiene

$$Z_{i1} = \frac{\sqrt{(-\pi Y \omega^2 - 8\omega_a^2 + \omega_a^2 \pi Y)}}{j\omega C_0 \sqrt{(-\omega^2 + \omega_a^2)} \sqrt{Y} \sqrt{\pi}} \quad (3.6)$$

Considerando que la impedancia imagen es real (suposición cierta dentro de la banda de paso del filtro [28]) y utilizando (2.7) junto con (2.26), (3.6) puede escribirse de forma simplificada como

$$Z_{i1} = \frac{1}{\omega C_0} \frac{\sqrt{(\omega^2 - \omega_r^2)}}{\sqrt{(\omega_a^2 - \omega^2)}} \quad (3.7)$$

Una vez encontrada la impedancia imagen, a continuación se analiza el concepto de la constante de propagación también presentado teóricamente en el capítulo 1, que permitirá delimitar de forma simple y precisa la ventana de transmisión. Utilizando (1.10) que relaciona el coseno hiperbólico de la constante compleja de propagación con los parámetros ABCD de la sección básica SCF, se obtiene

$$\cosh(\gamma) = \frac{C_0 CL \omega^2 - C_0 - C}{C} \quad (3.8)$$

Teniendo presente que la constante compleja de propagación puede representarse como  $\gamma = \alpha + j\beta$ , el coseno hiperbólico de la constante de propagación puede escribirse como

$$\cosh(\gamma) = \cosh(\alpha) \cos(\beta) + j \sinh(\alpha) \sin(\beta) \quad (3.9)$$

Para tener propagación se ha de cumplir que  $\alpha$  sea igual a cero y que  $\beta$  sea diferentes de cero, puesto que en estos casos la constante de propagación compleja es imaginaria pura [28]. Con esta condición y utilizando (3.9), la expresión (3.8) puede reescribirse como

$$\cos(\beta) = \frac{C_0 CL \omega^2 - C_0 - C}{C} \quad (3.10)$$

Para que la ecuación anterior tenga solución, la parte derecha de la igualdad ha de tomar valores entre -1 y 1, de forma que estos límites son los que van a fijar la ventana de transmisión, entendiendo la ventana de transmisión como la banda de frecuencias en la que es posible obtener una perfecta adaptación, y por tanto la banda de frecuencias donde puede ubicarse la frecuencia central del filtro formado por la sección básica SCF.

Aplicando el límite de  $\cos(\beta) = -1$ , la condición obtenida es

$$\omega_l = \omega_a \sqrt{\left(1 - \frac{8}{\pi Y}\right)} \approx \omega_r \quad (3.11)$$

y en el caso de aplicar el límite de  $\cos(\beta) = 1$ , la condición obtenida es

$$\omega_2 = \omega_a \quad (3.12)$$

Las expresiones (3.11) y (3.12) demuestran que la ventana de transmisión es el rango de frecuencias que va de  $f_r$  a  $f_a$ , y además se observa que esta ventana es independiente del valor de  $C_0$ , dependiendo sólo de la frecuencia de antiresonancia de los dos resonadores idénticos que forman el SCF y del material piezoeléctrico utilizado en su implementación. Hay que destacar que estos resultados se adaptan perfectamente a los mostrados en la figura 3-2.

En la figura 3-3 se ha representado de forma gráfica la parte real y la parte imaginaria de la constante de propagación en función de la frecuencia. Se observa que tal como puede demostrarse con (3.1), (3.2) y (3.8), esta constante de propagación es independiente del valor de  $C_0$ . Dentro de la banda de frecuencias comprendida entre  $f_r$  y  $f_a$  la parte real de la constante de propagación es nula, hecho que indica que se está en la ventana de transmisión, mientras que fuera de este rango de frecuencias la parte real de la constante de propagación deja de ser nula. De forma intuitiva puede relacionarse el ancho de banda máximo con la ventana de transmisión, puesto que el ancho de banda máximo se corresponde aproximadamente con el ancho de la ventana de transmisión, teniendo presente que este ancho de banda se consigue cuando la frecuencia central del SCF se encuentra justo en el valor medio entre  $f_r$  y  $f_a$ . Teniendo esto presente, el ancho de banda relativo máximo puede expresarse como

$$RBW_{\max} = 2 \frac{(\sqrt{1+2\chi} - 1)}{(\sqrt{1+2\chi} + 1)} \quad (3.13)$$

donde

$$\chi = \frac{4}{-8 + \pi Y} \quad (3.14)$$

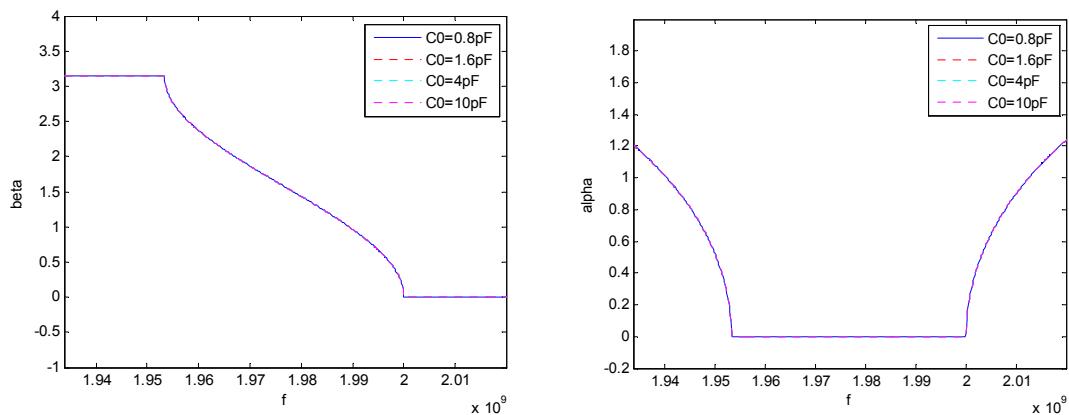


Figura 3-3. Evolución frecuencial de la parte real y la parte imaginaria de la constante compleja de propagación de una sección básica SCF construida con AlN para diferentes valores de la capacidad  $C_0$ , utilizando siempre una frecuencia de antiresonancia  $f_a = 2$  GHz.

observándose por tanto que el ancho de banda sólo depende del parámetro  $Y$ , que tal como se ha mostrado en (3.3) es un parámetro que viene fijado por el piezoelectrónico utilizado.

Llegados a este punto se ha definido el concepto de ventana de transmisión viendo que ésta dependía del valor de la frecuencia de antiresonancia y del material piezoelectrónico. A continuación va a analizarse un poco más en detalle la forma de la respuesta del filtro, así como los efectos de modificar el valor de  $C_0$ . Para esto recuperamos la expresión de la impedancia imagen mostrada en (3.7).

A la frecuencia central del filtro se busca una perfecta adaptación, por lo tanto esto se traduce en que la impedancia imagen ha de valer  $Z_{i1} = Z_0$ . En general  $Z_0$  es un valor real, por lo tanto tal como muestra (3.7), para que  $Z_{i1} = Z_0$  tenga solución se ha de cumplir que la frecuencia central esté entre  $f_r$  y  $f_a$ , que efectivamente coincide con la ventana de transmisión mostrada anteriormente. Además en la figura 3-4 se observa que al modificar el valor de  $C_0$  no se modifica la forma de la evolución frecuencial de la impedancia imagen, ésta sólo se desplaza, por lo tanto al modificar  $C_0$  lo único que se hace es mover la frecuencia central filtro dentro del rango de frecuencias que forman la ventana de transmisión. También se observa que tal como se comenta en [28], dentro de la ventana de transmisión la impedancia imagen es real.

La pendiente de la impedancia imagen puede relacionarse con el ancho de banda del filtro obtenido, teniendo presente que en general cuanto mayor es la pendiente de la impedancia imagen, luego menor es el ancho de banda. Con los resultados mostrados en la figura 3-4 se observa que a medida que la frecuencia central del filtro se aleja de la frecuencia central de la ventana, la pendiente de la impedancia imagen alrededor del punto donde vale  $50 \Omega$  aumenta, y por tanto el ancho de banda de la estructura disminuirá. Utilizando esta misma relación también se observa que el ancho de banda máximo se consigue centrándola respuesta en el centro de la ventana, puesto que en

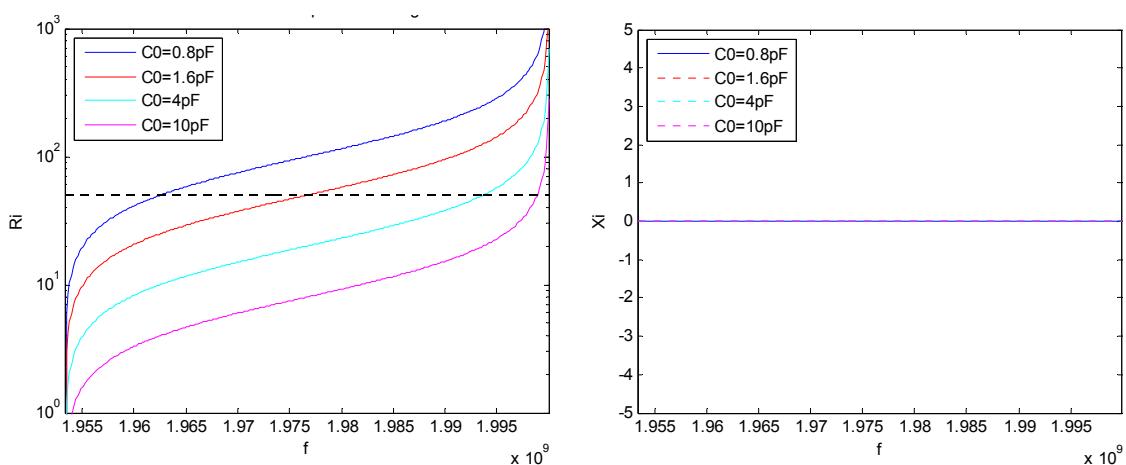


Figura 3-4. Evolución de la impedancia imagen dentro de la ventana de transmisión para diferentes valores de capacidad  $C_0$ , teniendo una frecuencia de antiresonancia  $f_a = 2 \text{ GHz}$  y utilizando el AlN como material piezoelectrónico.

tal caso la pendiente de la impedancia imagen alrededor de los  $50 \Omega$  es mínima. Éste es el caso que se ha representado con color rojo en las gráficas de la figura 3-4, coincidiendo con un valor de capacidad  $C_0 = 1.6 \text{ pF}$ .

Se ha comentado que hay una relación intuitiva entre la pendiente de la impedancia imagen y el ancho de banda del filtro. Esta relación existe pero no es tan directa como se ha presentado anteriormente. La relación exacta existente entre la impedancia imagen y la atenuación del filtro viene definida por las siguientes expresiones [30]:

- Dentro de la ventana de transmisión: La impedancia imagen es real de forma que  $Z_{i1}=R_{i1}$  y la constante de propagación es imaginaria pura. La atenuación dentro de la ventana de transmisión se define como

$$L_A(\text{dB}) = 10 \log 10 \left( 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{R_{I1}}{Z_0} - \frac{Z_0}{R_{I1}} \right)^2 \sin^2(\beta) \right) \quad (3.15)$$

- Fuera de la ventana de transmisión: La impedancia imagen es imaginaria de forma que  $Z_{i1}=X_{i1}$  y la constante de propagación no es imaginaria pura. La atenuación fuera de la ventana de transmisión se define como

$$L_B(\text{dB}) = 10 \cdot \log 10 \left( 1 + \frac{1}{4} \left( \frac{X_{I1}}{Z_0} - \frac{Z_0}{X_{I1}} \right)^2 \sinh^2(\alpha) \right) \quad (3.16)$$

Mirando estas dos expresiones, y centrándose en el caso de dentro de la ventana de transmisión, se observa que la forma de la respuesta del filtro básicamente depende de dos factores:  $\left( \frac{R_{I1}}{Z_0} - \frac{Z_0}{R_{I1}} \right)^2$  y  $\sin^2(\beta)$ , por lo tanto analizando la evolución frecuencial de estos dos términos representados en la figura 3-5, puede deducirse de forma precisa cual es la evolución frecuencial de la atenuación.

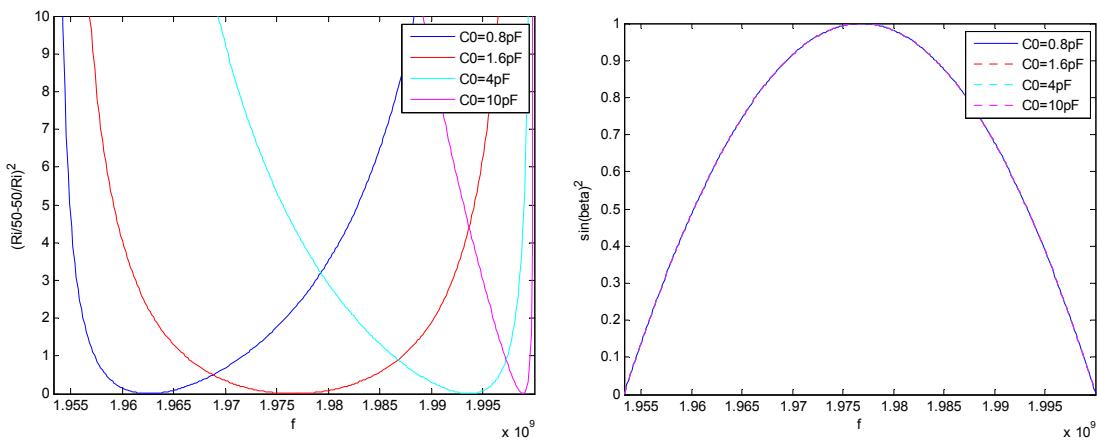


Figura 3-5. Evolución frecuencial de los dos términos básicos que definen la forma de la evolución frecuencial de la atenuación dentro de la ventana de transmisión.

El centro de la banda de paso del filtro  $f_0$  va a venir determinado por el punto donde

$$\left( \frac{R_{I1}}{Z_0} - \frac{Z_0}{R_{I1}} \right)^2 = 0 \quad (3.17)$$

A partir de las gráficas de la figura 3-5 se observa que efectivamente con el valor de  $C_0$  se ajusta la frecuencia central del filtro puesto que se modifica la frecuencia a la que se cumple (3.17), y además también se ve que cuanto más cercana está esta frecuencia central de los bordes de la ventana de transmisión, luego la pendiente de las gráficas anteriores es mayor, hecho que hace que la atenuación varíe más rápido frecuencialmente hablando, reduciéndose así el ancho de banda del filtro.

Por último en la Figura 3-6 se demuestra la validez de las expresiones (3.15) y (3.16). En esta figura se ha representado de color azul la respuesta del filtro obtenida con las expresiones (3.15), (3.16) y los valores de la impedancia imagen mostrados anteriormente, viendo que coincide con la respuesta obtenida realizando una simulación circuital con el modelo equivalente del SCF, representada de color rojo, demostrándose por tanto que estas dos expresiones son el punto de enlace entre la teoría de la impedancia imagen y la atenuación obtenida con la simulación circuital.

Una vez analizada la estructura del SCF mediante el uso de la teoría de la impedancia imagen, a continuación se presentan un par de métodos de diseño que se basan en los conceptos y propiedades vistas a lo largo del estudio aquí realizado

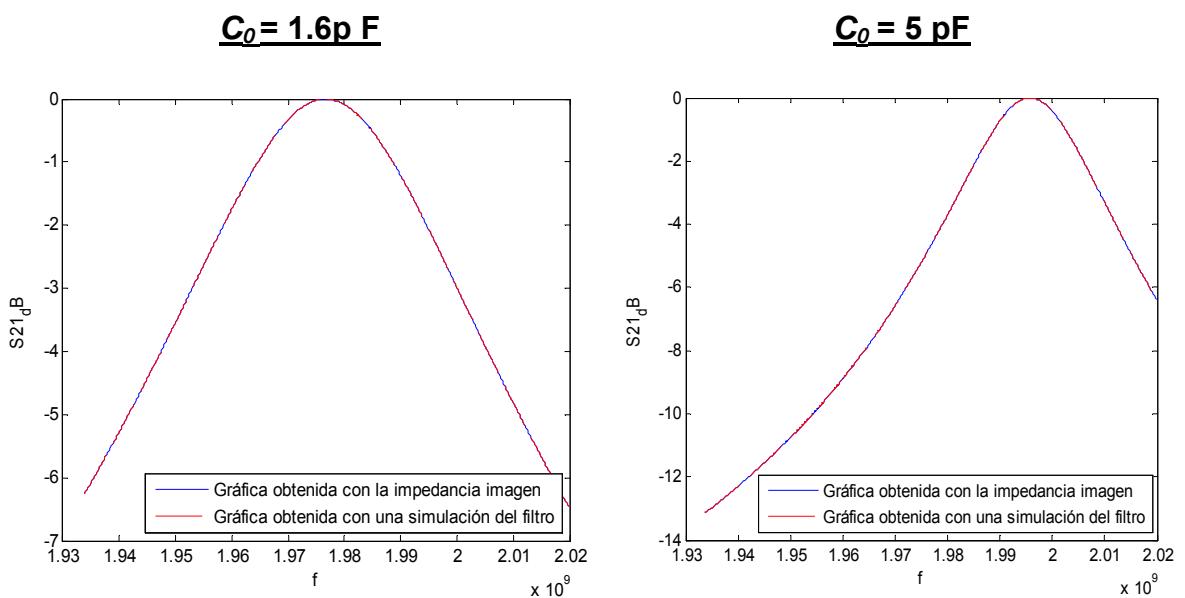


Figura 3-6. Comparativa de la respuesta obtenida con una simulación circuital y la obtenida a partir de la teoría de la impedancia imagen utilizando (3.15) y (3.16), teniendo en ambos casos la frecuencia de antiresonancia fijada a 2 GHz.

### 3.2.1. Diseño de filtros con el ancho de banda máximo permitido por la sección básica SCF

En este apartado se muestra un método de diseño muy simple que permite el diseño de filtros SCF con el ancho de banda relativo máximo permitido por la sección básica SCF, que tal como se ha mostrado anteriormente en el caso de utilizar AlN como material piezoelectrónico es aproximadamente  $RBW_{max} = 2.4\%$ .

A la frecuencia central de operación del filtro se desea un coeficiente de transmisión máximo y unas pérdidas mínimas. Para obtener esta adaptación debe cumplirse la condición de que  $Z_{i1} = Z_0$ . Teniendo en cuenta esta condición, utilizando la ecuación (3.7) se observa que el valor de la capacidad  $C_0$  viene determinado por

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 Z_0} \frac{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_r^2)}}{\sqrt{(\omega_a^2 - \omega_0^2)}} \quad (3.18)$$

Tal como muestra la figura 3-5 el ancho de banda máximo se consigue cuando la frecuencia central del filtro se encuentra en el centro de la ventana de transmisión, es decir cuando  $f_0 = \frac{f_r + f_a}{2}$ . En tales condiciones, la expresión (3.18) se simplifica obteniendo el siguiente valor de  $C_0$

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 Z_0} \quad (3.19)$$

Se observa que esta expresión, partiendo del valor de la impedancia  $Z_0$  y la frecuencia a la que se desea centrar el filtro  $f_0$ , proporciona el valor exacto de la capacidad  $C_0$  requerida. Ahora sólo falta determinar el valor de  $f_a$  para tener los dos parámetros de diseño fijados. Teniendo presente que  $f_0$  está en el centro de la ventana de transmisión, utilizando (3.11) se deduce que

$$f_a = \frac{2f_0}{1 + \sqrt{1 - \frac{8}{Y \cdot \pi}}} \quad (3.20)$$

En resumen el método de diseño aquí planteado consiste en fijar la frecuencia central del filtro y a continuación con el uso de las expresiones (3.19) y (3.20), se determinan los valores de  $C_0$  y  $f_a$  de los dos resonadores idénticos que forman el SCF a fin de obtener el ancho de banda máximo que puede proporcionar la estructura y la frecuencia central deseada. Para validar este método se han realizado un par de diseños de filtros basados en SCF centrados en diferentes frecuencias de operación. A modo de ejemplo, se han utilizado las dos frecuencias centrales mostradas en la tabla 3-2, obteniendo los parámetros físicos de los dos resonadores idénticos que forman cada SCF mostrados en la misma tabla. Utilizando estos valores, se han realizado las simulaciones mostradas en la figura 3-7. Si se realiza la medida del ancho de banda a -3dB, para el caso del SCF centrado a 2 GHz se obtiene un ancho de banda de 48 MHz y para el caso del SCF centrado a 2.5 GHz el ancho de banda obtenido es de

| $F_c$   | $C_0(pF)$ | $F_a(GHz)$ |
|---------|-----------|------------|
| 2 GHz   | 1.5915    | 2.0236     |
| 2.5 GHz | 1.2732    | 2.5259     |

Tabla 3-2 . Resultados proporcionados por el método de diseño del ancho de banda máximo permitido.

60 MHz, viendo que en ambos casos el ancho de banda relativo coincide, situándose alrededor del 2.4%, valor que se corresponde con el máximo alcanzable y que tal como se ha comentado anteriormente viene fijado por las propiedades del material piezoelectrónico.

Con estas dos simulaciones se demuestra que efectivamente utilizando este método de diseño, con una sección básica SCF puede implementarse un filtro de orden 1 o resonador, pudiendo controlar su frecuencia central y teniendo un ancho de banda relativo del 2.4% aproximadamente para el caso de utilizar AlN como material piezoelectrónico. La principal ventaja de este método de diseño es su elevada simplicidad, pero tiene el problema de que no puede escogerse el ancho de banda relativo, puesto que este viene fijado por el material piezoelectrónico utilizado.

### 3.2.2. Diseño de filtros con el método del *Magic Number*

A continuación se muestra un segundo método de diseño también basado en la teoría de la impedancia imagen que soluciona alguno de los problemas que presentaba el método anterior. Cabe destacar que el método aquí presentado es un método empírico obtenido a partir de resultados de simulaciones. Éste es muy fácil de utilizar y con él

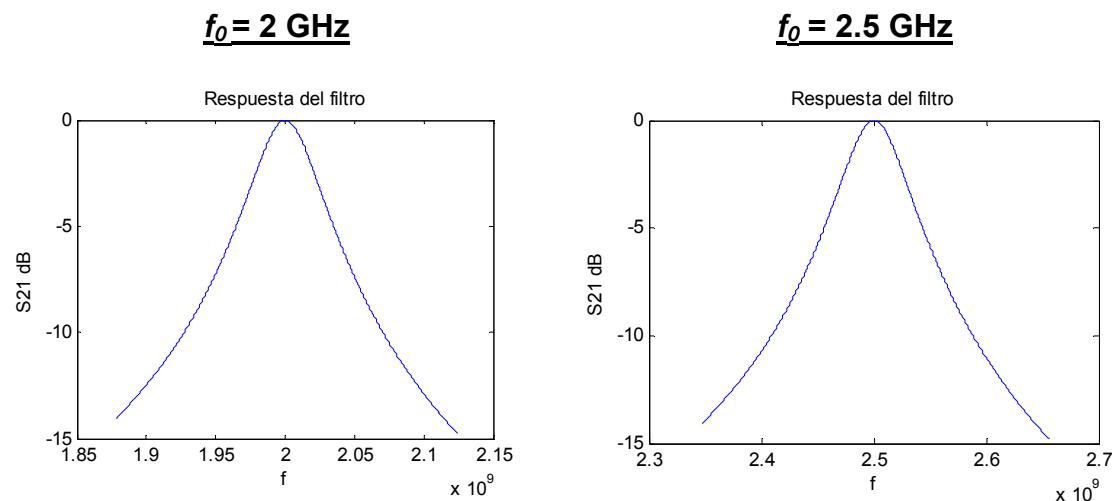


Figura 3-7. Dos ejemplos de la respuesta obtenida con los filtros diseñados con el método de diseño del ancho de banda máximo para dos frecuencias centrales diferentes (2 GHz y 2.5 GHz respectivamente), teniendo presente que en ambos casos el material utilizado es el AlN.

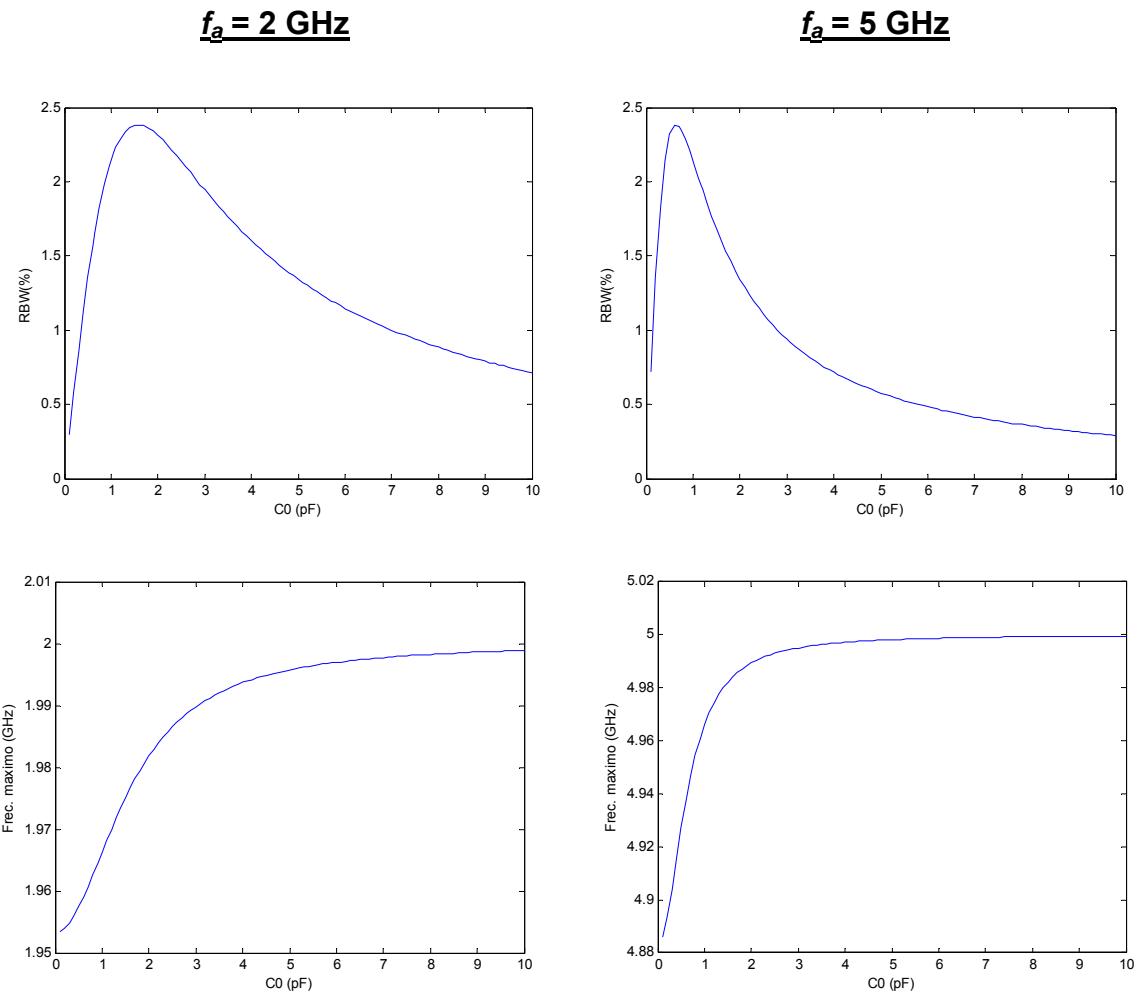


Figura 3-8. Evolución del ancho de banda relativo y la frecuencia central en función de  $C_0$  con dos valores de  $f_a$  diferentes.

puede hacerse el proceso de diseño de forma rápida sin tener que hacer cálculos complejos, y además tiene la ventaja respecto al anterior de que permite controlar de forma precisa no sólo la frecuencia central del filtro, sino también el ancho de banda.

Como que es un método empírico, a continuación se muestran un seguido de simulaciones para demostrar empíricamente la deducción del método planteado. En primer lugar se va a analizar la evolución del ancho de banda y de la frecuencia central en función del valor de la capacidad  $C_0$  de dos secciones básicas SCF con frecuencias de antiresonancia diferentes. Estos resultados son los mostrados en la figura 3-8, observándose que en ambos casos la forma de las gráficas obtenidas son parecidas pero los valores no acaban de coincidir. El único valor que efectivamente coincide es el valor del ancho de banda relativo máximo, debido a que tal como se ha demostrado anteriormente este parámetro sólo depende de las propiedades del piezoelectrónico. Por lo tanto comparando estas gráficas parece que no hay una relación directa entre ellas.

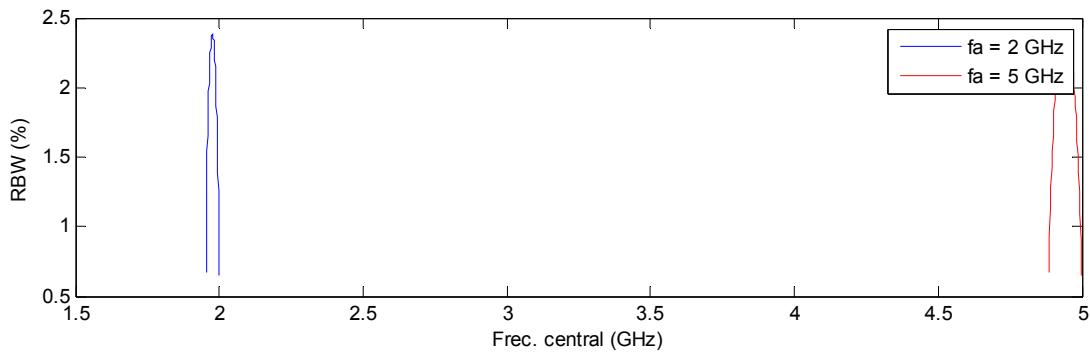


Figura 3-9. Representación del ancho de banda relativo en función de la frecuencia central.

Ahora se va a analizar que sucede si se combinan las dos gráficas anteriores de forma que se represente el ancho de banda relativo en función de la frecuencia central del filtro. Estos resultados son los mostrados en la figura 3-9 donde ya se empieza a observar una clara similitud entre las dos gráficas, pero la del SCF cuyos resonadores tienen una frecuencia de antiresonancia  $f_a = 5$  GHz es más ancha que la del SCF cuyos resonadores tienen una frecuencia de antiresonancia es de  $f_a = 2$  GHz. Esto es lógico puesto que tal como se ha demostrado anteriormente, como que en ambos casos se utiliza el mismo material piezoelectrónico, el ancho frecuencial relativo de la ventana de transmisión es el mismo, y por lo tanto debido a que la frecuencia en el caso del SCF con  $f_a = 5$  GHz es mayor, esta ventana de transmisión es más ancha que la obtenida para el caso del SCF con  $f_a = 2$  GHz. Para acabar de comprobar que las dos formas coinciden, se han representado las dos gráficas en ventanas separadas tal como se muestra en la figura 3-10. En ella se observa que si no fuera por las diferencias de escala en el eje frecuencial, las dos gráficas coincidirían. Una solución para conseguir que las dos graficas coincidan es hacer algún tipo de

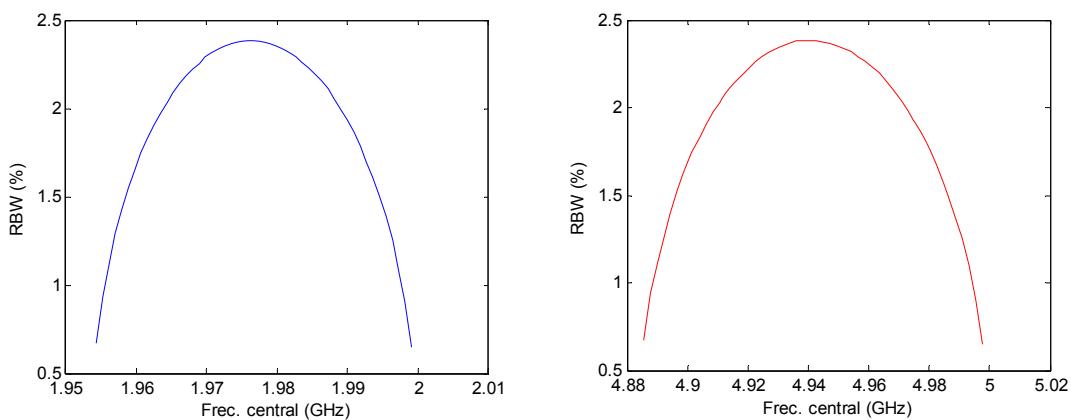


Figura 3-10. Representación del ancho de banda relativo en función de la frecuencia central para una sección básica SCF habiendo utilizado una frecuencia de antiresonancia  $f_a = 2$  GHz para el caso de la izquierda y una  $f_a = 5$  GHz para el caso de la derecha.

normalización en eje de la frecuencia. En concreto la normalización que se plantea en este método es la que se muestra a continuación, dando lugar a una nueva variable conocida como *Magic Value* o *Magic Number*.

$$M = \frac{\omega_0^2}{\omega_a^2} - 1 \quad (3.21)$$

Si ahora se representa el ancho de banda relativo en función del parámetro *Magic Value* se obtienen los resultados de la figura 3-11. En esta figura se observa claramente que los resultados obtenidos para los dos SCF coinciden a la perfección, y por lo tanto esto demuestra que dicha gráfica es independiente del valor de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$ , hecho que permite que ésta pueda utilizarse para hacer el diseño de filtros centrados a cualquier frecuencia, respetando siempre los límites tecnológicos. Esta gráfica sólo depende del material piezoeléctrico utilizado (los resultados aquí mostrados son para AlN), de forma que en caso de cambiar el material piezoeléctrico luego hay que volverla a obtener. A pesar de esto, el hecho de tener que volver a hacer el cálculo de esta gráfica no es un problema puesto que en el CD adjunto a esta memoria se incluye un fichero Matlab para la generación de dicha gráfica en función de las propiedades del material piezoeléctrico utilizado.

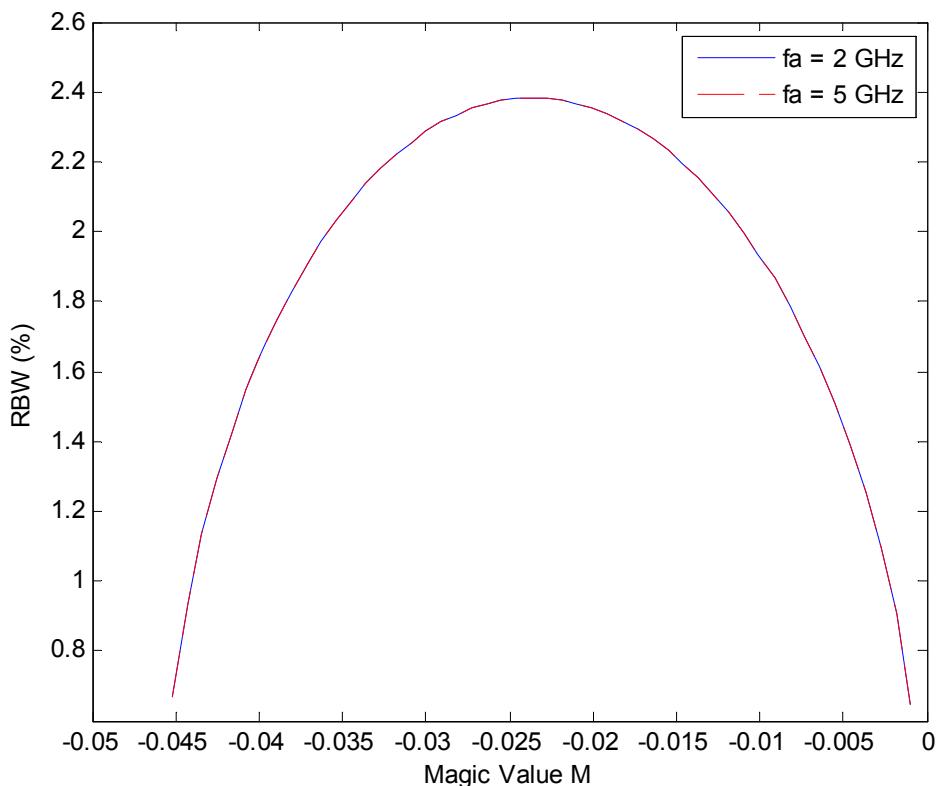


Figura 3-11. Evolución del ancho de banda relativo en función del Magic Value M para el caso de utilizar AlN como material piezoeléctrico.

Por lo tanto, el primer paso a seguir en este método de diseño, es una vez fijada la especificación del ancho de banda relativo requerida, utilizando la gráfica de la figura 3-11 determinar el valor de  $M$ . Se observa que en general, para un ancho de banda determinado, existen dos soluciones, debido a que hay dos posibles valores de  $M$  que proporcionan el mismo ancho de banda relativo. Estos resultados coinciden con los mostrados en la figura 3-2 donde se observaba que efectivamente es posible conseguir un mismo ancho de banda con dos valores diferentes de capacidad  $C_0$ . En el apéndice C aparece la gráfica del *Magic Value* con mayor resolución para varios materiales piezoelectrinos. Y además a fin de facilitar el diseño estas gráficas también han sido tabuladas.

Una vez determinado el valor del *Magic Value*, hay que mostrar cual es la relación existente entre este parámetro y los parámetros de diseño de los dos resonadores idénticos que forman el SCF, es decir  $C_0$  y  $f_a$ . Utilizando (3.11), la ecuación (3.18) puede reescribirse como

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 Z_0} \sqrt{\frac{\omega_0^2 - \omega_a^2 \left(1 - \frac{8}{\pi Y}\right)}{\sqrt{(\omega_a^2 - \omega_0^2)}}} \quad (3.22)$$

Con (3.21) se demuestran las siguientes relaciones

$$-\omega_a^2 M = \omega_a^2 - \omega_0^2 \quad (3.23)$$

$$\omega_a^2 \left(M + \frac{8}{\pi Y}\right) = \omega_0^2 - \omega_a^2 \left(1 - \frac{8}{\pi Y}\right) \quad (3.24)$$

Introduciendo las relaciones (3.23) y (3.24) en (3.22) se obtiene la siguiente expresión que permite determinar directamente el valor de  $C_0$  en función del *Magic Value* y de la frecuencia central del filtro deseado  $f_0$ .

$$C_0 = \frac{1}{\omega_c Z_0} \sqrt{-\left(1 + \frac{8}{M\pi Y}\right)} \quad (3.25)$$

De igual forma, trabajando con (3.21) puede encontrarse la siguiente expresión que permite calcular la frecuencia de antiresonancia utilizando el *Magic Value* y la frecuencia central del filtro deseado.

$$\omega_a = \frac{\omega_0}{\sqrt{M + 1}} \quad (3.26)$$

Por lo tanto, utilizando (3.25) y (3.26) juntamente con la gráfica del *Magic Value* mostrada en la figura 3-11, es posible obtener los parámetros de diseño  $f_a$  y  $C_0$  a partir de las especificaciones del ancho de banda relativo  $RBW$  y la frecuencia central  $f_0$  del filtro que se quiere diseñar.

Una vez mostrado el proceso de diseño a continuación se realizan unos ejemplos para comprobar la validez del método. En este caso se ha prestado especial atención en la realización de este proceso de validación debido a que como que este método de

diseño no está basado en un análisis matemático teórico, sino que es un método empírico, esta etapa de validación es fundamental.

Para hacer este proceso de comprobación se ha trabajado con diferentes valores de frecuencia central, y para cada una de estas frecuencias se ha comprobado el correcto funcionamiento del método de diseño para todos los posibles valores de ancho de banda relativo permitidos por la estructura, utilizando una resolución en dicho parámetro del 0.01%, realizándose por lo tanto aproximadamente 480 comprobaciones para cada una de las frecuencias centrales de diseño. Cada una de estas comprobación ha consistido en utilizando las especificaciones de la frecuencia central y el ancho de banda, hacer el cálculo de los parámetros de diseño  $C_0$  y  $f_a$  de los resonadores que forman el SCF, con estos valores hacer una simulación circuital de la respuesta del SCF, y sobre la respuesta obtenida medir el ancho de banda y la frecuencia central, realizándose así las gráficas de la figura 3-12. Al analizar estas gráficas hay que tener presente que en el eje x se ha mostrado el numero de comprobación en cuestión.

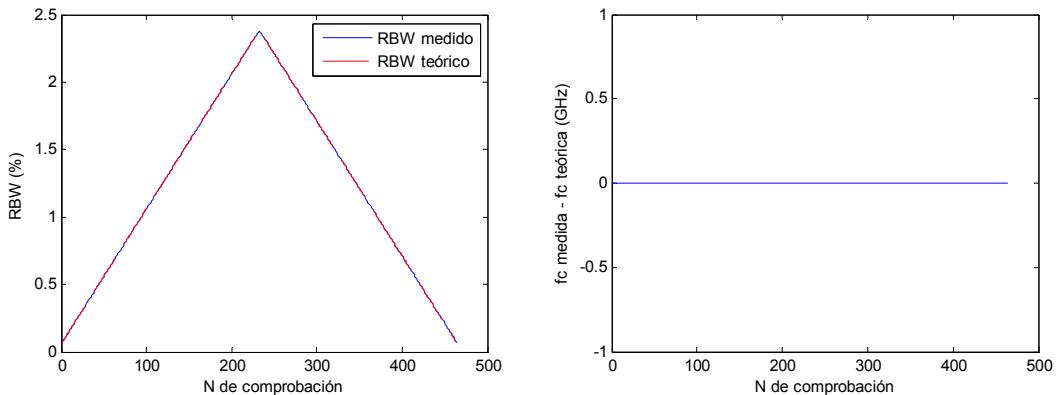
Con estas simulaciones se muestra la perfecta validez del método. En las figuras de la izquierda se ha representado el ancho de banda relativo, tanto el fijado en las especificaciones de diseño, representado en color rojo, como el medido después de hacer una simulación del SCF con los parámetros de diseño proporcionados por el método del *Magic Number*, observándose que en todos los casos los resultados coinciden. En las figuras de la derecha se ha representado la diferencia entre la frecuencia central definida por las especificaciones y la frecuencia central medida en el filtro obtenido con el método de diseño aquí presentado. En estas gráficas se observa que el resultado es prácticamente 0, hecho que demuestra que el método aquí presentado es capaz de fijar tanto el ancho de banda como la frecuencia central del filtro formado una sección básica SCF.

### **3.3. Estudio de un SCF mediante análisis de circuitos**

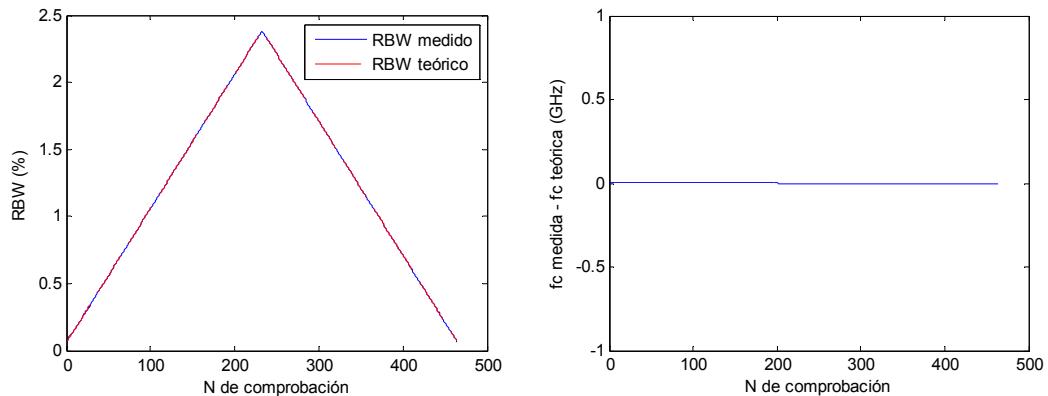
A lo largo de esta sección se va a proceder con la realización de un análisis circuital exhaustivo del modelo de la sección básica SCF obtenido en el capítulo 2 con el objetivo de encontrar un método de diseño basado en expresiones cerradas y compactas. El método aquí presentado se caracteriza por poder controlar tanto el ancho de banda relativo como la frecuencia central, y por no ser un método empírico, puesto que es demostrado mediante un desarrollo matemático.

El objetivo del método aquí presentado es tener unas expresiones que basándose en las especificaciones del ancho de banda relativo  $RBW$  y la frecuencia central del filtro  $f_0$ , proporcionen los parámetros de diseño de los dos resonadores idénticos que forman el SCF  $f_a$  y  $C_0$ . Para conseguir este objetivo primero se plantea la expresión de la impedancia de entrada de la sección básica SCF cargada con  $Z_0$ , teniendo presente que a la frecuencia central dicha impedancia de entrada ha de valer  $Z_0$ . A continuación se plantea la expresión del coeficiente de reflexión de la estructura, teniendo presente

$f_0 = 2 \text{ GHz}$



$f_0 = 3.75 \text{ GHz}$



$f_0 = 5 \text{ GHz}$

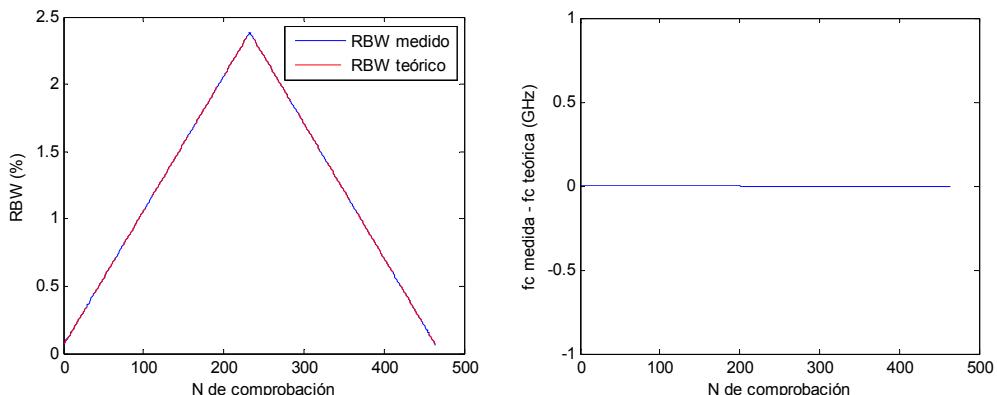


Figura 3-12. Simulaciones para la validación del método de diseño del Magic Value. En las gráficas de la izquierda, de color rojo se ha representado el ancho de banda de las especificaciones, mientras que de color azul se ha representado el ancho de banda medido en los resultados de las simulaciones. En las figuras de la derecha se ha representado la diferencia entre la frecuencia central de las especificaciones y la medida en las simulaciones. Cabe destacar que para cada una de las tres frecuencias centrales utilizadas, se han realizado unas 480 comprobaciones.

que a la frecuencia de corte éste ha de valer  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ . Por tanto, tal como se mostrará a continuación, utilizando estas dos condiciones se realiza la deducción de unas ecuaciones de diseño a fin de poder obtener  $f_a$  y  $C_0$  de los dos resonadores que forman el SCF.

Una vez presentada la metodología utilizada para encontrar este método de diseño, a continuación se analizará este proceso de forma detallada. Tal como se ha comentado en el párrafo anterior, en primer lugar se busca una expresión para la frecuencia central realizando un análisis de la impedancia de entrada de la sección básica SCF. La impedancia de entrada para un SCF viene determinada por la siguiente expresión, que se corresponde con la impedancia de entrada de la estructura mostrada en la figura 2-12 cargada con  $Z_0$ .

$$Z_{in} = \frac{\left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{\frac{1}{j\omega C_0} Z_0}{\frac{1}{j\omega C_0} + Z_0} \right) \frac{1}{j\omega C_0}}{\left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{\frac{1}{j\omega C_0} Z_0}{\frac{1}{j\omega C_0} + Z_0} \right) + \frac{1}{j\omega C_0}} \quad (3.27)$$

Hay que tener presente que a fin de simplificar la notación y reducir así la longitud de las expresiones obtenidas, se han hecho los siguientes cambios de notación  $L=L_{baw}$  y  $C=C_{baw}$ .

A la frecuencia central del filtro, a fin de tener máxima adaptación se requiere que la impedancia de entrada del SCF tenga parte imaginaria nula y parte real igual a  $Z_{in} = Z_0 = 50 \Omega$ . Aplicando estas restricciones a (3.27) y haciendo la resolución de esta ecuación tal como se muestra en el anexo D, es posible llegar a la siguiente solución en la que se observa que se ha obtenido una expresión que proporciona la frecuencia central  $f_0$  en función de los parámetros  $C_0$  y  $\omega_a$ .

$$\begin{aligned} \omega_0 &= \frac{\omega_a}{C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{2\xi\chi} \left( \sqrt{E + \sqrt{E^2 + F}} \right)} \\ E &= C_0^2 Z_0^2 (1 + 2\chi) - \frac{\xi\chi}{\omega_a^2} \\ F &= 4C_0^2 \frac{\chi\xi}{\omega_a^2} Z_0^2 \\ \chi &= \frac{4}{\pi Y - 8} \\ \xi &= \frac{\pi Y}{4} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Una vez obtenida esta primera ecuación, se requiere una segunda ecuación puesto que en este proceso de diseño existen dos incógnitas que recordemos que son la capacidad  $C_0$  y la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  de los dos resonadores idénticos que forman el SCF, y por tanto para que el sistema tenga una solución determinada se requieren dos ecuaciones linealmente independientes. En concreto esta segunda ecuación proviene de la condición de fijar el ancho de banda del filtro, o lo que es lo

mismo, la frecuencia de corte de éste. Se requiere una ecuación que relacione la frecuencia de corte con la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la capacidad  $C_0$ . Para poder encontrar esta ecuación, el primer paso a realizar es encontrar la expresión del coeficiente de reflexión de la sección básica SCF que viene determinado por

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{\left( \frac{j(C_0\omega Z_0 + C\omega Z_0 - C_0CL\omega^3 Z_0) - CL\omega^2 + 1}{j(C_0\omega + C\omega - C_0CL\omega^3) - C_0^2\omega^2 Z_0 - 2C_0C\omega^2 Z_0 + C_0^2CL\omega^4 Z_0} \right) - Z_0}{\left( \frac{j(C_0\omega Z_0 + C\omega Z_0 - C_0CL\omega^3 Z_0) - CL\omega^2 + 1}{j(C_0\omega + C\omega - C_0CL\omega^3) - C_0^2\omega^2 Z_0 - 2C_0C\omega^2 Z_0 + C_0^2CL\omega^4 Z_0} \right) + Z_0} \quad (3.29)$$

Aplicando la condición de que a la frecuencia de corte  $f_1$  el módulo al cuadrado del coeficiente de reflexión ha de ser igual a  $K^2$ , donde en general  $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$ , y siguiendo los pasos mostrados en la segunda parte del anexo D, puede encontrarse la siguiente ecuación

$$\begin{aligned} C_0 &= \left| \frac{\sqrt{(A \pm 2\sqrt{B'})}}{C} \right| \\ A &= F' - 2K^2\chi^2\omega_a^4 \\ B' &= (K\omega_a^2\chi)^2 (K^2\chi^2\omega_a^4 - F') \\ C &= Z_0\omega_1\sqrt{(K^2 - 1)}(\omega_a^2 + 2\omega_a^2\chi - \omega_1^2\xi\chi) \\ F' &= (K^2 - 1)(-(1 + 2\chi)\omega_a^4 + 2\xi\chi\omega_1^2(\chi + 1)\omega_a^2 - \omega_1^4\xi^2\chi^2) \end{aligned} \quad (3.30)$$

donde  $\xi$  y  $\chi$  se corresponden con las definidas en (3.28). De esta expresión cabe destacar el hecho de que el valor de  $C_0$  presenta dos posibles soluciones, que coincide con las observadas en la figura 3-2 donde ya se veía que para un mismo ancho de banda existían dos posibles soluciones diferentes dependiendo de si la frecuencia central del filtro se acercaba a la frecuencia de resonancia o a la frecuencia de antiresonancia.

Con (3.28) y (3.30) ya se dispone de toda la información necesaria para poder realizar el diseño del filtro. Ahora lo único que hay que hacer es resolver este sistema de ecuaciones. Resolver este sistema de forma analítica no resulta práctico debido a la elevada complejidad de las expresiones resultantes, recomendándose realizar su resolución mediante métodos numéricos. A continuación se muestran un par de ejemplos de posibles formas de resolverlo.

Una primera opción consiste en utilizar un algoritmo fácilmente programable con cualquier lenguaje de programación como el mostrado en la figura 3-13 que permite realizar la resolución del sistema de forma totalmente automática. Otra opción es utilizar un método gráfico. Anteriormente partiendo de la condición de que a la frecuencia de corte el módulo del coeficiente de reflexión tenía un valor igual a  $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$  ya se ha encontrado una expresión que proporcionaba el valor de  $C_0$  en

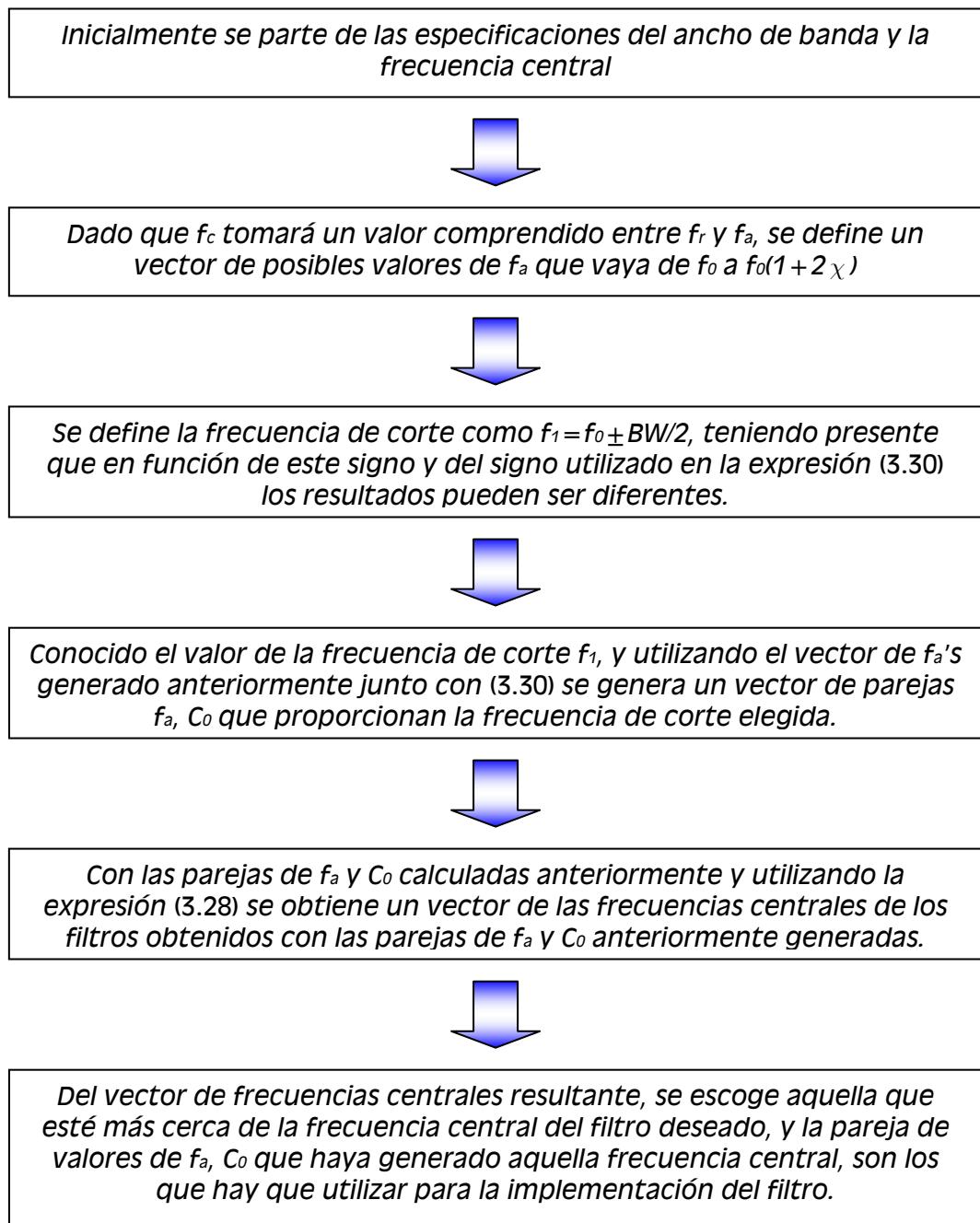


Figura 3-13. Diagrama de flujo del proceso a seguir para realizar el diseño de un SCF.

función de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la frecuencia de corte  $f_1$ . Ahora lo que se hará será partiendo de la condición de que a la frecuencia central la impedancia de entrada de la sección básica SCF ha de ser igual a  $Z_0$ , buscar una expresión que proporcione el valor de la capacidad  $C_0$  en función de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la frecuencia central  $f_0$ , de forma que para resolver el sistema sólo se tendrán que igualar estas dos expresiones.

Aislando  $C_0$  de (3.28) se obtiene

$$C_0 = \left| \frac{1}{\omega_0 Z_0} \sqrt{\frac{(\xi\chi\omega_0^2 - \omega_a^2)}{\omega_a^2 + 2\chi\omega_a^2 - \xi\chi\omega_0^2}} \right| \quad (3.31)$$

Para encontrar la solución sólo hay que igualar la expresión (3.30) con la expresión (3.31), de forma que la ecuación resultante es

$$\left| \frac{1}{\omega_c Z_0} \sqrt{\frac{(\xi\chi\omega_c^2 - \omega_a^2)}{\omega_a^2 + 2\chi\omega_a^2 - \xi\chi\omega_c^2}} \right| = \left| \frac{\sqrt{(A \pm 2\sqrt{B})}}{C} \right| \quad (3.32)$$

Esta ecuación ya puede resolverse fácilmente de forma gráfica, puesto que lo único que hay que hacer es representar gráficamente los dos términos de la igualdad en función de la frecuencia de antiresonancia, y mirar en qué punto se produce el cruce entre ellas. Con las coordenadas de este cruce, se obtiene directamente el valor de la capacidad  $C_0$  y el de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  de los dos resonadores idénticos que forman el SCF.

Por ejemplo en la figura 3-14 se muestra este proceso aplicado en el diseño de un filtro centrado a 2 GHz con un ancho de banda de 20 MHz. Se observa que el valor de la capacidad  $C_0$  ha de ser de unos 7 pF y el valor de la frecuencia de antiresonancia de 2.002 GHz. Al seleccionar el signo del término de la derecha de la ecuación (3.32), se ha escogido a fin de obtener un valor de capacidad grande, de 7 pF que es un valor fácilmente implementable. Estos valores también pueden comprobarse con el método de diseño basado en el algoritmo programable mostrado en la figura 3-13, viendo que los resultados obtenidos con ambos métodos son exactamente los mismos.

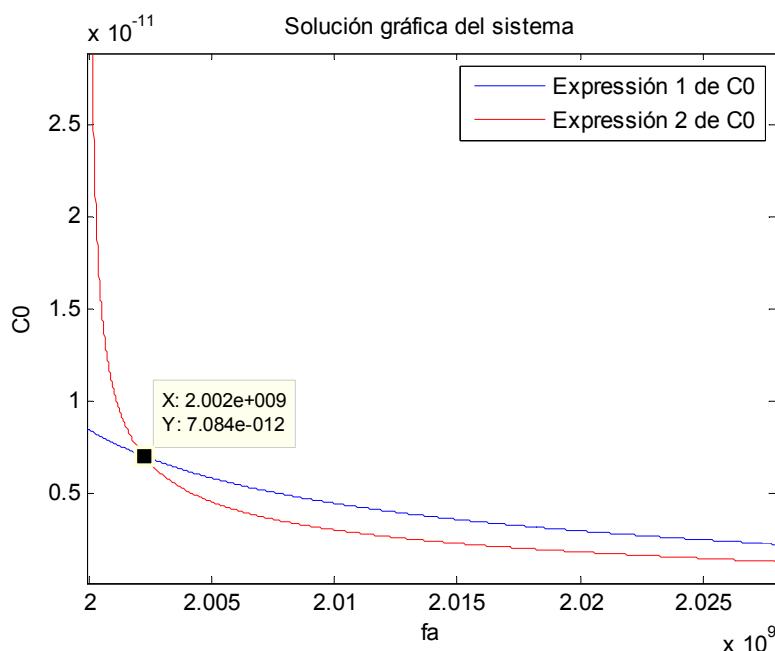


Figura 3-14. Ejemplo de aplicación del gráfico de diseño, aplicado en el diseño de un filtro centrado a 2 GHz con un ancho de banda de 20 MHz.

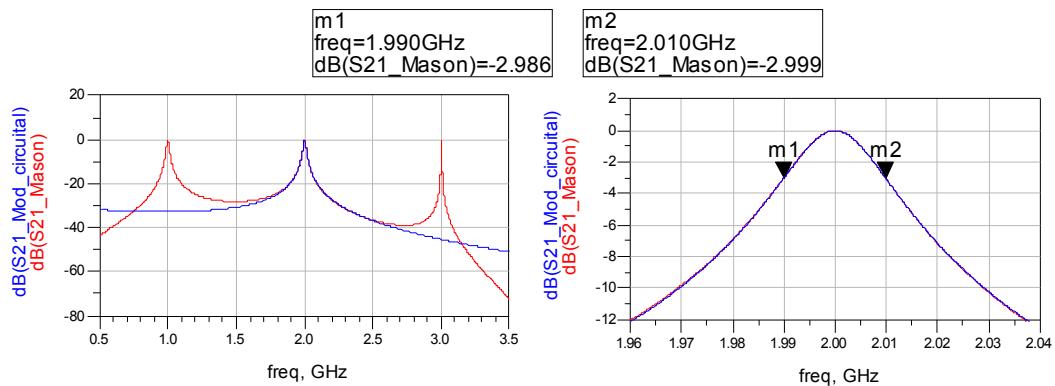


Figura 3-15. Respuesta del filtro diseñado con una frecuencia central de 2 GHz y un ancho de banda de 20 MHz. De color rojo se ha representado el resultado proporcionado por el modelo de Mason, y de color azul el resultado obtenido con el modelo circuital deducido en el capítulo 2.

Para comprobar la validez de todo este proceso de diseño, se ha realizado una simulación de la respuesta del filtro diseñado en el proceso mostrado en la figura 3-14, mostrando los resultados de dicha simulación en la figura 3-15. En esta figura se observa la respuesta de dicho filtro, habiéndose realizado la simulación tanto con el modelo equivalente circuital deducido en este trabajo, como con el modelo de Mason. Tal como era de prever se observa que dentro de la banda de paso del filtro los resultados obtenidos con los dos modelos son los mismos. Además puede comprobarse que el filtro realizado cumple con las especificaciones viendo que está centrado a 2 GHz y tiene un ancho de banda de 20 MHz.

### 3.4. Conclusiones del capítulo

A lo largo del presente capítulo se han presentado diferentes métodos para el diseño de filtros de primer orden basados en la sección básica SCF. Al ser filtros de primer orden no van a proporcionar una elevada selectividad, pero presentan las ventajas de que sus dimensiones son extremadamente pequeñas y al tener pocas pérdidas pueden presentar factores de calidad muy elevados, aunque su selectividad y rechazo fuera de banda no son muy buenos. Por lo tanto si bien en el ámbito de los filtros, para algunas aplicaciones los filtros aquí presentados pueden tener una selectividad insuficiente, para otros ámbitos de aplicación como por ejemplo en la realización de osciladores sintonizables sus prestaciones son buenas.

En este capítulo se han presentado tres métodos de diseño diferentes.

1. El primer método de diseño presentado es un método basado en la teoría de la impedancia imagen. Cabe destacar que este método permite hacer el proceso de diseño de forma muy simple, pero presenta el problema de que con él no puede controlarse el ancho de banda relativo, puesto que éste siempre se corresponde con el máximo que puede ofrecer la sección básica SCF, que para

el caso de utilizar AlN como material piezoelectrónico es aproximadamente del 2.4%.

2. El segundo método presentado es un método empírico. Este tiene la principal ventaja de que permite realizar el diseño para cualquier ancho de banda y frecuencia central realizando cálculos simples. Su principal inconveniente radica en el hecho de que para poder hacer diseños de filtros con este método se requiere la gráfica que relaciona el *Magic Value* con el ancho de banda relativo, gráfica que depende del material piezoelectrónico utilizado.
3. Por último se ha presentado un tercer método que proporciona unas expresiones cerradas para la realización del proceso de diseño. La ventaja de este método es que se dispone de unas expresiones cerradas demostradas analíticamente para hacer el diseño, con lo que lo único que hay que hacer es resolver el sistema de ecuaciones presentado. Su principal inconveniente es que dichas expresiones son de elevada complejidad.

En general los métodos aquí presentados permiten tener un buen control sobre la frecuencia central y el ancho de banda de los filtros diseñados, pero en ningún momento se introducen restricciones por lo que se refiere a la forma de la respuesta del filtro puesto que no se dispone de este grado de control. Además se ha observado que el ancho de banda relativo máximo que permiten obtener estos métodos viene limitado por el ancho de banda relativo máximo que proporciona la sección básica SCF. En el siguiente capítulo se verá como realizando el diseño con el método de las pérdidas de inserción, es posible controlar la forma de la respuesta del filtro, y además añadiendo elementos adicionales a las estructuras aquí presentadas, puede superarse el límite del ancho de banda relativo impuesto por el SCF.

Además en este capítulo siempre se ha trabajado con la sección básica SCF, cuya respuesta se caracteriza por tener un solo polo, viendo que los métodos aquí presentados no son fácilmente generalizables para el caso de tener varias secciones básicas en cascada a fin de realizar filtros de orden mayor. En cambio, tal como se verá en el capítulo siguiente, utilizando el método de las pérdidas de inserción y añadiendo elementos adicionales entre las secciones básicas SCF, si que es posible generalizar el proceso de diseño de forma fácil para filtros de orden mayor.



---

## CAPÍTULO 4.

# DISEÑO DE FILTROS SCF MEDIANTE EL MÉTODO DE LAS PÉRDIDAS DE INSERCIÓN

---

En el capítulo anterior se han presentado algunas técnicas de diseño de estructuras basadas en la sección básica SCF, caracterizada por tener un solo polo. En concreto se ha presentado un par de métodos basados en la teoría de la impedancia imagen y luego otro derivado de un estudio detallado del circuito equivalente de un SCF mediante técnicas de análisis de circuitos. En este capítulo se va a realizar el estudio del diseño de filtros basados en SCF utilizando el método de diseño de las pérdidas de inserción. El proceso de diseño aquí presentado proviene del desarrollo de la teoría del diseño de filtros mediante el método de las pérdidas de inserción mostrada en el capítulo 1, aplicándolo en el ámbito de los SCF.

En general en este capítulo se pretenderá adaptar el modelo circuital de los filtros de Chebyshev y Butterworth al modelo obtenido del SCF, de forma que sea posible implementar estos filtros mediante estructura de resonadores BAW SCF. Además se verá que en algunos casos los SCF no son suficientes con lo que hay que añadir elementos adicionales, que si bien es cierto que pueden degradar las prestaciones ofrecidas por los resonadores BAW, también es cierto que proporcionan la flexibilidad necesaria para poder realizar los diseños correctamente.

En primer lugar se realizará el estudio para la sección básica SCF y a continuación se analizará el caso de orden 2, analizando tanto la opción de poner sólo los dos SCF, como la opción de poner los dos SCF con elementos adicionales entre ellos, viendo las principales ventajas e inconvenientes de cada una de ellas. Por último hay otro apartado en el que se obtiene un método de diseño para filtros de orden 3 implementados mediante 3 secciones básicas SCF, viendo que es necesario añadir

elementos adicionales entre ello. Y Finalmente este método se generaliza para un orden  $N$  cualquiera mayor que 3.

Cabe destacar que al igual que las técnicas presentadas en el capítulo anterior no eran fácilmente extrapolables para filtros de orden mayor, tal como se verá en este capítulo algunas de las técnicas aquí presentadas si que lo son, hecho que permite trabajar fácilmente con filtros de orden 2 o incluso superiores. En general en este proyecto se trabaja con filtros de Chebyshev, pero a pesar de estos las expresiones aquí demostradas son igualmente válidas para filtros de Butterworth, teniendo presente que las únicas diferencias existentes van a ser los valores de los elementos del prototipo paso bajo  $g_i$ .

#### **4.1. Diseño de la sección básica SCF mediante el método de las pérdidas de inserción**

Para realizar este estudio se utiliza como punto de partida el modelo equivalente de un filtro paso banda basado en inversores de immitancia mostrado en la figura 1-20. La gran ventaja que presenta esta estructura es que proporciona una gran flexibilidad debido a que permite independizar la respuesta del filtro de los valores de los elementos que forman los resonadores, siempre y cuando se ajusten correctamente los valores de dichos inversores de impedancia o admitancia según corresponda.

En este apartado se estudiará el caso de orden 1 debido a que la sección básica SCF tiene una respuesta de transmisión con un solo polo. Además comparando las estructuras mostradas en la figura 1-20 con el modelo equivalente del SCF mostrado en la figura 2-12, se observa que lo más conveniente es trabajar con inversores de impedancia en lugar de con inversores de admitancia dado que el SCF proporciona de forma implícita un resonador LC serie en lugar de un resonador LC paralelo.

La figura 4-1 muestra la estructura de un filtro paso banda de orden 1 con inversores de impedancia. Las relaciones que han de cumplir los diferentes elementos de esta estructura a fin de que ésta se comporte como el filtro deseado son

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{Z_0 RBW \omega_0 L_{S1}}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad (4.1)$$

$$K_{1,2} = \sqrt{\frac{Z_2 RBW \omega_0 L_{S1}}{\Omega_c g_1 g_2}} \quad (4.2)$$

$$C_{S1} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{S1}} \quad (4.3)$$

donde  $RBW$  es el ancho de banda relativo,  $\omega_0$  es la frecuencia central del filtro,  $g_0$ ,  $g_1$  y  $g_2$  son los elementos del prototipo paso bajo,  $\Omega_c$  es la frecuencia de corte normalizada,  $Z_0$  es la impedancia de fuente y  $Z_2$  es la impedancia de carga.

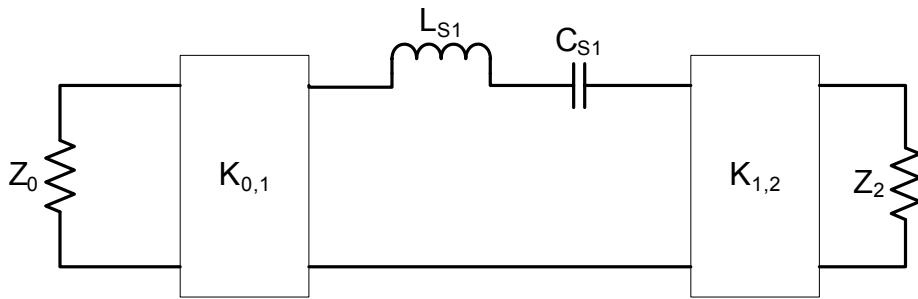


Figura 4-1. Esquema circuital de un filtro paso banda de orden 1 implementado con inversores de impedancia.

En los filtros de orden 1 normalmente se cumple que  $g_0 = g_2 = 1$ . Además en general se desea que el filtro esté adaptado a  $Z_0$ , de forma que se escoge  $Z_2 = Z_0$ , aunque en algunas aplicaciones podría ser interesante modificar esta relación. Por último también es importante tener presente que normalmente la frecuencia de corte del prototipo paso bajo es unitaria, es decir  $\Omega_c = 1$  rad/s. Teniendo presente todas estas condiciones, se observa que los dos inversores de impedancia que forman el filtro son iguales y de valor

$$K_{0,1} = K_{1,2} = \sqrt{\frac{Z_0 R B W \omega_0 L_{S1}}{g_1}} \quad (4.4)$$

Tal como se muestra en la figura 1-19, una de las posibles formas de implementar los inversores de impedancia es mediante una estructura en T de condensadores. Haciendo este cambio en el esquema de la figura 4-1 se obtiene el modelo circuital mostrado en la figura 4-2 donde

$$C = \frac{1}{\omega_0 K_{0,1}} \quad (4.5)$$

Una vez encontrado este modelo, hay que compararlo con el modelo equivalente del SCF mostrado en la figura 2-12 e intentar buscar equivalencias entre ellos. Se puede observar que agrupando las capacidades que aparecen marcadas con cuadros amarillos en la figura 4-2, la estructura se parece a la del modelo equivalente del SCF. La única parte que no puede implementarse con el SCF son las dos capacidades

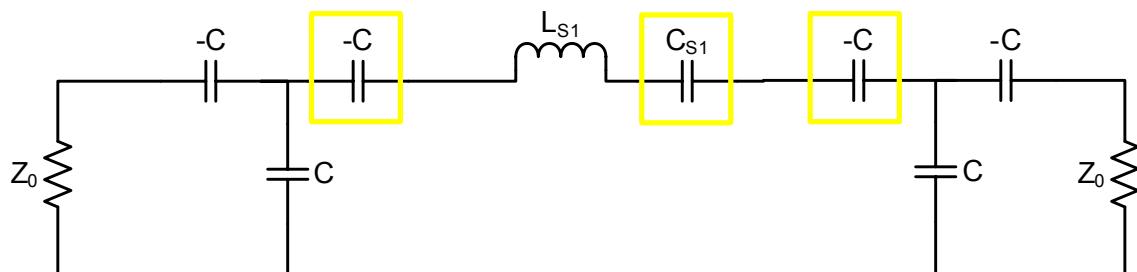


Figura 4-2. Esquema circuital de un filtro de orden 1 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores.

negativas de los extremos. Para solucionar este problema, tal como se mostrará en los siguientes apartados, se plantean dos posibles soluciones teniendo presente que habrá que usar una o otra en función de los requerimientos del diseño.

#### 4.1.1. Opción 1: Eliminar las capacidades negativas de los extremos.

La primera opción que se plantea es simplemente eliminar las dos capacidades de valor  $-C$  de los extremos de forma que la estructura resultante es la mostrada en la figura 4-3. Tal como se demuestra en la segunda parte del apéndice E, esta aproximación sólo será válida cuando el valor de la  $K$  de los inversores de impedancia necesarios sea pequeña, en general cuando se cumpla que  $K < 1$ .

Para realizar el diseño, lo único que hay que hacer es buscar equivalencias entre el circuito equivalente mostrado en la figura 4-3 y el modelo circuital equivalente del SCF mostrado en la figura 2-12. Se observa que en ambos esquemas sólo aparece una única inductancia, por lo tanto la primera condición que debe cumplirse es que el valor de dicha inductancia sea igual en los dos esquemas.

$$L_{S1} = L_{baw} = \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0} \quad (4.6)$$

Teniendo presente la restricción impuesta por (4.6), utilizando la expresión (4.4) se puede deducir que el valor del los inversores de impedancia es

$$K_{0,1} = K_{1,2} = K = \sqrt{\frac{Z_0 RBW \omega_0}{g_1} \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0}} \quad (4.7)$$

Comparando la figura 2-12 y la figura 4-3 también se observa claramente que se ha de cumplir que  $C = C_0$ . Además tal como se ha mostrado anteriormente  $C$  está directamente relacionado con el valor  $K$  del inversor, de forma que  $C_0$  viene determinada por

$$C_0 = \frac{1}{\omega_0 K} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{g_1 4\omega_a^2 C_0}{Z_0 RBW \omega_0 Y\pi}} \quad (4.8)$$

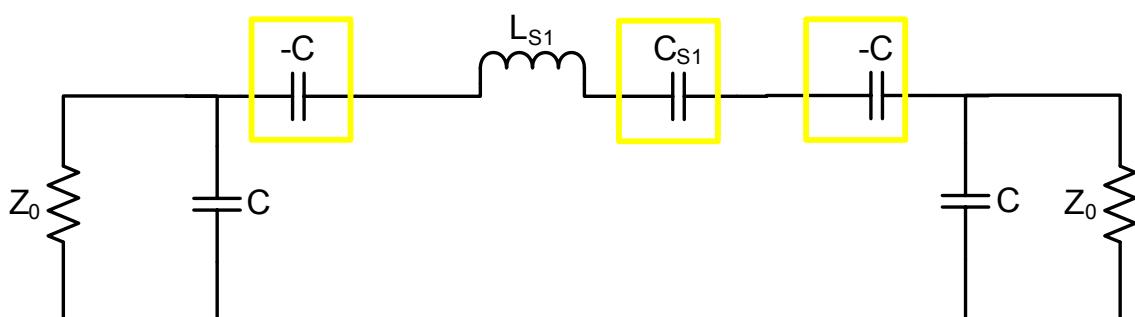


Figura 4-3. Esquema circuital de un filtro paso banda de orden 1 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores y habiendo despreciado las dos capacidades negativas de los extremos.

Conocida la expresión que determinará el valor de  $C_0$ , sólo falta obtener el valor de la frecuencia de antiresonancia. De nuevo, por similitud entre las estructuras mostradas en la figura 2-12 y la figura 4-3, la capacidad resultante de las tres capacidades conectadas en serie marcadas de color amarillo en la figura 4-3 debe corresponderse con la capacidad de la sección básica SCF, es decir, definiendo  $C' = C_{s1} // -C // -C$ <sup>1</sup>, se ha de cumplir  $C' = C_{baw}$ . Según (4.3), el valor de  $C_{s1}$  viene determinado por

$$C_{s1} = \frac{4\omega_a^2 C_0}{\omega_0^2 Y \pi} \quad (4.9)$$

de forma que utilizando (4.9) y teniendo presente que  $C = C_0$ , se deduce que el valor de  $C'$  será

$$C' = \frac{4\omega_a^2 C_0}{\omega_0^2 \cdot \pi - 8\omega_a^2} \quad (4.10)$$

Tal como se ha comentado anteriormente, se ha de cumplir la condición de que  $C' = C_{baw}$ . Según (2.28) y (4.10), esta condición se traduce en que debe cumplirse la siguiente ecuación

$$\frac{4\omega_a^2 C_0}{\omega_0^2 Y \pi - 8\omega_a^2} = \frac{4C_0}{Y \pi - 8} \quad (4.11)$$

Resolviendo esta ecuación para encontrar el valor de  $\omega_a$ , se demuestra que la frecuencia de antiresonancia de los resonadores que forman la sección básica SCF ha de coincidir con la frecuencia central de operación del filtro, es decir,  $f_a = f_0$ . Llegados a este punto ya se ha finalizado el proceso de obtención del método de diseño. En resumen, para realizar el diseño de un filtro con este método en primer lugar hay que tener presente que el valor de la frecuencia de antiresonancia viene determinado por la siguiente expresión

$$\omega_a = \omega_c \quad (4.12)$$

Cumpliendo esta condición, utilizando (4.8) se demuestra que el valor de la capacidad  $C_0$  que ha de utilizarse para la implementación de dicho filtro es

$$C_0 = \frac{4g_1}{Z_0 RBW \omega_0 Y \pi} \quad (4.13)$$

Y con estas dos expresiones que relacionan los parámetros de entrada del diseño que son los elementos del prototipo paso bajo  $g_i$ , el ancho de banda relativo  $RBW$  y la frecuencia central  $f_0$ , con los parámetros de salida que son la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la capacidad  $C_0$ , ya puede realizarse el diseño de filtros de Chebyshev de primer orden mediante una sección básica SCF.

---

<sup>1</sup> La doble barra “//” se utiliza para indicar el paralelo de dos elementos, de forma que  $C_T = C_1 // C_2$  indica que el valor de  $C_T$  es  $C_T = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

No obstante, el método de diseño aquí presentado sólo es válido para valores de  $K$  pequeños, por lo tanto resulta interesante ver cual es la expresión que determina el valor de la  $K$  de los inversores de impedancia. Con (4.9) y (4.13) se observa que el valor de  $K$  es

$$K = \frac{Z_0 RBW \pi Y}{4g_1} \quad (4.14)$$

(4.14) muestra que el valor de  $K$  es directamente proporcional al ancho de banda del filtro implementado. Teniendo presente que anteriormente se ha comentado que  $K$  tenía que ser lo más pequeño posible para que la aproximación de eliminar las dos capacidades negativas fuera válida, cogiendo como límite  $K_{max} = 1$ , y teniendo presente que el material utilizado para la implementación del SCF es AlN, se obtiene que la aproximación es buena sólo para filtros de banda estrechas con valores de ancho de banda relativo menores del 0.1%.

Para comprobar la validez del método aquí presentado, en la figura 4-4 aparecen unas gráficas en las que se muestra la respuesta obtenida para diferentes filtros diseñados con este método, junto con la respuesta teórica del filtro de Chebyshev. Tres de ellos se han diseñado a la frecuencia central de 2 GHz, y los otros tres a la frecuencia de 3 GHz.

En las dos gráficas superiores se observa que independientemente de la frecuencia, para anchos de banda relativos del 0.1% los resultados obtenidos son muy buenos. Esto es debido a que efectivamente para dichos anchos de banda la  $K$  es muy pequeña. Al aumentar el ancho de banda relativo hasta el 0.2% los resultados obtenidos todavía son bastante aceptables, aunque se observa un ligero desplazamiento en frecuencia en la respuesta del filtro. Por último para el caso en que el ancho de banda relativo es del 1%, como que el valor de  $K$  que se obtiene es elevado, en concreto 10.9, se observa que la respuesta del filtro sale desplazada en frecuencia, con lo que en este caso ya no se consideraría un diseño válido. Con estas simulaciones se ha demostrado que este método sólo es válido para filtros con anchos de banda relativos muy pequeños. No obstante hay que ser cuidadosos debido a que al utilizar anchos de banda tan pequeños, el valor de  $C_0$  se va hacia valores extremos con lo que es posible que estos valores sean difíciles de implementar, o para anchos de banda extremadamente pequeños, puede que no sean implementables.

En las simulaciones mostradas en la figura 4-4 se observa que al aumentar el ancho de banda el principal efecto no deseado que aparece es un pequeño desplazamiento en frecuencia en la respuesta del filtro. A fin de intentar solucionar este problema, se ha realizado un proceso de tuning en el proceso de diseño. En concreto se quiere aumentar ligeramente la frecuencia central del filtro, de forma que al hacer el proceso de diseño se utiliza una frecuencia de antiresonancia  $f_a$  ligeramente superior a la frecuencia central fijada por las especificaciones. Por ejemplo, para el caso del filtro centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 1%, después de hacer el proceso de tuning se obtienen los resultados mostrados en la figura 4-5.

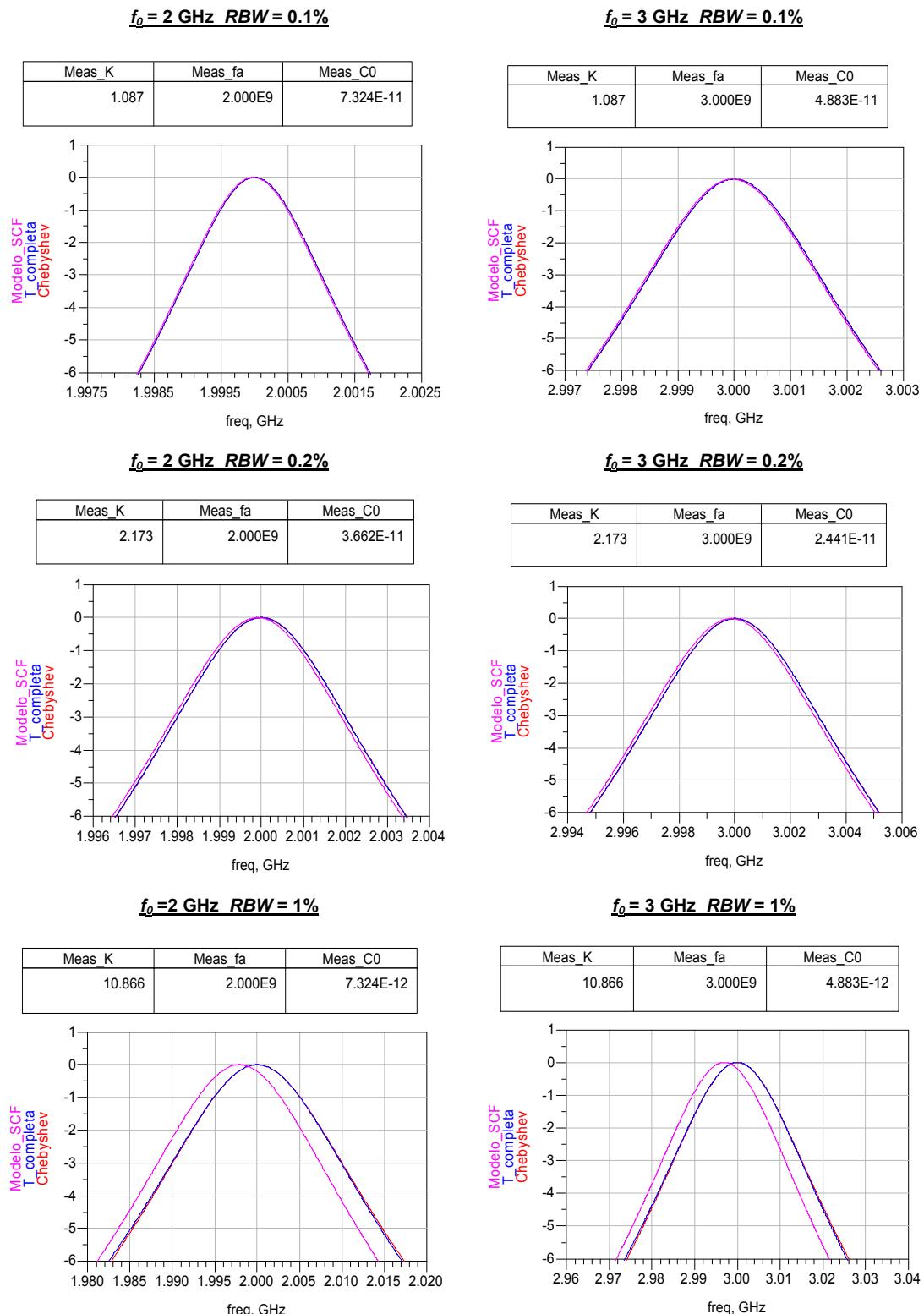


Figura 4-4. Diferentes ejemplos de diseño. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementando los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF.

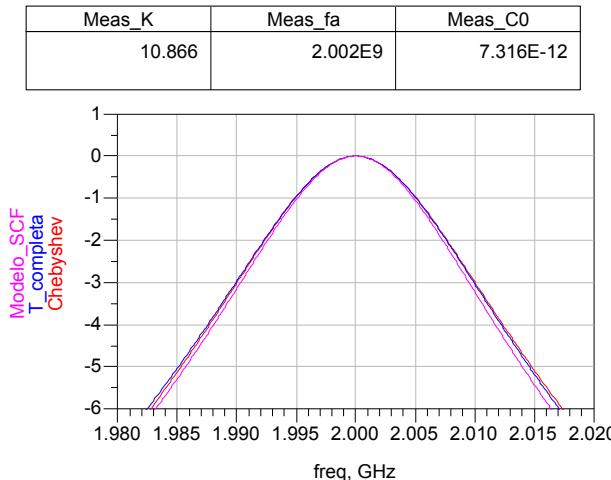


Figura 4-5. Respuesta del filtro de Chebyshev centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 1% después de hacer el proceso de tuning. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementado los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF.

En esta figura se observa que aunque los resultados son perfectamente válidos. Por lo tanto, con la figura 4-4 se ha mostrado que el método de diseño aquí presentado solo es válido para anchos de banda muy pequeños, del orden del 0.2% e inferiores, pero con la figura 4-5 se ha mostrado que si al método presentado se le añade un proceso de tuning, luego es posible realizar filtros con un ancho de banda relativo del 1% y incluso ligeramente superior, teniendo presente que siempre va a existir el límite tecnológico impuesto por la sección básica SCF del ancho de banda relativo máximo del 2.4%.

#### 4.1.2. Opción 2: Sustituir las capacidades negativas de los extremos por inductancias

La solución planteada en la sección anterior consistía en simplemente eliminar las capacidades negativas de los extremos, habiendo visto que esta aproximación sólo era válida para filtros de banda muy estrecha. En esta sección se plantea otra solución que consiste en sustituir dichas capacidades negativas por inductancias tal como se muestra en la figura 4-6.

La expresión de la impedancia de una capacidad negativa es

$$Z = \frac{1}{-j\omega_0 C} \quad (4.15)$$

mientras que la impedancia de una inductancia es

$$Z = j\omega_0 L_e \quad (4.16)$$

Igualando (4.15) con (4.16) se obtiene que el valor de la bobina para que tenga un comportamiento similar al de la capacidad negativa en cuestión ha de ser

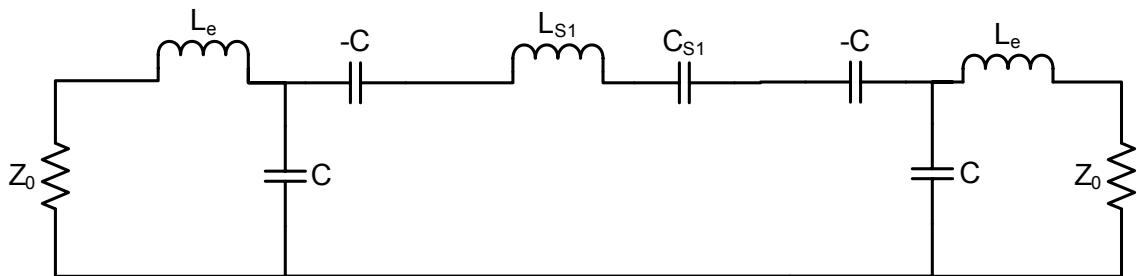


Figura 4-6. Esquema circuital de un filtro de orden 1 habiendo sustituido las capacidades negativas de los extremos por inductancias.

$$L_e = \frac{1}{\omega_0^2 C} \quad (4.17)$$

tenido presente que esta aproximación es un aproximación de banda estrecha.

Se observa que el hecho de introducir las inductancias en los extremos no modifica la parte central del esquema, de forma que para realizar este filtro va a utilizarse exactamente el mismo SCF que en el diseño de la sección anterior y luego se le va a añadir las dos inductancias en los extremos. Por lo tanto las ecuaciones de diseño de la sección básica SCF son exactamente las mismas que las deducidas en el apartado anterior ((4.12) y (4.13)), y para hacer el cálculo de las inductancias de los extremos se utiliza (4.17) teniendo presente que tal como se demostró en la sección anterior  $C=C_0$ .

Otro hecho importante a tener presente es que ahora no está el SCF solo sino que hay el SCF con las dos inductancias en los extremos, y por lo tanto esto se traduce en que el ancho de banda relativo máximo que se puede conseguir no vendrá fijado por la respuesta intrínseca del SCF (2.4% para AIN), sino que gracias a la introducción de estas inductancias se pueden obtener anchos de banda mayores. No obstante también existe una limitación en lo que al ancho de banda máximo se refiere, limitación que viene dada en gran medida por la validez limitada de la aproximación de sustituir las capacidades negativas por inductancias, puesto que ésta es una aproximación en banda estrecha. A medida que se aumenta el ancho de banda estas aproximaciones van perdiendo validez, y por lo tanto la respuesta del filtro va degradándose. Además también existen otros errores como por ejemplo el error introducido debido al hecho de que se ha aproximado el inversor ideal por una T de condensadores puesto que también es una aproximación de banda estrecha como la comentada anteriormente de la inductancia.

Tal como se muestra en la figura 4-7, en este caso, puede considerarse que los resultados obtenidos son aceptables para valores de  $K$  de hasta  $K = 50$  aproximadamente. En la figura 4-7 se observa que para anchos de banda relativos del 1% y el 3% la respuesta de los filtros obtenidos coincide con la respuesta teórica de Chebyshev, viendo que el error es pequeño y por tanto el diseño puede considerarse válido. En cambio en el caso de utilizar un ancho de banda relativo del 5% con el que

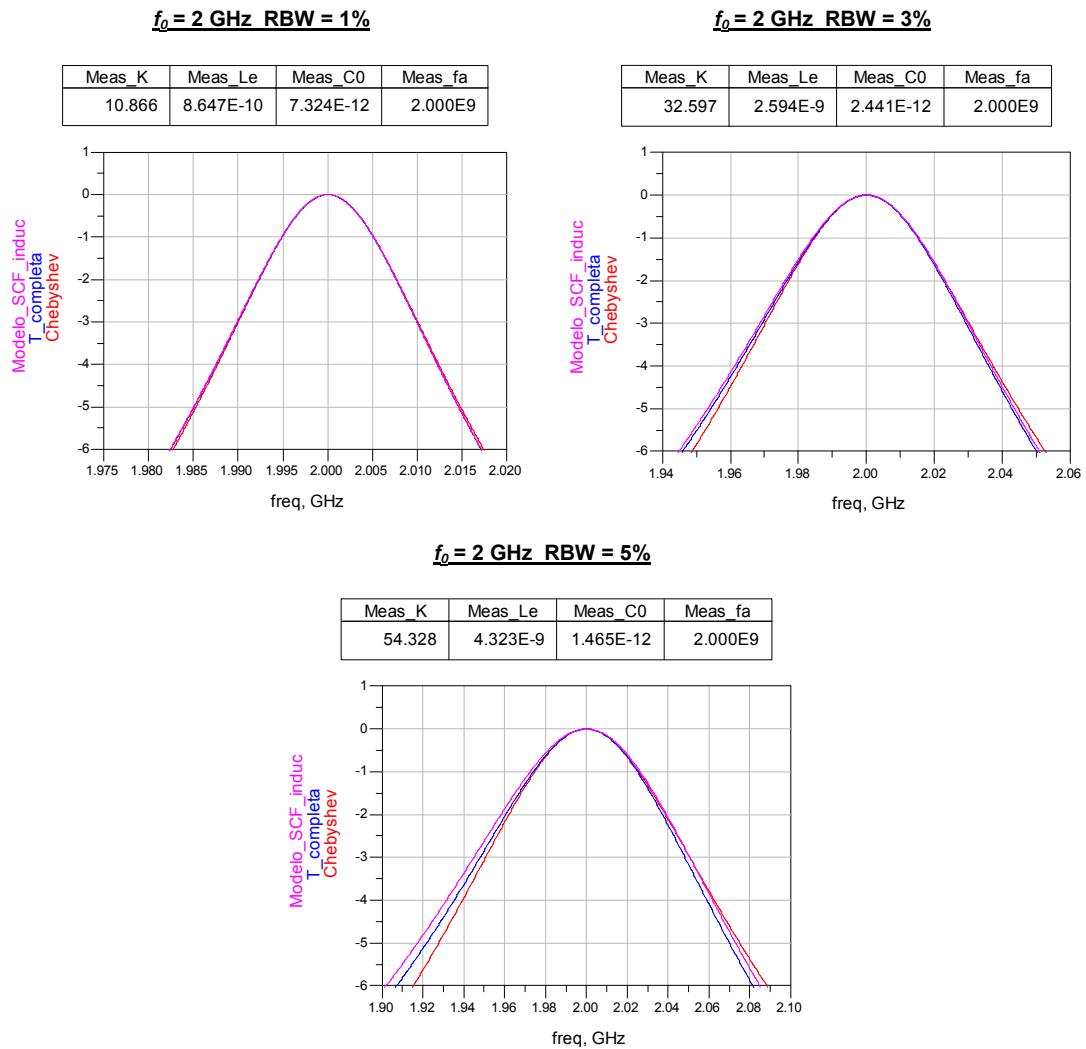


Figura 4-7. Diferentes ejemplos de diseño. De color rojo se ha representado la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro implementado los inversores mediante una T de condensadores, y de color rosa la respuesta del filtro implementado mediante la sección básica SCF y habiendo sustituido las capacidades negativas de los extremos por inductancias.

se obtiene un valor de  $K = 54$ , el error empieza a ser significativo, y por tanto en este caso el diseño podría considerarse que ya no es válido. Así queda demostrado que mediante la introducción de las inductancias en los extremos puede aumentarse fácilmente el ancho de banda máximo implementable, habiendo visto que a parte de presentar un nuevo método de diseño, se ha presentado una técnica para paliar la limitación en ancho de banda introducida por la sección básica SCF.

Llegados a este punto se pensó que el método aquí presentado podía ser útil para el diseño de filtros de orden mayor utilizando varias secciones básicas en cascada a fin de aumentar su rechazo fuera de banda. Esto es lo que se analizará en las siguientes secciones de este capítulo mostrando que a diferencia de los métodos presentados en el capítulo 3, el método aquí presentado para la sección básica SCF si que es fácilmente extrapolable para la realización de filtros de orden mayor.

## 4.2. Diseño de filtros formados por $N$ secciones básicas SCF en cascada

En este apartado se intentará generalizar el método de diseño anteriormente presentado a fin de poderlo utilizar para el caso de tener varias secciones básicas SCF en cascada y así generar filtros de orden mayor. En primer lugar se analizará el caso de  $N=2$  secciones básicas, a continuación se analizará el caso de  $N=3$  y finalmente se presentará un método de diseño generalizado para  $N>3$ .

### 4.2.1. Diseño de filtros formados por $N=2$ secciones básicas SCF conectadas en cascada

En este apartado va a analizarse como puede aplicarse el método de las pérdidas de inserción anteriormente presentado para el caso de querer diseñar filtros de orden dos formados por dos secciones básicas SCF conectadas en cascada. En general se sigue la misma idea que para el caso anterior, pero aquí se presentan dos posibles alternativas al aplicar este método. La primera de ellas se basa en realizar el filtro mediante una estructura formada sólo por dos secciones básicas SCF en cascada sin añadir ningún tipo de elemento adicional entre éstas, teniendo presente que tal como se ha comentado en el apartado anterior, en función del ancho de banda relativo tendrán que añadirse las dos inductancias para simular los efectos de las capacidades negativas de los extremos. Este sistema tiene la ventaja de presentar una mayor facilidad de implementación y la respuesta de los SCF no está degradada por las no idealidades de estos elementos adicionales. El principal problema que presenta esta estructura es que ofrece muy poca flexibilidad, de forma que el rango de anchos de banda relativos realizables es bastante reducido.

Para solucionar este problema, a continuación se presenta la segunda alternativa, que está basada en dos secciones básicas SCF conectadas en cascada para formar un filtro de orden 2, con la diferencia de que ahora se añaden elementos adicionales entre estos dos SCF a fin de obtener la flexibilidad que le faltaba a la estructura de la primera alternativa. El problema que presenta esta segunda opción, es que al añadir nuevos elementos, estos hacen que aumente la complejidad del proceso de fabricación, que se necesite una mayor área para la implementación del filtro, y

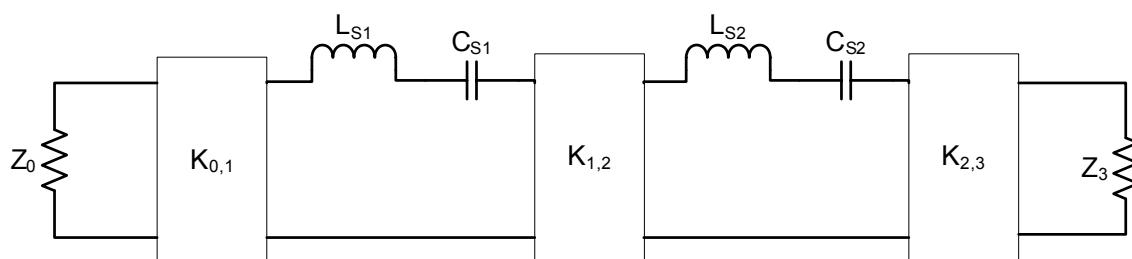


Figura 4-8. Esquema de un filtro paso banda de orden 2 implementado mediante inversores de impedancia.

además dichos elementos pueden introducir una degradación en las prestaciones ofrecidas por el filtro debido por ejemplo, al aumento del nivel de pérdidas.

#### 4.2.1.1. Método de diseño basado en una estructura formada por dos secciones básicas SCF en cascada unidas directamente sin ningún elemento intermedio

La estructura de un filtro de orden 2 implementado mediante inversores de impedancia es la mostrada en la figura 4-8 donde

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{Z_0 RBW \omega_0 L_{S1}}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad (4.18)$$

$$K_{1,2} = \frac{RBW \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{L_{S1} L_{S2}}{g_1 g_2}} \quad (4.19)$$

$$K_{2,3} = \sqrt{\frac{Z_3 RBW \omega_0 L_{S2}}{\Omega_c g_2 g_3}} \quad (4.20)$$

$$C_{Si} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{Si}} \text{ para } i=1,2 \quad (4.21)$$

Cabe destacar que en el puerto de salida no se está realizando una adaptación a  $Z_0$ , sino que se está realizando una adaptación a una impedancia  $Z_3$ , la cual posteriormente tendría que ser adaptada a  $Z_0$  o a la impedancia de carga correspondiente mediante una red de adaptación externa al filtro. Esto se ha hecho para poder ganar un grado de libertad en el proceso de diseño del filtro.

Sustituyendo los inversores de la figura 4-8 por su modelo equivalente basado en una T de condensadores, el resultado obtenido es el mostrado en la figura 4-9 donde

$$C_{i,i+1} = \frac{1}{\omega_0 K_{i,i+1}} \text{ para } i=0,1,2 \quad (4.22)$$

Trabajando con (4.18) - (4.21) y asumiendo  $\Omega_c = 1$  rad/s se obtienen fácilmente las siguientes expresiones para las inductancias del modelo circuital de la figura 4-9

$$L_{S1} = \frac{g_0 g_1 K_{01}^2}{Z_0 RBW \omega_0} \quad (4.23)$$

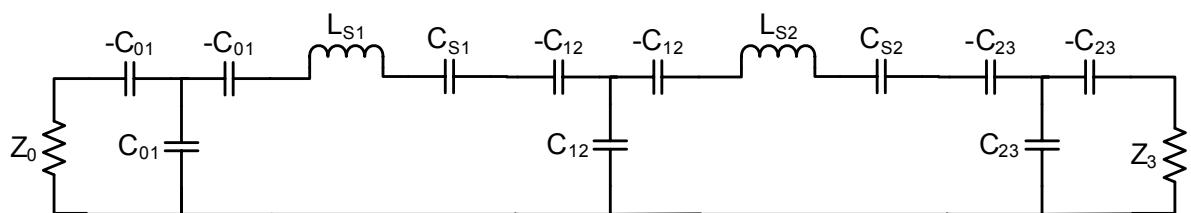


Figura 4-9. Esquema de un filtro paso banda de orden 2 como el mostrados en la figura 4-8 habiendo sustituido los inversores de impedancia por su modelo equivalente en T de condensadores.

$$L_{s2} = \frac{g_2 K_{12}^2 Z_0}{W \omega_0 g_0 K_{01}^2} \quad (4.24)$$

A continuación hay que buscar relaciones entre la estructura del filtro paso banda mostrado en la figura 4-9 y el modelo circuital de dos secciones básicas SCF conectadas en cascada mostrado en la figura 4-10. En primer lugar cabe destacar que se observa la existencia del mismo problema que en el caso anterior, y es que las dos capacidades negativas de los extremos no se van a poder implementar con los SCF. Por lo tanto, de momento dichas capacidades van a despreciarse, teniendo presente que para valores de  $K$  elevados no podrán ser despreciadas y tendrán que ser implementadas mediante inductancias o alguna otra solución similar. Analizando las dos estructuras pueden observarse las siguientes relaciones

$$C_{01\_Fig. 4-9} = C_{01\_Fig. 4-10} \quad (4.25)$$

$$C_{12} = C_{01} + C_{02} \quad (4.26)$$

$$C_{23} = C_{02} \quad (4.27)$$

$$L_{baw1} = L_{s1} \quad (4.28)$$

$$L_{baw2} = L_{s2} \quad (4.29)$$

$$C_{baw1} = C_{s1} // -C_{01} // -C_{12} \quad (4.30)$$

$$C_{baw2} = C_{s2} // -C_{23} // -C_{12} \quad (4.31)$$

Una vez mostradas las similitudes entre las dos topologías, se va a proceder con el cálculo del valor de los parámetros de diseño. Tal como muestra la figura 4-10 la estructura resultante va a estar formada por dos secciones básicas SCF diferentes, por tanto los parámetros de diseño son  $C_{01}$  y  $f_{a1}$  que representan la capacidad entre electrodos y la frecuencia de antiresonancia de los dos resonadores idénticos que forman la primera sección básica SCF,  $C_{02}$  y  $f_{a2}$  que representan la capacidad entre electrodos y la frecuencia de antiresonancia de los dos resonadores idénticos que

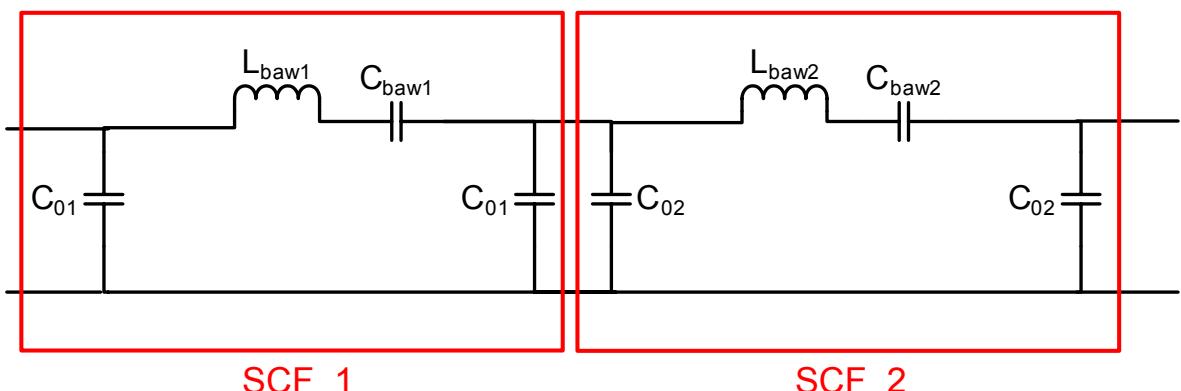


Figura 4-10. Modelo circuital equivalente de dos secciones básicas SCF conectadas en cascada.

forman la segunda sección básica SCF, y además tal como se observa en la figura 4-9 también hay que determinar el valor de  $Z_3$ . El objetivo es determinar estos parámetros a fin de que el filtro implementado con estos SCF se comporte igual que un filtro de Chebyshev de orden dos, teniendo presente que este método también es válido para filtros de Butterworth. Utilizando (4.21) y (4.23) se muestra que el valor de  $C_{s1}$  viene determinado por

$$C_{s1} = \frac{Z_0\omega_0 RBW}{g_0g_1} C_{01}^2 \quad (4.32)$$

y de igual forma puede encontrarse el valor de  $C_{s2}$ , determinado por

$$C_{s2} = \frac{RBWg_0}{g_2\omega_0 Z_0} \frac{C_{12}^2}{C_{01}^2} \quad (4.33)$$

A fin de simplificar un poco la notación, resulta muy útil definirse las siguientes variables

$$\gamma = \frac{Z_0\omega_0 RBW}{g_0g_1} \quad (4.34)$$

$$\eta = \frac{RBWg_0}{g_2\omega_0 Z_0} \quad (4.35)$$

Utilizando estas dos definiciones, las expresiones (4.32) y (4.33) pueden reescribirse como

$$C_{s1} = \gamma C_{01}^2 \quad (4.36)$$

$$C_{s2} = \eta \frac{C_{12}^2}{C_{01}^2} \quad (4.37)$$

Utilizando las expresiones (4.30),(4.31),(4.36) y (4.37), los parámetros  $C_{baw1}$  y  $C_{baw2}$  pueden escribirse como

$$C_{baw1} = \frac{-C_{01}^2 \gamma C_{12}}{C_{01}\gamma C_{12} - C_{12} + \gamma C_{01}^2} \quad (4.38)$$

$$C_{baw2} = \frac{C_{12}^2 \eta C_{23}}{-C_{12}\eta C_{23} + C_{01}^2 C_{23} - \eta C_{12}^2} \quad (4.39)$$

Además según (2.28) se cumple que

$$C_{baw1} = \chi C_{01} \quad (4.40)$$

$$C_{baw2} = \chi C_{02} \quad (4.41)$$

donde recordemos que

$$\chi = \frac{4}{\pi Y - 8} \quad (4.42)$$

Con (4.38) - (4.41), y teniendo en cuenta las equivalencias mostradas en (4.26) y (4.27), se observa que se está ante un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas

( $C_{01}$  y  $C_{02}$ ). Al resolver este sistema hay que ser cuidadosos puesto que las expresiones resultantes pueden llegar a ser de elevada complejidad. Por lo tanto al resolverlo se han ido siguiendo los pasos que se han creído convenientes a fin de intentar obtener unas expresiones finales lo más simple y reducidas posibles.

En primer lugar se obtiene una expresión para el valor de  $C_{02}$ .

$$C_{02} = -C_{01} \frac{C_{01}\gamma + 2\chi C_{01}\gamma - \chi}{C_{01}\gamma + \chi C_{01}\gamma - \chi} \quad (4.43)$$

Cogiendo este valor de  $C_{02}$ , introduciéndolo en (4.38), y utilizando (4.26) y (4.40) puede resolverse la ecuación resultante y determinar el valor de la capacidad  $C_{01}$ .

$$C_{01} = \frac{\chi}{2\gamma(1 + 3\chi + 2\chi^2)} \left\{ \begin{array}{l} -3\chi\gamma\eta - 2\eta\gamma + 3\chi + 2 \pm \dots \\ \dots \pm \sqrt{(9\chi^2\gamma^2\eta^2 + 12\chi\gamma^2\eta^2 - 10\chi^2\gamma\eta - 12\chi\gamma\eta + 4\eta^2\gamma^2 - 4\eta\gamma + \chi^2)} \end{array} \right\} \quad (4.44)$$

Una vez determinados los valores de  $C_{01}$  y  $C_{02}$ , sólo falta determinar los valores de  $\omega_{a1}$ ,  $\omega_{a2}$  y  $Z_3$ . En primer lugar se va a buscar el valor de la impedancia  $Z_3$ . El valor de este parámetro puede encontrarse utilizando (4.20), (4.21), (4.22), (4.26) y (4.37).

$$Z_3 = \frac{g_2 g_3 \eta}{\omega_0 R B W} \frac{(C_{01} + C_{02})^2}{C_{01}^2 C_{02}^2} \quad (4.45)$$

Conocida  $Z_3$ , sólo falta determinar las dos frecuencias de antiresonancia. Para obtener estos dos valores hay que aplicar la condición de que las inductancias del esquema mostrado en la figura 4-9 y las del esquema mostrado en la figura 4-10 han de ser iguales, es decir,  $L_{s1}=L_{baw1}$  y  $L_{s2}=L_{baw2}$ . De la primera de ellas, usando (2.28) y (4.23), se deduce la siguiente ecuación

$$\frac{K_{01}^2 g_0 g_1}{Z_0 R B W \omega_0} = \frac{\pi \cdot Y}{4 \cdot \omega_{a1}^2 \cdot C_{01}} \quad (4.46)$$

Resolviendo la ecuación anterior se observa que el valor de la frecuencia de antiresonancia de los dos resonadores idénticos que forman la primera sección básica SCF viene determinada por

$$\omega_{a1} = \pm \omega_0 \sqrt{\frac{(Y\pi C_{01} Z_0 R B W \omega_0)}{4 g_0 g_1}} \quad (4.47)$$

teniendo presente que como que la frecuencia de antiresonancia ha de ser un valor positivo, de la expresión anterior debe utilizarse el signo positivo, despreciándose el resultado negativo. De igual forma puede demostrarse que el valor de la frecuencia de antiresonancia de los resonadores que forman el segundo SCF es

$$\omega_{a2} = \pm \omega_0 \sqrt{\frac{(Y\pi C_{02} Z_3 R B W \omega_0)}{4 g_2 g_3}} \quad (4.48)$$

teniendo presente que al igual que para el primer SCF, la solución deseada es la solución positiva.

Llegados a este punto ya se han encontrado todas las expresiones necesarias para hacer el proceso de diseño. Por lo tanto, fijadas las especificaciones ( $g_i$ ,  $RBW$  y  $f_0$ ), con (4.43), (4.44), (4.45), (4.47) y (4.48) pueden encontrarse todos los parámetros de diseño ( $C_{01}, C_{02}, f_{a1}, f_{a2}, Z_3$ ) necesarios para la implementación del filtro. A continuación se van a analizar las prestaciones del método obtenido, en concreto se intentará ver cuales son los anchos de banda que son implementables con esta estructura. La primera limitación proviene de la expresión de  $C_{01}$  (4.44). Se observa que en esta expresión aparece una raíz, por lo tanto, si la parte interior de la raíz es negativa la capacidad obtenida será compleja. Una capacidad compleja no tienen ningún sentido, por lo tanto, este hecho introduce una primera limitación en el rango de anchos de banda en que este método puede ser utilizado. A fin de que el valor de la capacidad obtenida sea real, se ha de cumplir que

$$(9\chi^2\gamma^2\eta^2 + 12\chi\gamma^2\eta^2 - 10\chi^2\gamma\eta - 12\chi\gamma\eta + 4\eta^2\gamma^2 - 4\eta\gamma + \chi^2) > 0 \quad (4.49)$$

Resolviendo la inecuación anterior se obtiene que los anchos de banda para los cuales la capacidad es real son

$$\begin{aligned} RBW &> \sqrt{(g_1 g_2)} \\ RBW &< \sqrt{(g_1 g_2)} \frac{\chi}{3\chi + 2} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Si por ejemplo se desea generar un filtro de Chebyshev con 3 dB de rizado, los parámetros del prototipo paso bajo son  $g_0 = 1$ ,  $g_1 = 3.1013$ ,  $g_2 = 0.5339$  y  $g_3 = 5.8095$ . Utilizando estos valores, y teniendo presente que para la implementación se utiliza el AlN como material piezoelectrónico, los límites de validez de este método en referencia al ancho de banda relativo son  $RBW < 1.5\%$  y  $RBW > 128\%$ . Se ha de tener presente que el modelo del SCF con el que se esta trabajando es un modelo de banda estrecha, por lo tanto no es válido para anchos de banda elevado de forma que sólo queda el rango de  $RBW < 1.5\%$  como rango válido. En el caso de Butterworth este valor aumenta ligeramente hasta el 1.65%, pero a pesar de esto no se obtiene una mejora significativa.

En el párrafo anterior se ha mostrado la limitación impuesta para que el valor de la capacidad sea real. A pesar de esto el hecho de cumplir que  $RBW < 1.5\%$  no quiere decir que los filtros obtenidos sean implementables, puesto que al igual que para el caso de una única sección básica SCF, al trabajar con anchos de banda muy pequeños los valores de las capacidades obtenidas eran muy extremos y no eran implementables. A continuación se analizará como evolucionan los parámetros de diseño en función del ancho de banda relativo.

Para realizar este análisis, se han realizado las gráficas mostradas en la figura 4-11 que permiten ver de forma aproximada que anchos de banda serán realizables y cuales no. En esta figura se observa que las principales limitaciones van a venir dadas por los valores de  $C_{02}$  y  $R_3$ , puesto que a la que el ancho de banda relativo de diseño se aleja un poco del 1.5%, estos parámetros toman valores muy grandes o muy

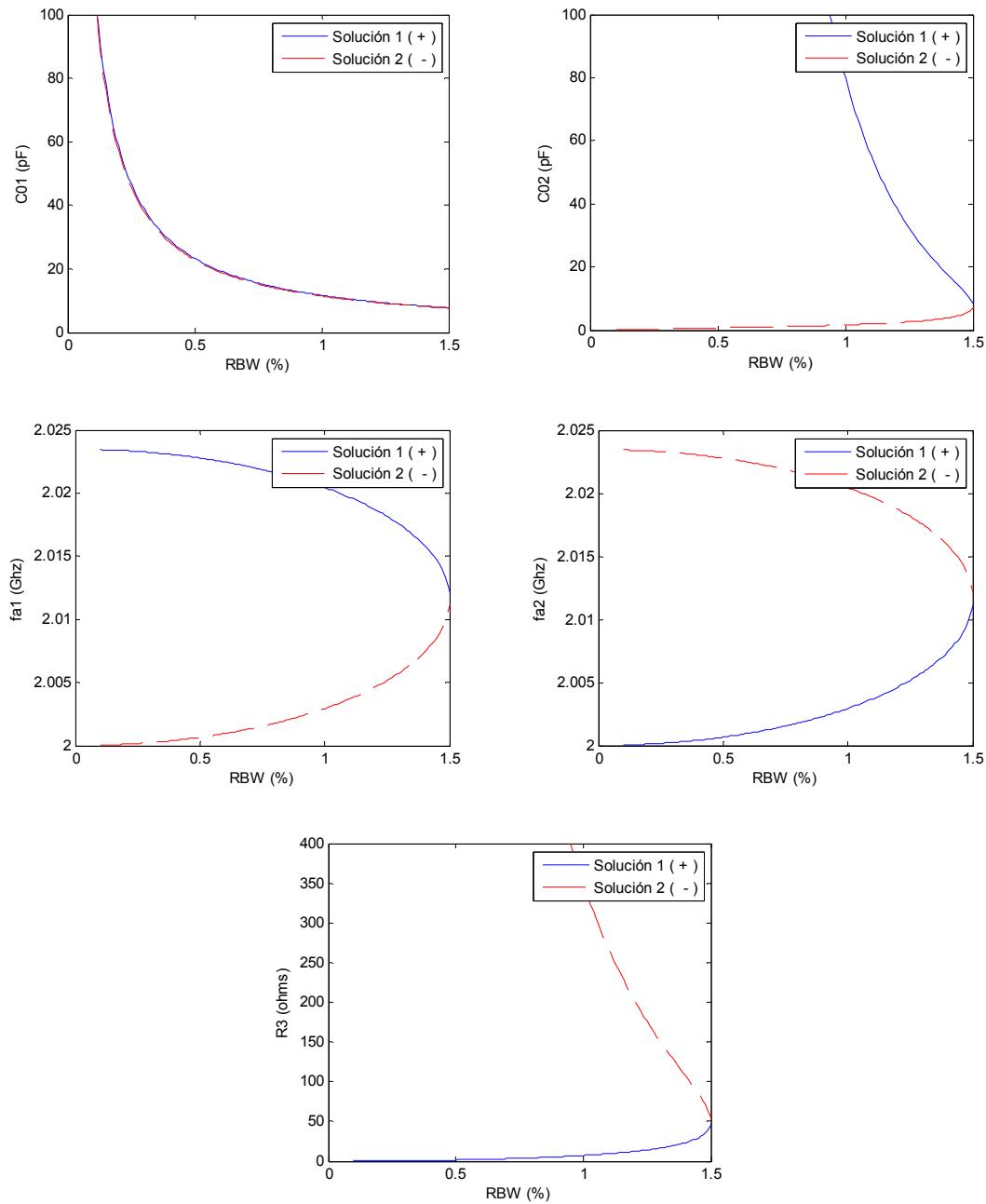


Figura 4-11. Evolución de los diferentes parámetros de diseño ( $C_{01}$ ,  $C_{02}$ ,  $f_{a1}$ ,  $f_{a2}$ ,  $R_3$ ) en función del ancho de banda relativo. En todos los parámetros se han mostrado dos soluciones que provienen del  $\pm$  de la expresión de  $C_{01}$  (4.44).

pequeños que son difícilmente fabricables, y por lo tanto, ésta será la principal causa que va a limitar el rango de anchos de banda que es posible implementar con dicho método, siempre dentro del límite de  $RBW < 1.5\%$ . Puede considerarse que el rango de anchos de banda relativos en los que puede utilizar esta estructura es del 1% al 1.5% aproximadamente.

En esta parte sólo se han analizado los dos SCF, a pesar de esto al igual que sucedía en el caso anterior no hay que olvidar que todavía hay las dos capacidades negativas de los extremos que pueden ser un problema. Para anchos de banda muy pequeños

se ha visto que estas capacidades se podían eliminar, pero para anchos de banda un poco mayores, que será el caso en que aquí se trabaja, estas capacidades negativas tienen que ser implementadas mediante algún otro método, como por ejemplo mediante inductancias.

Por último, y ya para finalizar con esta sección, a continuación se muestran los resultados de un ejemplo de diseño utilizado para validar el método aquí presentado. En concreto se ha realizado el diseño de un filtro de Chebyshev de orden 2 con un rizado de 3 dB, centrado a 2GHz, y con un ancho de banda relativo del 1.2%, recordando que el material piezoeléctrico utilizado es el AlN. Los resultados obtenidos con el proceso de diseño, así como la respuesta del filtro resultante, son los mostrados en la figura 4-12 donde se ha representado de color rojo la respuesta teórica del filtro de Chebyshev ideal, de color azul la respuesta obtenida realizando el filtro con los dos SCF e implementando las dos capacidades negativas de los extremos mediante inductancias, y por último de color rosa se ha representado la respuesta obtenida para el caso de utilizar los dos SCF y habiendo eliminado directamente las dos capacidades negativas de los extremos.

Comparando las tres respuestas cabe destacar que en el caso de utilizar las inductancias la respuesta obtenida es prácticamente la misma que la obtenida con el filtro de Chebyshev ideal. En el caso de eliminar las capacidades negativas se observa que la respuesta también es bastante buena con la única diferencia de que se ha desplazado un poco en frecuencia. Por lo tanto en este caso haciendo un pequeño tuning de la frecuencia central al hacer el diseño, puede ajustarse la estructura a fin de obtener una respuesta parecida a la respuesta ideal de Chebyshev sin tener que añadir las inductancias adicionales.

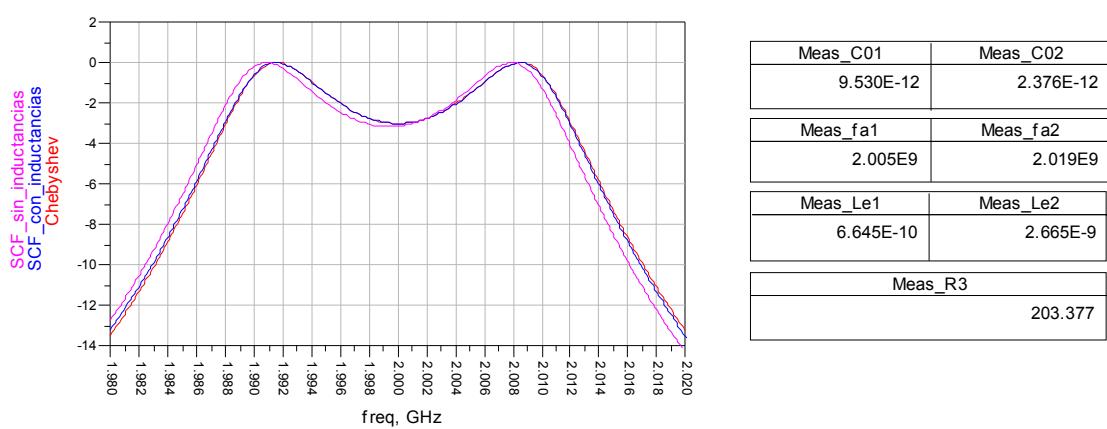


Figura 4-12. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 2 centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 1.2% implementado mediante SCF. De color rojo se ha representado la respuesta ideal de Chebyshev, de color azul la respuesta obtenida mediante dos secciones básicas SCF en cascada, habiendo implementado las capacidades negativas de los extremos con inductancias, y de color rosa la misma situación que la de color azul, pero habiendo eliminado las inductancias de los extremos.

#### 4.2.1.2. Método de diseño basado en una estructura formada por dos secciones básicas SCF en cascada con elementos auxiliares entre éstas

En este apartado se analizará una variación del método presentado anteriormente. En concreto se va a trabajar con dos secciones básicas SCF en cascada permitiendo el uso de elementos auxiliares entre ellas a fin de obtener un nuevo grado de libertad que proporcione mayor flexibilidad en el diseño, permitiendo así la obtención de mayores rangos de anchos de banda. Además se intentará aprovechar esta flexibilidad para hacer los dos SCF lo mas parecidos posibles a fin de simplificar el proceso de diseño y fabricación. También cabe destacar que tal como se verá, las ecuaciones de diseño obtenidas en este caso son mucho más simples que las del caso anterior.

De nuevo el punto de partida es el esquema circuital de un filtro paso banda de orden 2 implementado con inversores de impedancia como el que se muestra en la figura 4-8, teniendo presente que en este caso se considera  $Z_3 = Z_0$ , evitando así el problema de tener que añadir una red de adaptación posterior al filtro. Tal como se demuestra en (4.51), al esquema de la figura 4-8 se le puede añadir una pareja de inversores a cada lado del inversor central y esto no afectará al comportamiento global del circuito, obteniendo así la estructura mostrada en la figura 4-13. En esta figura se observa que este filtro de orden dos en realidad puede interpretarse como dos filtros de orden 1, marcados en color rojo, unidos mediante unos inversores de impedancia de forma que va a hacerse el diseño de estos dos filtros por separado.

$$\begin{bmatrix} 0 & jK_{0,1} \\ -\frac{1}{jK_{0,1}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{0,1} \\ -\frac{1}{jK_{0,1}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{1,2} \\ -\frac{1}{jK_{1,2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{2,3} \\ -\frac{1}{jK_{2,3}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{2,3} \\ -\frac{1}{jK_{2,3}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & jK_{1,2} \\ -\frac{1}{jK_{1,2}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

En primer lugar se empezará con el análisis del filtro de la izquierda. Recordemos que el modelo circuitual del inversor se correspondía con una T de condensadores como la mostrada en la figura 1-19, quedando este filtro con una forma como la mostrada en la figura 4-14.

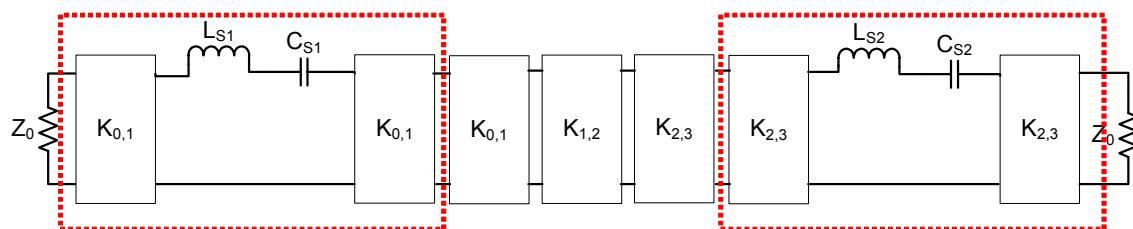


Figura 4-13. Esquemático del filtro paso banda de orden 2 habiendo añadido dos parejas de inversores de impedancia debido a que tal como se demuestra en (4.51) esto no afecta a su respuesta.

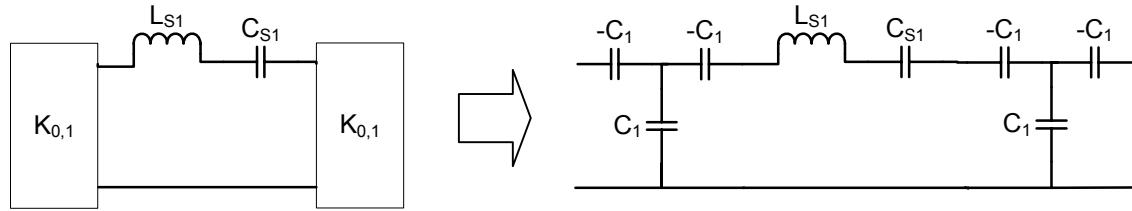


Figura 4-14. Se analiza cada una de las partes del filtro por separado.

Utilizando el mismo proceso que se ha mostrado en la sección anterior al realizar el estudio del filtro de orden 1, se deduce que las expresiones que proporcionan los parámetros de diseño de la sección básica SCF que implementa este primer filtro son

$$\omega_{a1} = \omega_0 \quad (4.52)$$

$$C_{01} = \frac{g_0 g_1 4}{Z_0 R B W \omega_0 Y \pi} \quad (4.53)$$

$$K_{0,1} = \frac{Z_0 R B W \pi Y}{g_0 g_1 4} \quad (4.54)$$

A continuación hay que realizar el mismo proceso pero para el filtro de la derecha de la figura 4-13. En tal caso los resultados obtenidos son

$$\omega_{a2} = \omega_0 \quad (4.55)$$

$$C_{02} = \frac{g_2 g_3 4}{Z_0 R B W \omega_0 Y \pi} \quad (4.56)$$

$$K_{2,3} = \frac{Z_0 R B W \pi Y}{g_2 g_3 4} \quad (4.57)$$

Ahora sólo falta analizar la parte central del esquemático, formada por los tres inversores de impedancia. De estos tres inversores se conoce el valor de  $K_{0,1}$  y  $K_{2,3}$ , pero todavía se desconoce el valor de  $K_{1,2}$ , parámetro que según (2.27), (4.19), (4.28), (4.29), (4.53) y (4.56) viene determinado por:

$$K_{12} = \frac{1}{16} \frac{Y^2 R B W^2 \pi^2 Z_0}{g_1 g_2 \sqrt{g_0} \sqrt{g_3}} \quad (4.58)$$

Tal como se demuestra en (4.59), tener tres inversores  $K_{0,1}$ ,  $K_{1,2}$  y  $K_{2,3}$  en cascada es equivalente a tener un único inversor con valor  $K_x = \frac{K_{0,1} K_{2,3}}{K_{1,2}}$ .

$$\begin{bmatrix} 0 & jK_{0,1} \\ -\frac{1}{jK_{0,1}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{1,2} \\ -\frac{1}{jK_{1,2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & jK_{2,3} \\ -\frac{1}{jK_{2,3}} & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -j \frac{K_{0,1}}{K_{1,2}} K_{2,3} \\ \frac{1}{jK_{0,1}} \frac{K_{1,2}}{K_{2,3}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

Por lo tanto, utilizando (4.54), (4.57) y (4.58) se calcula el valor de  $K_x$

$$K_x = \frac{Z_0}{\sqrt{g_0} \sqrt{g_3}} \quad (4.60)$$

Llegados a este punto, con (4.52) - (4.60) ya se han obtenido todas las ecuaciones de diseño necesarias, quedando finalmente el filtro implementado con un esquema como el mostrado en la figura 4-15. Al igual que sucedía en los apartados anteriores, todavía hay el problema de las capacidades negativas que imposibilitan su implementación, teniendo presente que tal como se observa en la figura 4-15 ahora estas capacidades no solo están presente en los extremos de la estructura, sino que hay una a cada lado de ambas secciones básicas SCF. Tal como se ha comentado, una primera solución si el ancho de banda del filtro es pequeño consiste en simplemente eliminar estas capacidades, mientras que si el ancho de banda es mayor, luego una posible solución es sustituir estas capacidades negativas por inductancias equivalentes. Otra posible opción aplicable a las dos capacidades que están en contacto con el inversor de impedancia  $K_x$  consiste en eliminar estas capacidades negativas y hacer un tuning de la longitud y la impedancia de la línea de transmisión de  $90^\circ$  que normalmente se utiliza para la implementación del inversor de impedancias central  $K_x$ . Se ha de tener presente que el hecho de escoger una u otra opción va a depender del proceso de fabricación, evaluando si sale más rentable implementar las dos inductancias o aplicar las variaciones en la línea utilizada para la implementación del inversor, detalle que aquí no se va a analizar.

En la figura 4-16 se observa un ejemplo de la respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 2 centrado a 2 GHz y con un ancho de banda relativo del 2% diseñado con este método. En esta figura se ha representado de color rojo la respuesta ideal del filtro de Chebyshev, de color azul la respuesta del filtro realizado con dos SCF, implementando las capacidades negativas mediante inductancias y haciendo el inversor de impedancias con una línea de transmisión de longitud eléctrica  $90^\circ$  e impedancia característica  $Z_{carac} = K_x$ , y por último de color rosa se ha mostrado el resultado obtenido simplemente eliminando las capacidades negativas. Con estos resultados se observa claramente que en el caso de utilizar las inductancias la respuesta es muy buena, hecho que demuestra la validez del método de diseño.

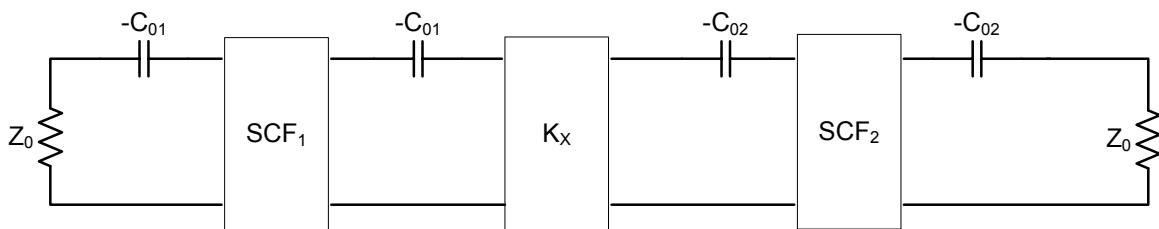


Figura 4-15. Modelo circuital de un filtro de orden 2 implementado con dos secciones básicas SCF y un inversor de impedancia, viendo que aparecen cuatro capacidades negativas que dificultan su implementación física.

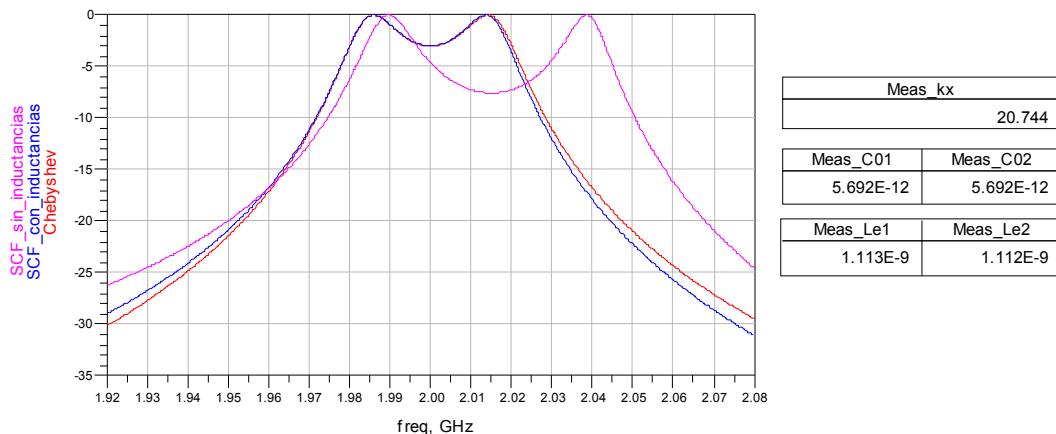


Figura 4-16. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 2 centrado a 2GHz con un ancho de banda relativo del 2%. De color rojo se ha representado la respuesta del filtro de Chebyshev ideal, de color azul al respuesta habiendo implementado dicho filtro con dos SCF y sustituyendo las capacidades negativas por inductancias, y de color rosa la respuesta habiendo implementado el filtro con dos SCF y habiendo eliminado las capacidades negativas.

Tal como era de prever, debido a que el ancho de banda relativo es elevado, si se eliminan las inductancias luego la respuesta se degrada. Una posible solución tal como se ha comentado anteriormente podría ser realizar un tuning de la impedancia y la longitud de la línea que implementa el inversor de impedancias teniendo presente que con esto se pueden suplir en gran medida los efectos de las dos capacidades centrales, pero a fin de recuperar la respuesta deseada también habrá que implementar las dos capacidades de los extremos con inductancias. También hay que tener presente que en el caso de trabajar con anchos de banda muy pequeño, luego los errores introducidos al eliminar las inductancias son despreciables.

Por último solo mencionar que al igual que pasaba en el caso de una sola sección básica SCF, el hecho de haber añadido elementos adicionales al SCF hace que en este caso no exista la limitación del ancho de banda relativo máximo del 2.4% impuesta por la secciones básicas SCF, sino que pueden realizarse filtros de mayor ancho de banda. Además se observa que al estar trabajando con un filtro de orden dos, la selectividad y el rechazo obtenido fuera de banda han aumentado respecto al caso de trabajar con un único SCF.

En la tabla 4-1 se muestran los valores de algunos de los parámetros de los elementos a construir para la implementación de estos filtros con diferentes valores de ancho de banda, teniendo presente que se está trabajando con un filtro de Chebyshev de orden 2 con 3 dB de rizado. Se observa que como que  $g_0 \cdot g_1 = g_2 \cdot g_3$ , los valores de las capacidades  $C_{01}$  y  $C_{02}$  son iguales. Además esto también hace que  $L_{e1}$  y  $L_{e2}$  sean iguales. Por último tal como muestra (4.60),  $K_x$  solo depende de  $Z_0$ ,  $g_0$  y  $g_3$ , y por lo tanto es independiente del ancho de banda relativo utilizado. Analizando los resultados mostrados en la tabla 4-1, se observa que para el rango de anchos de banda analizados, los valores de los diferentes parámetros son implementables con la

| RBW   | C <sub>01</sub> (pF) | C <sub>02</sub> (pF) | L <sub>e1</sub> (nH) | L <sub>e2</sub> (nH) | K <sub>x</sub> =Z <sub>carac</sub> (Ω) |
|-------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|--|
| 0.1%  | 113.8                | 113.8                | 0.055                | 0.055                | 20.744                                 |
| 0.5%  | 22.77                | 22.77                | 0.278                | 0.278                | 20.744                                 |
| 1%    | 11.38                | 11.38                | 0.556                | 0.556                | 20.744                                 |
| 2%    | 5.692                | 5.692                | 1.113                | 1.113                | 20.744                                 |
| 3.5%* | 3.252                | 3.252                | 1.947                | 1.947                | 20.744                                 |
| 5%*   | 2.277                | 2.277                | 2.781                | 2.781                | 20.744                                 |

Tabla 4-1 . Comparativa del valor de los diferentes elementos que forman el filtro en función del ancho de banda para una frecuencia central de 2 GHz. \*Para estos valores la respuesta se degrada ligeramente.

tecnología actual, con lo que en principio no tendría que haber ningún problema para poder fabricarlos.

En resumen puede decirse que las principales ventajas del método aquí presentado son que gracias al hecho de haber añadido elementos adicionales entre los SCF, permite obtener más flexibilidad en lo que a anchos de banda implementables se refiere, y además permite que los dos resonadores tengan igual frecuencia de resonancia, hecho que se traduce en que ambos tienen el mismo grosor facilitando así el proceso de fabricación. El problema es que se han de implementar muchos elementos adicionales, con lo que las dimensiones del filtro van a aumentar significativamente y además se van a incrementar las pérdidas de éste.

#### 4.2.2. Diseño de filtros formados por N=3 secciones básicas SCF conectadas en cascada

La simplicidad del método presentado en el apartado 4.2.1.2 hace plantearnos su generalización para filtros de mayor orden. Por lo tanto, en primer lugar se analizará como aplicar este mismo procedimiento para el diseño de un filtro de orden 3, y finalmente se mostrará el caso general para un filtro de orden N.

El esquema de un filtro de orden tres implementado con inversores de impedancia es el mostrado en la figura 4-17 donde

$$K_{0,1} = \sqrt{\frac{Z_0 RBW \omega_0 L_{S1}}{\Omega_c g_0 g_1}} \quad (4.61)$$

$$K_{1,2} = \frac{RBW \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{L_{S1} L_{S2}}{g_1 g_2}} \quad (4.62)$$

$$K_{2,3} = \frac{RBW \omega_0}{\Omega_c} \sqrt{\frac{L_{S2} L_{S3}}{g_2 g_3}} \quad (4.63)$$

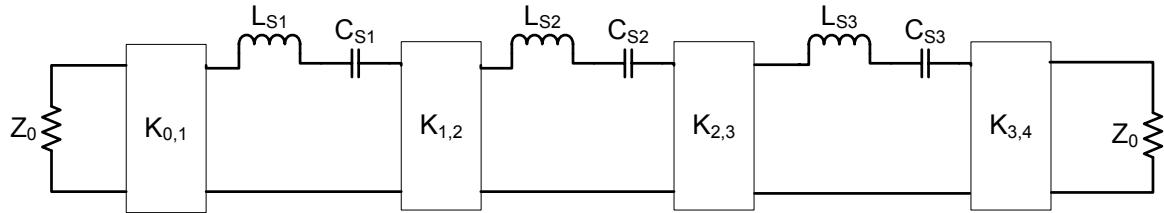


Figura 4-17. Filtro paso banda de orden 3 implementado con inversores de impedancia.

$$K_{3,4} = \sqrt{\frac{Z_0 RBW \omega_0 L_{S3}}{\Omega_c g_3 g_4}} \quad (4.64)$$

$$C_{S_i} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{S_i}} \quad (4.65)$$

Tal como se ha demostrado anteriormente con (4.51), al esquema de la figura 4-17 pueden añadirse parejas de inversores iguales sin alterar su comportamiento. En tal caso, la estructura resultante es la mostrada en la figura 4-18. Por un lado hay las tres partes marcadas en color rojo, que tienen una estructura similar a la de un filtro de orden 1, y por el otro lado hay los dos grupos de tres inversores en cascada marcados en color verde. El proceso de diseño de las dos estructuras marcadas en rojo de los extremos, que se implementarán con dos de los tres SCF que se van a utilizar, es exactamente el mismo que se ha mostrado anteriormente para orden 2, de forma que las expresiones de diseño resultantes son

$$\omega_{a1} = \omega_0 \quad (4.66)$$

$$\omega_{a3} = \omega_0 \quad (4.67)$$

$$C_{01} = \frac{4g_0 g_1}{Z_0 RBW \omega_0 Y \pi} \quad (4.68)$$

$$C_{03} = \frac{4g_3 g_4}{Z_0 RBW \omega_0 Y \pi} \quad (4.69)$$

$$K_{0,1} = \frac{Z_0 RBW \pi Y}{4g_0 g_1} \quad (4.70)$$

$$K_{3,4} = \frac{Z_0 RBW \pi Y}{4g_3 g_4} \quad (4.71)$$

Ahora hay que realizar el análisis de la parte central del esquema mostrado en la figura 4-18. Cabe destacar que tal como se observa en la figura anteriormente citada, en este caso se ha añadido un grado de libertad extra  $K_A$ , que se utilizará para ajustar los resultados obtenidos en el proceso de diseño e intentar así que los elementos obtenidos sean fácilmente fabricables. Teniendo presente que  $K_A$  es un grado de libertad que se definirá al hacer el diseño, el valor de la capacidad entre placas del SCF central  $C_{02}$  vendrá determinado por

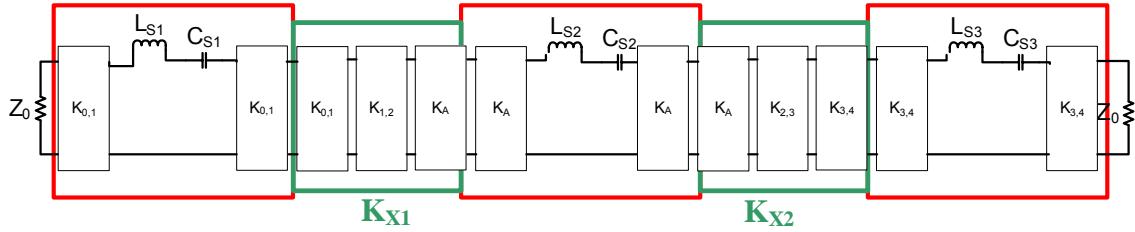


Figura 4-18. Filtro paso banda de orden 3 implementado con inversores de impedancia, habiendo añadido parejas de inversores de impedancia adicionales.

$$C_{02} = C_{0A} = \frac{1}{\omega_0 K_A} \quad (4.72)$$

de forma que

$$L_{baw2} = L_{s2} = \frac{\pi Y \omega_0 K_A}{4 \omega_{a2}^2} \quad (4.73)$$

$$C_{s2} = \frac{4 \omega_{a2}^2}{\pi Y \omega_0^3 K_A} \quad (4.74)$$

Para obtener la frecuencia de antiresonancia de este SCF hay que aplicar la condición de  $C_{baw2} = C_{s2} // -C_{02} // -C_{02}$ , llegando así a la conclusión de que su frecuencia de antiresonancia ha de ser  $\omega_{a2} = \omega_0$ .

Tal como se muestra en (4.70) y (4.71), los valores de  $K_{0,1}$  y  $K_{3,4}$  son conocidos, y además  $K_A$  se ha comentado que era un grado de libertad a especificar al hacer el diseño, de forma que ahora sólo falta determinar los parámetros  $K_{1,2}$  y  $K_{2,3}$ . Con (2.27), (4.62), (4.63), (4.68), (4.69), (4.72) y teniendo presente que  $L_{s1} = L_{baw1}$  y  $L_{s2} = L_{baw2}$  se deduce que

$$K_{1,2} = \frac{RBW}{8} \sqrt{\frac{\pi^3 Y^3 Z_0 K_A RBW}{g_0 g_1^2 g_2}} \quad (4.75)$$

$$K_{2,3} = \frac{RBW}{8} \sqrt{\frac{\pi^3 Y^3 Z_0 K_A RBW}{g_2 g_3^2 g_4}} \quad (4.76)$$

Una vez obtenidos estos valores a continuación van a buscarse los parámetros de los dos inversores de impedancia  $K_{x1}$  y  $K_{x2}$  que hay entre los SCF, que tal como se demuestra con (4.59) (4.70), (4.71) y (4.75), (4.76) vienen determinados por

$$K_{x1} = 2 \sqrt{\frac{g_2 Z_0 K_A}{g_0 Y \pi RBW}} \quad (4.77)$$

$$K_{x2} = 2 \sqrt{\frac{g_2 Z_0 K_A}{g_4 Y \pi RBW}} \quad (4.78)$$

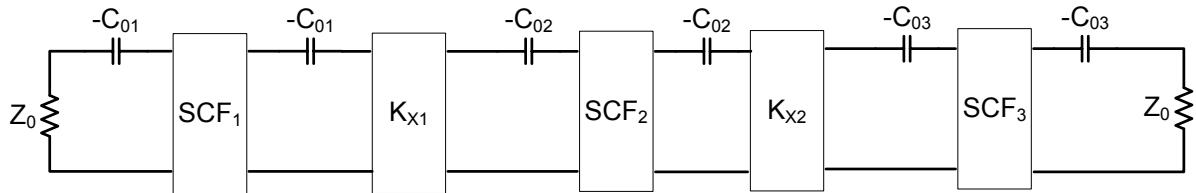


Figura 4-19. Implementación de un filtro paso banda de orden 3 mediante SCF.

Llegados a este punto, ya se ha finalizado el proceso de diseño del filtro, teniendo presente que éste tendrá una estructura final como la mostrada en la figura 4-19. Se observa que tal como viene siendo habitual con este método de diseño, vuelven a aparecer las capacidades negativas. Al igual que antes para anchos de banda pequeños pueden eliminarse, mientras que para anchos de banda mayores pueden sustituirse por inductancias, y además las centrales pueden ser eliminadas e intentar remplazar sus efectos haciendo un tuning de las líneas normalmente utilizadas para la implementación de los inversores de impedancia.

Una vez mostrado el método de diseño, a continuación va a mostrarse un ejemplo en el que se ha aplicado dicho método para hacer el diseño de un filtro. En concreto se ha realizado el diseño de un filtro de Chebyshev de orden 3 con 3 dB de rizado centrado a 2 GHz y con un ancho de banda relativo del 3%. La figura 4-20 muestra tanto los resultados obtenidos en el proceso de diseño como los resultados obtenidos en la simulación de la respuesta del filtro, teniendo presente que se ha utilizado un valor de  $K_A = 50$ . Analizando los valores obtenidos con el proceso de diseño se observa que efectivamente estos valores son implementables. Además hay que tener presente que si en algún caso se obtienen valores no implementables, siempre se puede intentar ajustar  $K_A$  a fin de convertir estos valores en implementables.

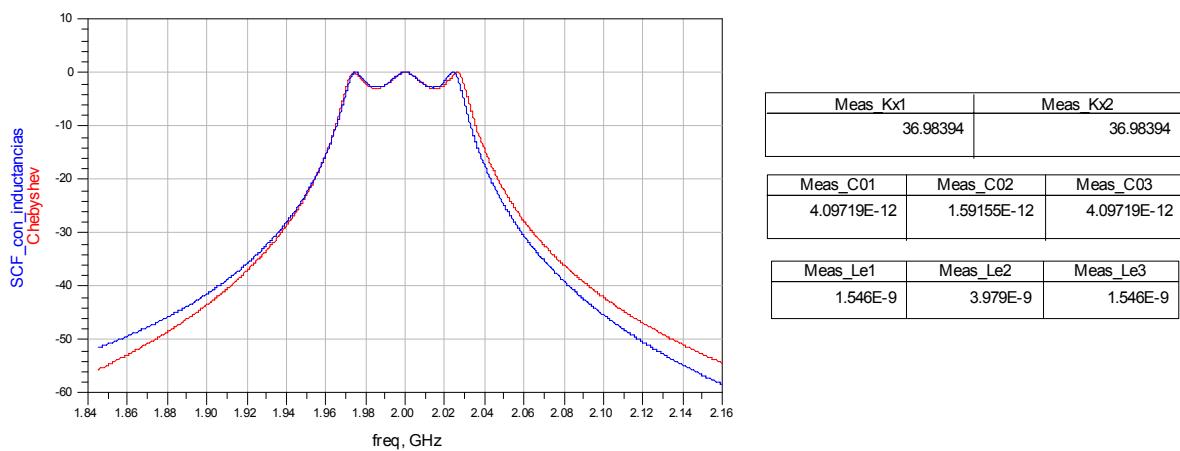
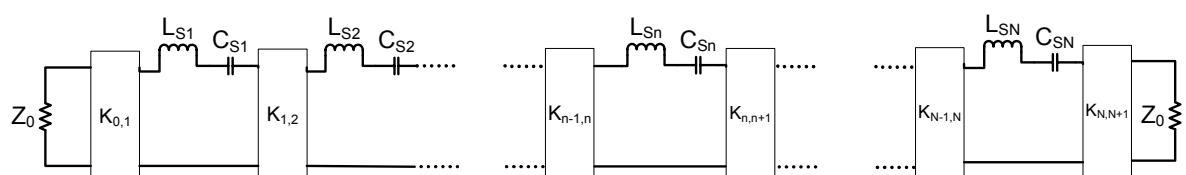


Figura 4-20. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 3 centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 3%, utilizando  $K_A=50$ . De color rojo se ha representado la respuesta del filtro de Chebyshev ideal, y de color azul la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante 3 SCF, teniendo presente que a parte se han utilizado seis inductancias y dos líneas de longitud eléctrica  $90^\circ$  para implementar los inversores de impedancia.

Si se analiza la respuesta del filtro se observa que de forma aproximada se corresponde con la respuesta teórica de Chebyshev, viendo que a la frecuencia central las dos respuestas coinciden pero a la que nos alejamos de esta frecuencia central los resultados difieren ligeramente. La principal diferencia que se observa es que el ancho de banda real obtenido es un poco menor que el teórico. Este pequeño error es debido a las diferentes aproximaciones de banda estrecha que se han ido haciendo, como por ejemplo el hecho de sustituir las capacidades negativas por inductancias. A pesar de esto hay que tener presente que este problema es fácilmente solucionable mediante un proceso de tuning, puesto que sólo con aumentar ligeramente los parámetros del ancho de banda relativo  $RBW$  y la frecuencia central  $f_0$  utilizados en el proceso de diseño, puede mejorarse la respuesta significativamente aproximándola más a la respuesta ideal de Chebyshev. A pesar de que se ha visto que con el tuning estas diferencias se pueden eliminar, hay que tener presente que a medida que se aumenta el orden, los errores introducidos por las aproximaciones de banda estrecha cada vez serán mayores, y por lo tanto esto hará que cada vez sea más necesario el proceso de tuning posterior, hecho que se acentúa si además se aumenta el ancho de banda del filtro. También se observa que debido a que se está utilizando un orden tres, la selectividad y el rechazo fuera de banda son más elevados que en los casos anteriores.

#### **4.2.3. Diseño de filtros formados por $N>3$ secciones básicas SCF conectadas en cascada**

En los apartados anteriores se ha analizado como aplicar el método de diseño de las pérdidas de inserción para la realización de filtros mediante SCF. En primer lugar se ha analizado la sección básica, a continuación se ha trabajado con  $N=2$  secciones básicas SCF, habiendo visto que este mismo método también podía adaptarse para  $N=3$  secciones básicas. En este apartado se va generalizar este método, permitiendo hacer el diseño de filtros de orden  $N$  formados por  $N$  SCF, teniendo presente que a fin de obtener la flexibilidad necesaria para poder realizar este diseño entre los diferentes SCF se han de añadir elementos adicionales, en concreto un par de inductancias y un inversor de impedancias entre cada pareja de SCF, habiendo visto que en general dichas inductancias podían eliminarse si se hacia un tuning de la longitud y la impedancia de la línea utilizada para la implementación de los inversores. El esquema del filtro con el que se va a trabajar es el mostrado en la figura 4-21.



*Figura 4-21. Filtro de orden  $N$  implementado con inversores de impedancia.*

Para hacer la deducción de este método de diseño hay que volver a hacer exactamente los mismos pasos que se han mostrado en el apartado anterior, con la diferencia de que ahora hay que ir generalizando las expresiones obtenidas. Además al igual que en el caso anterior también se van a añadir unos grados de libertad a fin de hacer más flexible el proceso de diseño. En concreto los grados de libertad añadidos son  $K_{A2}, K_{A3}, \dots, K_{AN-1}$ , viendo hay  $N-2$  grados de libertad.

Los parámetros de entrada del método aquí presentado son los elementos del prototipo paso bajo  $g_i$ , que van a depender de la forma de la respuesta deseada y del orden  $N$ , el valor de los parámetros  $K_{A2} \dots K_{AN-1}$  y las especificaciones de la frecuencia central  $f_0$  y ancho de banda  $RBW$  del filtro deseado. Y como parámetros de salidas proporciona la frecuencia de antiresonancia  $f_{ai}$  y la capacidad  $C_{0i}$  de las  $N$  secciones básicas SCF en cascada que forman el filtro, y el parámetro  $K_{xi}$  de los  $N-1$  inversores que hay entre los SCF, pudiendo construir así el filtro deseado con una estructura como la mostrada en la figura 4-22. Además en esta figura se observa que al igual que antes sigue habiendo el problema de las capacidades negativas, recordando que normalmente se sustituían por inductancias, o que en algunos casos podían eliminarse haciendo un tuning de las líneas utilizadas para la implementación de los inversores de impedancia  $K_{xi}$ .

El primer parámetro a fijar es el valor de la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la capacidad  $C_0$  de los diferentes SCF que van a formar el filtro. El valor de la frecuencia de antiresonancia es igual en todos los SCF, y se corresponde con la frecuencia central del filtro, es decir  $\omega_{an} = \omega_0$ . En referencia a las capacidades  $C_0$ , puede demostrarse que las expresiones a utilizar para obtener sus valores son

$$\begin{aligned} C_{01} &= \frac{4g_0g_1}{\omega_0 Z_0 W \pi Y} \\ C_{0n} &= \frac{1}{\omega_0 K_{An}} \text{ para } n=2 \dots N-1 \\ C_{0N} &= \frac{4g_N g_{N+1}}{\omega_0 Z_0 W \pi Y} \end{aligned} \quad (4.79)$$

Una vez hecho el diseño de los SCF, hay que realizar el diseño de los inversores de impedancia que habrá entre dichos SCF. Para encontrar el valor de los diferentes  $K_{xn}$  se utilizan las siguientes expresiones

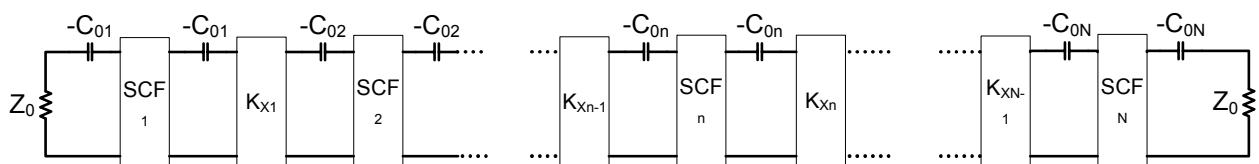


Figura 4-22. Estructura del filtro de orden  $N$  diseñado con el método de las pérdidas de inserción, habiendo sido implementado con SCF e inversores de impedancia.

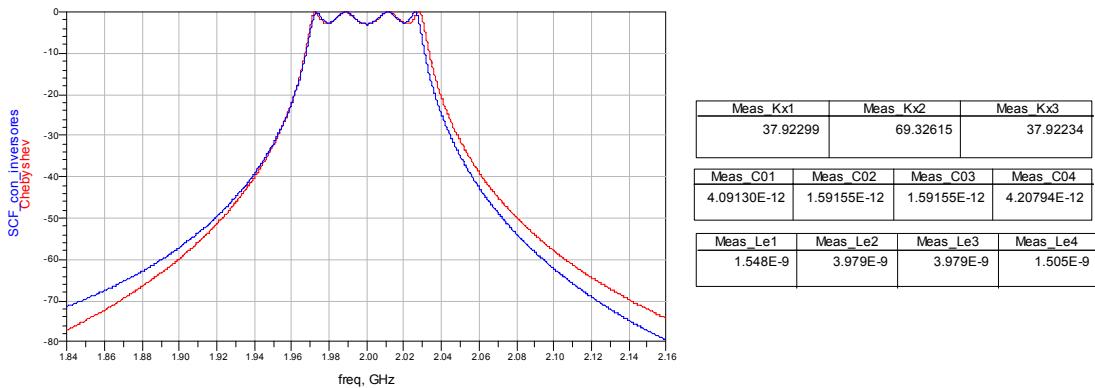


Figura 4-23. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 4 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 3%. De color rojo se ha representado la respuesta ideal del filtro de Chebyshev, y de color azul se ha representado la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante SCF, con una estructura como la mostrada en la figura 4-22 habiendo sustituido las capacidades negativas por inductancias.

$$\begin{aligned}
 K_{x1} &= 2\sqrt{\frac{Z_0 K_{A2} g_2}{\pi W Y g_0}} \\
 K_{xn} &= \frac{4}{W \pi Y} \sqrt{K_{An} K_{An+1} g_n g_{n+1}} \text{ para } n=2, \dots, N-2 \\
 K_{xN-1} &= 2\sqrt{\frac{Z_0 K_{AN-1} g_{N-1}}{\pi W Y g_{N+1}}}
 \end{aligned} \tag{4.80}$$

Para finalizar con este apartado van a realizarse un par de ejemplos. En la figura 4-23 se ha realizado el diseño de un filtro de Chebyshev de orden 4 centrado a 2 GHz con un ancho de banda relativo del 3%. Se observa que los resultados son bastante buenos, aunque aparece un ligero desplazamiento de la frecuencia de corte superior. A fin de acabar de ajustar mejor la respuesta del filtro a la respuesta de Chebyshev ideal se ha realizado un proceso de tuning al hacer el proceso de diseño obteniendo

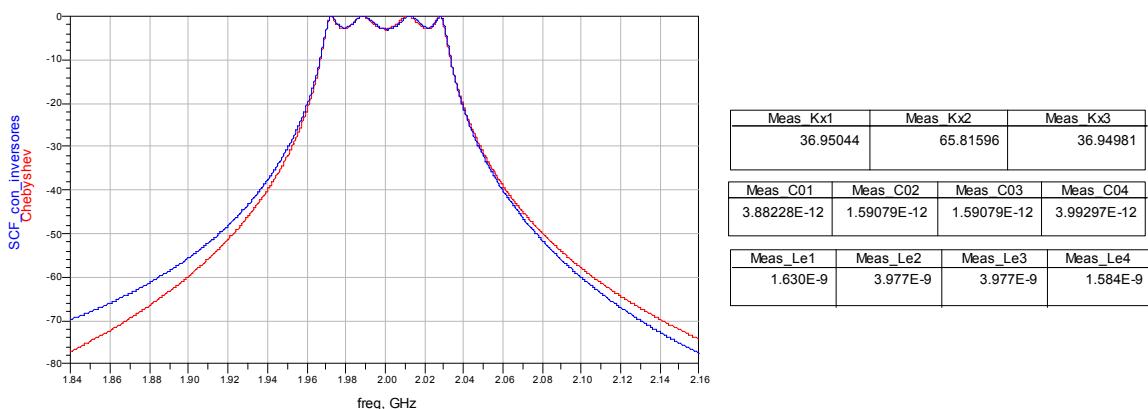


Figura 4-24. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 4 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 3%. De color rojo se ha representado la respuesta ideal del filtro de Chebyshev, y de color azul se ha representado la respuesta obtenida con el filtro implementado mediante SCF, con una estructura como la mostrada en la figura 4-22 habiendo sustituido las capacidades negativas por inductancias. Además se ha realizado un tuning para acabar de ajustar su respuesta.

los resultados mostrados en la figura 4-24, viendo que finalmente la respuesta teórica de Chebyshev mostrada de color rojo coincide con la respuesta del filtro realizado con SCF mostrada en color azul. Se observa que a pesar de que la estructura resultante será grande debido al gran numero de elementos que aparecen, los valores obtenidos en general son implementables.

Por último en la figura 4-25 se ha realizado este mismo diseño pero ahora aumentando aún más el orden, en concreto se ha utilizado un orden 5, y además se ha aumentado el ancho de banda relativo del 5 %. En esta figura se observan los resultados tanto los obtenidos directamente con el método del diseño, como los obtenidos haciendo el proceso de tuning al realizar el diseño. De estos resultados sólo destacar que como es lógico al haber aumentado el ancho de banda y el orden, el error introducido por las aproximaciones en banda estrecha ha aumentado, haciendo más necesaria la realización del proceso de tuning a fin de obtener una respuesta lo más parecida posible a la respuesta de Chebyshev ideal.

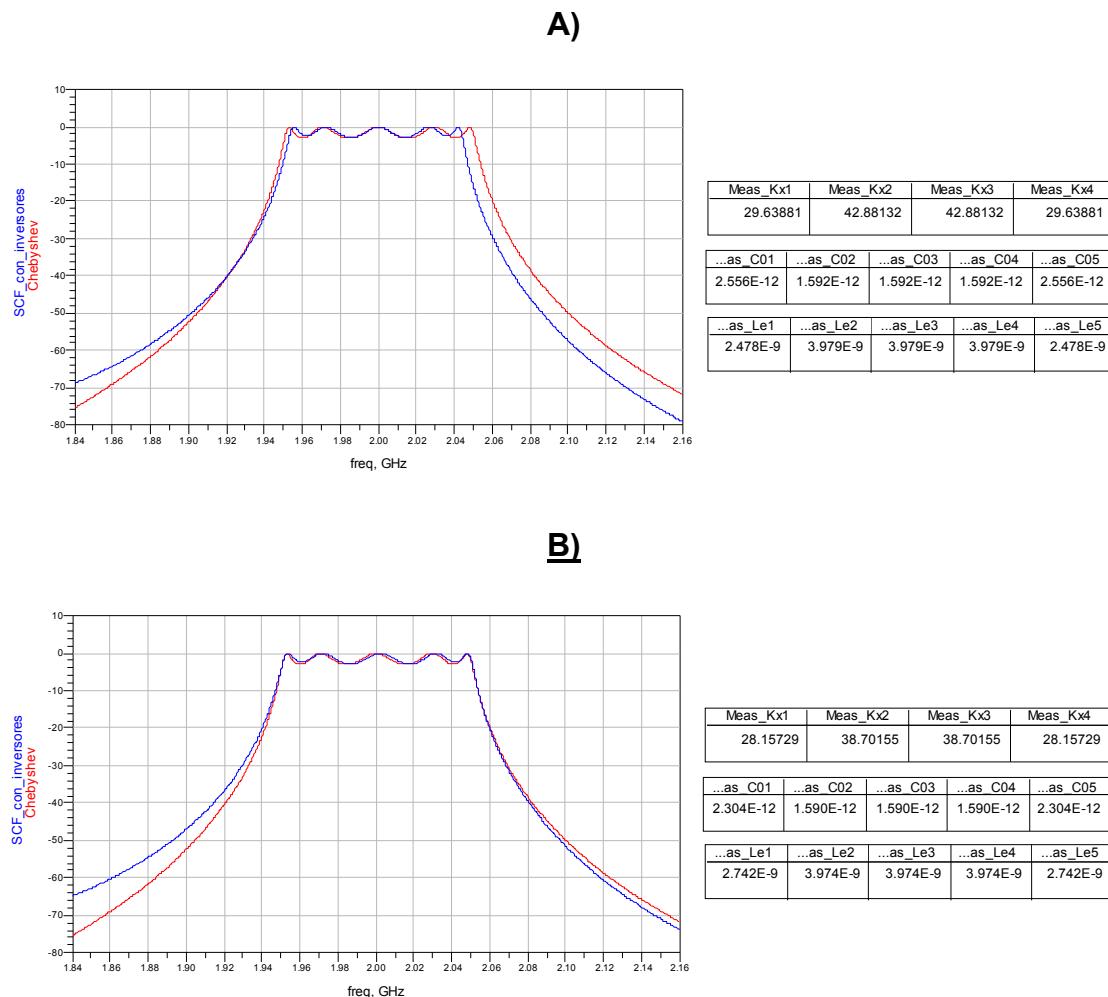


Figura 4-25. Respuesta de un filtro de Chebyshev de orden 5 centrado a 2 GHz con un ancho de banda del 5% utilizando para su implementación una estructura como la mostrada en la figura 4-22. A) Respuesta obtenida aplicando directamente el método de diseño, B) Respuesta obtenido habiendo realizado el proceso de tuning.

### 4.3. Conclusiones del capítulo

A lo largo de este capítulo se han presentado nuevos métodos de diseño, en concreto métodos procedentes de poner en práctica la teoría del diseño de filtros mediante la técnica de las pérdidas de inserción. Hay que tener presente que a lo largo del capítulo se ha trabajado con filtros de Chebyshev, pero los resultados obtenidos son igualmente válidos para la implementación de filtros de Butterworth, teniendo presente que la principal diferencia existente a nivel de diseño será que los elementos del prototipo paso bajo serán diferentes.

En primer lugar se ha analizado la implementación de filtros de Chebyshev de orden 1 formados por la sección básica SCF. Se han mostrados las ecuaciones de diseño resultantes, viendo que hay el problema de que en el modelo circuital aparecen dos capacidades de valor negativo que dificultan su implementación. Se ha demostrado que para anchos de banda muy pequeños, dichas capacidades podían ser despreciadas, mientras que para anchos de banda mayores dichas capacidades negativas se podían implementar mediante inductancias. En este caso, se observa que como que ahora la estructura existente ya no sigue la estructura intrínseca de un SCF, no aparece la limitación en ancho de banda relativo del 2.4% que aparecía en los diseños mostrados en el capítulo anterior.

A continuación, en la segunda sección se ha comenzado a trabajar en la implementación de filtros de orden superior con una respuesta de Chebyshev. En primer lugar se han analizado las prestaciones que era posible obtener realizando el filtro con dos secciones básicas SCF sin ningún elemento entre ellos. En tal caso se ha visto que había limitaciones importantes por lo que se refiere a los anchos de banda realizable, viendo por ejemplo que en el caso estudiado los anchos de banda relativos permitidos estaban entre el 1% y el 1.5%. A parte hay que tener presente que en este caso el diseño se realizaba con una impedancia de carga  $Z_3$ , con lo que luego también se requiere una red de adaptación posterior al filtro para adaptar esta impedancia  $Z_3$  a  $Z_0$ . Además al igual que en el caso anterior, hay el problema de las dos capacidades negativas de los extremos.

En esta misma sección, se ha presentado una nueva variación del método de diseño de las pérdidas de inserción, que consistía en añadir elementos adicionales entre los dos SCF. En tal caso se ha mostrado que se evitaban los problemas anteriores, permitiendo así realizar la adaptación a  $Z_0$  y proporcionando una mayor flexibilidad en los anchos de banda permitidos. El problema es que al haber añadido nuevos elementos (en concreto un inversor de impedancias y dos capacidades negativas), la implementación de estos elementos hace que las dimensiones totales del filtro se incrementen.

Por último, se ha seguido trabajando con la idea de implementar el filtro mediante SCF poniendo inversores de impedancia entre estos SCF, pero en este caso se ha ido un poco más allá trabajando con órdenes superiores. En primer lugar se ha realizado un

ejemplo con orden  $N=3$ , y a continuación se ha realizado la generalización de dicho proceso, obteniendo así un método de diseño que permite realizar filtros de orden arbitrario  $N>3$  de forma sistemática mediante unas expresiones cerradas. Por último este método ha sido validado con algunos ejemplos de filtros de Chebyshev de orden 4 y 5. Cabe destacar que cuando mayores son el orden y el ancho de banda del filtro diseñado, mayores son los errores introducidos por las aproximaciones en banda estrecha, haciéndose necesario en algunos casos realizar un proceso de tuning en el diseño a fin de obtener una buena respuesta parecida a la del filtro de Chebyshev ideal.

---

## CAPÍTULO 5.

### RESUMEN, CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS DE TRABAJO

---

#### **5.1. *Resumen y conclusiones***

A lo largo de este proyecto se han analizado los principios de funcionamiento de la tecnología BAW, centrándonos en concreto en los resonadores SCF y viendo como dichos resonadores se podía utilizar para la realización de filtros.

En el *capítulo 1* se ha realizado una introducción a esta tecnología, mostrando también el estado actual del arte. En resumen, la estructura de un resonador BAW es muy parecida a la de un condensador de placas paralelas, donde el material entre los electrodos en lugar de ser un material dieléctrico, es un material piezoelectrónico, encargado de permitir la interacción entre el mundo eléctrico y el mundo acústico, puesto que en realidad la resonancia de los resonadores BAW es una resonancia acústica, permitiendo así que los resonadores sean de dimensiones reducidas. Se ha mostrado que existen diferentes materiales piezoelectrónicos, pero el más utilizado es el AlN, puesto que es el que proporciona un mejor balance entre las prestaciones proporcionadas y la facilidad para su utilización en los procesos de fabricación.

También se ha visto que los resonadores BAW podían construirse con dos estructuras diferentes, teniendo por un lado los resonadores de membrana, y por el otro los resonadores SMR, ofreciendo estos últimos mejores prestaciones por lo que se refiere a disipación de potencia, robustez mecánica y supresión de modos no deseados, pero tienen el problema de que se requieren más capas en su construcción, hecho que incrementa los costes de fabricación.

Los filtros BAW pueden unirse siguiendo diferentes topologías, como por ejemplo los filtros *ladder* y los filtros *lattice*, donde existe una conexión eléctrica entre los resonadores. Otra opción es que los resonadores estén acoplados acústicamente, dando lugar a la topología conocida como resonador SCF, que en realidad no es nada más que dos resonadores BAW apilados. Por último en este mismo capítulo se ha realizado una introducción a algunas de las técnicas típicamente utilizadas para el diseño de filtros. En concreto se ha presentado el método de la impedancia imagen y el método de las pérdidas de inserción. El método de la impedancia imagen tiene la ventaja de que es más simple, pero no permite tener un control exhaustivo de la forma de la respuesta del filtro, mientras que el método de las pérdidas de inserción si que proporciona este grado de control.

En el *capítulo 2* se ha presentado el modelo de Mason, herramienta básica para el modelado de dispositivos electroacústicos, viendo que este modelo permite analizar el comportamiento de éstos mediante las técnicas tradicionales de análisis de circuitos, proporcionando un modelo físico que describe el comportamiento real del dispositivo. A continuación utilizando este modelo se ha analizado la impedancia de entrada de un resonador BAW. De la respuesta frecuencial del resonador BAW, cabe destacar dos frecuencias de especial interés, conocidos como la frecuencia de resonancia y la frecuencia de antiresonancia, que se corresponden con aquellas frecuencias para las que la impedancia del resonador tiende a 0 y a infinito respectivamente, viendo también que la separación entre estas dos frecuencias viene definida por la constante de acople piezoelectrónico del material utilizado. Entre estas dos frecuencias el resonador tiene un comportamiento inductivo, mientras que fuera de este rango el resonador presenta un comportamiento capacitivo.

El problema del modelo de Mason es su elevada complejidad, con lo que no resulta práctico para el diseño de dispositivos BAW. Por este motivo es básico disponer de modelos simplificados. Un buen ejemplo de éstos es el modelo de BVD, que es un modelo circuital simplificado de un resonador BAW. Debido a que en un SCF los dos resonadores que lo forman están acoplados acústicamente, el modelo de BVD no sirve para el análisis de esta estructura. A pesar de esto, utilizando el modelo de Mason, y realizando un proceso de simplificación se ha demostrado que para el SCF también existe un modelo circuital compacto, como el mostrado en la figura 2-12. Este modelo muestra que la respuesta en banda estrecha de un SCF puede ser modelada con un esquema circuital simple formado por 4 elementos discretos.

En el *capítulo 3* se han presentado diferentes métodos de diseño de resonadores SCF. En primer lugar se ha analizado la respuesta de esta estructura. Cabe destacar que su respuesta tiene un solo polo, por esto muchas veces en lugar de filtro SCF se conoce simplemente como resonador SCF. Además el ancho de banda máximo que se puede conseguir está directamente relacionado con las propiedades del material piezoelectrónico utilizado, en concreto con el coeficiente de acople piezoelectrónico, habiendo visto que para el caso de utilizar AlN dicho ancho de banda relativo máximo

era del 2.4%. Se ha visto que la frecuencia central de la resonancia del SCF también era un parámetro ajustable, viendo que ésta siempre se encuentra entre la frecuencia de resonancia y la frecuencia de antiresonancia de los dos resonadores idénticos que forman la sección básica SCF.

A continuación se han presentado tres métodos de diseño diferentes, dos de ellos basados en la teoría de la impedancia imagen, y el tercero obtenido utilizando técnicas de análisis de circuitos. En todos ellos se parte de unas especificaciones de diseño que son la frecuencia central  $f_0$  y el ancho de banda relativo  $RBW$ , y se buscan los parámetros de diseño de los dos resonadores idénticos que forman el SCF, es decir, la frecuencia de antiresonancia  $f_a$  y la capacidad  $C_0$ . El primero de ellos se caracteriza por ser extremadamente simple, pero tiene el problema de que no permite controlar el ancho de banda puesto que éste viene fijado al máximo que es capaz de proporcionar la estructura. El segundo es un método empírico, que proporciona el control tanto de la frecuencia central como del ancho de banda del SCF. Este método está basado en el *Magic Value*, valor que se encuentra representado en una gráfica obtenida empíricamente que depende del material piezoeléctrico utilizado. Una vez definido este valor a partir de la especificación del ancho de banda, utilizando expresiones muy sencillas y la especificación de la frecuencia central se calculan los parámetros de diseño del SCF. La ventaja de este método es que de forma simple permite un buen control tanto de la frecuencia central como del ancho de banda, mientras que su problema es que se requiere la gráfica del *Magic Value* para su utilización.

Por último se ha presentado el tercer método que también proporciona un buen control sobre el ancho de banda y la frecuencia central, y además se caracteriza por no ser un método empírico, sino que proporciona un sistema de dos ecuaciones cerradas que permiten realizar el diseño directamente resolviendo este sistema. Su principal problema es que dicho sistema de ecuaciones es de elevada complejidad.

En el *capítulo 4* se ha presentado como realizar el diseño de filtros basados en SCF mediante el método de diseño de las pérdidas de inserción. En general se ha trabajado con la respuesta de Chebyshev, pero los resultados mostrados son igualmente válidos para Butterworth, teniendo presente que la única diferencia existente es que los elementos del prototipo paso bajo  $g$  son diferentes. En primer lugar se ha analizado el caso del filtro de orden 1 implementado con la sección básica SCF. Uno de los principales problemas que ha estado presente a lo largo de todos los diseños presentados en este capítulo, es que en los extremos aparecen dos capacidades negativas que dificultan la implementación del filtro. Se ha demostrado que para anchos de banda pequeños dichas capacidades pueden ser eliminadas, mientras que para anchos de banda mayores dichas capacidades pueden ser sustituidas por inductancias. En este caso, debido a que el filtro realizado no está formado únicamente por la sección básica SCF, su pueden obtener filtros con un ancho de banda ligeramente superior al 2.4%, estando ahora el ancho de banda máximo limitado básicamente por las aproximaciones de banda estrecha realizadas.

A continuación se ha analizado el diseño de filtros de orden 2 mediante este mismo método de diseño. En primer lugar se ha analizado el caso de conectar directamente las dos secciones básicas SCF en cascada. En tal caso se ha visto que los anchos de banda relativos que se podían implementar estaban muy limitados. En general para el caso de un filtro de Chebyshev con 3 dB de rizado fabricado con AlN, estos anchos de banda relativos estaban limitados a valores entre el 1% y el 1.5%. Además este método no proporciona una adaptación a una impedancia de carga  $Z_0$ , sino que se realiza la adaptación a  $Z_3$ , impedancia que va a venir fijada por el diseño. Y a parte todavía sigue habiendo el problema de las dos capacidades negativas de los extremos que hay que implementar con inductancias.

A fin de obtener más flexibilidad en el diseño, se ha planteado añadir un inversor de impedancia con dos inductancias entre los dos SCF, viendo que en este caso no existe la limitación anterior en lo que a ancho de banda se refiere, y además se puede realizar la adaptación a la impedancia de carga  $Z_0$ . Otro hecho importante es que en este caso la frecuencia de antiresonancia de los dos SCF es la misma, hecho que facilita la fabricación. El problema de este método es que debido a que se han introducido elementos adicionales, éstos van a aumentar de forma el tamaño del filtro y pueden aumentar su nivel de pérdidas.

Habiendo visto la gran flexibilidad proporcionada por esta estructura, se ha generalizado el método para filtros de orden superior, analizando en primer lugar el caso de orden tres, y finalmente encontrando las expresiones generales para ordenes superiores, habiendo demostrado en ambos casos la validez del método mediante simulaciones. Cabe destacar que gracias a los elementos adicionales añadidos, ha sido posible diseñar filtros con anchos de banda relativos mayores, habiéndose mostrado ejemplos con un ancho de banda relativo del 5%.

En conclusión en este proyecto se han desarrollado diferentes técnicas sistemáticas para el diseño de filtros basados en SCF, teniendo presente que en el momento de su realización, no se encontró información relativa al diseño sistemático de estos filtros en ningún tipo de publicación.

## **5.2. Líneas futuras de trabajo**

En este proyecto se ha realizado un primer paso adelanté en el diseño sistemático de filtros mediante resonadores BAW, pero el trabajo a realizar en este ámbito no se acaba aquí. Por lo tanto, a continuación se presentarán un seguido de líneas futuras de trabajo que pueden ser útiles de cara a la realización de futuros proyectos en este ámbito.

- Validación experimental de todo lo estudiado en este proyecto con la ayuda del Centro Nacional de Microelectrónica (*IMB-CNM*).
- Obtención de un modelo circuital para una sección básica SCF formada por dos resonadores con diferentes propiedades.

- Obtención del modelo circuital equivalente para un resonador CRF que se prevé que proporcione mejores prestaciones que el SCF, especialmente en lo que a ancho de banda relativo máximo se refiere.
- Realización mediante el modelo de Mason de un estudio de los efectos de introducir cargas acústicas a los resonadores BAW, viendo como éstas afectan a la frecuencia de antiresonancia.
- Estudio de las ventajas e inconvenientes de los SMR respecto a los resonadores de membrana, viendo como afecta el aislamiento del sustrato en la respuesta del filtro.
- Estudio de los resultados obtenidos al juntar un filtro ladder con un filtro SCF a fin de intentar aprovechar la elevada selectividad de los ladder y el buen rechazo fuera de banda de los SCF.
- Intentar extrapolar los métodos de diseño presentados en el capítulo 3 para filtros de orden mayor.
- Estudio de las limitaciones tecnológicas introducidas a la hora de fabricar los diferentes diseños aquí mostrados.
- Realización de un análisis desde el punto de vista físico, es decir, desde el punto de vista de fabricación, de los dispositivos BAW, analizando las diferentes alternativas de fabricación existentes.
- Estudio de las diferentes técnicas para realizar inversores de impedancias, analizando por ejemplo si es factible o no, implementar los inversores de impedancia mediante estructuras acústicas, hecho que permitiría reducir enormemente las dimensiones de los filtros obtenidos en el capítulo 4.

Éstas son solo algunas ideas, pero tal como se ha comentado a lo largo de la memoria, la tecnología BAW en dispositivos de microondas es una tecnología muy joven en pleno desarrollo en la actualidad, y por lo tanto sólo el futuro será capaz de decir cual será la evolución que esta tecnología seguirá.



---

## APÉNDICE A.

### DEMOSTRACIONES UTILIZADAS PARA LA DEDUCCIÓN DEL MODELO EQUIVALENTE DEL SCF

---

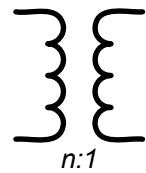
A lo largo de este apéndice se presentarán diferentes demostraciones y procesos de aproximación básicos para la obtención del modelo circuital equivalente del SCF.

#### **A.1. Funcionamiento de los transformadores: Desplazamiento de los transformadores**

En este apartado se muestra mediante el uso de matrices ABCD el funcionamiento de los transformadores. En concreto se analizan los efectos que sufre una impedancia genérica cuando es desplazada de un lado a otro de un transformador. Para hacer esta demostración, se requieren las matrices de parámetros ABCD que se muestran en la figura A-1 y figura A-2.



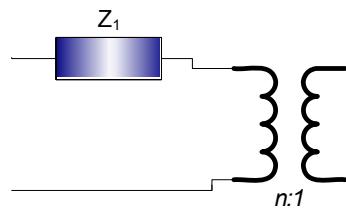
Figura A-1. Matrices de parámetros ABCD para una impedancia serie y una admitancia paralela.



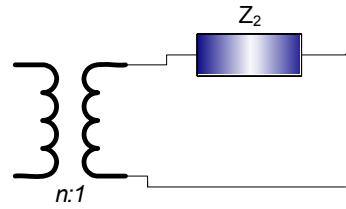
$$ABCD = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

Figura A-2. Matriz de parámetros ABCD de un transformador.

En primer lugar va a analizarse que sucede en el caso de tener una impedancia serie y un transformador. La matriz de parámetros ABCD de esta estructura se muestra en la figura A-3.



$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & Z_1/n \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$



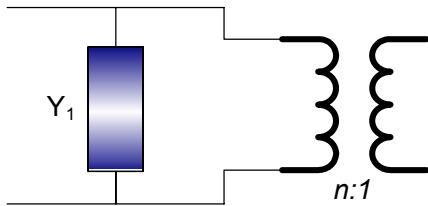
$$ABCD = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & nZ_2 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix}$$

Figura A-3. Matrices de parámetros ABCD para una impedancia serie y un transformador.

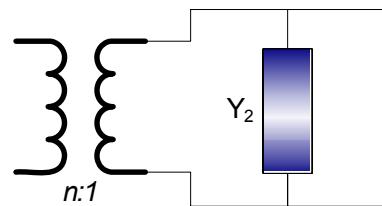
Para que los dos esquemas tengan el mismo comportamiento, hay que igualar las dos matrices ABCD, hecho que nos conduce a la siguiente condición

$$Z_1/n = nZ_2 \Rightarrow Z_2 = Z_1/n^2 \quad (\text{A.1})$$

Haciendo el mismo análisis para el caso de una admitancia en paralelo se obtienen los resultados mostrados en la figura A-4.



$$ABCD = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ Y_1 \cdot n & 1/n \end{bmatrix}$$



$$ABCD = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ Y_2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & 0 \\ Y_2/n & 1/n \end{bmatrix}$$

Figura A-4. Matrices de parámetros ABCD para una admitancia paralela y un transformador.

Con el mismo proceso que antes, se obtiene que para que los dos esquemas sean equivalentes la condición a cumplir es

$$Y_1n = Y_2/n \Rightarrow \frac{n}{Z_1} = \frac{1}{Z_2 \cdot n} \Rightarrow Z_2 = Z_1/n^2 \quad (\text{A.2})$$

En conclusión, las equivalencias que se deducen de este análisis son las mostradas en la figura A-5.

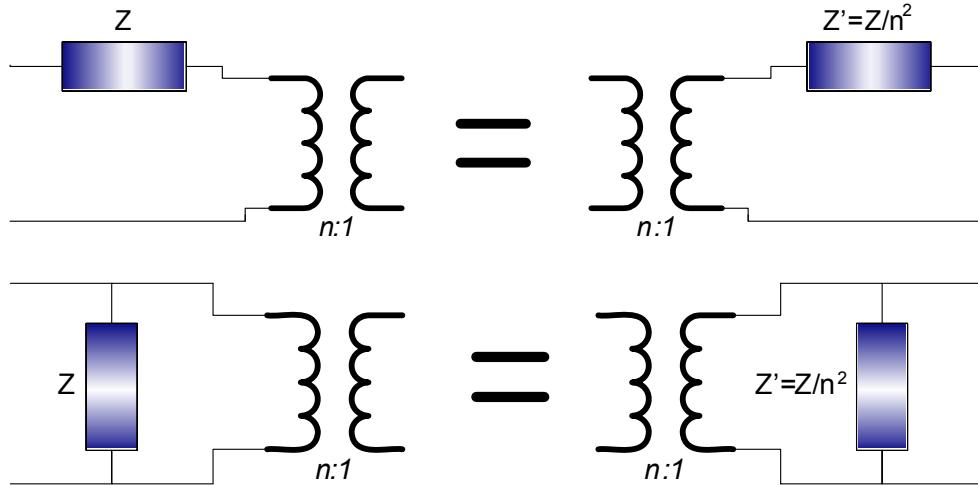


Figura A-5. Circuitos equivalentes con transformadores.

## A.2. Conversión $\text{Pi} \rightarrow \text{T}$ y viceversa

En este apartado del anexo se va a demostrar cual es la relación existente entre los parámetros de una estructura de impedancias en T y los de una estructura de impedancias en Pi. Al igual que en el apartado anterior del presente apéndice, el método a proseguir consiste en realizar el cálculo de la matriz ABCD de las dos estructura, y a continuación buscar las relaciones que han de cumplir los elementos de dichas estructuras para que sus matrices ABCD sean equivalentes.

Las matrices ABCD de una red en Pi y una red en T son las mostradas en la figura A-6. Igualando parámetro a parámetro las dos matrices ABCD pueden obtenerse las siguientes expresiones que permiten pasar de los parámetros de una red en Pi a una red en T y viceversa.

$$\begin{aligned} Z_1 &= Z_A \frac{Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ Z_2 &= Z_B \frac{Z_C}{Z_A + Z_B + Z_C} \\ Z_3 &= Z_A \frac{Z_B}{Z_A + Z_B + Z_C} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_A &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_2} \\ Z_2 &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_1} \\ Z_3 &= \frac{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3}{Z_3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ABCD &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_A & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_B & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_B}Z_C + 1 & Z_C \\ \frac{1}{Z_B} + \frac{1}{Z_A}\left(\frac{1}{Z_B}Z_C + 1\right) & \frac{1}{Z_A}Z_C + 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ABCD &= \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & Z_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{Z_1}{Z_3} + 1 & Z_2 + Z_1\left(\frac{Z_2}{Z_3} + 1\right) \\ \frac{1}{Z_3} & \frac{Z_2}{Z_3} + 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Figura A-6. Matriz de parámetros ABCD de una red en Pi y una red en T respectivamente.

### A.3. Proceso de simplificación de la impedancia $Z_s$

La expresión de  $Z_s$  que hay que simplificar es

$$Z_s = \frac{\left(Z'_1 + \frac{Z'_2}{2} - \frac{1}{j\omega C_0}\right)^2 + \left(Z'_1 + \frac{Z'_2}{2} - \frac{1}{j\omega C_0}\right)\frac{Z'_2}{2}}{\frac{Z'_2}{4}} \quad (\text{A.3})$$

En primer lugar a fin de simplificar la notación se definen los siguientes parámetros

$$\alpha = \frac{Z'_{acústica} \text{Area}}{t_1^2} \quad (\text{A.4})$$

$$\vartheta = k_p d_p = \pi \frac{\omega}{\omega_a} \quad (\text{A.5})$$

Utilizando (2.11), (2.12), (2.18) junto con (A.3), (A.4) y (A.5), la expresión de  $Z_s$  puede reescribirse como

$$Z_s = \frac{\left(\frac{-j\alpha}{\sin(\vartheta)} + j\frac{\alpha}{2}\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{1}{j\omega C_0}\right)^2 + \left(\frac{-j\alpha}{\sin(\vartheta)} + j\frac{\alpha}{2}\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right) - \frac{1}{j\omega C_0}\right)j\frac{\alpha}{2}\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right)}{j\frac{\alpha}{4}\tan\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \quad (\text{A.6})$$

Simplificando la expresión anterior y aplicando diferentes relaciones trigonométricas se obtiene

$$Z_s = 2 \frac{2 - 2\cos(\vartheta)^2 - 3\sin(\vartheta)\alpha\omega C_0\cos(\vartheta) - \alpha\omega C_0\sin(\vartheta) + \alpha^2\omega^2 C_0^2 \cos(\vartheta) + \alpha^2\omega^2 C_0^2 \cos(\vartheta)^2}{j\alpha\omega^2 C_0^2 \sin(\vartheta)(-1 + \cos(\vartheta))} \quad (\text{A.7})$$

Aplicando las aproximaciones de Taylor mostradas en la siguiente sección de este anexo, el valor de  $Z_S$  puede ser aproximado por

$$Z_S \approx 2 \frac{-3\omega^3\pi^2\alpha C_0 + \omega^3\alpha^2 C_0^2 \omega_a \pi + 6\omega^2\pi^2\alpha C_0 \omega_a - 4\omega\pi\omega_a - 3\omega\pi^2\alpha C_0 \omega_a^2}{j(-4\omega_a^2 + \pi^2\omega^2 - 2\pi^2\omega\omega_a + \pi^2\omega_a^2)\alpha\omega^2 C_0^2} + \dots \quad (A.8)$$

$$\dots + 2 \frac{4\omega\alpha C_0 \omega_a^2 + 4\pi\omega_a^2 - \omega^2\alpha^2 C_0^2 \omega_a^2 \pi}{j(-4\omega_a^2 + \pi^2\omega^2 - 2\pi^2\omega\omega_a + \pi^2\omega_a^2)\alpha\omega^2 C_0^2}$$

Para simplificar la notación, se define un nuevo parámetro: el parámetro  $Y$ .

$$Y = \alpha\omega_a C_0 = \frac{Z'_{\text{acústica}p} \varepsilon_0 \varepsilon_r \pi v_p}{e_i^2} \quad (A.9)$$

Además, debido a que se está trabajando con aproximaciones en banda estrecha, en general en la banda de paso va a cumplirse que  $\omega$  y  $\omega_a$  son muy próximas, de forma que se cumple que

$$4\omega_a^2 \gg \pi^2\omega^2 - 2\pi^2\omega\omega_a + \pi^2\omega_a^2 \quad (A.10)$$

Utilizando este mismo argumento, y teniendo presente que el valor del parámetro  $Y$  en general es mayor que 1 (del orden de 50 para AIN), también puede demostrarse que los términos  $-4\omega\pi\omega_a^2$  y  $4\pi\omega_a^3$  del numerador de (A.8) son despreciables. Considerando estas aproximaciones, la ecuación (A.8) puede reescribirse de forma aproximada como

$$Z_S \approx 2 \frac{(Y^2\pi - 3\pi^2Y)\omega^3 + (6\pi^2Y\omega_a - Y^2\omega_a\pi)\omega^2 + (4Y\omega_a^2 - 3\pi^2Y\omega_a^2)\omega}{j(-4\omega_a^2)Y\omega^2 C_0} \quad (A.11)$$

En esta expresión se observa que la impedancia  $Z_S$  es un resonador RLC. El modelo de Mason utilizado no considera las pérdidas, de forma que lo más lógico es buscar un modelo LC, teniendo presente que esta componente resistiva que ha aparecido es debida a las aproximaciones realizadas en el proceso anteriormente mostrado. Para eliminar esta componente resistiva, representada por el término  $A\omega^2$  del numerador, donde  $A = (6\pi^2Y\omega_a - Y^2\omega_a\pi)$ , la mejor opción es aproximar este término cuadrático por la adición de un término lineal más un término cúbico de la forma

$$A\omega^2 = B\omega^3 + C\omega \quad (A.12)$$

Una forma simple para realizar esta equivalencia consiste en igualar las dos funciones en dos puntos y resolver el sistema obtenido. Con esta técnica, el sistema resultante es

$$\left. \begin{aligned} A\omega_1^2 &= B\omega_1^3 + C\omega_1 \\ A\omega_2^2 &= B\omega_2^3 + C\omega_2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} B &= \frac{A}{\omega_1 + \omega_2} \\ C &= A \frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1 + \omega_2} \end{aligned} \quad (A.13)$$

Resolviendo este sistema y trabajando con las expresiones resultantes, se obtiene

$$\begin{aligned} B &= \frac{A}{2\omega_a} \\ C &= A \frac{\omega_a}{2} \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Utilizando esta aproximación en (A.11), la expresión resultante de  $Z_S$  es

$$Z_S = \frac{Y^2\pi\omega^3 + 8Y\omega_a^2\omega - Y^2\omega_a^2\pi\omega}{j(-4\omega_a^2)Y\omega^2C_0} \quad (\text{A.15})$$

En (A.15) se observa que la impedancia obtenida efectivamente se corresponde con un resonador LC. Para obtener los valores de la L y la C solo hay que reordenar sus términos, llegando así a la expresión final de  $Z_S$

$$Z_S = j \frac{Y\pi}{4\omega_a^2 C_0} \omega + \frac{1}{j \frac{4C_0}{Y\pi - 8} \omega} \quad (\text{A.16})$$

#### **A.4. Aproximación de funciones trigonométricas mediante Taylor**

En este apartado se muestra como realizar la aproximación de Taylor de las principales funciones trigonométricas, puesto que éste es un paso básico para la obtención del modelo circuital equivalente de la sección básica SCF. Si se desea aproximar  $f(x)$  mediante Taylor alrededor del punto  $a$ , la operación a realizar es

$$f_{\text{Taylor}}(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x - a) + \frac{f''(a)}{2!}(x - a)^2 + \dots + \frac{f^n(a)}{n!}(x - a)^n \quad (\text{A.17})$$

A modo de ejemplo, utilizando esta expresión y considerando una aproximación de orden 2, se demuestra que la aproximación de Taylor de las funciones trigonométricas básicas, considerando como punto de operación  $x \approx \pi$ , es

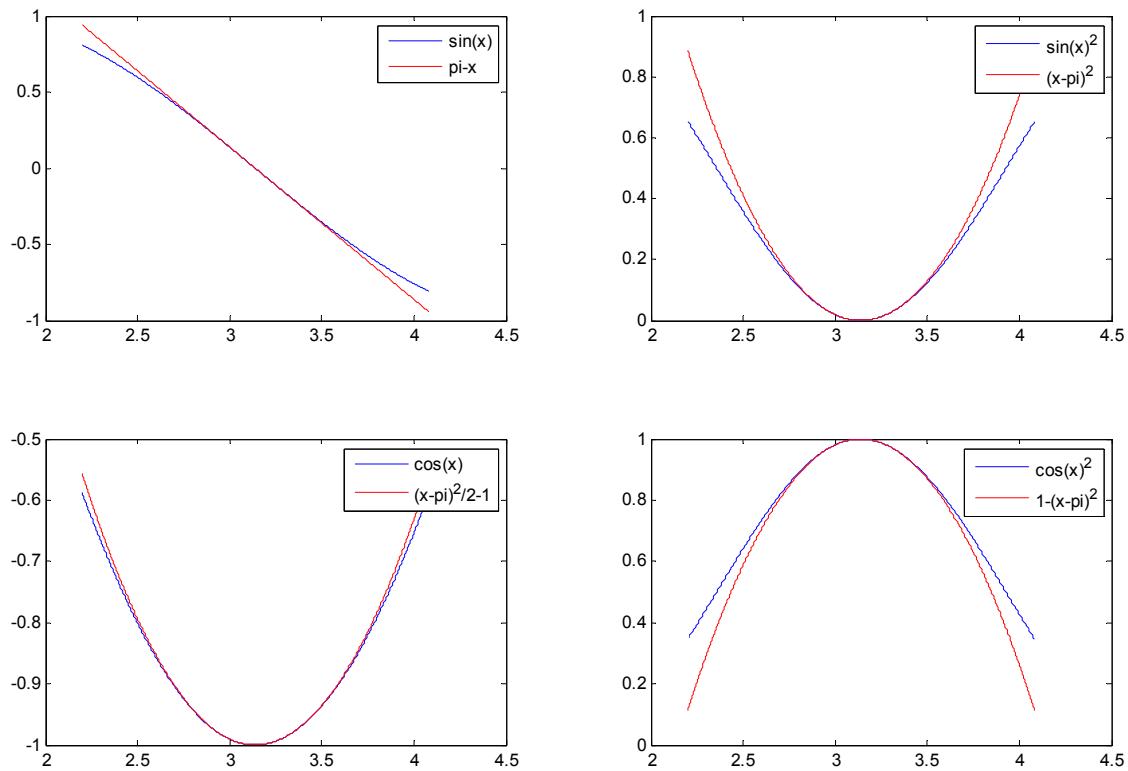
$$\sin(x) \approx -x + \pi \quad (\text{A.18})$$

$$\sin(x)^2 \approx (x - \pi)^2 \quad (\text{A.19})$$

$$\cos(x) \approx -1 + \frac{(x - \pi)^2}{2} \quad (\text{A.20})$$

$$\cos(x)^2 \approx 1 - (x - \pi)^2 \quad (\text{A.21})$$

En la figura A-7 se muestra de forma gráfica la validez de estas expresiones, viendo que en los cuatro casos, trabajando en condiciones de banda estrecha, la gráfica de la función trigonométrica representada de color azul coincide con la aproximación proporcionada por Taylor representada de color rojo.



*Figura A-7. Comprobación de la validez de las aproximaciones de Taylor.*



---

## APÉNDICE B.

### MODELO DE MASON

---

El modelo de Mason es un modelo físico unidimensional de gran utilidad para la simulación del comportamiento de dispositivos BAW y de dispositivos electroacústicos en general. Hay que tener presente que el objetivo de esta sección no consiste en la realización de la deducción del modelo de Mason con un análisis físico detallado partiendo de la ecuación acústica del movimiento, puesto que dicho análisis puede encontrarse en [13], [20] y [21]; sino que esta sección se limita a presentar los equivalentes circuitales proporcionados por dicho modelo, cuyo objetivo es establecer una analogía entre el mundo acústico y el mundo eléctrico que permita estudiar el comportamiento de la parte acústica de los dispositivo BAW con las herramientas tradicionalmente utilizadas para el análisis de circuitos. Además no hay que olvidar que el modelo de Mason es el paso previo a la obtención de los modelos circuitales equivalentes que se analizan en el capítulo 2 de este trabajo.

#### ***B.1. Solución unidimensional para una lámina de material no piezoelectrónico***

A continuación se analizará la solución de la ecuación de la onda acústica para el caso de una lámina de material no piezoelectrónico con una topología como la mostrada en la figura B-1 donde se observa que sólo aparece una capa de material no piezoelectrónico con un grosor  $d=z_2-z_1$ .

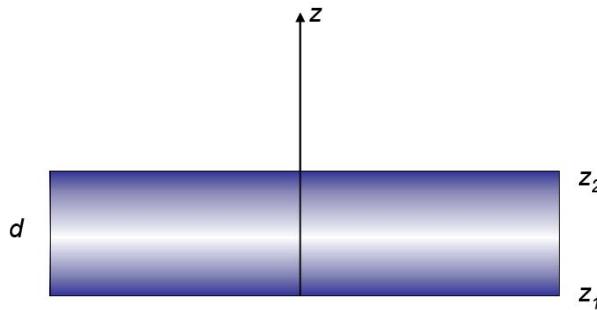


Figura B-1. Lámina de material no piezoelectrico.

Partiendo de la solución de la ecuación de onda para el movimiento de la partícula y aplicando condiciones de contorno, puede llegarse a las siguientes expresiones

$$F_1 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) + jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_1 \quad (B.1)$$

$$F_2 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) - jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_2 \quad (B.2)$$

donde  $F_1$  y  $F_2$  es la fuerza aplicada sobre la correspondiente cara del material,  $v_1$  y  $v_2$  es la velocidad a la que se desplaza una partícula que viaja por la correspondiente cara del material, también conocida como corriente acústica [13],  $Z$  es la impedancia característica acústica del medio y  $k$  es la constante de propagación de la onda acústica. Estas expresiones son equivalentes al modelo gráfico mostrado en la figura B-2, donde se ha representado la lámina de material no piezoelectrico como un modelo en T de impedancias acústicas.

Es importante tener presente que como primera aproximación pueden establecerse las siguientes analogías entre el plano mecánico o acústico y el plano eléctrico:

- La fuerza en el plano mecánico puede asociarse a una tensión eléctrica en el plano eléctrico.
- La velocidad de la partícula en el plano mecánico puede asociarse a una corriente en el plano eléctrico.

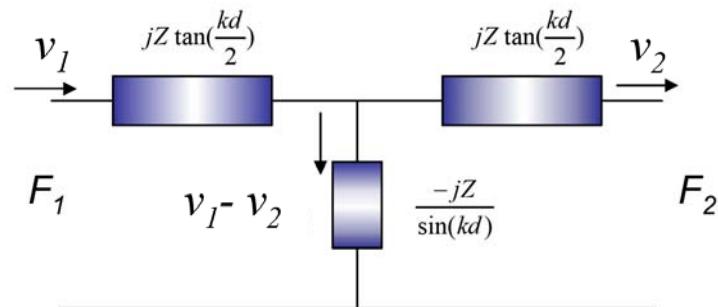


Figura B-2. Modelo de impedancia acústica para una lámina de material no piezoelectrico.

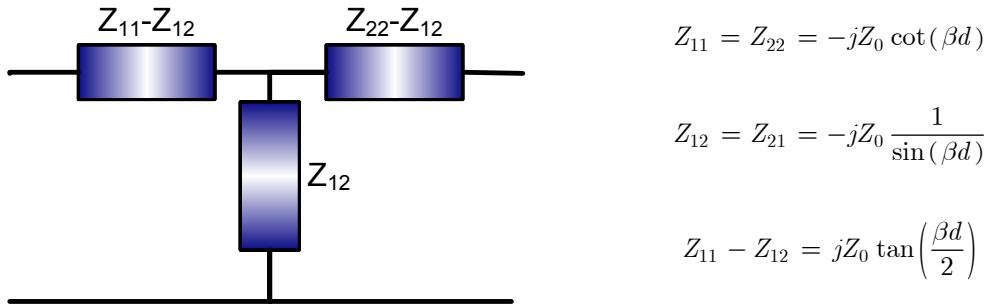


Figura B-3. Topología en T de un cuadripolo modelado con parámetros Z.

Además comparando la figura B-2 con la figura B-3, se observa que el comportamiento acústico de una lámina de material no piezoelectrónico es el mismo que el comportamiento eléctrico de una línea de transmisión de igual impedancia característica y longitud eléctrica.

## B.2. Solución unidimensional para una lámina de material piezoelectrónico

La piezoelectricidad es una propiedad descubierta en 1880 por Jacques y Pierre Curie [17] que permite que en algunos materiales se establezca una relación entre los fenómenos mecánicos y los eléctricos. Esta propiedad dice que si a un material piezoelectrónico se le aplica una tensión mecánica (*stress*) éste genera una carga eléctrica. Además este fenómeno es reversible, de forma que si a un material piezoelectrónico se le aplica un campo eléctrico se produce una deformación física (*strain*). Este fenómeno es debido al hecho de que al igual que los materiales dieléctricos presentan un momento dipolar no nulo ante la presencia de un campo eléctrico, los materiales piezoelectrónicos presentan un momento dipolar no nulo ante la presencia de fenómenos mecánicos. Es justamente este momento dipolar no nulo el que provocará una alteración del flujo de campo eléctrico a través del material, dando lugar al efecto piezoelectrónico.

Realizando un análisis como el mostrado en [10]o [21], se obtienen las siguientes expresiones que describen el comportamiento de una lámina de material piezoelectrónico

$$F_1 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) + jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_1 + \frac{h}{j\omega} I \quad (B.3)$$

$$F_2 = \frac{Z}{j \sin(kd)} (v_1 - v_2) - jZ \tan\left(\frac{kd}{2}\right) v_2 + \frac{h}{j\omega} I \quad (B.4)$$

$$I = j\omega C_0 V + hC_0 (v_1 - v_2) \quad (B.5)$$

donde  $h = e / \varepsilon^S$  siendo  $e$  el coeficiente piezoeléctrico y  $\varepsilon^S$  la permitividad del material piezoeléctrico bajo condiciones de deformación constante,  $I$  es la corriente,  $V$  es la tensión eléctrica externa (voltaje),  $C_0$  es la capacidad estática, determinada por  $C_0 = \varepsilon^S A / d$ ,  $A$  es el área de la superficie superior e inferior suponiendo que ambas son iguales, y  $d$  es el grosor de la capa de material piezoeléctrico.

Utilizando (B.3),(B.4) y (B.5) se puede obtener el modelo físico mostrado en la figura B-4, donde se observa que el esquema obtenido es un modelo de tres puertos, dos de ellos con variables mecánicas y uno con variables eléctricas. Por lo tanto, es este modelo el que permite juntar de forma simple en un mismo análisis variables de los dos mundos.

Una vez mostrado el modelo físico de Mason para una capa de material tanto piezoeléctrico como no piezoeléctrico, puede obtenerse fácilmente el modelo para las diferentes estructuras típicamente utilizadas en los dispositivos BAW. Se ha de tener presente que en general, tal como se observa en la figura B-5 en la que se muestra la estructura de un resonador BAW SMR, los dispositivos BAW están formados por una sucesión de diferentes capas de material superpuestas una encima de la otra, de forma que para obtener el modelo físico equivalente sólo hay que ir poniendo en cascada el modelo equivalente de cada una de estas capas. El problema aparece al intentar analizar analíticamente estas estructuras debido a la gran complejidad del modelo resultante.

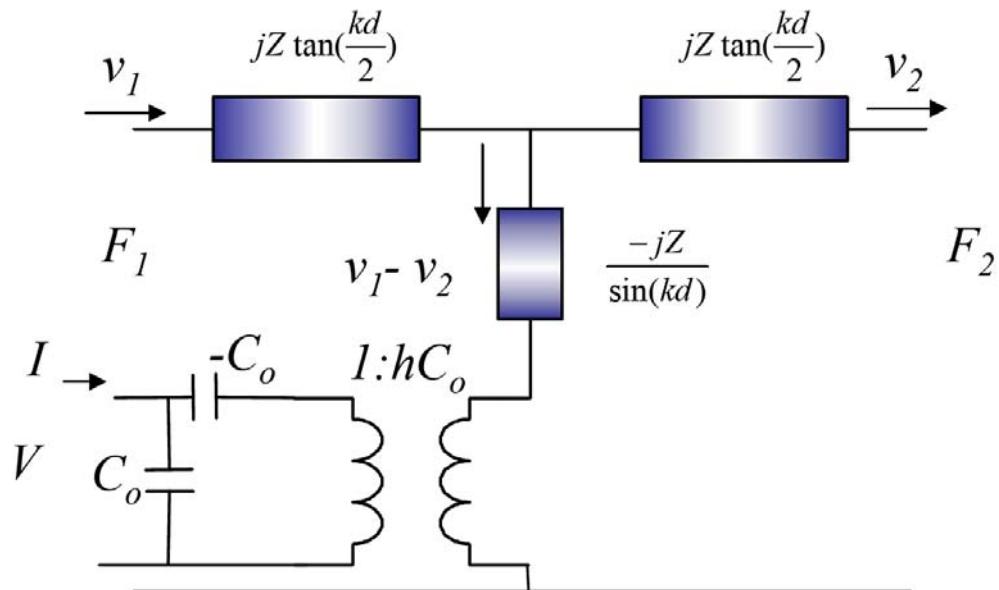


Figura B-4. Modelo físico para una lámina de material piezoeléctrico sin cargas mecánicas en la superficie. Se observa que es un modelo de 3 puertos, siendo dos de ellos puertos con variables mecánicas / acústicas, y el otro con variables eléctricas.

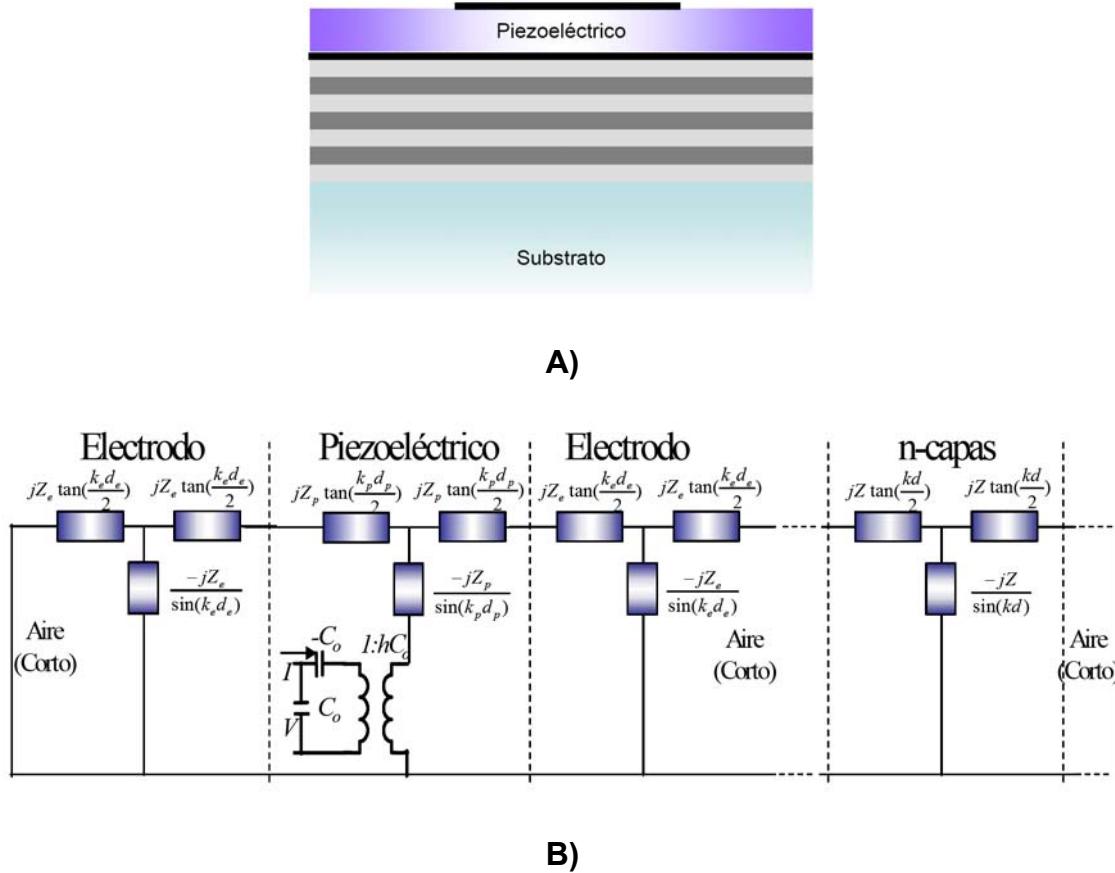


Figura B-5. Estructura BAW multicapa general. A) Esquema de construcción física, B) Modelo físico utilizando Mason.



---

## APÉNDICE C.

### GRÁFICAS Y TABLAS PARA EL MÉTODO DE DISEÑO DEL MAGIC NUMBER

---

En este apéndice se muestran las gráficas del *Magic Number* necesarias para poder hacer el diseño con este método. Hay que tener presente que se mostrará esta gráfica para dos materiales piezoeléctricos, en concreto AlN y ZnO. Los parámetros utilizados para el AlN son los mostrados en la tabla 3-1, mientras que para el ZnO se ha utilizado un coeficiente de acople piezoeléctrico  $K_t^2=0.075$ , una constante dieléctrica  $\epsilon_r = 9.2$  y una velocidad de propagación de la onda acústica  $v_p = 6350$  m/s [13].

A fin de facilitar el diseño, a parte de graficar los valores, estos también se encuentran tabulados con una resolución en ancho de banda relativo del 0.01%.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| <b><i>0,07</i></b>   | -4,612E-02      | -9,416E-06      | <b><i>0,56</i></b>   | -4,550E-02      | -6,905E-04      |
| <b><i>0,08</i></b>   | -4,611E-02      | -1,408E-05      | <b><i>0,57</i></b>   | -4,547E-02      | -7,184E-04      |
| <b><i>0,09</i></b>   | -4,611E-02      | -1,875E-05      | <b><i>0,58</i></b>   | -4,545E-02      | -7,418E-04      |
| <b><i>0,10</i></b>   | -4,610E-02      | -2,341E-05      | <b><i>0,59</i></b>   | -4,542E-02      | -7,697E-04      |
| <b><i>0,11</i></b>   | -4,610E-02      | -2,808E-05      | <b><i>0,60</i></b>   | -4,540E-02      | -7,977E-04      |
| <b><i>0,12</i></b>   | -4,610E-02      | -3,274E-05      | <b><i>0,61</i></b>   | -4,538E-02      | -8,210E-04      |
| <b><i>0,13</i></b>   | -4,609E-02      | -3,741E-05      | <b><i>0,62</i></b>   | -4,535E-02      | -8,490E-04      |
| <b><i>0,14</i></b>   | -4,609E-02      | -4,207E-05      | <b><i>0,63</i></b>   | -4,532E-02      | -8,770E-04      |
| <b><i>0,15</i></b>   | -4,608E-02      | -5,141E-05      | <b><i>0,64</i></b>   | -4,530E-02      | -9,097E-04      |
| <b><i>0,16</i></b>   | -4,607E-02      | -5,607E-05      | <b><i>0,65</i></b>   | -4,527E-02      | -9,376E-04      |
| <b><i>0,17</i></b>   | -4,607E-02      | -6,540E-05      | <b><i>0,66</i></b>   | -4,524E-02      | -9,656E-04      |
| <b><i>0,18</i></b>   | -4,606E-02      | -7,007E-05      | <b><i>0,67</i></b>   | -4,522E-02      | -9,983E-04      |
| <b><i>0,19</i></b>   | -4,605E-02      | -7,940E-05      | <b><i>0,68</i></b>   | -4,519E-02      | -1,026E-03      |
| <b><i>0,20</i></b>   | -4,605E-02      | -8,873E-05      | <b><i>0,69</i></b>   | -4,516E-02      | -1,059E-03      |
| <b><i>0,21</i></b>   | -4,604E-02      | -9,806E-05      | <b><i>0,70</i></b>   | -4,513E-02      | -1,087E-03      |
| <b><i>0,22</i></b>   | -4,603E-02      | -1,074E-04      | <b><i>0,71</i></b>   | -4,510E-02      | -1,119E-03      |
| <b><i>0,23</i></b>   | -4,602E-02      | -1,167E-04      | <b><i>0,72</i></b>   | -4,507E-02      | -1,152E-03      |
| <b><i>0,24</i></b>   | -4,601E-02      | -1,260E-04      | <b><i>0,73</i></b>   | -4,504E-02      | -1,185E-03      |
| <b><i>0,25</i></b>   | -4,600E-02      | -1,354E-04      | <b><i>0,74</i></b>   | -4,501E-02      | -1,222E-03      |
| <b><i>0,26</i></b>   | -4,599E-02      | -1,494E-04      | <b><i>0,75</i></b>   | -4,498E-02      | -1,255E-03      |
| <b><i>0,27</i></b>   | -4,598E-02      | -1,587E-04      | <b><i>0,76</i></b>   | -4,495E-02      | -1,287E-03      |
| <b><i>0,28</i></b>   | -4,597E-02      | -1,727E-04      | <b><i>0,77</i></b>   | -4,492E-02      | -1,325E-03      |
| <b><i>0,29</i></b>   | -4,596E-02      | -1,820E-04      | <b><i>0,78</i></b>   | -4,488E-02      | -1,357E-03      |
| <b><i>0,30</i></b>   | -4,595E-02      | -1,960E-04      | <b><i>0,79</i></b>   | -4,485E-02      | -1,395E-03      |
| <b><i>0,31</i></b>   | -4,593E-02      | -2,100E-04      | <b><i>0,80</i></b>   | -4,482E-02      | -1,432E-03      |
| <b><i>0,32</i></b>   | -4,592E-02      | -2,240E-04      | <b><i>0,81</i></b>   | -4,478E-02      | -1,469E-03      |
| <b><i>0,33</i></b>   | -4,591E-02      | -2,380E-04      | <b><i>0,82</i></b>   | -4,475E-02      | -1,506E-03      |
| <b><i>0,34</i></b>   | -4,590E-02      | -2,520E-04      | <b><i>0,83</i></b>   | -4,472E-02      | -1,544E-03      |
| <b><i>0,35</i></b>   | -4,588E-02      | -2,707E-04      | <b><i>0,84</i></b>   | -4,468E-02      | -1,581E-03      |
| <b><i>0,36</i></b>   | -4,586E-02      | -2,847E-04      | <b><i>0,85</i></b>   | -4,464E-02      | -1,623E-03      |
| <b><i>0,37</i></b>   | -4,585E-02      | -2,987E-04      | <b><i>0,86</i></b>   | -4,461E-02      | -1,660E-03      |
| <b><i>0,38</i></b>   | -4,584E-02      | -3,173E-04      | <b><i>0,87</i></b>   | -4,457E-02      | -1,702E-03      |
| <b><i>0,39</i></b>   | -4,582E-02      | -3,360E-04      | <b><i>0,88</i></b>   | -4,453E-02      | -1,740E-03      |
| <b><i>0,40</i></b>   | -4,581E-02      | -3,500E-04      | <b><i>0,89</i></b>   | -4,450E-02      | -1,782E-03      |
| <b><i>0,41</i></b>   | -4,579E-02      | -3,686E-04      | <b><i>0,90</i></b>   | -4,446E-02      | -1,823E-03      |
| <b><i>0,42</i></b>   | -4,577E-02      | -3,873E-04      | <b><i>0,91</i></b>   | -4,442E-02      | -1,865E-03      |
| <b><i>0,43</i></b>   | -4,576E-02      | -4,059E-04      | <b><i>0,92</i></b>   | -4,438E-02      | -1,907E-03      |
| <b><i>0,44</i></b>   | -4,574E-02      | -4,246E-04      | <b><i>0,93</i></b>   | -4,434E-02      | -1,954E-03      |
| <b><i>0,45</i></b>   | -4,572E-02      | -4,433E-04      | <b><i>0,94</i></b>   | -4,430E-02      | -1,996E-03      |
| <b><i>0,46</i></b>   | -4,570E-02      | -4,666E-04      | <b><i>0,95</i></b>   | -4,426E-02      | -2,043E-03      |
| <b><i>0,47</i></b>   | -4,568E-02      | -4,852E-04      | <b><i>0,96</i></b>   | -4,422E-02      | -2,084E-03      |
| <b><i>0,48</i></b>   | -4,566E-02      | -5,086E-04      | <b><i>0,97</i></b>   | -4,418E-02      | -2,131E-03      |
| <b><i>0,49</i></b>   | -4,565E-02      | -5,272E-04      | <b><i>0,98</i></b>   | -4,414E-02      | -2,178E-03      |
| <b><i>0,50</i></b>   | -4,562E-02      | -5,505E-04      | <b><i>0,99</i></b>   | -4,409E-02      | -2,224E-03      |
| <b><i>0,51</i></b>   | -4,561E-02      | -5,739E-04      | <b><i>1,00</i></b>   | -4,405E-02      | -2,271E-03      |
| <b><i>0,52</i></b>   | -4,558E-02      | -5,972E-04      | <b><i>1,01</i></b>   | -4,400E-02      | -2,317E-03      |
| <b><i>0,53</i></b>   | -4,556E-02      | -6,205E-04      | <b><i>1,02</i></b>   | -4,396E-02      | -2,369E-03      |
| <b><i>0,54</i></b>   | -4,554E-02      | -6,438E-04      | <b><i>1,03</i></b>   | -4,391E-02      | -2,415E-03      |
| <b><i>0,55</i></b>   | -4,552E-02      | -6,671E-04      | <b><i>1,04</i></b>   | -4,387E-02      | -2,467E-03      |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar A/N.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| 1,05                 | -4,382E-02      | -2,518E-03      | 1,54                 | -4,080E-02      | -5,777E-03      |
| 1,06                 | -4,378E-02      | -2,564E-03      | 1,55                 | -4,072E-02      | -5,865E-03      |
| 1,07                 | -4,373E-02      | -2,616E-03      | 1,56                 | -4,064E-02      | -5,949E-03      |
| 1,08                 | -4,368E-02      | -2,672E-03      | 1,57                 | -4,056E-02      | -6,037E-03      |
| 1,09                 | -4,364E-02      | -2,723E-03      | 1,58                 | -4,048E-02      | -6,126E-03      |
| 1,10                 | -4,358E-02      | -2,774E-03      | 1,59                 | -4,039E-02      | -6,219E-03      |
| 1,11                 | -4,353E-02      | -2,830E-03      | 1,60                 | -4,031E-02      | -6,307E-03      |
| 1,12                 | -4,348E-02      | -2,881E-03      | 1,61                 | -4,022E-02      | -6,400E-03      |
| 1,13                 | -4,343E-02      | -2,937E-03      | 1,62                 | -4,014E-02      | -6,493E-03      |
| 1,14                 | -4,338E-02      | -2,993E-03      | 1,63                 | -4,005E-02      | -6,586E-03      |
| 1,15                 | -4,333E-02      | -3,049E-03      | 1,64                 | -3,996E-02      | -6,684E-03      |
| 1,16                 | -4,328E-02      | -3,105E-03      | 1,65                 | -3,987E-02      | -6,777E-03      |
| 1,17                 | -4,323E-02      | -3,161E-03      | 1,66                 | -3,978E-02      | -6,875E-03      |
| 1,18                 | -4,317E-02      | -3,221E-03      | 1,67                 | -3,969E-02      | -6,972E-03      |
| 1,19                 | -4,312E-02      | -3,277E-03      | 1,68                 | -3,959E-02      | -7,074E-03      |
| 1,20                 | -4,306E-02      | -3,338E-03      | 1,69                 | -3,950E-02      | -7,172E-03      |
| 1,21                 | -4,301E-02      | -3,398E-03      | 1,70                 | -3,941E-02      | -7,274E-03      |
| 1,22                 | -4,296E-02      | -3,459E-03      | 1,71                 | -3,931E-02      | -7,377E-03      |
| 1,23                 | -4,290E-02      | -3,519E-03      | 1,72                 | -3,921E-02      | -7,479E-03      |
| 1,24                 | -4,284E-02      | -3,580E-03      | 1,73                 | -3,911E-02      | -7,586E-03      |
| 1,25                 | -4,279E-02      | -3,645E-03      | 1,74                 | -3,901E-02      | -7,693E-03      |
| 1,26                 | -4,273E-02      | -3,706E-03      | 1,75                 | -3,891E-02      | -7,800E-03      |
| 1,27                 | -4,267E-02      | -3,771E-03      | 1,76                 | -3,881E-02      | -7,906E-03      |
| 1,28                 | -4,261E-02      | -3,836E-03      | 1,77                 | -3,871E-02      | -8,018E-03      |
| 1,29                 | -4,255E-02      | -3,901E-03      | 1,78                 | -3,860E-02      | -8,129E-03      |
| 1,30                 | -4,248E-02      | -3,966E-03      | 1,79                 | -3,850E-02      | -8,246E-03      |
| 1,31                 | -4,243E-02      | -4,036E-03      | 1,80                 | -3,839E-02      | -8,357E-03      |
| 1,32                 | -4,236E-02      | -4,102E-03      | 1,81                 | -3,828E-02      | -8,473E-03      |
| 1,33                 | -4,230E-02      | -4,167E-03      | 1,82                 | -3,817E-02      | -8,589E-03      |
| 1,34                 | -4,223E-02      | -4,237E-03      | 1,83                 | -3,806E-02      | -8,710E-03      |
| 1,35                 | -4,217E-02      | -4,306E-03      | 1,84                 | -3,794E-02      | -8,831E-03      |
| 1,36                 | -4,211E-02      | -4,376E-03      | 1,85                 | -3,783E-02      | -8,952E-03      |
| 1,37                 | -4,204E-02      | -4,451E-03      | 1,86                 | -3,771E-02      | -9,077E-03      |
| 1,38                 | -4,197E-02      | -4,521E-03      | 1,87                 | -3,759E-02      | -9,203E-03      |
| 1,39                 | -4,191E-02      | -4,595E-03      | 1,88                 | -3,747E-02      | -9,328E-03      |
| 1,40                 | -4,184E-02      | -4,665E-03      | 1,89                 | -3,735E-02      | -9,458E-03      |
| 1,41                 | -4,177E-02      | -4,739E-03      | 1,90                 | -3,723E-02      | -9,588E-03      |
| 1,42                 | -4,170E-02      | -4,814E-03      | 1,91                 | -3,710E-02      | -9,718E-03      |
| 1,43                 | -4,163E-02      | -4,888E-03      | 1,92                 | -3,698E-02      | -9,853E-03      |
| 1,44                 | -4,156E-02      | -4,967E-03      | 1,93                 | -3,685E-02      | -9,987E-03      |
| 1,45                 | -4,148E-02      | -5,042E-03      | 1,94                 | -3,671E-02      | -1,013E-02      |
| 1,46                 | -4,142E-02      | -5,121E-03      | 1,95                 | -3,658E-02      | -1,027E-02      |
| 1,47                 | -4,134E-02      | -5,200E-03      | 1,96                 | -3,644E-02      | -1,041E-02      |
| 1,48                 | -4,127E-02      | -5,279E-03      | 1,97                 | -3,631E-02      | -1,055E-02      |
| 1,49                 | -4,119E-02      | -5,363E-03      | 1,98                 | -3,617E-02      | -1,070E-02      |
| 1,50                 | -4,111E-02      | -5,442E-03      | 1,99                 | -3,603E-02      | -1,085E-02      |
| 1,51                 | -4,104E-02      | -5,526E-03      | 2,00                 | -3,589E-02      | -1,100E-02      |
| 1,52                 | -4,096E-02      | -5,609E-03      | 2,01                 | -3,574E-02      | -1,116E-02      |
| 1,53                 | -4,088E-02      | -5,693E-03      | 2,02                 | -3,559E-02      | -1,131E-02      |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar A/N.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| 2,03                 | -3,544E-02      | -1,147E-02      | 2,21                 | -3,208E-02      | -1,497E-02      |
| 2,04                 | -3,529E-02      | -1,163E-02      | 2,22                 | -3,184E-02      | -1,521E-02      |
| 2,05                 | -3,513E-02      | -1,180E-02      | 2,23                 | -3,160E-02      | -1,547E-02      |
| 2,06                 | -3,496E-02      | -1,196E-02      | 2,24                 | -3,135E-02      | -1,573E-02      |
| 2,07                 | -3,480E-02      | -1,214E-02      | 2,25                 | -3,108E-02      | -1,600E-02      |
| 2,08                 | -3,463E-02      | -1,231E-02      | 2,26                 | -3,080E-02      | -1,629E-02      |
| 2,09                 | -3,447E-02      | -1,249E-02      | 2,27                 | -3,051E-02      | -1,658E-02      |
| 2,10                 | -3,429E-02      | -1,267E-02      | 2,28                 | -3,022E-02      | -1,689E-02      |
| 2,11                 | -3,412E-02      | -1,285E-02      | 2,29                 | -2,989E-02      | -1,722E-02      |
| 2,12                 | -3,393E-02      | -1,304E-02      | 2,30                 | -2,956E-02      | -1,756E-02      |
| 2,13                 | -3,375E-02      | -1,324E-02      | 2,31                 | -2,920E-02      | -1,793E-02      |
| 2,14                 | -3,356E-02      | -1,343E-02      | 2,32                 | -2,881E-02      | -1,832E-02      |
| 2,15                 | -3,336E-02      | -1,363E-02      | 2,33                 | -2,840E-02      | -1,875E-02      |
| 2,16                 | -3,316E-02      | -1,385E-02      | 2,34                 | -2,793E-02      | -1,923E-02      |
| 2,17                 | -3,296E-02      | -1,405E-02      | 2,35                 | -2,741E-02      | -1,976E-02      |
| 2,18                 | -3,275E-02      | -1,428E-02      | 2,36                 | -2,681E-02      | -2,037E-02      |
| 2,19                 | -3,253E-02      | -1,450E-02      | 2,37                 | -2,605E-02      | -2,114E-02      |
| 2,20                 | -3,231E-02      | -1,473E-02      | 2,38                 | -2,491E-02      | -2,230E-02      |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar AlN.

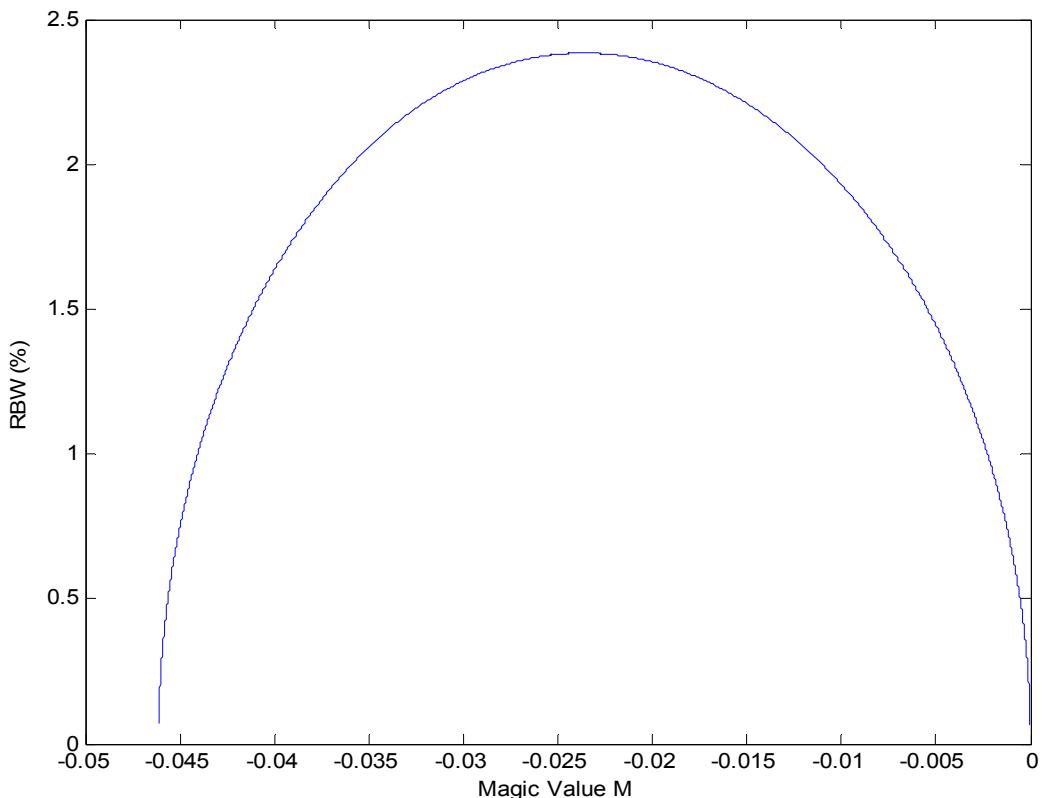


Figura C-1. Gráfica que proporciona el Magic Value en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar AlN como material piezoelectrónico.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| 0,09                 | -6,078E-02      | -1,246E-05      | 0,58                 | -6,030E-02      | -5,617E-04      |
| 0,1                  | -6,077E-02      | -1,863E-05      | 0,59                 | -6,028E-02      | -5,803E-04      |
| 0,11                 | -6,077E-02      | -1,863E-05      | 0,6                  | -6,027E-02      | -5,988E-04      |
| 0,12                 | -6,077E-02      | -2,480E-05      | 0,61                 | -6,025E-02      | -6,173E-04      |
| 0,13                 | -6,077E-02      | -3,098E-05      | 0,62                 | -6,023E-02      | -6,420E-04      |
| 0,14                 | -6,076E-02      | -3,098E-05      | 0,63                 | -6,021E-02      | -6,605E-04      |
| 0,15                 | -6,076E-02      | -3,715E-05      | 0,64                 | -6,019E-02      | -6,852E-04      |
| 0,16                 | -6,076E-02      | -4,332E-05      | 0,65                 | -6,017E-02      | -7,037E-04      |
| 0,17                 | -6,075E-02      | -4,949E-05      | 0,66                 | -6,015E-02      | -7,284E-04      |
| 0,18                 | -6,074E-02      | -5,567E-05      | 0,67                 | -6,013E-02      | -7,469E-04      |
| 0,19                 | -6,074E-02      | -6,184E-05      | 0,68                 | -6,011E-02      | -7,715E-04      |
| 0,2                  | -6,073E-02      | -6,801E-05      | 0,69                 | -6,009E-02      | -7,962E-04      |
| 0,21                 | -6,073E-02      | -7,418E-05      | 0,7                  | -6,007E-02      | -8,209E-04      |
| 0,22                 | -6,072E-02      | -8,036E-05      | 0,71                 | -6,005E-02      | -8,456E-04      |
| 0,23                 | -6,071E-02      | -8,653E-05      | 0,72                 | -6,003E-02      | -8,641E-04      |
| 0,24                 | -6,071E-02      | -9,270E-05      | 0,73                 | -6,000E-02      | -8,888E-04      |
| 0,25                 | -6,070E-02      | -1,050E-04      | 0,74                 | -5,998E-02      | -9,135E-04      |
| 0,26                 | -6,070E-02      | -1,112E-04      | 0,75                 | -5,996E-02      | -9,443E-04      |
| 0,27                 | -6,068E-02      | -1,236E-04      | 0,76                 | -5,994E-02      | -9,690E-04      |
| 0,28                 | -6,068E-02      | -1,297E-04      | 0,77                 | -5,991E-02      | -9,937E-04      |
| 0,29                 | -6,067E-02      | -1,421E-04      | 0,78                 | -5,989E-02      | -1,018E-03      |
| 0,3                  | -6,066E-02      | -1,483E-04      | 0,79                 | -5,987E-02      | -1,043E-03      |
| 0,31                 | -6,065E-02      | -1,606E-04      | 0,8                  | -5,985E-02      | -1,074E-03      |
| 0,32                 | -6,064E-02      | -1,729E-04      | 0,81                 | -5,982E-02      | -1,099E-03      |
| 0,33                 | -6,063E-02      | -1,791E-04      | 0,82                 | -5,979E-02      | -1,129E-03      |
| 0,34                 | -6,062E-02      | -1,915E-04      | 0,83                 | -5,977E-02      | -1,154E-03      |
| 0,35                 | -6,061E-02      | -2,038E-04      | 0,84                 | -5,974E-02      | -1,185E-03      |
| 0,36                 | -6,060E-02      | -2,161E-04      | 0,85                 | -5,972E-02      | -1,216E-03      |
| 0,37                 | -6,059E-02      | -2,285E-04      | 0,86                 | -5,970E-02      | -1,240E-03      |
| 0,38                 | -6,058E-02      | -2,408E-04      | 0,87                 | -5,967E-02      | -1,271E-03      |
| 0,39                 | -6,057E-02      | -2,532E-04      | 0,88                 | -5,964E-02      | -1,302E-03      |
| 0,4                  | -6,056E-02      | -2,655E-04      | 0,89                 | -5,961E-02      | -1,333E-03      |
| 0,41                 | -6,055E-02      | -2,779E-04      | 0,9                  | -5,959E-02      | -1,364E-03      |
| 0,42                 | -6,053E-02      | -2,902E-04      | 0,91                 | -5,956E-02      | -1,395E-03      |
| 0,43                 | -6,052E-02      | -3,087E-04      | 0,92                 | -5,953E-02      | -1,425E-03      |
| 0,44                 | -6,051E-02      | -3,211E-04      | 0,93                 | -5,951E-02      | -1,456E-03      |
| 0,45                 | -6,049E-02      | -3,334E-04      | 0,94                 | -5,948E-02      | -1,487E-03      |
| 0,46                 | -6,048E-02      | -3,519E-04      | 0,95                 | -5,945E-02      | -1,524E-03      |
| 0,47                 | -6,047E-02      | -3,643E-04      | 0,96                 | -5,942E-02      | -1,555E-03      |
| 0,48                 | -6,046E-02      | -3,828E-04      | 0,97                 | -5,939E-02      | -1,586E-03      |
| 0,49                 | -6,044E-02      | -4,013E-04      | 0,98                 | -5,936E-02      | -1,623E-03      |
| 0,5                  | -6,043E-02      | -4,136E-04      | 0,99                 | -5,933E-02      | -1,654E-03      |
| 0,51                 | -6,041E-02      | -4,322E-04      | 1                    | -5,930E-02      | -1,691E-03      |
| 0,52                 | -6,040E-02      | -4,507E-04      | 1,01                 | -5,927E-02      | -1,722E-03      |
| 0,53                 | -6,038E-02      | -4,692E-04      | 1,02                 | -5,924E-02      | -1,759E-03      |
| 0,54                 | -6,037E-02      | -4,877E-04      | 1,03                 | -5,921E-02      | -1,796E-03      |
| 0,55                 | -6,035E-02      | -5,062E-04      | 1,04                 | -5,917E-02      | -1,833E-03      |
| 0,56                 | -6,033E-02      | -5,247E-04      | 1,05                 | -5,914E-02      | -1,870E-03      |
| 0,57                 | -6,031E-02      | -5,432E-04      | 1,06                 | -5,910E-02      | -1,900E-03      |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| 1,07                 | -5,907E-02      | -1,937E-03      | 1,56                 | -5,701E-02      | -4,255E-03      |
| 1,08                 | -5,904E-02      | -1,981E-03      | 1,57                 | -5,695E-02      | -4,310E-03      |
| 1,09                 | -5,901E-02      | -2,018E-03      | 1,58                 | -5,690E-02      | -4,372E-03      |
| 1,10                 | -5,897E-02      | -2,055E-03      | 1,59                 | -5,685E-02      | -4,427E-03      |
| 1,11                 | -5,894E-02      | -2,092E-03      | 1,60                 | -5,679E-02      | -4,489E-03      |
| 1,12                 | -5,891E-02      | -2,129E-03      | 1,61                 | -5,674E-02      | -4,550E-03      |
| 1,13                 | -5,887E-02      | -2,172E-03      | 1,62                 | -5,668E-02      | -4,612E-03      |
| 1,14                 | -5,883E-02      | -2,209E-03      | 1,63                 | -5,663E-02      | -4,673E-03      |
| 1,15                 | -5,880E-02      | -2,252E-03      | 1,64                 | -5,658E-02      | -4,735E-03      |
| 1,16                 | -5,876E-02      | -2,289E-03      | 1,65                 | -5,652E-02      | -4,797E-03      |
| 1,17                 | -5,873E-02      | -2,332E-03      | 1,66                 | -5,646E-02      | -4,858E-03      |
| 1,18                 | -5,869E-02      | -2,375E-03      | 1,67                 | -5,641E-02      | -4,920E-03      |
| 1,19                 | -5,865E-02      | -2,412E-03      | 1,68                 | -5,635E-02      | -4,981E-03      |
| 1,20                 | -5,861E-02      | -2,455E-03      | 1,69                 | -5,629E-02      | -5,049E-03      |
| 1,21                 | -5,858E-02      | -2,498E-03      | 1,70                 | -5,623E-02      | -5,111E-03      |
| 1,22                 | -5,854E-02      | -2,542E-03      | 1,71                 | -5,617E-02      | -5,178E-03      |
| 1,23                 | -5,850E-02      | -2,585E-03      | 1,72                 | -5,611E-02      | -5,246E-03      |
| 1,24                 | -5,846E-02      | -2,628E-03      | 1,73                 | -5,605E-02      | -5,308E-03      |
| 1,25                 | -5,842E-02      | -2,671E-03      | 1,74                 | -5,599E-02      | -5,375E-03      |
| 1,26                 | -5,838E-02      | -2,720E-03      | 1,75                 | -5,593E-02      | -5,443E-03      |
| 1,27                 | -5,834E-02      | -2,764E-03      | 1,76                 | -5,587E-02      | -5,511E-03      |
| 1,28                 | -5,830E-02      | -2,807E-03      | 1,77                 | -5,581E-02      | -5,579E-03      |
| 1,29                 | -5,826E-02      | -2,856E-03      | 1,78                 | -5,575E-02      | -5,646E-03      |
| 1,30                 | -5,822E-02      | -2,899E-03      | 1,79                 | -5,569E-02      | -5,720E-03      |
| 1,31                 | -5,818E-02      | -2,948E-03      | 1,80                 | -5,562E-02      | -5,788E-03      |
| 1,32                 | -5,813E-02      | -2,992E-03      | 1,81                 | -5,556E-02      | -5,856E-03      |
| 1,33                 | -5,809E-02      | -3,041E-03      | 1,82                 | -5,550E-02      | -5,929E-03      |
| 1,34                 | -5,805E-02      | -3,090E-03      | 1,83                 | -5,543E-02      | -5,997E-03      |
| 1,35                 | -5,801E-02      | -3,140E-03      | 1,84                 | -5,536E-02      | -6,071E-03      |
| 1,36                 | -5,796E-02      | -3,189E-03      | 1,85                 | -5,530E-02      | -6,145E-03      |
| 1,37                 | -5,792E-02      | -3,238E-03      | 1,86                 | -5,523E-02      | -6,219E-03      |
| 1,38                 | -5,788E-02      | -3,287E-03      | 1,87                 | -5,517E-02      | -6,292E-03      |
| 1,39                 | -5,783E-02      | -3,337E-03      | 1,88                 | -5,510E-02      | -6,366E-03      |
| 1,40                 | -5,779E-02      | -3,386E-03      | 1,89                 | -5,503E-02      | -6,440E-03      |
| 1,41                 | -5,774E-02      | -3,435E-03      | 1,90                 | -5,496E-02      | -6,520E-03      |
| 1,42                 | -5,769E-02      | -3,491E-03      | 1,91                 | -5,490E-02      | -6,594E-03      |
| 1,43                 | -5,765E-02      | -3,540E-03      | 1,92                 | -5,482E-02      | -6,668E-03      |
| 1,44                 | -5,760E-02      | -3,589E-03      | 1,93                 | -5,475E-02      | -6,748E-03      |
| 1,45                 | -5,755E-02      | -3,645E-03      | 1,94                 | -5,468E-02      | -6,828E-03      |
| 1,46                 | -5,750E-02      | -3,700E-03      | 1,95                 | -5,461E-02      | -6,908E-03      |
| 1,47                 | -5,746E-02      | -3,750E-03      | 1,96                 | -5,454E-02      | -6,981E-03      |
| 1,48                 | -5,741E-02      | -3,805E-03      | 1,97                 | -5,446E-02      | -7,061E-03      |
| 1,49                 | -5,736E-02      | -3,860E-03      | 1,98                 | -5,439E-02      | -7,148E-03      |
| 1,50                 | -5,731E-02      | -3,916E-03      | 1,99                 | -5,432E-02      | -7,228E-03      |
| 1,51                 | -5,726E-02      | -3,971E-03      | 2,00                 | -5,425E-02      | -7,307E-03      |
| 1,52                 | -5,721E-02      | -4,027E-03      | 2,01                 | -5,417E-02      | -7,387E-03      |
| 1,53                 | -5,716E-02      | -4,082E-03      | 2,02                 | -5,409E-02      | -7,474E-03      |
| 1,54                 | -5,711E-02      | -4,138E-03      | 2,03                 | -5,402E-02      | -7,553E-03      |
| 1,55                 | -5,706E-02      | -4,193E-03      | 2,04                 | -5,394E-02      | -7,640E-03      |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO.

| <b>RBW(%)</b> | <b>M</b>   | <b>M</b>   | <b>RBW(%)</b> | <b>M</b>   | <b>M</b>   |
|---------------|------------|------------|---------------|------------|------------|
| 2,05          | -5,386E-02 | -7,726E-03 | 2,54          | -4,908E-02 | -1,291E-02 |
| 2,06          | -5,379E-02 | -7,812E-03 | 2,55          | -4,896E-02 | -1,305E-02 |
| 2,07          | -5,371E-02 | -7,898E-03 | 2,56          | -4,883E-02 | -1,318E-02 |
| 2,08          | -5,363E-02 | -7,984E-03 | 2,57          | -4,871E-02 | -1,332E-02 |
| 2,09          | -5,355E-02 | -8,076E-03 | 2,58          | -4,858E-02 | -1,345E-02 |
| 2,10          | -5,347E-02 | -8,162E-03 | 2,59          | -4,845E-02 | -1,360E-02 |
| 2,11          | -5,338E-02 | -8,248E-03 | 2,60          | -4,832E-02 | -1,373E-02 |
| 2,12          | -5,330E-02 | -8,340E-03 | 2,61          | -4,819E-02 | -1,387E-02 |
| 2,13          | -5,322E-02 | -8,433E-03 | 2,62          | -4,806E-02 | -1,402E-02 |
| 2,14          | -5,314E-02 | -8,525E-03 | 2,63          | -4,792E-02 | -1,416E-02 |
| 2,15          | -5,305E-02 | -8,617E-03 | 2,64          | -4,778E-02 | -1,431E-02 |
| 2,16          | -5,297E-02 | -8,709E-03 | 2,65          | -4,765E-02 | -1,445E-02 |
| 2,17          | -5,288E-02 | -8,801E-03 | 2,66          | -4,751E-02 | -1,460E-02 |
| 2,18          | -5,279E-02 | -8,894E-03 | 2,67          | -4,737E-02 | -1,475E-02 |
| 2,19          | -5,270E-02 | -8,992E-03 | 2,68          | -4,722E-02 | -1,491E-02 |
| 2,20          | -5,262E-02 | -9,090E-03 | 2,69          | -4,707E-02 | -1,507E-02 |
| 2,21          | -5,253E-02 | -9,182E-03 | 2,70          | -4,693E-02 | -1,522E-02 |
| 2,22          | -5,244E-02 | -9,281E-03 | 2,71          | -4,678E-02 | -1,538E-02 |
| 2,23          | -5,235E-02 | -9,379E-03 | 2,72          | -4,663E-02 | -1,554E-02 |
| 2,24          | -5,226E-02 | -9,483E-03 | 2,73          | -4,648E-02 | -1,571E-02 |
| 2,25          | -5,216E-02 | -9,582E-03 | 2,74          | -4,632E-02 | -1,587E-02 |
| 2,26          | -5,207E-02 | -9,680E-03 | 2,75          | -4,616E-02 | -1,604E-02 |
| 2,27          | -5,198E-02 | -9,784E-03 | 2,76          | -4,600E-02 | -1,621E-02 |
| 2,28          | -5,189E-02 | -9,889E-03 | 2,77          | -4,584E-02 | -1,638E-02 |
| 2,29          | -5,179E-02 | -9,993E-03 | 2,78          | -4,567E-02 | -1,656E-02 |
| 2,30          | -5,170E-02 | -1,010E-02 | 2,79          | -4,551E-02 | -1,673E-02 |
| 2,31          | -5,160E-02 | -1,020E-02 | 2,80          | -4,534E-02 | -1,692E-02 |
| 2,32          | -5,150E-02 | -1,031E-02 | 2,81          | -4,516E-02 | -1,709E-02 |
| 2,33          | -5,140E-02 | -1,042E-02 | 2,82          | -4,498E-02 | -1,728E-02 |
| 2,34          | -5,130E-02 | -1,052E-02 | 2,83          | -4,481E-02 | -1,747E-02 |
| 2,35          | -5,120E-02 | -1,063E-02 | 2,84          | -4,463E-02 | -1,766E-02 |
| 2,36          | -5,110E-02 | -1,074E-02 | 2,85          | -4,444E-02 | -1,786E-02 |
| 2,37          | -5,100E-02 | -1,085E-02 | 2,86          | -4,425E-02 | -1,806E-02 |
| 2,38          | -5,089E-02 | -1,096E-02 | 2,87          | -4,405E-02 | -1,827E-02 |
| 2,39          | -5,079E-02 | -1,108E-02 | 2,88          | -4,386E-02 | -1,847E-02 |
| 2,40          | -5,068E-02 | -1,120E-02 | 2,89          | -4,366E-02 | -1,868E-02 |
| 2,41          | -5,057E-02 | -1,131E-02 | 2,90          | -4,346E-02 | -1,890E-02 |
| 2,42          | -5,047E-02 | -1,143E-02 | 2,91          | -4,325E-02 | -1,911E-02 |
| 2,43          | -5,036E-02 | -1,155E-02 | 2,92          | -4,303E-02 | -1,933E-02 |
| 2,44          | -5,025E-02 | -1,166E-02 | 2,93          | -4,281E-02 | -1,956E-02 |
| 2,45          | -5,014E-02 | -1,178E-02 | 2,94          | -4,259E-02 | -1,980E-02 |
| 2,46          | -5,002E-02 | -1,190E-02 | 2,95          | -4,237E-02 | -2,003E-02 |
| 2,47          | -4,991E-02 | -1,203E-02 | 2,96          | -4,213E-02 | -2,028E-02 |
| 2,48          | -4,979E-02 | -1,215E-02 | 2,97          | -4,190E-02 | -2,053E-02 |
| 2,49          | -4,968E-02 | -1,227E-02 | 2,98          | -4,165E-02 | -2,079E-02 |
| 2,50          | -4,957E-02 | -1,240E-02 | 2,99          | -4,139E-02 | -2,105E-02 |
| 2,51          | -4,945E-02 | -1,253E-02 | 3,00          | -4,114E-02 | -2,132E-02 |
| 2,52          | -4,933E-02 | -1,266E-02 | 3,01          | -4,087E-02 | -2,160E-02 |
| 2,53          | -4,920E-02 | -1,279E-02 | 3,02          | -4,058E-02 | -2,188E-02 |

Valor del Magic Value M en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO.

| <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>RBW(%)</i></b> | <b><i>M</i></b> | <b><i>M</i></b> |
|----------------------|-----------------|-----------------|----------------------|-----------------|-----------------|
| <b>3,03</b>          | -4,030E-02      | -2,219E-02      | <b>3,11</b>          | -3,748E-02      | -2,509E-02      |
| <b>3,04</b>          | -4,000E-02      | -2,249E-02      | <b>3,12</b>          | -3,702E-02      | -2,556E-02      |
| <b>3,05</b>          | -3,970E-02      | -2,281E-02      | <b>3,13</b>          | -3,652E-02      | -2,606E-02      |
| <b>3,06</b>          | -3,937E-02      | -2,315E-02      | <b>3,14</b>          | -3,596E-02      | -2,665E-02      |
| <b>3,07</b>          | -3,902E-02      | -2,350E-02      | <b>3,15</b>          | -3,532E-02      | -2,728E-02      |
| <b>3,08</b>          | -3,867E-02      | -2,387E-02      | <b>3,16</b>          | -3,458E-02      | -2,805E-02      |
| <b>3,09</b>          | -3,830E-02      | -2,425E-02      | <b>3,17</b>          | -3,355E-02      | -2,906E-02      |
| <b>3,10</b>          | -3,790E-02      | -2,466E-02      |                      |                 |                 |

Valor del Magic Value *M* en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO.

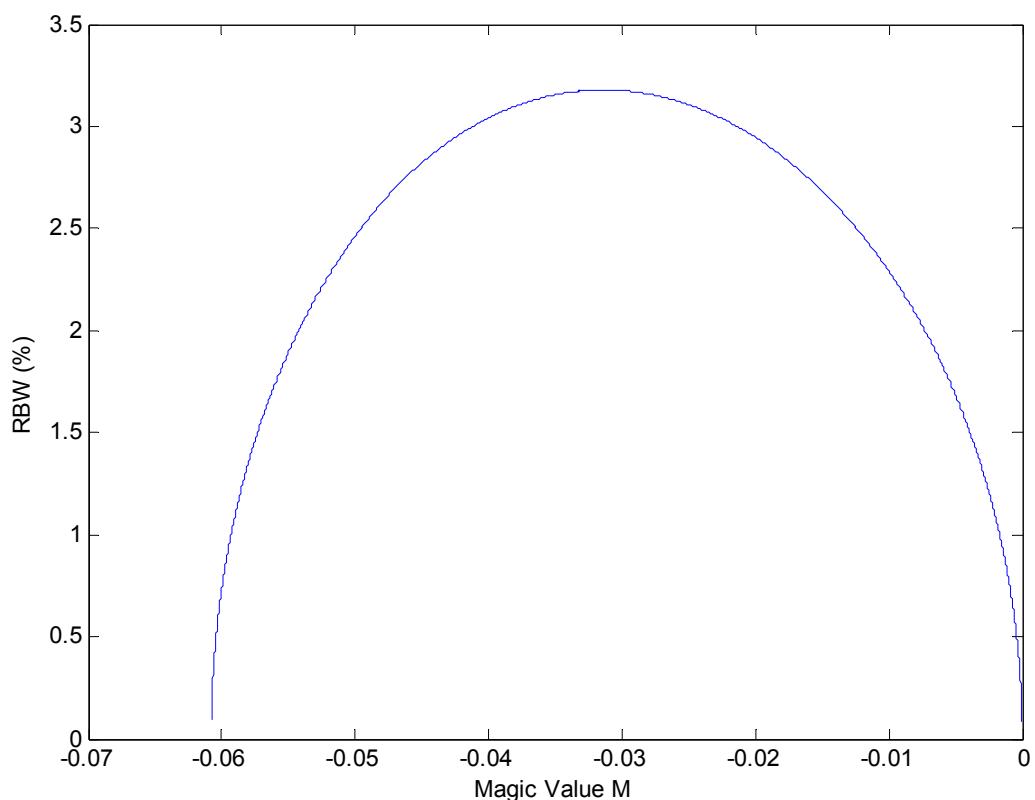


Figura C-2. Gráfica que proporciona el Magic Value en función del ancho de banda relativo para el caso de utilizar ZnO como material piezoelectrónico.

---

## APÉNDICE D.

### SIMPLIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES APARECIDAS EN EL CAPÍTULO 3

---

En este anexo se describe de forma detallada el proceso seguido para la simplificación de las diferentes expresiones que aparecen en el método de diseño presentado en la sección 3.3.

Tal como se muestra en dicha sección, la impedancia de entrada de una sección básica SCF cargada con  $Z_0$  es

$$Z_{in} = \frac{\left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{\frac{1}{j\omega C_0} Z_0}{\frac{1}{j\omega C_0} + Z_0} \right) \frac{1}{j\omega C_0}}{\left( j\omega L + \frac{1}{j\omega C} + \frac{\frac{1}{j\omega C_0} Z_0}{\frac{1}{j\omega C_0} + Z_0} \right) + \frac{1}{j\omega C_0}} \quad (D.1)$$

Hay que tener presente que a fin de simplificar la notación y reducir así la longitud de las expresiones obtenidas, se han hecho los siguientes cambios de notación:  $L=L_{baw}$ ,  $C=C_{baw}$ . Simplificando la expresión anterior y agrupando los términos complejos tanto del numerador como del denominador se obtiene la siguiente expresión

$$Z_{in} = \frac{j(C_0\omega Z_0 + C\omega Z_0 - C_0CL\omega^3 Z_0) - CL\omega^2 + 1}{j(C_0\omega + C\omega - C_0CL\omega^3) - C_0^2\omega^2 Z_0 - 2C_0C\omega^2 Z_0 + C_0^2CL\omega^4 Z_0} \quad (D.2)$$

La frecuencia central del filtro  $f_0$  se corresponde con la frecuencia de resonancia de la estructura, es decir, la frecuencia en la que la parte imaginaria de la impedancia de entrada es nula, condición que proporciona la siguiente ecuación

$$\begin{aligned}
 & -C_0^3 C^2 L^2 \omega_0^7 Z_0^2 + 2C_0^3 C L \omega_0^5 Z_0^2 - C_0^3 \omega_0^3 Z_0^2 + 3C_0^2 C^2 L \omega_0^5 Z_0^2 - 3C_0^2 C \omega_0^3 Z_0^2 - C_0 C^2 L^2 \omega_0^5 - \dots \\
 & \dots - 2C_0 C^2 \omega_0^3 Z_0^2 + 2C_0 C L \omega_0^3 - C_0 \omega_0 + C^2 L \omega_0^3 - C \omega_0 = 0
 \end{aligned} \tag{D.3}$$

Resolviendo la ecuación anterior tomando la frecuencia central  $\omega_0$  como incógnita, se obtienen los siguientes grupos de soluciones

$$\omega_0 = 0 \tag{D.4}$$

$$\omega_0 = \pm \frac{1}{C_0 C L} \sqrt{C_0 C L (C_0 + C)} \tag{D.5}$$

$$\omega_0 = \pm \frac{1}{2C_0 Z_0} \left\{ \begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{CL} \left( C_0^2 Z_0^2 - CL + 2C_0 C Z_0^2 - 2C_0^2 C L Z_0^2 \sqrt{-\frac{1}{C_0^2 C L Z_0^2}} \right)} \pm \dots \\ & \dots \pm C_0 Z_0 \sqrt{\frac{1}{C_0^2 C L Z_0^2} \left( C_0^2 Z_0^2 - CL + 2C_0 C Z_0^2 + 2C_0^2 C L Z_0^2 \sqrt{-\frac{1}{C_0^2 C L Z_0^2}} \right)} \end{aligned} \right\} \tag{D.6}$$

La solución mostrada en (D.6) es una expresión muy compleja, por lo tanto a continuación se intentará simplificarla, o como mínimo escribirla de forma más compacta obteniendo como resultado

$$\omega_0 = \pm \frac{1}{2C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{LC}} \left( \sqrt{(C_0^2 Z_0^2 - CL + 2C_0 C Z_0^2 - \sqrt{-4C_0^2 C L Z_0^2})} \pm \sqrt{(C_0^2 Z_0^2 - CL + 2C_0 C Z_0^2 + \sqrt{-4C_0^2 C L Z_0^2})} \right) \tag{D.7}$$

A fin de simplificar todavía más la notación de la expresión anterior, se hacen las siguientes definiciones

$$E = C_0^2 Z_0^2 - CL + 2C_0 C Z_0^2 \tag{D.8}$$

$$F = 4C_0^2 C L Z_0^2 \tag{D.9}$$

De forma que la expresión (D.7) puede reescribirse como

$$\omega_0 = \pm \frac{1}{2C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{LC}} \left( \sqrt{(E - \sqrt{-F})} \pm \sqrt{(E + \sqrt{-F})} \right) \tag{D.10}$$

El término de dentro del paréntesis de la expresión anterior puede representarse como

$$\sqrt{(E - j\sqrt{F})} \pm \sqrt{(E + j\sqrt{F})} = \sqrt{2E \pm 2\sqrt{E^2 + F}} \tag{D.11}$$

Sustituyendo (D.11) en (D.10) se obtiene la siguiente expresión simplificada

$$\omega_0 = \pm \frac{1}{2C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{LC}} \left( \sqrt{2E \pm 2\sqrt{E^2 + F}} \right) \tag{D.12}$$

de forma que ahora las tres expresiones que definen la solución de la ecuación (D.3) son (D.4), (D.5) y (D.12). Llegados a este punto, hay que analizar las diferentes soluciones obtenidas para ver cuales son de nuestro interés y cuales se pueden despreciar. En primer lugar se observa que la expresión (D.4) que indica que la frecuencia central del filtro es nula no interesa y por lo tanto ésta es despreciada. De las dos soluciones mostradas en la expresión (D.5) se ha de tener presente que sólo es válida la del signo positivo, puesto que como que todos los parámetros de la parte

derecha de la igualdad son positivos, debe escogerse el signo positivo para que la frecuencia central resultante sea positiva.

Además es fácilmente demostrable que se cumple que  $2E < 2\sqrt{E^2 + F}$ , por lo tanto analizando la expresión (D.12) se observa que debido a que todos los parámetros del equivalente circuital son positivos y como se quiere que la frecuencia resultante sea positiva y real, la única solución válida es cuando los dos signos son positivos. Por lo tanto, llegados a este punto, de todas las posibles soluciones que aparecieron inicialmente sólo quedan dos que pueden ser válidas. Estas son las siguientes

$$\omega_0 = \frac{1}{C_0 CL} \sqrt{C_0 CL (C_0 + C)} \quad (D.13)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{LC}} \left( \sqrt{2E + 2\sqrt{E^2 + F}} \right) \quad (D.14)$$

Para poder determinar cual es la de interés para el caso que se está analizando, lo mejor es realizar una representación gráfica de la impedancia de entrada tal como muestra la figura D-1. En esta figura se ha representado tanto la parte real como la parte imaginaria de dicha impedancia. Analizando la parte imaginaria se observa que tiene dos cruces por cero, cruces que se corresponden con las dos soluciones mostradas en (D.13) y (D.14). Hay que tener presente que a la frecuencia central de operación del filtro, a fin de conseguir una buena adaptación de impedancias, no es suficiente con que la parte imaginaria de la impedancia sea nula, sino que también debe cumplirse que la parte real de la impedancia coincida con  $Z_0$ , que normalmente es  $50\Omega$ . Añadiendo esta nueva restricción, en la figura D-1 se observa que efectivamente ahora sólo queda una única solución válida, que es la solución de interés y puede comprobarse que se corresponde con la expresión (D.14).

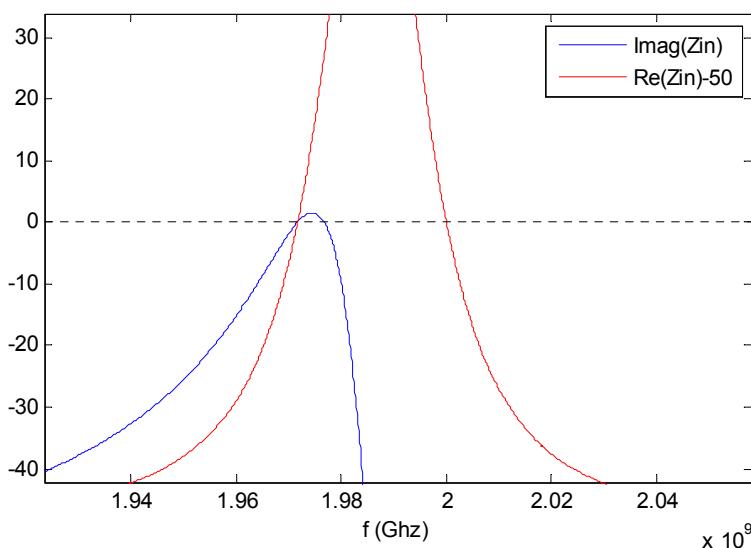


Figura D-1. Representación de la impedancia. De color azul se ha representado la parte imaginaria de la impedancia, y de color rojo se ha representado su parte real -  $50\Omega$ .

Por último sólo mencionar que la expresión obtenida está en función de  $L$  y  $C$ , que se corresponden con  $L_{baw}$  y  $C_{baw}$ , y que no son directamente los parámetros de diseño. Es recomendable escribir  $C = C_0\chi$  y  $L = \frac{\xi}{C_0\omega_a^2}$  donde  $\chi = \frac{4}{\pi Y - 8}$  y  $\xi = \frac{\pi Y}{4}$ , de forma que la expresión final resultante es

$$\begin{aligned}\omega_0 &= \frac{\omega_a}{C_0 Z_0} \sqrt{\frac{1}{2\xi\chi}} \left( \sqrt{E + \sqrt{E^2 + F}} \right) \\ E &= C_0^2 Z_0^2 (1 + 2\chi) - \frac{\xi\chi}{\omega_a^2} \\ F &= 4C_0^2 \frac{\chi\xi}{\omega_a^2} Z_0^2\end{aligned}\tag{D.15}$$

Esta es la primera de las ecuaciones que forman el sistema. Tal como se comenta en 3.3, la segunda ecuación proviene del hecho de fijar la frecuencia de corte. Para fijar esta frecuencia de corte en realidad lo que se hace es fijar que el módulo al cuadrado del coeficiente de reflexión a esta frecuencia sea igual a  $\frac{1}{2}$ , o en el caso genérico, que sea igual a una constante  $K^2$ .

Utilizando (D.2), el coeficiente de reflexión puede expresarse como

$$\Gamma = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0} = \frac{\frac{j(C_0\omega Z_0 + C\omega Z_0 - C_0CL\omega^3 Z_0) - CL\omega^2 + 1}{j(C_0\omega + C\omega - C_0CL\omega^3) - C_0^2\omega^2 Z_0 - 2C_0C\omega^2 Z_0 + C_0^2CL\omega^4 Z_0}}{\frac{j(C_0\omega Z_0 + C\omega Z_0 - C_0CL\omega^3 Z_0) - CL\omega^2 + 1}{j(C_0\omega + C\omega - C_0CL\omega^3) - C_0^2\omega^2 Z_0 - 2C_0C\omega^2 Z_0 + C_0^2CL\omega^4 Z_0}} - Z_0\tag{D.16}$$

Simplificando la expresión anterior, y teniendo presente que  $C = C_0\chi$  y  $L = \frac{\xi}{C_0\omega_a^2}$ ,

(D.16) se simplifica como

$$\Gamma = \frac{\omega_a^2 - \omega^2\xi\chi + C_0^2\omega^2 Z_0^2\omega_a^2 - C_0^2\omega^4\xi\chi Z_0^2 + 2C_0^2\omega^2\chi Z_0^2\omega_a^2}{j(2C_0\omega Z_0\omega_a^2 - 2C_0\omega^3\xi\chi Z_0 + 2C_0\omega\chi Z_0\omega_a^2) + \omega_a^2 - \omega^2\xi\chi - C_0^2\omega^2 Z_0^2\omega_a^2 + C_0^2\omega^4\xi\chi Z_0^2 - 2C_0^2\omega^2\chi Z_0^2\omega_a^2}\tag{D.17}$$

Para fijar la frecuencia de corte hay que calcular el módulo al cuadrado del coeficiente de reflexión, definido por

$$|\Gamma|^2 = \frac{(\omega_a^2 - \omega^2\xi\chi + C_0^2\omega^2 Z_0^2\omega_a^2 - C_0^2\omega^4\xi\chi Z_0^2 + 2C_0^2\omega^2\chi Z_0^2\omega_a^2)^2}{(2C_0\omega Z_0\omega_a^2 - 2C_0\omega^3\xi\chi Z_0 + 2C_0\omega\chi Z_0\omega_a^2)^2 + (\omega_a^2 - \omega^2\xi\chi - C_0^2\omega^2 Z_0^2\omega_a^2 + C_0^2\omega^4\xi\chi Z_0^2 - 2C_0^2\omega^2\chi Z_0^2\omega_a^2)^2}\tag{D.18}$$

Una vez encontrada la expresión del módulo del coeficiente de reflexión, ya puede plantearse la ecuación a resolver. En concreto a la frecuencia de corte se ha de cumplir  $|\Gamma|^2 = K^2$  donde en general  $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$  puesto que la frecuencia de corte normalmente se define como la frecuencia de corte a -3dB. Solucionando la ecuación anterior de forma simbólica se obtiene el siguiente resultado

$$C_0 = \pm \frac{1}{-\omega^4 \xi^2 \chi^2 - \omega_a^4 + K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 4 \chi^2 \omega_a^4 + 4 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 4 K^2 \omega_a^4 \chi - 4 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 4 K^2 \chi^2 \omega_a^4 - 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + K^2 \omega_a^4 + 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - 4 \omega_a^4 \chi} \times \dots$$

$$\dots \times \sqrt{\left( \dots \times \left( \begin{array}{l} -(-\omega^4 \xi^2 \chi^2 - \omega_a^4 + K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 4 \chi^2 \omega_a^4 + 4 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 4 K^2 \omega_a^4 \chi - 4 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 4 K^2 \chi^2 \omega_a^4 - 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + K^2 \omega_a^4 + 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - 4 \omega_a^4 \chi) \times \dots \\ K^2 \omega_a^4 - 2 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 - 2 \omega_a^4 \chi + 2 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 - 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 + 2 K^2 \chi^2 \omega_a^4 - \omega_a^4 - \omega^4 \xi^2 \chi^2 + 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + 2 K^2 \omega_a^4 \chi \pm \dots \end{array} \right) \right) \frac{\omega Z_0}{\omega Z_0}}$$

$$(D.19)$$

Esta expresión no es práctica para su manipulación, con lo que al igual que se ha hecho con (D.6), a continuación se muestra el proceso seguido para simplificarla y poderla escribir de forma compacta. Trabajando con la expresión (D.19), ésta puede reescribirse como

$$C_0 = \frac{\left( \begin{array}{l} -K^2 \omega_a^4 + 2 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 \omega_a^4 \chi - 2 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 K^2 \chi^2 \omega_a^4 + \omega_a^4 + \dots \\ \dots + \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - 2 K^2 \omega_a^4 \chi + \dots \\ \dots + 2 K \omega_a^2 \chi \sqrt{\left( \begin{array}{l} -\omega_a^4 + K^2 \omega_a^4 + K^2 \chi^2 \omega_a^4 + 2 K^2 \omega_a^4 \chi - 2 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 - \omega^4 \xi^2 \chi^2 + \dots \\ \dots + 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 \omega_a^4 \chi \end{array} \right)} \end{array} \right) \frac{\omega Z_0 \sqrt{(K-1) \sqrt{(K+1)} (\omega_a^2 + 2 \omega_a^2 \chi - \omega^2 \xi \chi)}}{\omega Z_0 \sqrt{(K-1) \sqrt{(K+1)} (\omega_a^2 + 2 \omega_a^2 \chi - \omega^2 \xi \chi)}}$$

$$(D.20)$$

Para poder escribir de forma más compacta (D.20), se definen las siguientes variables

$$A = \left( \begin{array}{l} -K^2 \omega_a^4 + 2 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 \omega_a^4 \chi - 2 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 K^2 \chi^2 \omega_a^4 + \omega_a^4 + \dots \\ \dots + \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - 2 K^2 \omega_a^4 \chi \end{array} \right)$$

$$(D.21)$$

$$B = \left( \begin{array}{l} -\omega_a^4 + K^2 \omega_a^4 + K^2 \chi^2 \omega_a^4 + 2 K^2 \omega_a^4 \chi - 2 \omega^2 K^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 + 2 \omega^2 \xi \chi^2 \omega_a^2 - \omega^4 \xi^2 \chi^2 + 2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi - \dots \\ \dots - 2 K^2 \omega_a^2 \omega^2 \xi \chi + K^2 \omega^4 \xi^2 \chi^2 - 2 \omega_a^4 \chi \end{array} \right)$$

$$(D.22)$$

$$C = Z_0 \omega \sqrt{(K-1) \sqrt{(K+1)} (\omega_a^2 + 2 \omega_a^2 \chi - \omega^2 \xi \chi)} \quad (D.23)$$

de forma que (D.20) puede reescribirse como

$$C_0 = \frac{\sqrt{(A + 2 K \omega_a^2 \chi \sqrt{B})}}{C} \quad (D.24)$$

Ahora hay que simplificar la expresión de las diferentes variables A, B y C, llegando finalmente al siguiente resultado

$$C_0 = \pm \frac{\sqrt{(A \pm 2 \sqrt{B'})}}{C} \quad (D.25)$$

donde

$$A = F' - 2 K^2 \chi^2 \omega_a^4 \quad (D.26)$$

$$B' = (K \omega_a^2 \chi)^2 (K^2 \chi^2 \omega_a^4 - F') \quad (D.27)$$

$$C = Z_0 \omega \sqrt{(K^2 - 1)} (\omega_a^2 + 2\omega_a^2 \chi - \omega^2 \xi \chi) \quad (D.28)$$

$$F' = (K^2 - 1) \left( -(1 + 2\chi) \omega_a^4 + 2\xi \omega^2 (\chi + 1) \omega_a^2 - \omega^4 \xi^2 \chi^2 \right) \quad (D.29)$$

Llegados a esta expresión compacta, se observa que todavía hay que determinar cual es el signo que proporciona la solución correcta. A diferencia de lo que pasaba con la expresión de la frecuencia central (D.15) donde sólo había una solución válida, en este caso no ocurre lo mismo puesto que en general siempre existen dos soluciones, hecho que concuerda con lo mostrado en la figura 3-2, donde se observa claramente que para un mismo ancho de banda hay dos posibles soluciones. Además también hay que ser cuidadosos y vigilar si la frecuencia de corte que se está fijando es la frecuencia de corte inferior o superior del filtro.

Tal como se observa en la figura D-2, con el signo de dentro de la raíz en general lo que se hace es indicar si se quiere que la frecuencia central se acerque a  $f_r$  o a  $f_a$ . Este signo, además de determinar si la frecuencia central se acerca a  $f_r$  o  $f_a$ , también va a influir en el valor de  $C_0$ , puesto que en el caso de coger el signo negativo, luego la frecuencia central del filtro se acerca a  $f_a$ , y por lo tanto los valores de la capacidad  $C_0$  obtenidos serán grandes, mientras que si se escoge el signo positivo luego los valores de la frecuencia central se acercan a  $f_r$ , con lo que los valores de las capacidades  $C_0$  obtenidos serán pequeños. Por lo tanto, éste es un grado de libertad del que se dispone en el diseño, y debido a que en general el rango de capacidades que se pueden fabricar está limitado, es posible que la solución obtenida con uno de los signos sea fabricable, mientras que la obtenida con el otro no lo sea, por lo tanto aquí se muestra la importancia de tener en mente estas dos posibles soluciones en el proceso de diseño.

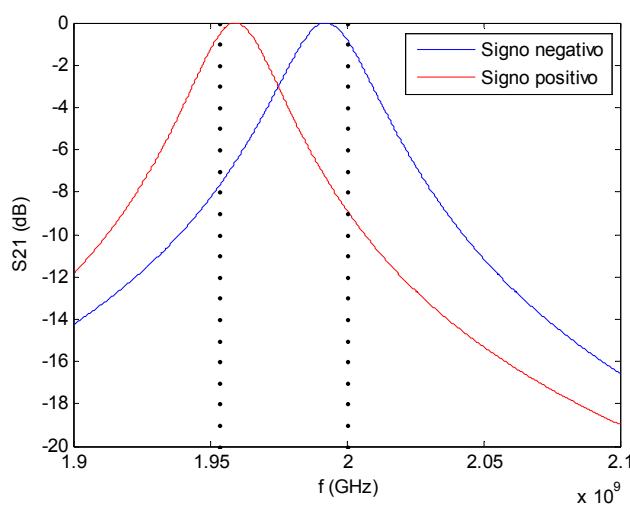


Figura D-2. Respuesta del filtro obtenida en función del signo utilizado dentro de la raíz de (D.25), considerando una frecuencia de antiresonancia de  $f_a = 2$  GHz.

El signo de fuera de la raíz, o sea el signo que aparece al principio de la expresión (D.25), ha de escogerse de forma que el valor de la capacidad obtenida sea positivo. A nivel práctico lo que indica este signo es que hay que coger el valor absoluto del resultado obtenido. Por lo tanto, (D.25) es equivalente a

$$C_0 = \left| \frac{\sqrt{(A \pm 2\sqrt{B'})}}{C} \right| \quad (D.30)$$

donde

$$A = F' - 2K^2\chi^2\omega_a^4 \quad (D.31)$$

$$B' = (K\omega_a^2\chi)^2 (K^2\chi^2\omega_a^4 - F') \quad (D.32)$$

$$C = Z_0\omega\sqrt{(K^2 - 1)}(\omega_a^2 + 2\omega_a^2\chi - \omega^2\xi\chi) \quad (D.33)$$

$$F' = (K^2 - 1)(-(1 + 2\chi)\omega_a^4 + 2\xi\omega^2(\chi + 1)\omega_a^2 - \omega^4\xi^2\chi^2) \quad (D.34)$$

teniendo presente que ésta es la segunda de las ecuaciones que forman el sistema que hay que resolver para realizar el diseño.



---

## APÉNDICE E.

### ANÁLISIS DE POSIBLES ALTERNATIVAS DE IMPLEMENTACIÓN DE UN INVERSOR DE IMPEDANCIAS

---

A lo largo de este anexo se realizará un breve estudio teórico referente a las diferentes alternativas de implementación de un inversor de impedancias.

#### ***E.1. Modelo equivalente en T de condensadores del inversor de impedancias***

Tal como se ha comentado en el capítulo 1 una de las posibles formas de implementar un inversor de impedancias es con una T de condensadores. En esta sección del anexo se demuestra la validez de esta afirmación, y además se obtiene la relación que han de cumplir las capacidades de esta T de condensadores y el parámetro  $K$  del inversor de impedancias que implementan. Para realizar esta demostración se utilizarán las matrices de parámetros ABCD.

En primer lugar se requiere la matriz de parámetros ABCD de un inversor de impedancias mostrada en la figura E-1.

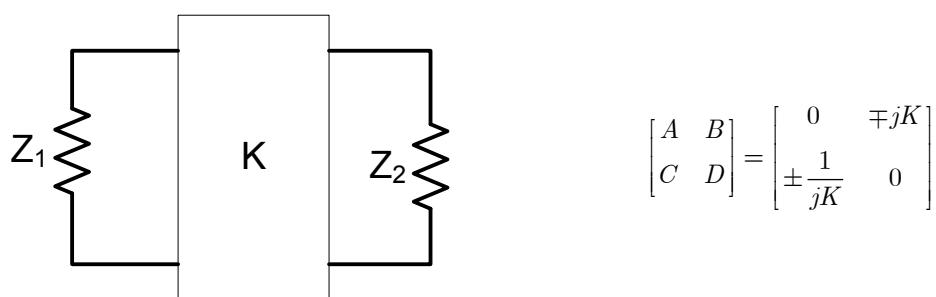


Figura E-1. Matriz de parámetros ABCD de un inversor de impedancias.

A continuación hay que calcular la matriz de parámetros ABCD de una red de condensadores en T, obteniendo los resultados mostrados en la figura E-2.

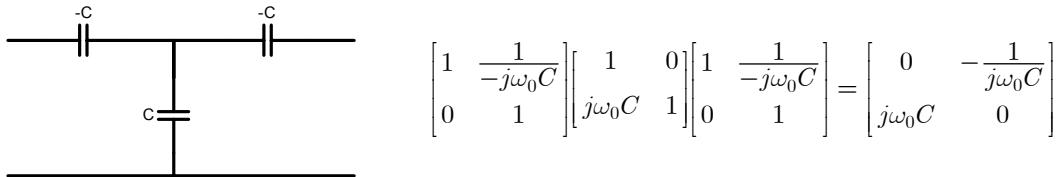


Figura E-2. Matriz de parámetros ABCD de una T de condensadores.

Comparando las dos matrices de parámetros ABCD mostradas en la figura E-1 y la figura E-2 se observa que para que las dos estructuras tengan el mismo comportamiento a la frecuencia de diseño, la condición que se ha de cumplir es

$$C = \frac{1}{\omega_0 K} \quad (\text{E.1})$$

Por lo tanto se ha demostrado que cumpliendo esta relación una red de condensadores en T, donde los dos condensadores superiores son negativos, puede servir para la implementación de un inversor de impedancias. Hay que tener presente que su comportamiento sólo es igual a la frecuencia de diseño, mientras que a la que nos alejamos de esta frecuencia su respuesta se degrada.

## E.2. Aproximaciones del modelo en T de condensadores para la implementación de un inversor de impedancias

En la sección 4.1.1 se plantea la opción de implementar un inversor de impedancias eliminando una de las dos capacidades negativas que aparecían en el modelo mostrado anteriormente. En este apartado se demostrará que esta simplificación puede tener sentido, y se verá bajo qué condiciones la simplificación anterior es válida.

El primer paso a realizar es el cálculo de la matriz de parámetros ABCD de la estructura resultante de eliminar una de las capacidades tal como se muestra en la figura E-3. Teniendo presente la condición de que  $C = \frac{1}{\omega_0 K}$  mostrada en (E.1), la matriz de parámetros ABCD obtenida es la mostrada en la figura E-3.

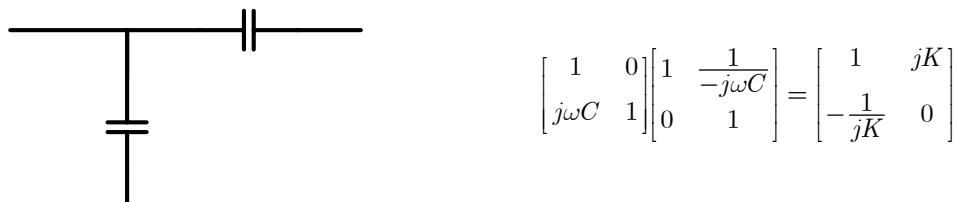


Figura E-3. Matriz de parámetros ABCD de una red de condensadores en T en la que se ha eliminado uno de los condensadores de la rama superior.

Se observa que las componentes  $B$  y  $C$  son iguales que las de un inversor, no obstante hay una diferencia y es que el parámetro  $A$  vale 1, mientras que en el inversor ideal era 0. Esto concuerda con el hecho de que ahora la estructura ya no es una estructura simétrica. Ver los efectos de este 1 a partir de la matriz de parámetros ABCD puede resultar difícil, por esto a continuación se calculan los diferentes parámetros S para las dos estructuras (el inversor ideal y el inversor implementado con una T de condensadores a la que se le ha eliminado un condensador), puesto que a partir de los parámetros S si que será más fácil evaluar los efectos de la supresión de este condensador.

Aplicando las transformaciones para pasar de parámetros ABCD a parámetros S mostradas en [28], se obtiene que los parámetros S para el inversor ideal son

$$S_{11} = \frac{A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 - D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = -\frac{-K^2 + Z_0^2}{K^2 + Z_0^2} \quad (\text{E.2})$$

$$S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = -2Z_0K \frac{j}{K^2 + Z_0^2} \quad (\text{E.3})$$

$$S_{21} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = -2Z_0K \frac{j}{K^2 + Z_0^2} \quad (\text{E.4})$$

$$S_{22} = \frac{-A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 + D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = -\frac{-K^2 + Z_0^2}{K^2 + Z_0^2} \quad (\text{E.5})$$

Mientras que los parámetros S obtenidos para el caso de implementar el inversor con una T de condensadores habiendo eliminado uno de los condensadores son

$$S_{11} = \frac{A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 - D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = \frac{jZ_0K - K^2 + Z_0^2}{jZ_0K - K^2 - Z_0^2} \quad (\text{E.6})$$

$$S_{12} = \frac{2(AD - BC)}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = 2Z_0K \frac{j}{jZ_0K - K^2 - Z_0^2} \quad (\text{E.7})$$

$$S_{21} = \frac{2}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = 2Z_0K \frac{j}{jZ_0K - K^2 - Z_0^2} \quad (\text{E.8})$$

$$S_{22} = \frac{-A + \frac{B}{Z_0} - CZ_0 + D}{A + \frac{B}{Z_0} + CZ_0 + D} = -\frac{jZ_0K + K^2 - Z_0^2}{jZ_0K - K^2 - Z_0^2} \quad (\text{E.9})$$

Comparando las diferentes expresiones dos a dos, es decir la (E.2) con la (E.6), la (E.3) con la (E.7), la (E.4) con la (E.8) y la (E.5) con la (E.9), se observa que la condición que se ha de cumplir a fin de que las dos estructuras tengan un

comportamiento similar es que el producto  $Z_0K$  sea muy pequeño, como mínimo muy pequeño en comparación con  $Z_0^2-K^2$ .

En general el valor de  $Z_0$  viene fijado a  $50 \Omega$ , por lo tanto la condición a cumplirse es que  $K$  sea mucho más pequeño que  $Z_0$ , es decir  $(K/Z_0)^2 \ll 1$ . En general es una buena consideración decir que la aproximación anterior es válida para  $K < 1$ , teniendo presente que cuanto menor sea  $K$ , más válida será la aproximación anteriormente comentada.

En la figura E-4 se muestran unas simulaciones que validan los resultados comentados anteriormente. Se observa que para los valores de  $K = 1$  y  $K = 0.1$ , la respuesta obtenida prácticamente coincide con la respuesta teórica del filtro de Chebyshev, mientras que si se utilizan valores de  $K$  elevados, por ejemplo  $K = 10$ , la respuesta del filtro aparece desplazada en frecuencia. Además hay que tener presente que se observa que debido a que siempre se está trabajando con aproximaciones de banda estrecha, a medida que se aumenta el ancho de banda los resultados van degradándose más.

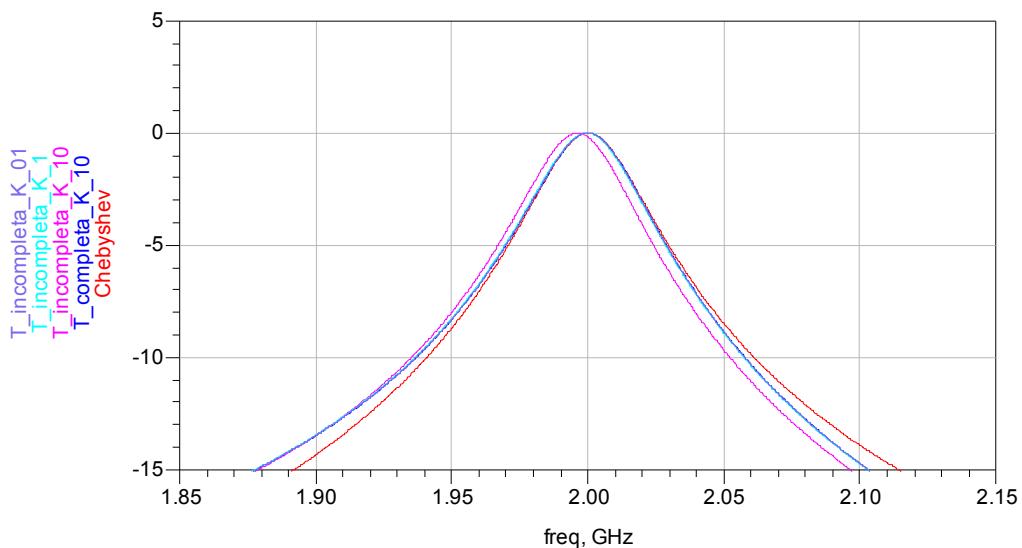


Figura E-4. Gráfica comparativa en la que se muestran los efectos de eliminar una de las capacidades de la T de condensadores utilizada para la implementación de los inversores de impedancia.

---

## **REFERENCIAS**

---

- [1] “*Estadísticas del sector, IV trimestre de 2006*”, Comisión del Mercado de las Comunicaciones (CMT). [www.cmt.es](http://www.cmt.es)
- [2] W. Menzel, Lei Zhu, Ke Wu, F. Bogelsack, “*On the Design of Novel Compact Broad-band Planar Filters*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 52, No.2, Febrero 2003.
- [3] C. Rauscher, “*Design of Dielectric-Filled Cavity Filters With Ultrawide Stopband Characteristics*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 53, No. 5 , pp 1777-1786 , Mayo 2005.
- [4] B. A. Willemsen, “*HTS Filter Subsystems for Wireless Telecommunications*”, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 11 No. 1, pp. 60-67, Marzo 2001.
- [5] R. T. Syme, F.S. McClemont, “*Wide Bandwidth SAW Filters For Satellite-Borne Signal Processing*”, IEEE International Frequency Control Symposium and PDA Exhibition, 2002.
- [6] M. P. Goetz, C. E. Jones, “*Modular Integration of RF SAW Filters*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 1090 – 1093, 2004.
- [7] A. Coon, “*SAW Filters and Competitive Technologies. A Comparative Review*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 155 – 160, 1991
- [8] R. Aigner, “*Volume manufacturing of BAW-filters in a CMOS fab*”, Infineon Technologies AG, Secure Mobile Solutions.
- [9] T. Zhang, S. Madhani, P. Gurung, Eric van den Berg, “*Reducing energy consumption on mobile devices with WiFi interfaces*”, Telecordia Technologies, Piscataway, IEEE Globecom 2005.
- [10] R. Aigner, “*MEMS in RF Filter Applications: Thin-film Bulk Acoustic Wave Technology*”, Infineon Technologies, Munich, Germany.
- [11] S.T. Wang, I. Chen, M. Chung, C. Tai, C. T. M. Choi, “*Investigation of RF Ladder-type SAW Filters Incorporating Packaging Effects*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 2178 – 2181, 2005.
- [12] Y. Wang, X. Li, Y. Huang, “*Navigation System of Pilotless Aircraft via GPS*”, IEEE AES Systems Magazine, Agosto 1996.
- [13] Qingming Chen, “*Fabrication and Characterization of ALN Thin Film Bulk Acoustic Wave Resonator*”, University of Pittsburgh, 2006.

- [14] O. Menendez, P. de Paco, R. Villarino, H. Campanella, and J. Parron, “*Closed-Form Expressions for the Design of Ladder-Type FBAR Filters*”, IEEE Microwave and Wireless Components, Vol.16, No.12, pp. 657 – 659, Diciembre 2006
- [15] [www.reatel.com](http://www.reatel.com)
- [16] K. M. Lakin, “*Thin Film Resonator Technology*”, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency control, Vol. 52 , No. 5, pp. 707 -716, Mayo 2005.
- [17] A. Safari, V. Janas, A. Bandyopadhyay, A. Kholkine, “*Piezoelectric Transducers and Sensors*”, CRC press, 1999.
- [18] R. Lanz, P. Muralt, “*Solidly Mounted BAW filters for 8 GHz based on AlN Thin Films*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 178 – 181, 2003.
- [19] K. M. Lakin, J. Belsick, J.P. McDonald, K.T. McCarron, “*High Performance Stacked Crystal Filters for GPS and Wide Bandwidth Applications*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 833 – 838, 2001.
- [20] K. M. Lakin, G. R. Kline, K. T. McCarron, “*High-Q Microwave Acoustic Resonators and Filters*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. 41, No. 12, Diciembre 1993.
- [21] J.F. Rosenbaum, “*Bulk Acoustic Waves Theory and Devices*”, Artech House, 1988.
- [22] J. D. Larson, P. D. Bradley, S. Wartenberg, R. C. Ruby “*Modified Butterworth-Van Dyke circuit for FBAR Resonators and Automated Measurement System*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 863 – 868, 2000.
- [23] K.M. Lakin, J.R. Belsick, J.O. McDonald, K.T. McCarron, C.W. Andrus, “*Bulk Acoustic Wave Resonators and Filters for applications Above 2 Ghz*”. TFR Technologies, INC, IEEE MTT-S, 2002.
- [24] K.M. Lakin, “*Bulk Acoustic Wave Coupled Resonator Filters*”, TFR Technologies, Inc, IEEE Frequency Control Symposium, 2002.
- [25] W. P. Mason, “*Physical acoustics principles and methods*,” Academic Press, vol. 1A, pp. 239–247, 1964.
- [26] K. M. Lakin, “*Equivalent circuit modelling of stacked crystal filters*”, Proc. 35th Ann. Freq. control symposium, pp 257 – 262, Mayo 1981.
- [27] K. M. Lakin, “*Coupled resonator filters*”, IEEE Ultrasonics Symposium, pp. 901 – 908, 2002.
- [28] David M. Pozar, “*Microwave Engineering*”, John Wiley and Sons, Segunda edición, 1998, ISBN= 0-471-17096-8
- [29] M.J. Lancaster, J Hong, “*Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*”, John Wiley and Sons, 2001 ISBN = 0-471-22161-9.

- [30] G. L. Matthaei, Leo Young, E.M.T Jones, “*Microwave filters, impedance-matching networks, and coupling structures*”, Artech house, 1980. ISBN= 0-89006-099-1.
- [31] K. B. Ostman, S. T. Sipila, I. S. Uzunov, N. T. Ichamov, “*Novel VCO architecture using series above-IC FBAR and parallel LC resonance*”, IEEE Journal of Solid-State Circuits, Vol. 41, No. 10, pp. 2248–2256, Octubre 2006.
- [32] A. P. S. Khanna, E. Gane, and T. Chong, “*A 2 GHz Voltage Tunable FBAR oscillator*”, IEEE MTT-S Dig. , pp. 717–720, 2003.
- [33] A. P. S. Khanna, E. Gane, T. Chong, H. Ko, A. P. Bradley, R. Ruby, and J. D. Larson III, “*A film bulk acoustic resonator (FBAR) L band low noise oscillator for digital communications*”, IEEE European Microwave Conference, pp. 1025–1028, 2002.

## **ABSTRACT**

DURING THE LAST YEARS, THE DEMAND FOR RADIO-FREQUENCY BANDPASS FILTERS WITH SMALL SIZE, LIGHT WEIGHT, AND HIGH PERFORMANCE FOR WIRELESS COMMUNICATION SYSTEMS HAS INCREASED SIGNIFICANTLY. THESE SYSTEMS INCLUDE PRINCIPALLY THE THIRD GENERATION MOBILE SYSTEM UMTS AND THE NAVIGATION SYSTEM GPS.

CURRENT FILTERS, BASED ON SAW (*SURFACE ACOUSTIC WAVE*) RESONATORS, PRESENT A SMALL SIZE, BUT ARE LIMITED IN FREQUENCY (UP TO 3 GHz) AND THEIR TECHNOLOGY CANNOT BE MADE COMPATIBLE WITH STANDARD IC (*INTEGRATED CIRCUIT*) TECHNOLOGY. FOR THESE REASONS, IT IS EXPECTED THAT FILTERS BASED ON BAW (*BULK ACOUSTIC WAVE*) RESONATORS WILL REPLACE SAW FILTERS. ALTHOUGH BOTH HAVE SIMILAR SIZE, BAW FILTERS CAN OPERATE WITH FREQUENCIES BEYOND 3 GHz, THEY HAVE A BETTER POWER HANDLING CAPABILITY AND IT IS ESPECIALLY INTERESTING THE FACT THAT THEIR TECHNOLOGY CAN BE MADE COMPATIBLE WITH STANDARD IC TECHNOLOGY.

BAW FILTER RESEARCH HAS MADE AN IMPORTANT EFFORT TO IMPROVE BOTH THE TECHNOLOGICAL PROCESS AND THE QUALITY OF MATERIALS, BUT A LOW EFFORT HAS BEEN CARRIED OUT TO MATCH METHODOLOGIES OF DESIGN TO THE PARTICULARITIES OF THIS TECHNOLOGY, THEREFORE THE MAIN OBJECTIVE OF THIS WORK IT IS TO PRESENT SYSTEMATIC METHODOLOGIES FOR BAW FILTER DESIGN, FOCUSING THE STUDY ON THE STACKED FILTERS.

## **RESUMEN**

DURANTE LOS ÚLTIMOS AÑOS LA DEMANDA DE FILTROS PASO BANDA DE RADIO FRECUENCIA, CON REDUCIDAS DIMENSIONES, LIGEROS Y DE ELEVADAS PRESTACIONES DESTINADOS A LOS SISTEMAS DE COMUNICACIONES INALÁMBRICAS SE HA INCREMENTADO SIGNIFICATIVAMENTE. DICHOS SISTEMAS PRINCIPALMENTE SON LOS SISTEMAS DE TELEFONÍA MÓVIL DE TERCERA GENERACIÓN UMTS Y EL SISTEMA DE NAVEGACIÓN GPS.

LOS FILTROS ACTUALES, BASADOS EN RESONADORES SAW (*SURFACE ACOUSTIC WAVE*), TIENEN UN TAMAÑO REDUCIDO PERO ESTÁN LIMITADOS EN FRECUENCIA (3 GHz) Y SU TECNOLOGÍA NO ES COMPATIBLE CON LAS TECNOLOGÍAS ESTÁNDARES DE CIRCUITOS INTEGRADOS. POR ESTAS RAZONES, SE ESPERA QUE LOS FILTROS BASADOS EN RESONADORES BAW (*BULK ACOUSTIC WAVE*) REMPLACEN A LOS SAW. AMBOS TIENEN DIMENSIONES SIMILARES PERO LOS FILTROS BAW PUEDEN FUNCIONAR A FRECUENCIAS SUPERIORES A 3 GHz, PUEDEN TRABAJAR CON NIVELES DE POTENCIA SUPERIORES, Y ES IMPORTANTE DESTACAR EL HECHO DE QUE SU TECNOLOGÍA ES COMPATIBLE CON LAS TECNOLOGÍAS ESTÁNDARES DE CIRCUITOS INTEGRADOS.

LA INVESTIGACIÓN EN EL ÁMBITO DE LOS FILTROS BAW SE HA CENTRADO EN MEJORAR LOS PROCESOS TECNOLÓGICOS Y LA CALIDAD DE LOS MATERIALES, PERO SE HA TRABAJADO POCO EN LA ADAPTACIÓN DE LAS TÉCNICAS SISTEMÁTICAS DE DISEÑO DE FILTROS A LAS PARTICULARIDADES DE ESTA TECNOLOGÍA, POR LO TANTO EL PRINCIPAL OBJETIVO DE ESTE TRABAJO ES PRESENTAR MÉTODOS SISTEMÁTICOS PARA EL DISEÑO DE FILTROS BAW, CENTRÁNDOSE EN EL ESTUDIO DE ESTRUCTURAS APIADAS.

## **RESUM**

DURANT ELS ÚLTIMS ANYS LA DEMANDA DE FILTRES PAS BANDA DE RADIO FREQÜÈNCIA, DE REDUÏDES DIMENSIONS, LLEUGERS Y D'ELEVADES PRESTACIONS DESTINATS A SISTEMES DE COMUNICACIONS INALÀMBRIQUES S'HA INCREMENT DE FORMA SIGNIFICATIVA. AQUESTS SISTEMES PRINCIPALMENT SÓN ELS SISTEMES DE TELEFONIA MÒBIL DE TERCERA GENERACIÓ UMTS Y EL SISTEMA DE NAVEGACIÓ GPS.

ELS FILTRES ACTUALS, BASATS EN RESSONADORS SAW (*SURFACE ACOUSTIC WAVE*) TENEN UNES DIMENSIONS REDUÏDES PERO ESTAN LIMITATS EN FREQÜÈNCIA (3 GHz) Y LA SEVA TECNOLOGIA NO ÉS COMPATIBLE AMB LES TECNOLOGIES ESTÀNDARDS DE CIRCUITS INTEGRATS. PER AQUESTES RAONS S'ESPERA QUE ELS FILTRES BASATS EN RESSONADORS BAW (*BULK ACOUSTIC WAVE*) SUBSTITUEIXIN ALS SAW. ELS DOS TENEN DIMENSIONS SIMILARS, PERO ELS FILTRES BAW PODEN FUNCIONAR A FREQÜÈNCIES SUPERIORS A 3 GHz, PODEN TREBALLAR AMB NIVELLS DE POTENCIA MAJORS, Y ÉS IMPORTANT DESTACAR EL FET DE QUE LA SEVA TECNOLOGIA ÉS COMPATIBLE AMB LES TECNOLOGIES ESTÀNDARDS DE CIRCUITS INTEGRATS.

LA INVESTIGACIÓ EN L'ÀMBIT DELS FILTRES BAW S'HA CENTRAT EN MILLORAR ELS PROCESSOS TECNOLÒGICS Y LA QUALITAT DELS MATERIALS, PERO S'HA TREBALLAT POC EN L'ADAPTACIÓ DE LES TÈCNIQUES SISTEMÀTIQUES DE DISSENY DE FILTRES A LES PARTICULARITATS D'AQUESTA TECNOLOGIA, PER TANT EL PRINCIPAL OBJECTIU D'AQUEST TREBALL ÉS PRESENTAR MÈTODES SISTEMÀTICS PER AL DISSENY DE FILTRES BAW, CENTRANT-SE EN L'ESTUDI D'ESTRUCTURES APIADES.