



Projecte Fi de Carrera

Enginyeria de Telecomunicació

---

Implementación de resonadores serie en derivación mediante *stubs* en derivación de salto de impedancia: análisis y limitaciones

Jordi Naqui Garolera

---

Director: Ferran Martín Antolín

*Enginyeria Electrònica*

**Escola d'Enginyeria**  
**Universitat Autònoma de Barcelona (UAB)**

Juny 2010





El sotasignant, *Ferran Martín Antolín*, Professor de l'Escola d'Enginyeria de la Universitat Autònoma de Barcelona (UAB),

CERTIFICA:

Que el projecte presentat en aquesta memòria de Projecte Fi de Carrera ha estat realitzat sota la seva direcció per l'alumne *Jordi Naqui Garolera*.

I, perquè consti a tots els efectes, signa el present certificat.

Bellaterra, *Juny de 2010*.

Signatura: *Ferran Martín Antolín*



## Índice general

Capítulo 1	Introducción.....	1
1.1	Marco del proyecto .....	1
1.2	Objetivos del proyecto.....	2
1.3	Estructura de la memoria.....	3
Capítulo 2	Modelo distribuido del resonador SISS.....	5
2.1	Modelo sin discontinuidades .....	5
2.2	Modelo sin discontinuidades para longitudes pequeñas .....	10
2.3	Modelo de las discontinuidades.....	11
2.3.1	Modelo del circuito abierto.....	12
2.3.2	Modelo del salto de anchura.....	13
2.4	Modelo con discontinuidades.....	14
2.5	Conclusiones.....	16
Capítulo 3	Modelo circuital equivalente del resonador SISS.....	17
3.1	Modelo circuital equivalente para longitudes pequeñas.....	17
3.2	Modelo circuital equivalente para longitudes pequeñas sin parásitos .....	20
3.3	Conclusiones.....	21
Capítulo 4	Análisis y limitaciones del diseño de resonadores serie en derivación mediante SISSs.....	23
4.1	Parámetros de diseño .....	24
4.2	Especificaciones de diseño.....	26
4.3	Ecuaciones de diseño .....	27
4.4	Requerimiento de diseño .....	29
4.5	Relación entre impedancias .....	29
4.6	Longitudes eléctricas .....	33
4.7	Impedancias características.....	35
4.8	Cociente entre la inductancia y la capacidad.....	40

4.9	Inductancia y capacidad.....	52
4.10	Inductancia y capacidad sin parásitos .....	57
4.11	Conclusiones.....	60
Capítulo 5	Validación.....	63
5.1	Configuración de los circuitos .....	63
5.1.1	SISS.....	63
5.1.1	Resonador serie .....	64
5.2	Escenarios bajo estudio.....	65
5.3	Resultados por simulación.....	70
5.3.1	Exactitud.....	70
5.3.2	Resonancia transversal.....	75
5.4	Resultados experimentales.....	76
5.5	Conclusiones.....	80
Capítulo 6	Conclusiones y líneas futuras de trabajo.....	81
	Referencias bibliográficas.....	87

## Índice de figuras

Fig. 1.1 Geometría y parámetros del <i>stub</i> en derivación de salto de impedancia (SISS) en tecnología microstrip bajo estudio donde $Z_0$ es la impedancia característica de la línea cargada con el SISS. $Z_1$ : impedancia característica de la línea de baja impedancia; $Z_2$ : impedancia característica de la línea de alta impedancia; $\beta l_1$ : longitud eléctrica de la línea de baja impedancia; $\beta l_2$ : longitud eléctrica de la línea de alta impedancia; $l_1$ : longitud de la línea de baja impedancia; $l_2$ : longitud de la línea de alta impedancia; $W_1$ : anchura de la línea de baja impedancia; $W_2$ : anchura de la línea de alta impedancia .....	2
Fig. 2.1 Modelo distribuido sin discontinuidades del resonador SISS de la Fig. 1.1. $Y_{SISS}$ : admitancia de entrada del SISS; $Z_L$ : impedancia de entrada en la línea de baja impedancia .....	7
Fig. 2.2 Longitudes eléctricas a la resonancia según (2.5) en función de $0,125 \leq K \leq 8$ ( $Z_1/8 \leq Z_2 \leq 8Z_1$ ). (a) $\beta l_1 \omega_0$ y $\beta l_2 \omega_0$ ; (b) $\beta l \omega_0 = \beta l_1 \omega_0 + \beta l_2 \omega_0$ .....	9
Fig. 2.3 Circuito abierto en microstrip. (a) <i>layout</i> ; (b) modelo circuital equivalente; $C_o$ : capacidad fringing en derivación; (c) $l_o$ : longitud de línea equivalente extra .....	12
Fig. 2.4 Salto de anchura en microstrip. (a) <i>layout</i> ; (b) modelo circuital equivalente; $C_s$ : capacidad fringing en derivación; $L_{s1}$ y $L_{s2}$ : inductancias debido a la perturbación de la corriente eléctrica; (c) modelo circuital equivalente aproximado; $C_s$ : capacidad fringing en derivación (d) $l_s$ : longitud de línea equivalente extra para el modelo circuital equivalente aproximado .....	14
Fig. 2.5 Modelo distribuido con discontinuidades del resonador SISS de la Fig. 1.1. (a) modelo mixto con elementos distribuidos y concentrados que representan las líneas de transmisión y las discontinuidades respectivamente; (b) modelo distribuido de la Fig. 2.1 donde se compensa la longitud $\beta l_1$ por $\beta l_{1e}$ debido al efecto de las discontinuidades .....	15
Fig. 3.1 Circuito de un resonador serie en derivación ideal sin pérdidas .....	18
Fig. 3.2 Circuito equivalente del resonador SISS para longitudes eléctricas $\beta l_1$ y $\beta l_2$ pequeñas. (a) en términos de la inductancia $L$ y la capacidad $C$ equivalentes de las expresiones (3.6)-(3.13); (b) en términos de las inductancias $L_i$ y capacidades $C_i$ de cada una de las líneas ( $i=1,2$ ) de las expresiones (3.12)-(3.13); (c) en términos de las inductancias $L_i$ y capacidades $C_i$ de cada una de las líneas ( $i=1,2$ ) de las expresiones (3.12)-(3.13) cuando $K \ll \beta l_1/\beta l_2$ .....	20
Fig. 4.1 Geometría y parámetros del <i>stub</i> en derivación de salto de impedancia (SISS) en tecnología microstrip bajo estudio, donde $Z_0$ es la impedancia característica de la línea cargada con el SISS. $Z_1$ : impedancia característica de la línea de baja impedancia; $Z_2$ : impedancia característica de la línea de alta impedancia; $\beta l_1$ : longitud eléctrica de la línea de baja impedancia; $\beta l_2$ : longitud eléctrica de la línea de alta impedancia; $l_1$ : longitud de la línea de baja impedancia; $l_2$ : longitud de la línea de alta impedancia; $W_1$ : anchura de la línea de baja impedancia; $W_2$ : anchura de la línea de alta impedancia .....	25
Fig. 4.2 Circuito de un resonador serie en derivación ideal sin pérdidas .....	27

- Fig. 4.3 Longitudes eléctricas a la resonancia  $\beta l_1 \omega_0$  y  $\beta l_2 \omega_0$  según la condición de resonancia (4.18) en función de  $0,125 \leq K \leq 8$ . Para una determinada relación entre impedancias  $K < 1$ , las longitudes se minimizan cuando  $\beta l_1 \omega_0 = \beta l_2 \omega_0$  ..... 30
- Fig. 4.4 Relación entre impedancias  $K$  aproximada necesaria para poder satisfacer  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  para  $n=2$  ( $K \leq 0,15$ ). (a) representación del rango  $\beta l_1$ - $\beta l_2$  donde  $K \leq 0,15$ ; (b) representación del sub-rango  $\beta l_1$ - $\beta l_2$  donde  $K \leq 0,15$  y que además  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  ..... 32
- Fig. 4.5 Representación del valor específico de las longitudes eléctricas  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  para una determinada relación entre impedancias  $K$  en función de  $Z_e$  y  $Z_{e0}$ . Ejemplo para  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $n=2$ , donde se requiere  $K \leq 0,15$  ..... 35
- Fig. 4.6 Impedancia característica  $Z_c$  en función de los sustratos de la Tabla 4.1 para una anchura de  $100 \mu\text{m} \leq W \leq 3\text{cm}$  ..... 36
- Fig. 4.7 Síntesis de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=2$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos de la Tabla 4.1. (a) Impedancia  $Z_1$  para  $W_1 = W_{max}$ ; (b) Impedancia  $Z_2$  para  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ; (c) anchura máxima permisible de la línea de baja impedancia  $W_1 = W_{max}$ ; (d) relación entre impedancias  $K = Z_1/Z_2$  ..... 38
- Fig. 4.8 Representación de los límites del rango  $Z_e$  y de la impedancia equivalente óptima  $Z_{e0}$  sobre el plano  $\beta l_1$ -  $\beta l_2$  para  $n=2$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $f_0 = 1$  y  $3\text{GHz}$  ..... 43
- Fig. 4.9 Rango de los valores implementables de la impedancia equivalente  $Z_e$  para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 1,27\text{mm}$  ..... 44
- Fig. 4.10 Rango de los valores implementables del cociente entre la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 1,27\text{mm}$  ..... 46
- Fig. 4.11 Rango de los valores implementables del cociente entre la capacidad  $C$  (en pF) y la inductancia  $L$  (en nH) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 1,27\text{mm}$  ..... 48
- Fig. 4.12 Valor de las longitudes eléctricas en el punto óptimo  $\beta l_1 = \beta l_2$  para la impedancia equivalente óptima para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 1,27\text{mm}$  ..... 50
- Fig. 4.13 Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los

sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$  ..... 55

Fig. 4.14 Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) con y sin parásitos para  $0 < f \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=2$ ,  $W1 = W_{max}$ ,  $W2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l1, \beta l2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$  ..... 58

Fig. 5.1 Configuración del circuito del SISS.  $Z_0$ : impedancia característica de la línea *host*;  $l_0$ : longitud de la línea *host*;  $W_0$ : anchura de la línea *host*..... 64

Fig. 5.2 Configuración del circuito del resonador serie.  $Z_0$ : impedancia característica de la línea *host*;  $\beta l_0$ : longitud eléctrica de la línea *host*..... 64

Fig. 5.3 Ilustración de los escenarios para la condición de resonancia sin aproximar (5.1) ..... 66

Fig. 5.4 *Layout* de cada uno de los escenarios considerados. (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*..... 69

Fig. 5.5 Parámetro de reflexión  $S_{11}$  y parámetro de transmisión  $S_{21}$  de los SISSs de la Tabla 5.1 (simulación electromagnética) y de los resonadores serie de la Tabla 5.3 (simulación circuital). (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*..... 71

Fig. 5.6 *Layout* de los SISSs a medir (a) configuración con líneas eléctricamente pequeñas; (b) configuración con líneas eléctricamente grandes..... 76

Fig. 5.7 SISS de la Fig. 5.6 fabricados mediante fresadora. Dimensiones no escaladas. (a) configuración con líneas eléctricamente pequeñas; (b) configuración con líneas eléctricamente grandes ..... 77

Fig. 5.8 Parámetros de reflexión  $S_{11}$  y de transmisión  $S_{11}$ . (a) simulación circuital del resonador serie *a* de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 a; (b) simulación circuital del resonador serie *a* de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 b ..... 78



## Índice de tablas

Tabla 2.1 Rango de valores de las longitudes eléctricas a la resonancia $\beta l_1 \omega_0$ , $\beta l_2 \omega_0$ y $\beta l_t \omega_0 = \beta l_1 \omega_0 + \beta l_2 \omega_0$ en función de la relación entre impedancias $K$ para $K < 1$ , $K = 1$ y $K > 1$ .....	8
Tabla 4.1 Sustratos considerados del fabricante Rogers Corporation con diferente grosor $h$ y constante dieléctrica $\epsilon_r$ .....	25
Tabla 4.2 Rango de valores aproximados de $K$ necesarios y el correspondiente rango de valores de la impedancia $Z_2$ (en función de $Z_1/K$ ) en función de $n=1,5$ y $2$ para poder aproximar la admitancia del SISS a la admitancia de un resonador serie en derivación. (a) $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ ; (b) $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/8$ .....	31
Tabla 5.1 Parámetros distribuidos del SISS para cada uno de los escenarios considerados. Longitud eléctrica de la línea de baja impedancia evaluada a la longitud efectiva $l_{1e} = l_1 + l_o + l_s$ .....	67
Tabla 5.2 Longitud eléctrica efectiva de la línea de baja impedancia $l_{1e}$ en función de la longitud física de la línea $l_1$ , la longitud física equivalente del circuito abierto $l_o$ y la longitud física equivalente del salto de anchura $l_s$ para cada uno de los escenarios considerados. $l_{1e} = l_1 + l_o + l_s$ .....	67
Tabla 5.3 Parámetros del circuito resonante serie equivalente para cada uno de los escenarios considerados .....	68
Tabla 5.4 Exactitud entre las respuestas de la Fig. 5.5 del SISS y del circuito resonante para cada uno de los escenarios. Evaluación a la frecuencia máxima de interés $f_{max} = 2\text{GHz}$ .....	75



# Capítulo 1

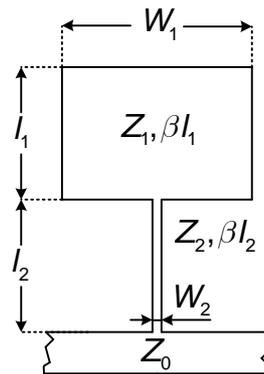
## Introducción

---

### 1.1 Marco del proyecto

Líneas de transmisión con salto de impedancia han sido extensamente empleadas en el diseño de filtros paso bajo semi-concentrados en tecnología microstrip así como en guía de onda coplanar (en inglés Coplanar Waveguide, CPW) [1] [2]. En estos filtros, denominados filtros paso bajo de salto de impedancia (stepped-impedance low pass filters), las inductancias serie y las capacidades en derivación del modelo circuital del filtro son implementadas por tramos de líneas de transmisión con impedancias características altas y bajas respectivamente. Para cada uno de los tramos se requiere una longitud eléctrica pequeña (típicamente menor a  $\pi/4$  a la frecuencia de corte) para describir de forma precisa la respuesta ideal del filtro dentro de la banda de paso. Siguiendo este mismo concepto, resonadores de salto de impedancia (Stepped-Impedance Resonator, SIR) fueron propuestos como resonadores con un alto factor de calidad  $Q$  adecuados para el diseño de filtros paso banda compactos [3][4] y filtros paso bajo con cerros de transmisión finitos [5]. Posteriormente, los SIRs se han utilizado en múltiples aplicaciones, incluyendo el diseño de filtros paso banda con un rechazo fuera de banda mejorado [6].

De entre las muchas configuraciones diferentes en topología y forma de excitación de un SIR, el presente proyecto se centrará en SIRs conectados en derivación en tecnología microstrip (Fig. 1.1). Dichos SIRs se pueden ver como *stubs* en circuito abierto compuestos por un tramo de línea de impedancia característica (en contacto con la línea microstrip cargada con el propio SIR) en cascada con otro tramo de línea de impedancia característica terminada en circuito abierto. Por esta razón, en este proyecto estos resonadores también se denominarán *stubs* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS), terminología usada anteriormente en la literatura [7][8]. En particular, la configuración del SISS que se tratará en este proyecto consiste en



**Fig. 1.1** Geometría y parámetros del *stub* en derivación de salto de impedancia (SISS) en tecnología microstrip bajo estudio donde  $Z_0$  es la impedancia característica de la línea cargada con el SISS.  $Z_1$ : impedancia característica de la línea de baja impedancia;  $Z_2$ : impedancia característica de la línea de alta impedancia;  $\beta l_1$ : longitud eléctrica de la línea de baja impedancia;  $\beta l_2$ : longitud eléctrica de la línea de alta impedancia;  $l_1$ : longitud de la línea de baja impedancia;  $l_2$ : longitud de la línea de alta impedancia;  $W_1$ : anchura de la línea de baja impedancia;  $W_2$ : anchura de la línea de alta impedancia

la que la impedancia de la línea terminada en circuito abierto es menor que la impedancia de la otra línea, ya que tal y como se detallará, es la que permite reducir la longitud eléctrica del resonador. Dicha configuración es la de interés puesto que en el diseño de dispositivos de microondas la miniaturización de los componentes así como la derivación de un circuito equivalente son comúnmente esenciales.

El comportamiento en frecuencia deseado de un SISS en el presente proyecto se corresponde con el de un circuito resonante serie en derivación. De ahí surge la motivación del proyecto, que se basa en la necesidad de sintetizar resonadores en tecnología planar (en particular microstrip) cuyo comportamiento en frecuencia sea equivalente al de un resonador serie en derivación. Dichos resonadores permiten diseñar multitud de circuitos, entre ellos filtros paso bajo elípticos [10] o líneas metamaterial compuestas diestras zurdas duales (Dual Composite Right/Left-Handed, D-CRLH) [11]. De este modo se podrá proceder al diseño de componentes de microondas basados en SISSs.

## 1.2 Objetivos del proyecto

Si bien el comportamiento en frecuencia ideal de un SISS para el interés de los autores es tal que se pueda describir mediante un tanque resonante serie en derivación, el SISS no siempre va a comportarse de tal forma. El primer objetivo del proyecto es, por tanto:

- conocer bajo qué condiciones el comportamiento en frecuencia de un SISS se puede describir mediante un circuito formado por un resonador serie. Esta equivalencia se deberá producir con cierta precisión tanto en la amplitud como en la fase de los parámetros de reflexión y transmisión hasta una determinada frecuencia (evidentemente igual o superior a la frecuencia de resonancia)

A partir de este conocimiento aparece el objetivo principal del proyecto, que es:

- conocer cuáles son las limitaciones del SISS para la síntesis de resonadores serie en derivación. El fruto de este análisis será conocer si un determinado resonador caracterizado por unos valores de inductancia y capacidad especificados se puede sintetizar mediante un SISS. Este análisis se desarrollará en función de las características del sustrato (grosor y constante dieléctrica) y de las limitaciones tecnológicas (mínima anchura de pista), así como de la frecuencia máxima de operación

Como tercer y último objetivo, se pretende:

- validar los resultados obtenidos mediante simulación circuital del resonador serie, simulación electromagnética del SISS y medidas experimentales de este último

### 1.3 Estructura de la memoria

El presente proyecto se compone de un total de seis capítulos, estructurados de la siguiente forma:

Capítulo 1. Introducción: consiste en el presente capítulo donde se expone la necesidad de la realización del proyecto, sus principales objetivos y la estructura de su memoria

Capítulo 2. Modelo distribuido del resonador SISS: se presenta un modelo con parámetros distribuidos (impedancias características y longitudes eléctricas) del SISS, el cual constituirá el enlace hacia el desarrollo del modelo circuital del siguiente capítulo

Capítulo 3. Modelo circuital equivalente del resonador SISS: se demuestra la equivalencia del comportamiento en frecuencia entre un SISS y un resonador serie en derivación, detallando bajo qué condiciones esto es cierto. En este capítulo, por tanto, se desarrolla el primer objetivo del proyecto

Capítulo 4. Análisis y limitaciones del diseño de resonadores serie en derivación mediante SISSs: a partir del conocimiento de cuáles son los requisitos para que el SISS se pueda describir mediante un tanque serie en derivación, en este capítulo se analizan y se exponen las limitaciones en cuanto al rango de los valores de la inductancia y la capacidad que se pueden implementar dadas las características del sustrato, las limitaciones

tecnológicas y la frecuencia máxima de interés. Este capítulo pues forma el eje central del proyecto

Capítulo 5. Validación: se lleva a cabo el último objetivo del proyecto, donde se pretende validar los resultados de los capítulos anteriores mediante simulaciones y medidas experimentales

Capítulo 6. Conclusiones y líneas futuras de trabajo: este capítulo concluye el proyecto sintetizando los resultados obtenidos más importantes y presentando propuestas para futuras investigaciones

## Capítulo 2

# Modelo distribuido del resonador SISS

---

Las redes de microondas normalmente consisten en líneas de transmisión con varios tipos de transiciones, o lo que es lo mismo, discontinuidades en las líneas que las componen. Las discontinuidades más comunes son los circuitos abiertos, los *gaps*, los saltos de anchura, las conjunciones y las curvas [1]. El resonador SISS no es una excepción, pues está terminado en circuito abierto y compuesto por dos líneas de transmisión en cascada entre las cuales existe un salto de anchura.

El objetivo de este capítulo es establecer un modelo distribuido del *stub* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS). Dado que un buen modelado de los dispositivos de microondas es esencial para predecir su respuesta en frecuencia, el modelo deberá caracterizar no sólo las líneas de transmisión sino también las discontinuidades existentes. La configuración del resonador SISS bajo estudio es la que presenta un tramo de línea de alta impedancia cargada con otra línea de baja impedancia y terminada en circuito abierto. Esta configuración, tal y como se demostrará, es aquella que permite reducir la longitud eléctrica del resonador, pues en el diseño de dispositivos de microondas tanto la miniaturización de los componentes como la derivación de un circuito equivalente juegan un papel fundamental.

### 2.1 Modelo sin discontinuidades

El SISS está formado por una línea de transmisión con una longitud eléctrica  $\beta l_2$  y una impedancia característica  $Z_2$  alta en cascada con una línea de longitud eléctrica  $\beta l_1$  con impedancia característica  $Z_1$  baja terminada en circuito abierto (Fig. 1.1). El circuito distribuido de esta estructura sin considerar las discontinuidades se ilustra en la Fig. 2.1, cuya admitancia de entrada  $Y_{\text{SISS}}$  se puede calcular mediante la admitancia de entrada a la línea de transmisión de alta impedancia mediante

$$Y_{SISS} = \frac{1}{Z_2} \frac{Z_2 + j Z_L \tan(\beta l_2)}{Z_L + j Z_2 \tan(\beta l_2)}, \quad (2.1)$$

donde su impedancia de carga  $Z_L$  se corresponde con la impedancia en la entrada de la sección de línea de baja impedancia terminada en circuito abierto, esto es [1]

$$Z_L = -j Z_1 \cot(\beta l_1), \quad (2.2)$$

con lo cual la admitancia de entrada (2.1), tras varias operaciones, se puede escribir como:

$$Y_{SISS} = -j \frac{\tan(\beta l_1) + K \tan(\beta l_2)}{Z_2 \tan(\beta l_1) \tan(\beta l_2) - Z_1}, \quad (2.3)$$

donde  $K$  se define como la relación entre impedancias

$$K = \frac{Z_1}{Z_2}, \quad (2.4)$$

cumpléndose  $K < 1$  debido a que  $Z_2 > Z_1$ .

La frecuencia de resonancia fundamental del resonador  $\omega_0$  es del tipo serie ya que  $Y_{SISS}(\omega_0) \rightarrow \infty$  debido a la terminación en circuito abierto. A esta frecuencia, según (2.3) se debe cumplir

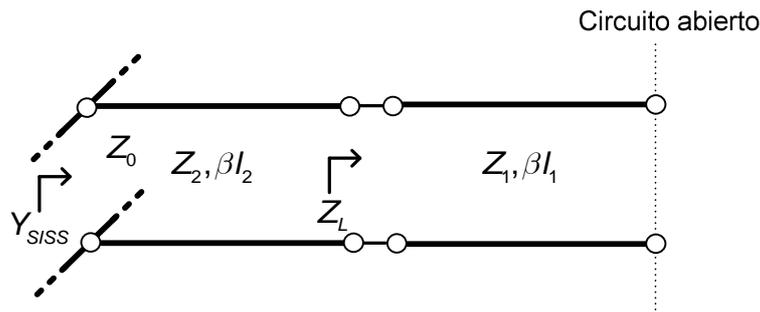
$$K = \tan(\beta l_1(\omega_0)) \tan(\beta l_2(\omega_0)), \quad (2.5)$$

con lo cual las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  a la resonancia resultan

$$\beta l_1(\omega_0) = \arctan\left(\frac{K}{\tan(\beta l_2(\omega_0))}\right), \quad (2.6)$$

$$\beta l_2(\omega_0) = \arctan\left(\frac{K}{\tan(\beta l_1(\omega_0))}\right). \quad (2.7)$$

La condición de resonancia (2.5) indica que el valor de las longitudes eléctricas  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  a la resonancia depende directamente de la relación entre impedancias  $K$ . En la Fig. 2.2 (a) se ilustra el comportamiento de  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$  según (2.5) para distintos valores de  $K$  entre  $0,125 \leq K \leq 8$  ( $Z_1/8 \leq Z_2 \leq 8Z_1$ ). Para minimizar  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$ , tal y como se puede observar, se debe minimizar  $K$ . Si se minimiza  $K$ , no sólo se minimizan las longitudes eléctricas a la resonancia sino también a cualquier frecuencia, es decir,  $\beta l_1(\omega)$  y  $\beta l_2(\omega)$ .



**Fig. 2.1** Modelo distribuido sin discontinuidades del resonador SISS de la Fig. 1.1.  $Y_{SISS}$ : admitancia de entrada del SISS;  $Z_L$ : impedancia de entrada en la línea de baja impedancia

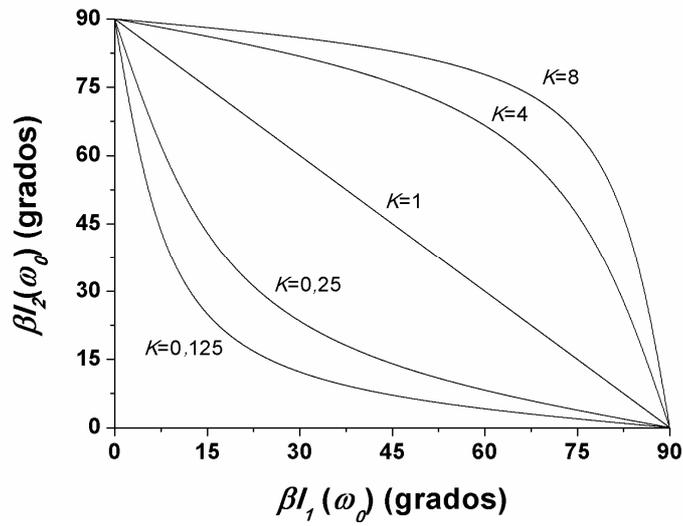
Por otro lado, en la Fig. 2.2 (b) se muestra el comportamiento de la longitud eléctrica total del resonador definida como

$$\beta l_t(\omega_0) = \beta l_1(\omega_0) + \beta l_2(\omega_0). \quad (2.8)$$

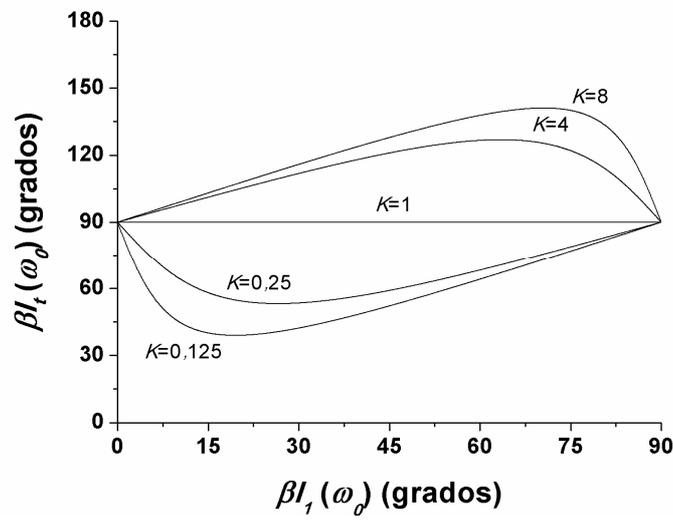
Evidentemente, para disminuir  $\beta l_t(\omega)$  se debe disminuir  $K$ . Así pues, la relación entre impedancias juega un papel determinante en el tamaño eléctrico del resonador y de ahí que se puedan diferenciar tres topologías de resonadores en función de  $K$  según el valor correspondiente de  $\beta l_t(\omega_0)$ :  $K < 1$ ,  $K = 1$  y  $K > 1$ . En la Tabla 4.2 se muestra el rango de valores que pueden tomar las longitudes eléctricas  $\beta l_1(\omega_0)$ ,  $\beta l_2(\omega_0)$  y  $\beta l_t(\omega_0)$  en función de las tres configuraciones. Si bien el rango de valores que pueden tomar  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$  coinciden en los tres casos, no sucede lo mismo para  $\beta l_t(\omega_0)$ . Se puede observar que el caso  $K = 1$  se corresponde con un resonador de impedancia uniforme (Uniform Impedance Resonator, UIR), que no es más que el resonador convencional terminado en circuito abierto con una longitud total  $\beta l_t(\omega_0) = \pi/2$ . Si  $K \neq 1$ , el resonador consiste en el propio resonador SISS. Si  $K > 1$ , la resonancia se produce a unas longitudes eléctricas mayores que en el UIR, mientras que si  $K < 1$  la resonancia se produce para longitudes eléctricas menores. En la Fig. 2.2 se comprueban los datos de la Tabla 2.1 y además se puede extraer que para  $\beta l_1(\omega_0) = \beta l_2(\omega_0)$  se obtiene un mínimo y un máximo de  $\beta l_t(\omega_0)$  cuando  $K < 1$  y  $K > 1$  respectivamente. El hecho de que para  $K < 1$  exista un mínimo para  $\beta l_1(\omega_0) = \beta l_2(\omega_0)$  significa que es posible que ambas longitudes eléctricas sean pequeñas, por ejemplo  $\leq \pi/4$ . La reducción de  $\beta l_t$  es importante por dos razones, para (i) reducir el tamaño del resonador y (ii) para poder describir su comportamiento mediante un circuito equivalente discreto (Capítulo 3). De ahí que la topología del resonador bajo estudio en este proyecto sea la configuración  $K < 1$ .

**Tabla 2.1** Rango de valores de las longitudes eléctricas a la resonancia  $\beta l_1(\omega_0)$ ,  $\beta l_2(\omega_0)$  y  $\beta l_t(\omega_0) = \beta l_1(\omega_0) + \beta l_2(\omega_0)$  en función de la relación entre impedancias  $K$  para  $K < 1$ ,  $K = 1$  y  $K > 1$

$K$	$Z_1, Z_2$	$\beta l_1(\omega_0), \beta l_2(\omega_0)$	$\beta l_t(\omega_0) = \beta l_1(\omega_0) + \beta l_2(\omega_0)$
$K < 1$	$Z_1 < Z_2$	$\beta l_1, \beta l_2 < \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )	$\beta l_t = \beta l_1 + \beta l_2 < \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )
$K = 1$	$Z_1 = Z_2$	$\beta l_1, \beta l_2 < \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )	$\beta l_t = \beta l_1 + \beta l_2 = \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )
$K > 1$	$Z_1 > Z_2$	$\beta l_1, \beta l_2 < \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )	$\beta l_t = \beta l_1 + \beta l_2 > \frac{\pi}{2}$ ( $90^\circ$ )



(a)



(b)

**Fig. 2.2** Longitudes eléctricas a la resonancia según (2.5) en función de  $0,125 \leq K \leq 8$  ( $Z_1/8 \leq Z_2 \leq 8Z_1$ ). (a)  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$ ; (b)  $\beta l_t(\omega_0) = \beta l_1(\omega_0) + \beta l_2(\omega_0)$

## 2.2 Modelo sin discontinuidades para longitudes pequeñas

Asumiendo  $K < 1$  y además que cada una de las longitudes eléctricas de las líneas que componen el resonador son pequeñas, típicamente

$$\beta l_1, \beta l_2 \leq \frac{\pi}{4}, \quad (2.9)$$

se pueden aproximar los términos tangenciales  $\tan(\beta l_1)$  y  $\tan(\beta l_2)$  de la admitancia de entrada (2.3) mediante el primer término de la expansión en serie de Taylor, lo que resulta:

$$\tan(\beta l_1) \approx \beta l_1, \quad (2.10)$$

$$\tan(\beta l_2) \approx \beta l_2. \quad (2.11)$$

Si se aplica (2.10) y (2.11) a (2.3) se obtiene la siguiente aproximación de la admitancia de entrada:

$$Y_{SISS} = -j \frac{\beta l_1 + K \beta l_2}{Z_2 \beta l_1 \beta l_2 - Z_1}, \quad (2.12)$$

expresión que cuanto menores sean  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$ , mayor precisión obtendrá (idealmente  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  deberían de tender a cero). A la frecuencia de resonancia fundamental del resonador ( $Y_{SISS}(\omega_0) \rightarrow \infty$ ), los valores aproximados de las longitudes eléctricas deben cumplir

$$K = \beta l_1(\omega_0) \beta l_2(\omega_0), \quad (2.13)$$

mientras que el valor aproximado de cada una de las longitudes eléctricas es

$$\beta l_1(\omega_0) = \frac{K}{\beta l_2(\omega_0)}, \quad (2.14)$$

$$\beta l_2(\omega_0) = \frac{K}{\beta l_1(\omega_0)}. \quad (2.15)$$

Cabe destacar que este modelo simplificado elimina la periodicidad de las líneas de transmisión y por consiguiente sólo permite modelar la frecuencia de resonancia fundamental del resonador (la de interés). Notar que la condición necesaria y suficiente para la validez de este modelo es que  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  sean pequeñas, es decir, que la condición se basa en la longitud de cada una de las secciones de línea ( $\beta l_1$  y  $\beta l_2$ ) y no en la longitud total del resonador ( $\beta l_t$ ). Si las longitudes de las secciones son pequeñas ( $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ ),

entonces la longitud total también lo será ( $\beta l_t \leq \pi/2$ ). Sin embargo, si  $\beta l_t$  es pequeña no garantiza que  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  lo sean ambas.

Merece la pena mencionar que, si se aproxima (2.2), la admitancia de entrada a la línea de baja impedancia tiene un comportamiento puramente capacitivo:

$$Z_L = -j \frac{Z_1}{\beta l_1}. \quad (2.16)$$

Esta es una propiedad de una línea eléctricamente pequeña terminada en circuito abierto muy conocida en la literatura.

### 2.3 Modelo de las discontinuidades

A menudo las discontinuidades pueden causar en el circuito cierta degradación en las prestaciones o un comportamiento indeseado. Esto se debe a que en la vecindad de las discontinuidades se puede almacenar energía eléctrica y/o magnética, lo cual conduce a efectos reactivos parásitos que pueden producir errores de fase y amplitud. Los efectos producidos por las reactancias asociadas a las discontinuidades se pueden obtener con exactitud mediante simulación electromagnética. No obstante, existen circuitos equivalentes con expresiones analíticas cerradas que en la práctica resultan muy útiles. Estos circuitos equivalentes permiten representar los efectos de la discontinuidad en un determinado punto del circuito y, de esta forma, permiten considerar tales efectos en el diseño de modo que sus efectos se puedan compensar mediante el ajuste de otros parámetros del circuito tales como longitudes o impedancias características [1].

Según [9] los valores de las capacidades e inductancias de los circuitos equivalentes de las discontinuidades son normalmente pequeños (capacidades  $< 0,1\text{pF}$  e inductancias  $< 0,1\text{nH}$ ). Esto supone que sus correspondientes reactancias sólo suelen ser significativas a frecuencias de microondas altas y de ondas milimétricas. Cuando la frecuencia no excede de varios GHz estas discontinuidades se suelen poder despreciar. Sin embargo, resultan definitivamente significativos a frecuencias superiores a 10GHz.

Si bien los principales elementos del resonador SISS son las líneas de transmisión, éste también contiene dos discontinuidades: un salto de anchura en el punto de conexión de las líneas y un circuito abierto en el extremo final del resonador. A continuación se pretende detallar circuitos equivalentes apropiados para modelar las discontinuidades del resonador SISS y así poder conocer cuáles son sus efectos, de qué magnitud son y, en caso de que no se puedan despreciar, si se pueden modelar ajustando los parámetros de los modelos distribuidos (2.3) y (2.12).



$$\xi_2 = 1 + \frac{(W_1/h)^{0,371}}{2,35 \varepsilon_r + 1}, \quad (2.20)$$

$$\xi_3 = 1 - \frac{0,5274 \tan^{-1}[0,084 (W_1/h)^{1,9413/\xi_2}]}{\varepsilon_{re1}^{0,9236}}, \quad (2.21)$$

$$\xi_4 = 1 + 0,037 \tan^{-1}[0,067 (W_1/h)^{1,456}]\{6 - 5 \exp[0,036 (1 - \varepsilon_r)]\}, \quad (2.22)$$

$$\xi_5 = 1 - 0,218 \exp\left(-7,5 \frac{W_1}{h}\right), \quad (2.23)$$

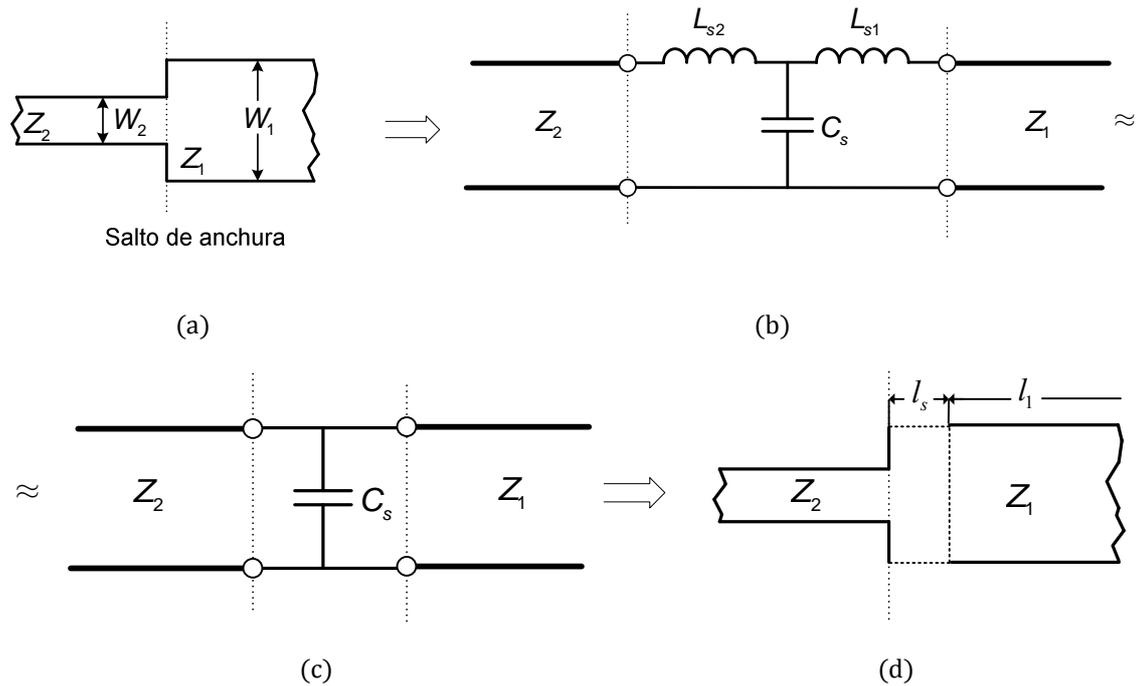
donde  $W_1$  es la anchura de la pista,  $h$  es el grosor del sustrato y  $\varepsilon_r$  es la constante dieléctrica del sustrato. El error en la expresión (2.18) no supera el 0.2% para el rango  $0,01 \leq W_1/h \leq 100$ . Si por ejemplo se tiene una anchura  $W_1=23\text{mm}$ , con un sustrato comercial como el Rogers RO3010 con  $\varepsilon_r=10,2$  y  $h=1,27\text{mm}$ , la longitud extra equivalente resultante es  $l_o=1,2\text{mm}$  y la capacidad en derivación  $C_o=2\text{pF}$ . Por tanto, el circuito abierto del SISS puede modificar la respuesta del resonador significativamente según la anchura  $W_1$  y las características del sustrato, con lo cual es posible que esta discontinuidad no se pueda despreciar incluso a frecuencias inferiores a 10GHz.

### 2.3.2 Modelo del salto de anchura

Por un lado, en un salto de anchura de pista entre dos anchuras diferentes  $W_1$  y  $W_2$  (Fig. 2.4 (a)), al igual que en un circuito abierto, también existe el efecto de campo fringing que se puede modelar con una capacidad en derivación  $C_s$ . Por otro lado, también se produce una perturbación en la distribución de corriente en los bordes del conductor cuyo efecto puede tratarse con inductancias [9]. De este modo, un salto de anchura simétrico (donde el centro de las pistas coincide) se puede modelar mediante una red reactiva en T tal como se ilustra en la Fig. 2.4 (b). Si sólo se considera la capacidad en derivación  $C_s$  (Fig. 2.4 (c)), término dominante del circuito equivalente [9], se puede aplicar el concepto de alargar la longitud efectiva para tener en cuenta la capacidad fringing a la línea de transmisión con mayor anchura  $W_1$  (Fig. 2.4 (d)). La capacidad en derivación puede calcularse según [10] como

$$C_s = 0,00137h(\mu\text{m}) \frac{\sqrt{\varepsilon_{re1}}}{Z_1} \left( \frac{\varepsilon_{re1} + 0,3}{\varepsilon_{re1} - 0,258} \right) \left( \frac{W_1/h + 0,264}{W_1/h + 0,8} \right) \left( 1 - \frac{W_2}{W_1} \right) \text{ (pF)}. \quad (2.24)$$

La longitud equivalente del salto de anchura  $l_s$  se puede obtener a partir de (2.17) mediante



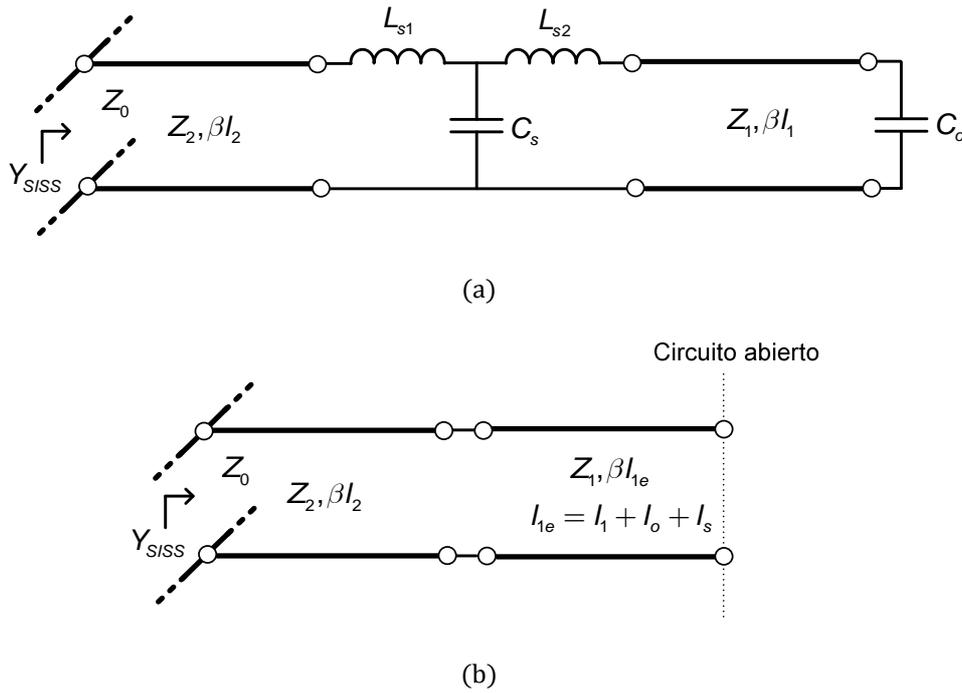
**Fig. 2.4** Salto de anchura en microstrip. (a) *layout*, (b) modelo circuital equivalente;  $C_s$ : capacidad fringing en derivación;  $L_{s1}$  y  $L_{s2}$ : inductancias debido a la perturbación de la corriente eléctrica; (c) modelo circuital equivalente aproximado;  $C_s$ : capacidad fringing en derivación (d)  $l_s$ : longitud de línea equivalente extra para el modelo circuital equivalente aproximado

$$l_s = \frac{C_s c Z_1}{\sqrt{\epsilon_{re1}}}. \quad (2.25)$$

Suponiendo el mismo ejemplo que en el apartado anterior, si  $W_1=23\text{mm}$ ,  $\epsilon_r=10,2$  y  $h=1,27\text{mm}$ , la longitud extra equivalente es  $l_s=0,5\text{mm}$  y la capacidad en derivación  $C_o=0,9\text{pF}$ . Por tanto, el salto de anchura también puede ser significativo.

## 2.4 Modelo con discontinuidades

Si se introducen los circuitos equivalentes del circuito abierto y del salto de anchura (Fig. 2.3 (b) y Fig. 2.4 (b) respectivamente) al circuito de líneas de transmisión del SISS (Fig. 2.1) se obtiene el circuito híbrido con elementos discretos y distribuidos de la Fig. 2.5 (a). Si por otro lado estas discontinuidades se tratan con su respectivo modelo distribuido (despreciando las inductancias  $L_{s1}$  y  $L_{s2}$  del salto de anchura), se obtiene el modelo de la



**Fig. 2.5** Modelo distribuido con discontinuidades del resonador SISS de la Fig. 1.1. (a) modelo mixto con elementos distribuidos y concentrados que representan las líneas de transmisión y las discontinuidades respectivamente; (b) modelo distribuido de la Fig. 2.1 donde se compensa la longitud  $\beta l_1$  por  $\beta l_{1e}$  debido al efecto de las discontinuidades

Fig. 2.5 (b). En este último modelo, para tener en cuenta las discontinuidades se ajusta la longitud física de la línea de baja impedancia  $l_1$  según su longitud física efectiva que viene dada por

$$l_{1e} = l_1 + l_o + l_s, \quad (2.26)$$

donde  $l_o$  y  $l_s$  son las longitudes equivalentes del circuito abierto y del salto de anchura respectivamente. El resonador SISS, por tanto, se puede modelar mediante un modelo exclusivamente distribuido caracterizado por longitudes eléctricas e impedancias características, cuya admitancia de entrada (2.3) ajustada a las discontinuidades resulta:

$$Y_{SISS} = -j \frac{\tan(\beta l_{1e}) + K \tan(\beta l_2)}{Z_2 \tan(\beta l_{1e}) \tan(\beta l_2) - Z_1}, \quad (2.27)$$

que particularizando para longitudes pequeñas, a partir de (2.12), se obtiene

$$Y_{SISS} = -j \frac{\beta l_{1e} + K \beta l_2}{Z_2 \beta l_{1e} \beta l_2 - Z_1}. \quad (2.28)$$

Las discontinuidades, aunque pueden introducir unas longitudes adicionales  $l_o$  y  $l_s$  importantes, sólo modifican  $l_1$ . Por esta razón y por comodidad, en el resto del proyecto se asume  $l_1 = l_{1e}$ .

## 2.5 Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado un modelo de admitancia de entrada del resonador SISS a partir de la geometría del mismo. El modelo está caracterizado exclusivamente por longitudes eléctricas e impedancias características, con lo cual se trata de un modelo totalmente distribuido. Dicho modelo tiene en cuenta tanto las líneas de transmisión de baja y alta impedancia como las discontinuidades existentes en la estructura, las cuales se introducen en el modelo ajustando la longitud efectiva de la línea de transmisión de baja impedancia terminada en circuito abierto.

El modelo demuestra que la frecuencia de resonancia fundamental del resonador es del tipo serie debido a su terminación en circuito abierto. A la resonancia, el valor de las longitudes eléctricas viene controlado por la relación entre las impedancias baja y alta de las líneas del resonador. Cuanto menor es dicha relación, menores son las longitudes eléctricas a la resonancia, y por tanto menores son a cualquier frecuencia. La miniaturización de la longitud del resonador no es la única ventaja de la minimización de las longitudes eléctricas de las líneas, sino que ésta además permite aproximar el modelo con una expresión más simple.

En cuanto al efecto de las discontinuidades, se puede concluir que, debido a la gran anchura de la línea de baja impedancia terminada en abierto y a la gran diferencia entre esta anchura y la de la línea de alta impedancia, tanto el circuito abierto como el salto de anchura pueden ser importantes, incluso a frecuencias inferiores a 10GHz según las características del sustrato. No obstante, este efecto sólo supone el ajuste (en particular la reducción) de la longitud física de la línea de baja impedancia.

## Capítulo 3

# Modelo circuital equivalente del resonador SISS

---

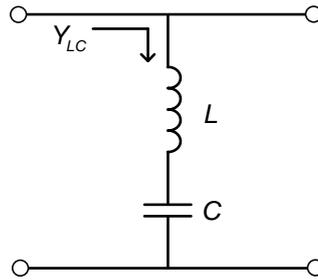
Los circuitos de microondas normalmente requieren del uso de componentes con elementos distribuidos. Aun así, el análisis empleando circuitos equivalentes con elementos discretos resulta más conveniente y predecible que el análisis directo de circuitos distribuidos. Además, la teoría básica de filtros está basada en circuitos de elementos discretos, haciendo posible aplicar el resultado del diseño a tales circuitos distribuidos.

El propósito de este capítulo es llevar a cabo el primer objetivo del proyecto, que consiste en demostrar bajo qué requisitos el comportamiento en frecuencia de un *stub* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS) se corresponde con el de un circuito resonante serie en derivación. A partir de tal demostración, que partirá del modelo distribuido para secciones de línea pequeñas obtenido en el capítulo anterior, se obtendrá un modelo circuital equivalente que consiste en un resonador serie en derivación propiamente dicho, cuya inductancia y capacidad se expresarán en función de los parámetros del SISS. El conocimiento de este modelo equivalente es fundamental para el objetivo principal del proyecto, el cual se tratará en el Capítulo 4.

### 3.1 Modelo circuital equivalente para longitudes pequeñas

La admitancia de entrada de un resonador serie en derivación ideal sin pérdidas (circuito ilustrado en la Fig. 3.1) formado por una inductancia  $L$  y una capacidad  $C$  se puede expresar como

$$Y_{LC} = -j \frac{\omega C}{\omega^2 LC - 1}, \quad (3.1)$$



**Fig. 3.1** Circuito de un resonador serie en derivación ideal sin pérdidas

cuya frecuencia de resonancia es

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (3.2)$$

Por otro lado, a partir de las expresiones de las longitudes eléctricas

$$\beta l_1 = \frac{\omega}{v_{p1}} l_1, \quad (3.3)$$

$$\beta l_2 = \frac{\omega}{v_{p2}} l_2, \quad (3.4)$$

siendo  $v_{p1}$  y  $v_{p2}$  las velocidades de fase en las líneas y  $\omega$  la frecuencia angular, se puede reescribir la aproximación de la admitancia de entrada de un SISS (2.12) cuyas longitudes eléctricas son pequeñas como

$$Y_{SISS} = -j \frac{\omega \left( \frac{l_1}{v_1 Z_1} + \frac{l_2}{v_2 Z_2} \right)}{\omega^2 \frac{l_1}{v_1 Z_1} \frac{l_2}{v_2 Z_2} - 1}. \quad (3.5)$$

Nótese que las expresiones (3.1) y (3.5) coinciden ( $Y_{LC} = Y_{SISS}$ ) siempre y cuando se produzcan las siguientes equivalencias

$$C = \frac{l_1}{v_1 Z_1} + \frac{l_2}{v_2 Z_2}, \quad (3.6)$$

$$L = \frac{l_2 Z_2}{v_2} \frac{\frac{l_1}{v_1 Z_1}}{\frac{l_1}{v_1 Z_1} + \frac{l_2}{v_2 Z_2}}. \quad (3.7)$$

Merece la pena mencionar que (3.6) y (3.7) también pueden expresarse en función de los parámetros distribuidos  $Z_1, Z_2, \beta l_1$  y  $\beta l_2$  de la siguiente manera (Fig. 3.2 (a))

$$C = \frac{\beta l_1}{\omega Z_1} + \frac{\beta l_2}{\omega Z_2}, \quad (3.8)$$

$$L = \frac{\beta l_2 Z_2}{\omega} \frac{\frac{\beta l_1}{Z_1}}{\frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2}}, \quad (3.9)$$

o en términos de las inductancias y capacidades por unidad de longitud de las líneas  $L_{puli}$  y  $C_{puli}$  ( $i=1,2$ ) respectivamente de la siguiente forma

$$C = C_{pul1} l_1 + C_{pul2} l_2, \quad (3.10)$$

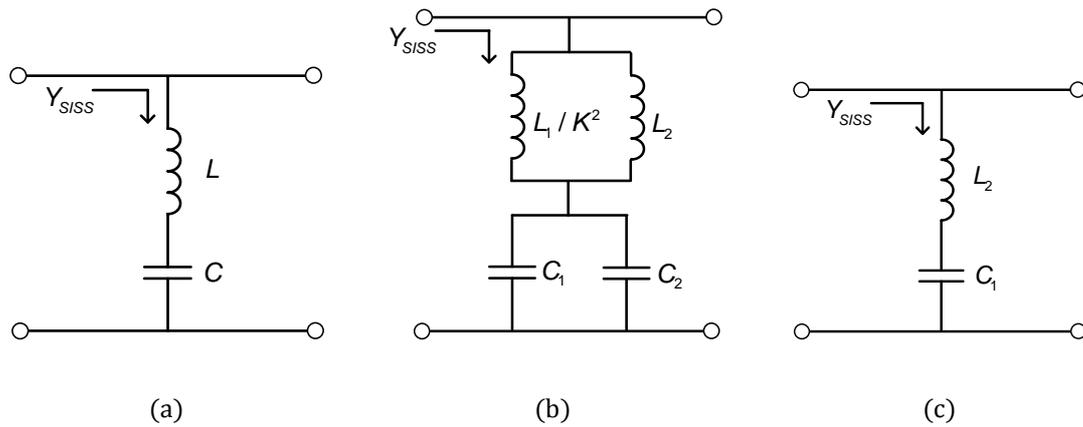
$$L = L_{pul2} l_2 \frac{C_{pul1} l_1}{C_{pul1} l_1 + C_{pul2} l_2} = \frac{1}{\frac{1}{L_{pul2} l_2} + \frac{1}{L_{pul1} l_1 / K^2}}. \quad (3.11)$$

así como en función de las inductancias y capacidades totales de cada una de las líneas  $L_i$  y  $C_i$  ( $i=1,2$ ) respectivamente (Fig. 3.2 (b))

$$C = C_1 + C_2, \quad (3.12)$$

$$L = L_2 \frac{C_1}{C_1 + C_2} = \frac{1}{\frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_1 / K^2}}. \quad (3.13)$$

Así pues, si las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  son pequeñas (típicamente  $\leq \pi/4$ ), la admitancia de entrada del resonador SISS se puede describir mediante la admitancia de un resonador serie en derivación cuyos valores  $L$  y  $C$  dependen de los parámetros del propio SISS. Dicho resonador serie constituye un modelo equivalente que permite, a partir de los parámetros del SISS, describir su respuesta en el dominio de la frecuencia mediante la teoría de circuitos y el uso de elementos discretos. Dado que el número de parámetros distribuidos del SISS ( $Z_1, Z_2, \beta l_1$  y  $\beta l_2$ ) es superior al número de parámetros del modelo circuital ( $L$  y  $C$ ), es posible que se puedan conseguir los mismos valores de inductancia  $L$  y capacidad  $C$  mediante diferentes combinaciones de los parámetros del SISS.



**Fig. 3.2** Circuito equivalente del resonador SISS para longitudes eléctricas  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  pequeñas. (a) en términos de la inductancia  $L$  y la capacidad  $C$  equivalentes de las expresiones (3.6)-(3.13); (b) en términos de las inductancias  $L_i$  y capacidades  $C_i$  de cada una de las líneas ( $i=1,2$ ) de las expresiones (3.12)-(3.13); (c) en términos de las inductancias  $L_i$  y capacidades  $C_i$  de cada una de las líneas ( $i=1,2$ ) de las expresiones (3.12)-(3.13) cuando  $K \ll \beta l_1/\beta l_2$

Merece la pena mencionar que debido a las aproximaciones en serie de Taylor (2.10) y (2.11), las expresiones (3.6)-(3.13) obtienen unos valores menores de lo que en realidad deberían de resultar. Es importante también destacar que la inductancia  $L$  y la capacidad  $C$  dependen de ambas líneas de transmisión de la siguiente forma (Fig. 3.2(b))

- $L$  es el paralelo de la inductancia de la línea de alta impedancia  $L_2$  y una inductancia equivalente de valor  $L_1/K^2$ , con lo cual

$$L < L_2. \quad (3.14)$$

- $C$  es el paralelo y por tanto la suma de las capacidades de cada una de las líneas  $C_1$  y  $C_2$ , por lo que

$$C > C_1. \quad (3.15)$$

### 3.2 Modelo circuital equivalente para longitudes pequeñas sin parásitos

Los parámetros  $L_1$  y  $C_2$  del modelo circuital equivalente anterior no son más que elementos parásitos. Aunque son controlables en el modelo y se pueden compensar, idealmente, por simplicidad y para independizar  $C$  y  $L$ ,  $C$  debería de implementarse mediante la línea de baja impedancia y  $L$  mediante la línea de alta impedancia. Sin

embargo, la línea de baja impedancia introduce una inductancia parásita  $L_1$  y la línea de alta impedancia una capacidad parásita  $C_2$ . A partir de (3.8) y (3.9) se puede observar que, para poder despreciar estos elementos parásitos, se debe satisfacer la siguiente condición

$$K \ll \frac{\beta l_1}{\beta l_2}, \quad (3.16)$$

debido a que entonces

$$L_2 \ll \frac{L_1}{K^2}, \quad (3.17)$$

$$C_1 \gg C_2, \quad (3.18)$$

con lo cual los valores de la capacidad equivalente (3.12) y de la inductancia equivalente (3.13) se pueden aproximar como

$$L \approx L_2, \quad (3.19)$$

$$C \approx C_1, \quad (3.20)$$

cuyo circuito equivalente se ilustra en la Fig. 3.2 (c). La expresión (3.16) es equivalente a que, si la capacidad parásita es comparable a la capacidad de la línea de baja impedancia, el efecto parásito no se puede despreciar. Esta propiedad se puede observar en (3.12) y (3.13). Por tanto, si  $K$  y/o  $\beta l_2$  no son muy pequeños, es probable que los parásitos no se puedan despreciar.

### 3.3 Conclusiones

En el presente capítulo se ha demostrado que, si las longitudes eléctricas de las líneas del SISS son pequeñas (típicamente  $\leq \pi/4$ ), su comportamiento en frecuencia se puede describir mediante un modelo circuital basado en un resonador serie en derivación. Esta equivalencia pues, será válida hasta aquella frecuencia (que se asume mayor a la frecuencia de resonancia) en que las longitudes del SISS dejen de ser pequeñas. Cuanto menores sean las longitudes eléctricas del resonador (idealmente las longitudes eléctricas deberían de tender a cero), mayor será la precisión del modelo tanto en la amplitud como en la fase de los parámetros de reflexión y transmisión (parámetros que se emplearan para caracterizar la respuesta en frecuencia).

La inductancia y la capacidad del modelo circuital consisten en expresiones cerradas. Idealmente, la inductancia y la capacidad deberían de implementarse mediante la línea de

alta impedancia y la línea de baja impedancia respectivamente. Sin embargo, tanto la inductancia como la capacidad del modelo dependen de las dos líneas de transmisión del resonador: la línea de alta impedancia introduce una capacidad parásita, mientras que la línea de baja impedancia una inductancia parásita. No obstante, este efecto parásito se puede describir únicamente por la capacidad parásita de la línea de alta impedancia; si esta capacidad es mucho menor que la capacidad de la línea de baja impedancia, el efecto parásito se puede despreciar. Aunque los parásitos pueden ser importantes, dado que la capacidad se consigue básicamente mediante la línea de baja impedancia, a ésta línea también la denominaremos línea capacitiva. Análogamente, a la línea de alta impedancia la denominaremos línea inductiva.

## Capítulo 4

# Análisis y limitaciones del diseño de resonadores serie en derivación mediante SISSs

---

En el capítulo anterior se demostró que, el comportamiento eléctrico de un *stub* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS) cuyas líneas son eléctricamente pequeñas, se puede aproximar mediante un modelo circuital formado por un resonador serie en derivación. Dicho modelo permite la extracción de la inductancia y la capacidad equivalentes a la entrada de la estructura a partir del conocimiento de sus parámetros. El proceso inverso, es decir, el diseño o síntesis, consiste en determinar los parámetros del SISS tales que su respuesta en el dominio de la frecuencia se corresponda a la de un resonador serie en derivación con unos determinados valores de inductancia y capacidad especificados.

El propósito de este capítulo es llevar a cabo el principal objetivo del proyecto, que consiste en determinar cuáles son las limitaciones en la síntesis de resonadores serie en derivación mediante SISSs en microstrip, en términos de los valores de la inductancia y la capacidad válidos, es decir, que se pueden sintetizar. En otras palabras, se pretender conocer cuál es el rango de valores de la inductancia y la capacidad válidos para que la respuesta en frecuencia del SISS se pueda describir mediante un resonador serie en derivación. Dicho análisis se llevará a cabo en función de la frecuencia máxima de operación (superior a la frecuencia de resonancia), el grado de exactitud del modelo circuital (que vendrá determinado por el tamaño eléctrico de las líneas), de las características del sustrato (grosor y constante dieléctrica) y de las limitaciones tecnológicas (mínima anchura de pista).

#### 4.1 Parámetros de diseño

Los parámetros de diseño consisten en los parámetros del SISS. Hasta el momento, en el proyecto se han analizado los siguientes parámetros distribuidos del SISS (Fig. 4.1):

- Longitud eléctrica  $\beta l_1$  e impedancia característica  $Z_1$  de la línea de baja impedancia
- Longitud eléctrica  $\beta l_2$  e impedancia característica  $Z_2$  de la línea de alta impedancia

Sin embargo, la síntesis de resonadores SISS en microstrip consiste en determinar los parámetros físicos del resonador y del sustrato para su implementación, que son los siguientes (Fig. 4.1):

- Parámetros de la geometría del SISS:
  - longitud  $l_1$  y anchura  $W_1$  de la pista conductora de baja impedancia
  - longitud  $l_2$  y anchura  $W_2$  de la pista conductora de alta impedancia
- Parámetros del sustrato: grosor  $h$  y constante dieléctrica  $\epsilon_r$

Los parámetros del sustrato, no obstante, a menudo están especificados. A modo ilustrativo, en el presente proyecto se consideran los cuatro sustratos comerciales del fabricante Rogers Corporation [12] que se muestran en la Tabla 4.1, cada uno de los cuales supone un escenario distinto en cuanto a los parámetros del sustrato se refiere.

Los parámetros distribuidos y físicos están directamente relacionados mediante expresiones cerradas muy conocidas en la literatura. A continuación se presentan expresiones que permiten calcular los parámetros distribuidos a partir de los físicos, en las cuales se desprecia la dispersión en frecuencia (la velocidad de fase se considerará constante). Siendo  $\epsilon_{re}$  la constante dieléctrica efectiva en la línea [10]

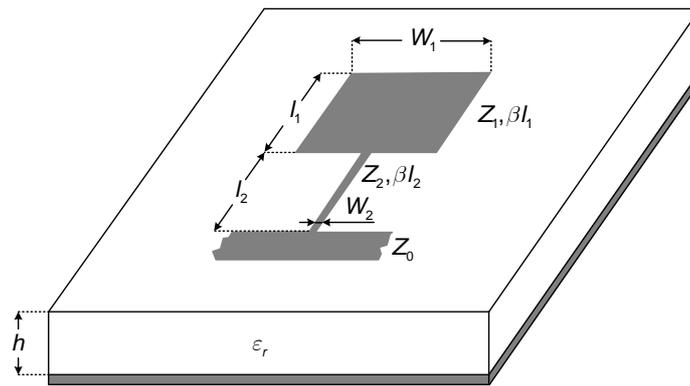
$$\epsilon_{re} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left(1 + \frac{10}{u}\right)^{-ab}, \quad (4.1)$$

donde

$$a = 1 + \frac{1}{49} \ln \left( \frac{u^4 + \left(\frac{u}{52}\right)^2}{u^4 + 0,432} \right) + \frac{1}{18,7} \ln \left[ 1 + \left( \frac{u}{18,1} \right)^3 \right], \quad (4.2)$$

$$b = 0,564 \left( \frac{\epsilon_r - 0,9}{\epsilon_r + 3} \right)^{0,053}, \quad (4.3)$$

$$u = \frac{W}{h},$$



**Fig. 4.1** Geometría y parámetros del *stub* en derivación de salto de impedancia (SISS) en tecnología microstrip bajo estudio, donde  $Z_0$  es la impedancia característica de la línea cargada con el SISS.  $Z_1$ : impedancia característica de la línea de baja impedancia;  $Z_2$ : impedancia característica de la línea de alta impedancia;  $\beta l_1$ : longitud eléctrica de la línea de baja impedancia;  $\beta l_2$ : longitud eléctrica de la línea de alta impedancia;  $l_1$ : longitud de la línea de baja impedancia;  $l_2$ : longitud de la línea de alta impedancia;  $W_1$ : anchura de la línea de baja impedancia;  $W_2$ : anchura de la línea de alta impedancia

**Tabla 4.1** Sustratos considerados del fabricante Rogers Corporation con diferente grosor  $h$  y constante dieléctrica  $\epsilon_r$

Sustrato	$\epsilon_r$	$h$ (mm)
(a) Rogers R04003C	3,55	0,203
(b) Rogers R04003C	3,55	1,524
(c) Rogers R03010	10,2	0,254
(d) Rogers R03010	10,2	1,27

se puede calcular la impedancia característica de una línea de transmisión  $Z_c$  a partir de su anchura de pista  $W$ , del grosor del sustrato  $h$  y de la constante dieléctrica  $\epsilon_r$  mediante la siguiente expresión analítica [10]

$$Z_c = \frac{\eta}{2\pi\sqrt{\epsilon_{re}}} \ln \left[ \frac{F}{u} \sqrt{1 + \left(\frac{2}{u}\right)^2} \right], \quad (4.4)$$

donde  $\eta=120\pi\Omega$  y

$$F = 6 + (2\pi - 6) \exp \left[ - \left( \frac{30,666}{u} \right)^{0.7528} \right]. \quad (4.5)$$

Por otro lado, la longitud eléctrica de una línea  $\beta l$  se puede calcular mediante

$$\beta l = \frac{\omega}{v_p} l, \quad (4.6)$$

donde  $v_p$  es la velocidad de fase en la línea

$$v_p = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_{re}}}. \quad (4.7)$$

La exactitud del modelo (4.1) es mejor que 0,2% para  $\epsilon_r \leq 128$  y  $0,01 \leq u \leq 100$ , mientras que la de  $Z_c \sqrt{\epsilon_{re}}$  mejor que 0,01% para  $u \leq 1$  y 0,03% para  $u \leq 1000$ .

Por otro lado, la longitud de onda guiada en la línea  $\lambda_g$  es

$$\lambda_g = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_{re}}}, \quad (4.8)$$

donde  $\lambda_0$  es la longitud de onda en el vacío. A mayor constante dieléctrica del sustrato pues, menor es la longitud de la onda guiada en la línea

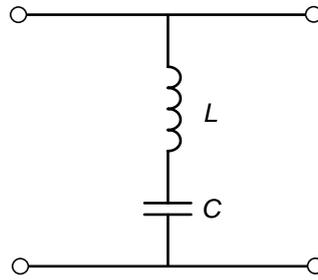
## 4.2 Especificaciones de diseño

Las especificaciones en el diseño de resonadores serie en derivación son la inductancia  $L$  y la capacidad  $C$  del propio resonador, así como la frecuencia máxima  $\omega_{max}$  para la cual va a operar el mismo. Se asume un resonador ideal sin pérdidas (Fig. 4.2).

En este proyecto se especificará la frecuencia máxima  $\omega_{max}$  en función de la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  mediante el factor  $n$  tal que

$$\omega_{max} = n\omega_0, \quad (4.9)$$

donde la frecuencia de resonancia se puede obtener a partir de la inductancia y la capacidad especificadas



**Fig. 4.2** Circuito de un resonador serie en derivación ideal sin pérdidas

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (4.10)$$

Se asume además que la frecuencia máxima es superior a la frecuencia de resonancia ( $n > 1$ ) para asegurar que el circuito es resonante dentro del rango frecuencial establecido delimitado por  $\omega_{max}$ . Sintetizando, se considera que las especificaciones son la inductancia  $L$ , la capacidad  $C$  y el cociente  $n$ . A partir de éstos se conoce también la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  y la frecuencia de operación máxima  $\omega_{max}$ .

### 4.3 Ecuaciones de diseño

Las ecuaciones de la inductancia  $L$  y la capacidad  $C$  del modelo circuital equivalente del SISS constituyen las ecuaciones de diseño para la síntesis de SISS tales que su comportamiento en frecuencia se puede describir mediante un resonador serie en derivación. La inductancia y la capacidad equivalentes del modelo en función de los parámetros distribuidos del SISS y de la frecuencia máxima de operación son respectivamente

$$C = \frac{1}{\omega_{max}} \left( \frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2} \right), \quad (4.11)$$

$$L = \frac{1}{\omega_{max}} \left( \beta l_2 Z_2 \frac{\frac{\beta l_1}{Z_1}}{\frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2}} \right). \quad (4.12)$$

Si la frecuencia máxima de operación se describe mediante (4.9) se obtiene:

$$C = \frac{1}{n\omega_0} \left( \frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2} \right), \quad (4.13)$$

$$L = \frac{1}{n\omega_0} \left( \beta l_2 Z_2 \frac{\frac{\beta l_1}{Z_1}}{\frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2}} \right). \quad (4.14)$$

En estas últimas expresiones existe la siguiente recursividad: para calcular la inductancia y la capacidad equivalentes se requiere del conocimiento de su correspondiente frecuencia de resonancia, para el cual a su vez es necesario conocer la inductancia y la capacidad. Sólo es posible obtener la inductancia y la capacidad si se conoce la frecuencia de resonancia.

Se define el parámetro  $Z_e$  como una impedancia característica equivalente cuya inductancia y capacidad por unidad de longitud se corresponden con las especificaciones del resonador serie  $L$  y  $C$  respectivamente, esto es

$$Z_e = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad (4.15)$$

la cual se puede calcular a partir de las especificaciones. Si se desarrollan las ecuaciones (4.13) y (4.14) mediante la frecuencia de resonancia (4.10) y la impedancia equivalente (4.15), las primeras pueden expresarse como

$$Z_e = n \left( \frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2} \right)^{-1}, \quad (4.16)$$

$$Z_e = \frac{1}{n} \left( \beta l_2 Z_2 \frac{\frac{\beta l_1}{Z_1}}{\frac{\beta l_1}{Z_1} + \frac{\beta l_2}{Z_2}} \right). \quad (4.17)$$

Las ecuaciones de diseño, por tanto, se pueden describir con independencia de la frecuencia de resonancia. Esto es posible expresándolas en función del cociente entre la inductancia y la capacidad, no en función de sus valores específicos. Remarcar que en las ecuaciones anteriores (y en el resto del proyecto) las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  se corresponden con las longitudes eléctricas a la frecuencia de operación máxima, es decir,  $\beta l_1 = \beta l_1(\omega_{max})$  y  $\beta l_2 = \beta l_2(\omega_{max})$ .

#### 4.4 Requerimiento de diseño

La condición necesaria y suficiente para que las ecuaciones de diseño anteriores sean válidas es que las longitudes eléctricas de las líneas del SISS sean pequeñas (típicamente  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ ). Dado que se dispone de más parámetros de diseño (4 parámetros distribuidos) que de ecuaciones de diseño (2 ecuaciones), pueden existir múltiples soluciones de los parámetros del SISS que dan lugar a la misma inductancia y capacidad (o al mismo cociente). No obstante, la solución o diseño óptimo de los parámetros distribuidos es aquel que consigue minimizar las longitudes eléctricas de las líneas (idealmente ambas deberían de tender a cero). De este modo, se mejora la exactitud de la equivalencia entre la admitancia del SISS sin aproximar (2.3) y la admitancia del circuito resonante serie (3.1).

#### 4.5 Relación entre impedancias

A partir de la condición de resonancia del modelo distribuido

$$K = \tan(\beta l_1(\omega_0)) \tan(\beta l_2(\omega_0)), \quad (4.18)$$

se conoce que para minimizar  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$  se debe de minimizar la relación entre impedancias  $K$ . Además, dada una relación entre impedancias  $K < 1$ , las longitudes eléctricas de las líneas del resonador se minimizan simultáneamente cuando éstas son iguales (ver Fig. 4.3). Las longitudes eléctricas a la frecuencia de resonancia están relacionadas con las longitudes eléctricas a la frecuencia máxima según

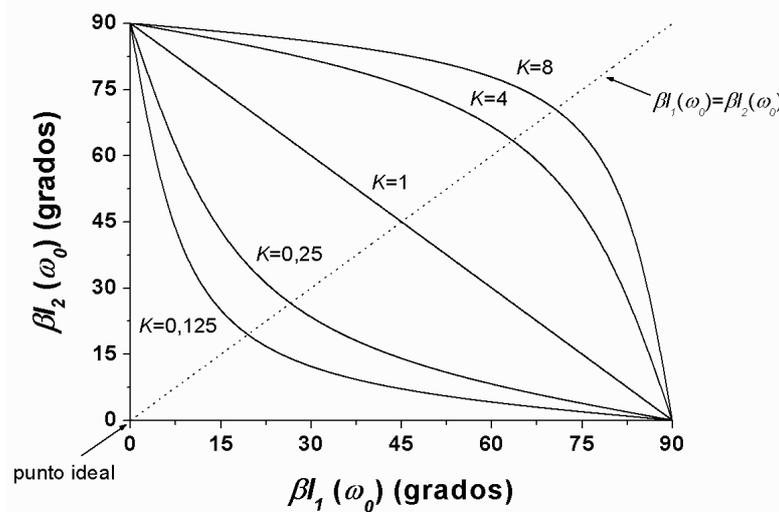
$$\beta l_1(\omega_0) = \frac{\beta l_1}{n}, \quad (4.19)$$

$$\beta l_2(\omega_0) = \frac{\beta l_2}{n}. \quad (4.20)$$

Si la condición de resonancia aproximada

$$K = \beta l_1(\omega_0) \beta l_2(\omega_0), \quad (4.21)$$

se expresa en función de las longitudes eléctricas a la frecuencia máxima, se obtiene la siguiente condición de resonancia



**Fig. 4.3** Longitudes eléctricas a la resonancia  $\beta l_1(\omega_0)$  y  $\beta l_2(\omega_0)$  según la condición de resonancia (4.18) en función de  $0,125 \leq K \leq 8$ . Para una determinada relación entre impedancias  $K < 1$ , las longitudes se minimizan cuando  $\beta l_1(\omega_0) = \beta l_2(\omega_0)$

$$K = \frac{\beta l_1 \beta l_2}{n^2}. \quad (4.22)$$

Si se pretende garantizar que  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  no superen un determinado umbral máximo preestablecido (por ejemplo  $\pi/4$ ), la expresión (4.22) determina un valor máximo de  $K$  permitido. En otras palabras, se presenta un valor máximo de  $K$  permitido para que  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  sean menores a un cierto umbral en toda la banda frecuencial de operación, el cual determina el siguiente rango de valores permisibles

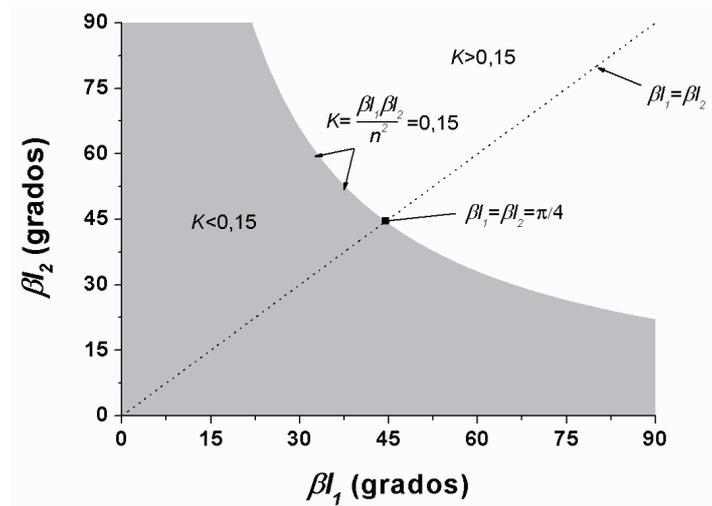
$$K \leq \frac{\beta l_1 \beta l_2}{n^2}. \quad (4.23)$$

En la Tabla 4.2 se muestra el rango de valores de  $K$  necesarios de (4.23), así como el valor correspondiente de  $Z_2$  (este último en función de  $Z_1/K$ ) en función de  $n=1,5$  y  $2$  para dos umbrales distintos: (a)  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y (b)  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/8$ . Evidentemente, cuanto mayor es  $n$  y menor es la cota máxima de  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$ , mayor es el contraste entre impedancias requerido (menor  $K$ ). Así pues, es esencial que  $K$  sea inferior a un determinado valor, impuesto por  $n$  y el umbral de las longitudes eléctricas (en particular por su producto). No obstante, un determinado valor de  $K$  por sí mismo no garantiza que tanto  $\beta l_1$  como  $\beta l_2$  satisfagan el umbral establecido (por la propiedad del producto). Es fácil ver tal característica en el ejemplo de la Fig. 4.4 para el caso  $n=2$  y  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ . En (a) se

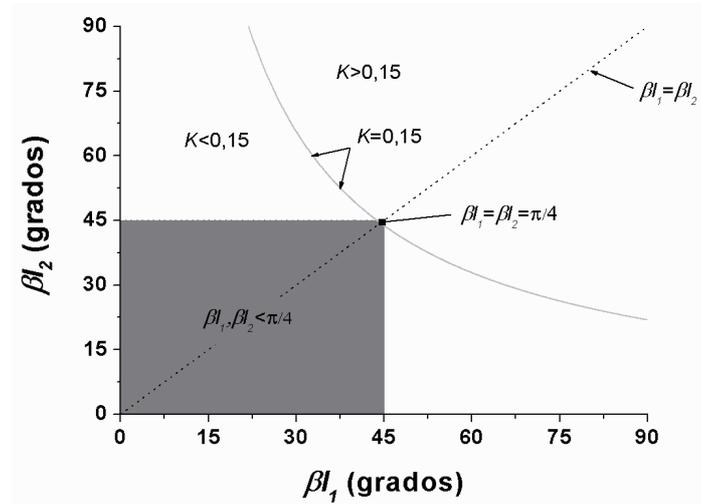
representa el rango de valores de  $K$  requeridos en el plano  $\beta l_1$ - $\beta l_2$  ( $K \leq 0,15$  según la Tabla 4.2). Por otro lado, en (b) se puede observar gráficamente que ambas longitudes eléctricas satisfacen el umbral simultáneamente sólo en una parte del rango  $\beta l_1$ - $\beta l_2$  anterior. Consecuentemente, satisfacer una cota máxima de  $K$  es un requisito necesario pero no suficiente para garantizar que el tamaño eléctrico de cada una de las líneas sea pequeño; se deben analizar las condiciones para las cuales tanto  $\beta l_1$  como  $\beta l_2$  son pequeñas.

**Tabla 4.2** Rango de valores aproximados de  $K$  necesarios y el correspondiente rango de valores de la impedancia  $Z_2$  (en función de  $Z_1/K$ ) en función de  $n=1,5$  y  $2$  para poder aproximar la admitancia del SISS a la admitancia de un resonador serie en derivación. (a)  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ ; (b)  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/8$

	$\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$		$\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/8$	
	$n=1,5$	$n=2$	$n=1,5$	$n=2$
$K \leq$	0,27	0,15	0,07	0,04
$Z_2 \geq$	$3,7 Z_1$	$6,5 Z_1$	$14,6 Z_1$	$25,9 Z_1$



(a)



(b)

**Fig. 4.4** Relación entre impedancias  $K$  aproximada necesaria para poder satisfacer  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  para  $n=2$  ( $K \leq 0,15$ ). (a) representación del rango  $\beta l_1 - \beta l_2$  donde  $K \leq 0,15$ ; (b) representación del sub-rango  $\beta l_1 - \beta l_2$  donde  $K \leq 0,15$  y que además  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$

#### 4.6 Longitudes eléctricas

Asumimos que las especificaciones ( $n$ ,  $L$  y  $C$ ) son conocidas y que las impedancias características de las líneas  $Z_1$  y  $Z_2$  están pendientes de diseñar según un determinado sustrato y anchuras. Entonces, las ecuaciones de diseño (4.13) y (4.14) forman un sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas ( $\beta l_1$  y  $\beta l_2$ ) en el que se obtienen las dos siguientes soluciones:

$$\beta l_1 = \frac{n\omega_0 CZ_1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - \frac{4L}{CZ_2^2}} \right), \quad (4.24)$$

$$\beta l_2 = \frac{nZ_2}{2\omega_0 L} \left( 1 \mp \sqrt{1 - \frac{4L}{CZ_2^2}} \right). \quad (4.25)$$

Puesto que (4.24) y (4.25) sólo son válidas para valores pequeños, la única solución correcta es

$$\beta l_1 = \frac{n\omega_0 CZ_1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4L}{CZ_2^2}} \right), \quad (4.26)$$

$$\beta l_2 = \frac{nZ_2}{2\omega_0 L} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{4L}{CZ_2^2}} \right). \quad (4.27)$$

Para esta solución la relación entre impedancias resulta  $K < 1$  (donde las longitudes eléctricas pueden ser pequeñas), mientras que para la otra solución  $K > 1$  (donde las longitudes eléctricas son grandes). Si las expresiones (4.26) y (4.27) se expresan en función de la frecuencia de resonancia (4.10) y la impedancia equivalente (4.15), se obtienen las siguientes ecuaciones

$$\beta l_1 = \frac{n Z_1}{2 Z_e} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \left( \frac{Z_e}{Z_2} \right)^2} \right), \quad (4.28)$$

$$\beta l_2 = \frac{n Z_2}{2 Z_e} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{Z_e}{Z_2} \right)^2} \right). \quad (4.29)$$

Según (4.28) y (4.29) las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  dependen de las especificaciones  $n$  y  $Z_e$  y de los parámetros de diseño  $Z_1$  y  $Z_2$ . Puesto que  $n$  y  $Z_e$  son especificaciones, la única forma de reducir  $\beta l_1$  es disminuir  $Z_1$ , mientras que para reducir  $\beta l_2$  se debe de aumentar  $Z_2$ . Notar que aumentar  $Z_2$  también produce un incremento de  $\beta l_1$  debido a que se requiere compensar la menor capacidad parásita introducida por la línea inductiva (de lo contrario no se mantendría la  $Z_e$  especificada). En este punto se corrobora que la relación  $K$  no garantiza que  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  sean pequeñas simultáneamente, sino que es necesario un determinado valor mínimo de  $Z_2$  para que  $\beta l_2$  sea pequeña y un determinado valor máximo de  $Z_1$  para que  $\beta l_1$  también lo sea. Idealmente, para que el tamaño eléctrico de las líneas tienda a cero, la impedancia de la línea capacitiva debería de tender a cero y la impedancia de la línea inductiva a infinito. Esto en la práctica no es realizable, por lo que se asume que las impedancias de las líneas  $Z_1$  y  $Z_2$  se diseñaran a la mínima y máxima impedancia característica posible respectivamente (tema que se tratará en el siguiente apartado). Debido a estas limitaciones de los valores implementables de las impedancias, se tiene una restricción en la reducción de las longitudes eléctricas.

En cuanto a las especificaciones, las longitudes eléctricas  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  no dependen de los valores específicos de  $L$  y  $C$  sino de su cociente  $Z_e$ . Si las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  están fijadas, se tiene una determinada relación entre impedancias  $K$  y por tanto una determinada curva de la condición de resonancia en el plano  $\beta l_1$ - $\beta l_2$ . El valor específico de  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  depende de  $Z_e$  que produce un desplazamiento sobre la curva: si este cociente aumenta, la longitud  $\beta l_1$  disminuye pero  $\beta l_2$  aumenta y viceversa. Las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  deben de compensarse para satisfacer el producto requerido y por tanto suponen un compromiso mutuo. El diseño óptimo  $\beta l_1 = \beta l_2$  (igualando las expresiones (4.28) y (4.29)) sólo se cumplirá para una determinada impedancia equivalente óptima  $Z_{eo}$  igual a

$$Z_{eo} = \frac{\sqrt{Z_1 Z_2}}{1 + K}, \quad (4.30)$$

donde el término  $\sqrt{Z_1 Z_2}$  es el promedio geométrico de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$ , mientras que  $1 + K$  es un factor debido a la presencia de parásitos. Véase el ejemplo de la Fig. 4.5 para el caso  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $n=2$ . Si  $K=0,06$  se tiene una determinada curva en el plano  $\beta l_1$ - $\beta l_2$ , donde los valores de  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  dependen de la  $Z_e$  especificada. Para el caso  $\beta l_1 = \beta l_2$  se tiene la impedancia equivalente óptima.

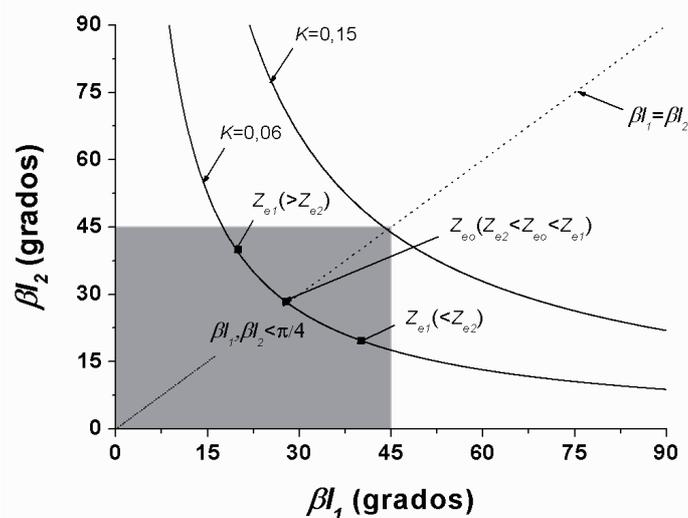
La dependencia en  $Z_e$  significa que, el resultado de las longitudes eléctricas (y por tanto de todos los parámetros distribuidos, fijadas  $Z_1$  y  $Z_2$ ) será el mismo para cualquier combinación de inductancia y capacidad que obtenga la misma  $Z_e$ . Por ejemplo, los parámetros distribuidos para la síntesis de  $L=2\text{nH}$  y  $C=1\text{pF}$  ( $Z_e=44,7\Omega$ ) son los mismos que para  $L=4\text{nH}$  y  $C=2\text{pF}$  (misma  $Z_e=44,7\Omega$ ), donde los valores se han escalado por un factor 2. El parámetro que determina cuáles son los valores específicos de la inductancia y

la capacidad es la frecuencia de resonancia, tal y como se puede ver en las ecuaciones (4.13) y (4.14): un escalado en la frecuencia de resonancia conlleva un escalado proporcional de la inductancia y la capacidad. Por ejemplo, si  $L$  y  $C$  se escalan por un factor 2, la frecuencia de resonancia se escala por un factor  $2^{-1}$ ; en el ejemplo, la frecuencia de resonancia lineal ( $f_0 = 2\pi\omega_0$ ) para  $L=2\text{nH}$  y  $C=1\text{pF}$  es  $f_0=3,6\text{GHz}$ , mientras que para  $L=4\text{nH}$  y  $C=2\text{pF}$  es la mitad,  $f_0=1,8\text{GHz}$

#### 4.7 Impedancias características

La impedancia de la línea capacitiva se debe diseñar a la mínima impedancia posible, mientras que la de la línea inductiva a la máxima posible. Según la expresión de la impedancia característica (4.4), a menor anchura de pista  $W$ , mayor grosor del sustrato  $h$  y menor constante dieléctrica  $\epsilon_r$ , mayor es la impedancia característica de la línea. Así pues, para optimizar/minimizar  $Z_1$  se debe de maximizar  $W_1$ , minimizar  $h$  y maximizar  $\epsilon_r$ , mientras que para optimizar/maximizar  $Z_2$  es necesario minimizar  $W_2$ , maximizar  $h$  y minimizar  $\epsilon_r$ . Por consecuencia:

- la línea de transmisión de baja impedancia deberá diseñarse con la máxima anchura posible, mientras que la línea de transmisión de alta impedancia con la mínima
- los parámetros del sustrato ( $h$  y  $\epsilon_r$ ) suponen un compromiso entre minimizar  $Z_1$  y maximizar  $Z_2$ , ya que estas impedancias tienen requisitos opuestos pero ambas se verán afectadas por el mismo patrón (aumentarán o disminuirán)



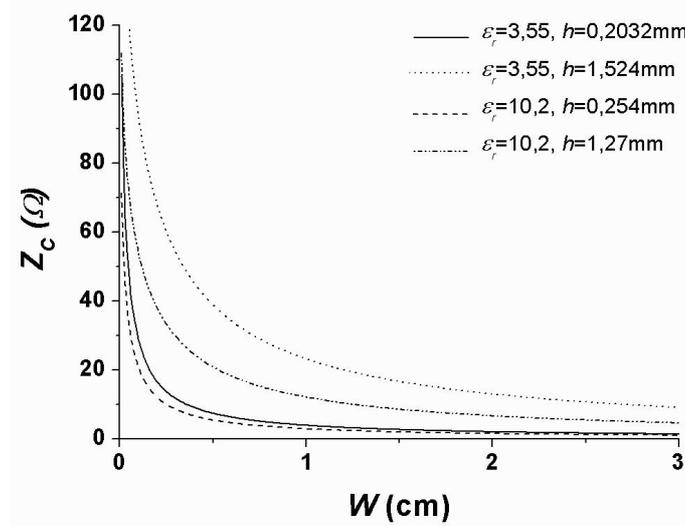
**Fig. 4.5** Representación del valor específico de las longitudes eléctricas  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  para una determinada relación entre impedancias  $K$  en función de  $Z_e$  y  $Z_{e0}$ . Ejemplo para  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $n=2$ , donde se requiere  $K \leq 0,15$

En la Fig. 4.6 se representa la impedancia característica  $Z_c$  en función de los sustratos de la Tabla 4.1 para una anchura de pista del conductor de  $100\mu\text{m} \leq W \leq 3\text{cm}$ . En ésta se puede observar la dependencia exponencial entre la impedancia característica  $Z_c$  y la anchura  $W$  lo cual supone un inconveniente: para conseguir valores extremos de  $Z_c$  tanto del límite inferior (para diseñar  $Z_1$ ) como del superior (para diseñar  $Z_2$ ) se requieren valores extremos de los límites superior e inferior respectivamente de la anchura  $W$ .

La anchura mínima que se puede implementar se trata de una limitación tecnológica, siendo comúnmente 100, 150 o 200 $\mu\text{m}$  en placas de circuito impreso (Printed Circuit Board, PCB). En cuanto a la anchura máxima posible, hay que considerar que para una anchura de pista suficientemente grande puede aparecer un modo de resonancia transversal el cual puede acoplarse con el modo cuasi-TEM (Transversal Electromagnético), modo fundamental en microstrip. La anchura de pista máxima  $W_{max}$  para la cual se evita la aparición de este modo indeseado depende de la frecuencia de operación máxima ( $\omega_{max} = n \omega_0$ ) y se corresponde con [9]

$$W_{max} = \frac{c\pi}{n\omega_0\sqrt{\epsilon_r}} - 0,4h. \quad (4.31)$$

Tal anchura es aproximadamente igual a la mitad de la longitud de onda guiada  $\lambda_{g1}$  en la línea de baja impedancia. En este proyecto se asume que la anchura máxima viene determinada por (4.31) aunque es posible que en la práctica a frecuencias pequeñas (pocos GHz) tal anchura sea mayor que la anchura máxima disponible.



**Fig. 4.6** Impedancia característica  $Z_c$  en función de los sustratos de la Tabla 4.1 para una anchura de  $100\mu\text{m} \leq W \leq 3\text{cm}$

Con la finalidad de mostrar los valores típicos extremos mínimo y máximo (a excepción de  $Z_1$  a frecuencias muy bajas) que pueden presentar las impedancias características en microstrip, se propone realizar la síntesis de los mismos para los siguientes parámetros:

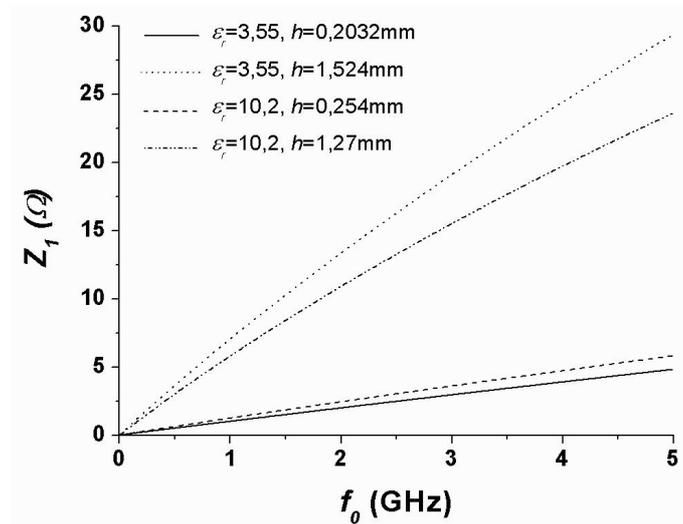
- una frecuencia de resonancia lineal de  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$
- una frecuencia máxima relativa a la frecuencia de resonancia para  $n=2$
- una anchura máxima de  $W_1 = W_{max} = f(nf_0)$
- una anchura mínima de  $W_2 = 150\mu\text{m}$
- una  $h$  y una  $\epsilon_r$  según los cuatros sustratos de la Tabla 4.1

Los resultados de tal síntesis se muestran en la Fig. 4.7 donde se representan (a)  $Z_1$  y (b)  $Z_2$ , así como también (c)  $W_1$  y (d)  $K$ . Se destacan las siguientes particularidades:

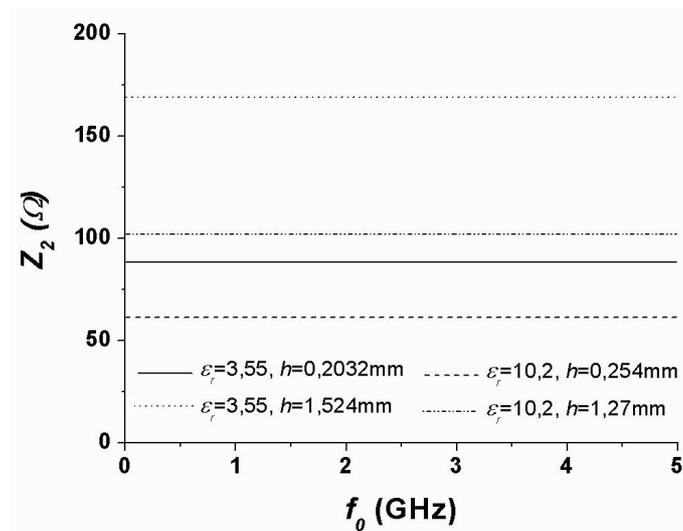
- la impedancia  $Z_2$  es constante en frecuencia (recordar que no se considera la dispersión), mientras que  $Z_1$  aumenta con la frecuencia puesto que  $W_1$  debe de disminuir con la misma. Por consecuencia, la relación entre impedancias  $K$  aumenta con la frecuencia
- se comprueba el claro compromiso entre minimizar  $Z_1$  y maximizar  $Z_2$ : la primera se optimiza mediante los sustratos (a) y (c), mientras que la segunda con (b) y (d)
- según los valores de la Tabla 4.2 se puede observar que el requisito de  $K$  para  $\beta l_1$ ,  $\beta l_2 \leq \pi/8$  será, por lo general, irrealizable (véase Fig. 4.7 (d)). Aunque con  $\beta l_1$ ,  $\beta l_2 \leq \pi/8$  se esperaría muy buena exactitud, estas longitudes eléctricas son demasiado estrictas para las impedancias características realizables. Para  $\beta l_1$ ,  $\beta l_2 \leq \pi/4$ , en cambio, los valores de  $K$  requeridos son realizables para un relativamente amplio rango de frecuencias y sustratos. Por esta razón, en este proyecto se considera que las líneas son eléctricamente pequeñas si  $\beta l_1$ ,  $\beta l_2 \leq \pi/4$

En este punto se debe destacar que debido a la dependencia de  $Z_1$  con la frecuencia,  $\beta l_1$  no dependerá exclusivamente de  $Z_e$  sino que en realidad dependerá de los valores específicos de  $L$  y  $C$  (los cuales determinan la frecuencia).

Sintetizando, se presentan unas limitaciones en los valores mínimo y máximo de las impedancias características que se pueden implementar, fundamentales para determinar el tamaño eléctrico de las líneas del resonador. Tales límites dependen de los parámetros del sustrato y de las limitaciones en las anchuras descritas anteriormente. Por consiguiente no es posible diseñar cerca del punto ideal (Fig. 4.3), por lo que es útil establecer una cota máxima permitida de las longitudes eléctricas que garantice que las ecuaciones de diseño describen el comportamiento del SISS con cierta exactitud.

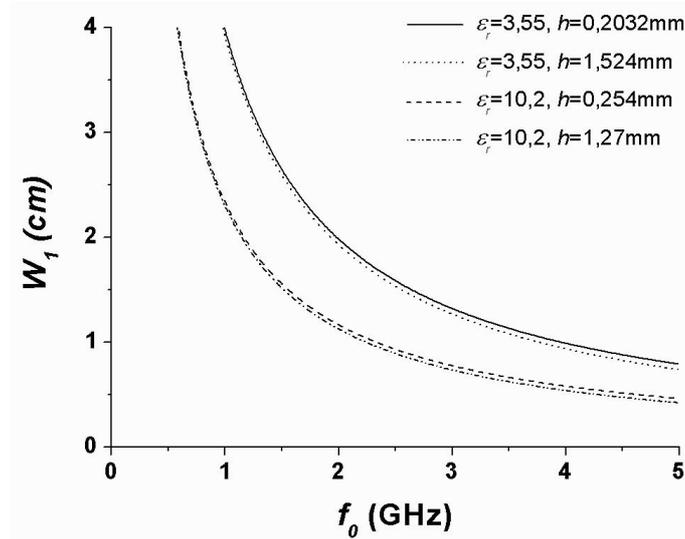


(a)

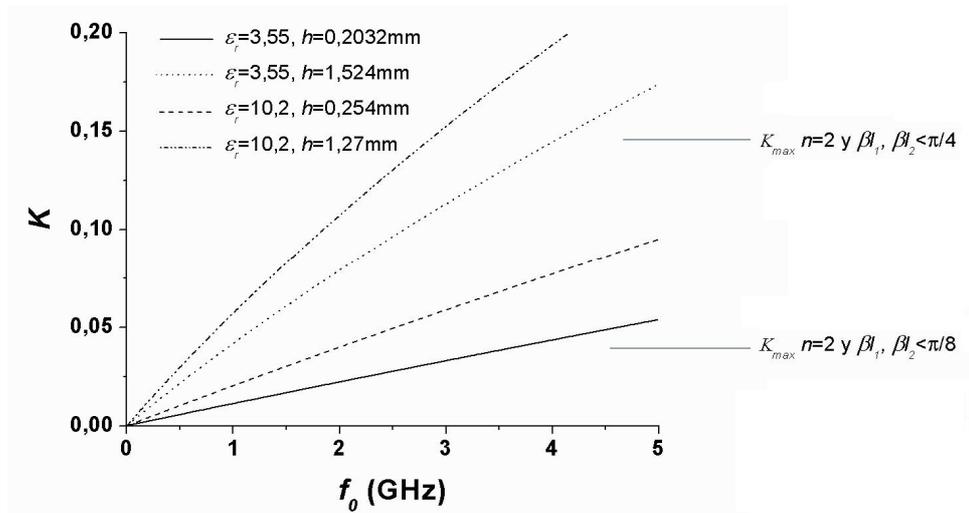


(b)

**Fig. 4.7 (1/2)** Síntesis de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=2$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos de la Tabla 4.1. (a) Impedancia  $Z_1$  para  $W_1 = W_{max}$ ; (b) Impedancia  $Z_2$  para  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ; (c) anchura máxima permisible de la línea de baja impedancia  $W_1 = W_{max}$ ; (d) relación entre impedancias  $K = Z_1/Z_2$



(c)



(d)

**Fig. 4.7 (2/2)** Síntesis de las impedancias  $Z_1$  y  $Z_2$  para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=2$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos de la Tabla 4.1. (a) Impedancia  $Z_1$  para  $W_1 = W_{max}$ ; (b) Impedancia  $Z_2$  para  $W_2=150\mu\text{m}$ ; (c) anchura máxima permisible de la línea de baja impedancia  $W_1 = W_{max}$ ; (d) relación entre impedancias  $K = Z_1/Z_2$

#### 4.8 Cociente entre la inductancia y la capacidad

Ahora suponemos que la inductancia  $L$  y la capacidad  $C$  no están especificadas. Consideramos además que las impedancias características de las líneas  $Z_1$  y  $Z_2$  están diseñadas o pendientes de diseñar según un determinado sustrato y el criterio establecido para las anchuras en el apartado anterior. Si se impone que las longitudes eléctricas (4.28) y (4.29) no superen un cierto límite máximo pre-establecido dado por  $\beta l_{1m}$  y  $\beta l_{2m}$  respectivamente (en este proyecto  $\beta l_{1m} = \beta l_{2m} = \pi/4$ ), es decir

$$\beta l_1 = \frac{n Z_1}{2 Z_e} \left( 1 + \sqrt{1 - 4 \left( \frac{Z_e}{Z_2} \right)^2} \right) \leq \beta l_{1m}, \quad (4.32)$$

$$\beta l_2 = \frac{n Z_2}{2 Z_e} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \left( \frac{Z_e}{Z_2} \right)^2} \right) \leq \beta l_{2m}, \quad (4.33)$$

se obtienen las siguientes inecuaciones de la impedancia equivalente

$$Z_e \geq \frac{n Z_1 Z_2^2 \beta l_{1m}}{(n Z_1)^2 + (\beta l_{1m} Z_2)^2}, \quad (4.34)$$

$$Z_e \leq \frac{n Z_2 \beta l_{2m}}{n^2 + \beta l_{2m}^2}, \quad (4.35)$$

que forman el rango de valores válidos de  $Z_e$  que sigue:

$$\frac{n Z_1 Z_2^2 \beta l_{1m}}{(n Z_1)^2 + (\beta l_{1m} Z_2)^2} \leq Z_e \leq \frac{n Z_2 \beta l_{2m}}{n^2 + \beta l_{2m}^2}. \quad (4.36)$$

Este rango está delimitado por los siguientes límites

- Un valor mínimo de la impedancia equivalente  $Z_{emin}$  válido determinado por la inecuación (4.32)

$$Z_{emin} = \frac{n Z_1 Z_2^2 \beta l_{1m}}{(n Z_1)^2 + (\beta l_{1m} Z_2)^2}. \quad (4.37)$$

Si la impedancia equivalente requerida es menor a este límite ( $Z_e < Z_{emin}$ ), se requerirá una  $\beta l_1$  mayor que la  $\beta l_{1m}$  establecida (por la propiedad del producto  $\beta l_2$  será menor que lo cota máxima)

- Un valor máximo de la impedancia equivalente  $Z_{emax}$  válido determinado por la inecuación (4.33)

$$Z_{emax} = \frac{n Z_2 \beta l_{2m}}{n^2 + \beta l_{2m}^2}. \quad (4.38)$$

En este caso, si la impedancia equivalente requerida es mayor a este límite ( $Z_e > Z_{emax}$ ),  $\beta l_2$  será mayor que la  $\beta l_{2m}$  establecida (por la propiedad del producto  $\beta l_1$  será menor que lo cota máxima)

El límite mínimo depende de  $n, Z_1, Z_2$  y  $\beta l_{1m}$  y aumenta con la frecuencia debido a que  $Z_1$  aumenta con la frecuencia. El límite máximo depende de  $n, Z_2$  y  $\beta l_{2m}$  y por tanto es constante en frecuencia. Debido a la dependencia en frecuencia del límite mínimo, existe una frecuencia de corte para la cual se produce el cruce entre los límites ( $Z_{emin}=Z_{emax}$ ). A partir de esta frecuencia, para la que las longitudes eléctricas están en el umbral máximo permitido ( $\beta l_1 = \beta l_2 = \beta l_{1m} = \beta l_{2m}$ ), deja de existir solución válida alguna de  $Z_e$  (que satisfaga los umbrales establecidos). Para esta frecuencia de resonancia de corte la relación entre impedancias toma el valor máximo permitido, es decir

$$K = \frac{\beta l_1 \beta l_2}{n^2} = \frac{\beta l_{1m} \beta l_{2m}}{n^2}. \quad (4.39)$$

En el cruce, además, se produce el diseño óptimo  $\beta l_{1m} = \beta l_{2m}$ , para el cual se obtiene la impedancia equivalente óptima  $Z_{eo}$  (4.30). Si la frecuencia disminuye,  $Z_1, Z_{eo}, K$  y las longitudes en el punto óptimo  $\beta l_1 = \beta l_2$  disminuyen.

Observar la Fig. 4.8 (a) para seguir con el ejemplo para  $n=2$  y  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ . La relación entre impedancias máxima permitida es de  $K=0,15$  (Tabla 4.2). Si se considera el sustrato (d), la frecuencia de resonancia para la cual  $K=0,15$  es  $f_0 \approx 3\text{GHz}$ . A esta frecuencia  $Z_{emin}=Z_{emax}$  por lo que  $\beta l_1 = \beta l_2 = \beta l_{1m} = \beta l_{2m}$ . A una frecuencia inferior, por ejemplo  $f_0=1\text{GHz}$ , la impedancia  $Z_1$  es menor y se tiene  $K=0,06$ . Para esta frecuencia  $Z_{emax} > Z_{emin}$  y el valor específico de de las longitudes eléctricas dependerá de  $Z_e$ .

En resumen, se presenta un rango de valores válidos de  $Z_e$  comprendido entre el límite mínimo  $Z_{emin}$  y el límite máximo  $Z_{emax}$ , si y sólo si  $Z_{emax} > Z_{emin}$ . Para estos valores, las longitudes eléctricas necesarias son eléctricamente iguales o menores a la cota máxima establecida ( $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  en el ejemplo) ya que:

- dentro de los límites  $\beta l_1 < \beta l_{1m}$  y  $\beta l_2 < \beta l_{2m}$
- en el límite inferior del rango  $\beta l_1 = \beta l_{1m}$  y  $\beta l_2 < \beta l_{2m}$
- en el límite superior del rango  $\beta l_1 < \beta l_{1m}$  y  $\beta l_2 = \beta l_{2m}$
- en el cruce entre los límites del rango  $\beta l_1 = \beta l_2 = \beta l_{1m} = \beta l_{2m}$

Cabe destacar que puede resultar útil representar este rango en función del cociente entre  $L$  y  $C$ , lo que resulta

$$\left( \frac{n Z_1 Z_2^2 \beta l_{1m}}{(n Z_1)^2 + (\beta l_{1m} Z_2)^2} \right)^2 \leq \frac{L}{C} \leq \left( \frac{n Z_2 \beta l_{2m}}{n^2 + \beta l_{2m}^2} \right)^2, \quad (4.40)$$

donde los valores del cociente mínimo y máximo son respectivamente

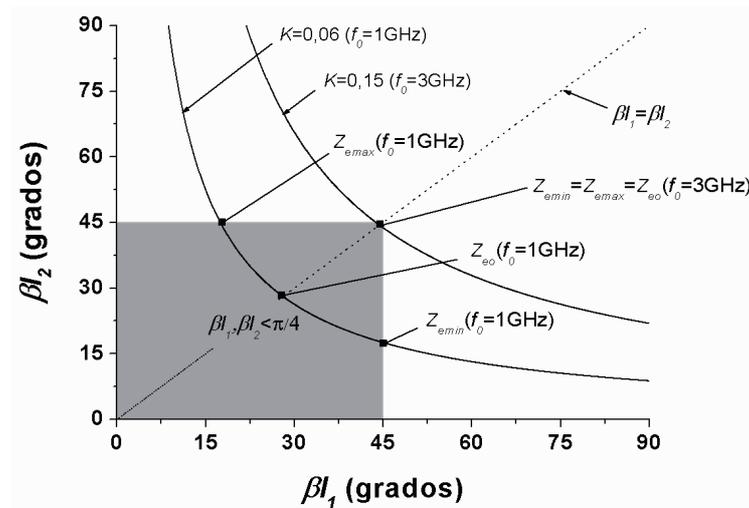
$$\left( \frac{L}{C} \right)_{min} = \left( \frac{n Z_1 Z_2^2 \beta l_{1m}}{(n Z_1)^2 + (\beta l_{1m} Z_2)^2} \right)^2, \quad (4.41)$$

$$\left( \frac{L}{C} \right)_{max} = \left( \frac{n Z_2 \beta l_{2m}}{n^2 + \beta l_{2m}^2} \right)^2. \quad (4.42)$$

Para determinar las limitaciones de los valores válidos de  $Z_e$ , éstos se van a ilustrar considerando los siguientes parámetros:

- una frecuencia de resonancia lineal de  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$
- una frecuencia máxima relativa a la frecuencia de resonancia para  $n=1,5$  y  $2$
- una anchura máxima de  $W_1 = W_{max} = f(nf_0)$
- una anchura mínima de  $W_2 = 150\mu\text{m}$
- una  $h$  y una  $\epsilon_r$  según los sustratos de la Tabla 4.1
- unas longitudes eléctricas máximas permitidas de  $\beta l_{1m}, \beta l_{2m} = \pi/4$

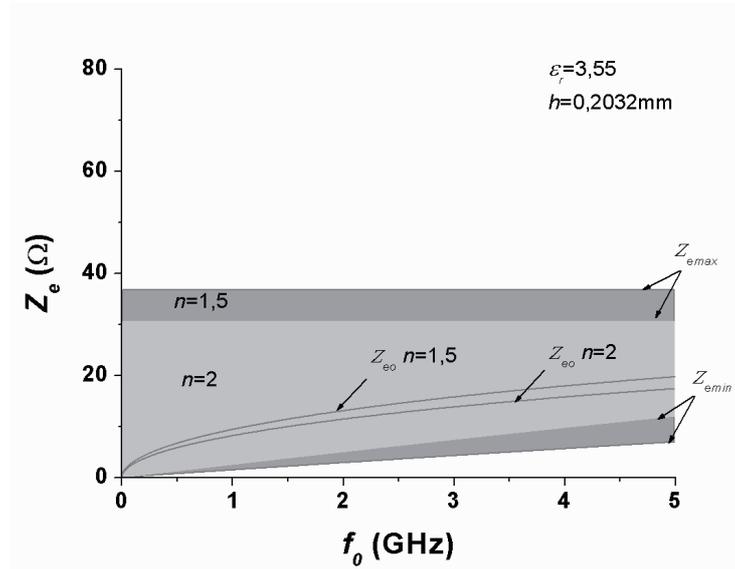
Los resultados de los rangos de  $Z_e$  (4.36), de  $L/C$  (4.40) y de  $C/L$  (este último para poder observar con más detalle los resultados para  $L/C < 1$ ) en función de la frecuencia de resonancia se muestran en la Fig. 4.9, la Fig. 4.10 y la Fig. 4.11 respectivamente. Por otro lado, en la Fig. 4.12 se representa el valor de  $\beta l_1 = \beta l_2$  en función de la frecuencia de resonancia especificada. Matizar que a frecuencias muy bajas  $\beta l_1 = \beta l_2 \approx 0$  debido a que la anchura de la línea capacitiva se asume extremadamente grande (no realizable en la práctica).



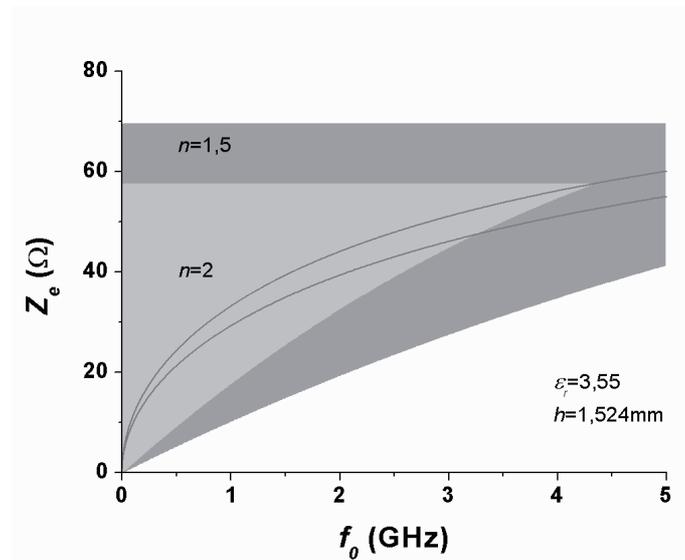
**Fig. 4.8** Representación de los límites del rango  $Z_e$  y de la impedancia equivalente óptima  $Z_{eo}$  sobre el plano  $\beta l_1 - \beta l_2$  para  $n=2$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $f_0=1$  y 3 GHz

En cuanto a la especificación  $n$ , para una frecuencia de resonancia en particular, el rango aumenta sustancialmente (tanto el límite inferior como el superior) si  $n$  disminuye (de 2 a 1,5 en el ejemplo) o equivalentemente si la frecuencia máxima disminuye. El rango también aumenta bilateralmente si las cotas máximas de las longitudes eléctricas aumentan, aunque esto degrada la exactitud del modelo.

Por lo que respecta a los parámetros del sustrato, que determinan el valor de las impedancias características  $Z_1$  y  $Z_2$ , aumentan o disminuyen de una forma no lineal los límites del rango. Esto conlleva que no es posible conseguir valores altos y bajos de  $Z_e$  válidos simultáneamente para un mismo sustrato. Si se requieren impedancias equivalentes  $Z_e$  grandes comúnmente se necesitará una longitud  $\beta l_2$  grande, por lo que se requerirá optimizar  $Z_2$  mediante un  $h$  grande y una  $\epsilon_r$  pequeña. Los requisitos serán opuestos si se requieren  $Z_e$  pequeñas, donde análogamente se requerirá una longitud  $\beta l_1$  grande y se necesitará optimizar  $Z_1$ . Igual que sucedía para maximizar  $Z_2$ , el límite  $Z_{e\max}$  se maximiza para los sustratos (b) y (d). Análogamente,  $Z_{e\min}$  se minimiza para los sustratos (a) y (c), lo cual minimiza  $Z_1$ . Este compromiso del sustrato supone que es posible que sólo un/unos determinado/s sustrato/s permita/n implementar una determinada  $Z_e$  (por ejemplo una  $Z_e=50\Omega$  sólo se puede implementar mediante el sustrato (a)). No obstante, también pueden existir múltiples soluciones de los parámetros distribuidos para una misma  $Z_e$  especificada. En este caso, habrá un sustrato que minimiza/optimiza  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$ , el cual se puede conocer a partir de las Fig. 4.9 y Fig. 4.12.

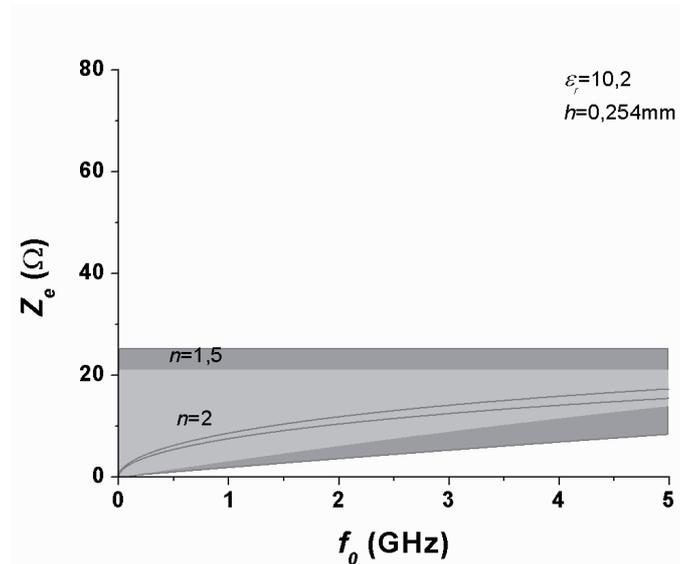


(a)

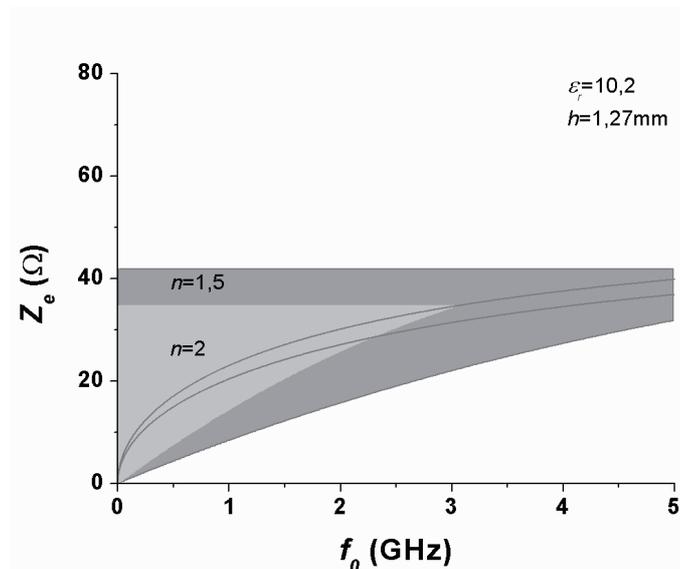


(c)

**Fig. 4.9** (1/2) Rango de los valores implementables de la impedancia equivalente  $Z_e$  para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,2032\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$

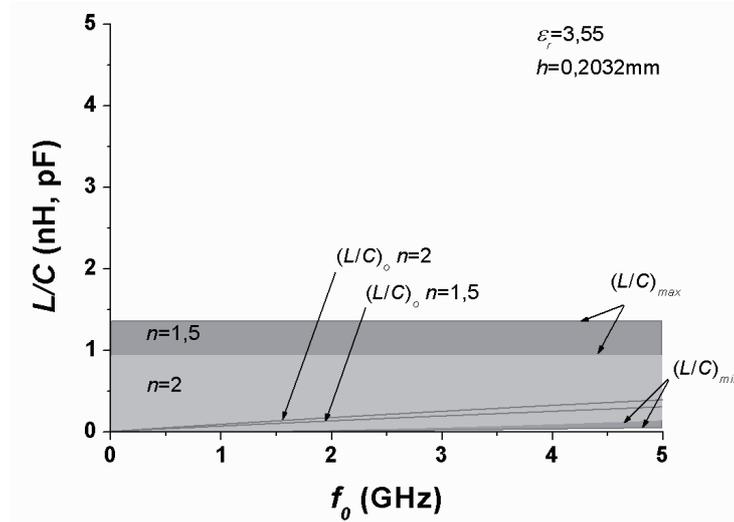


(b)

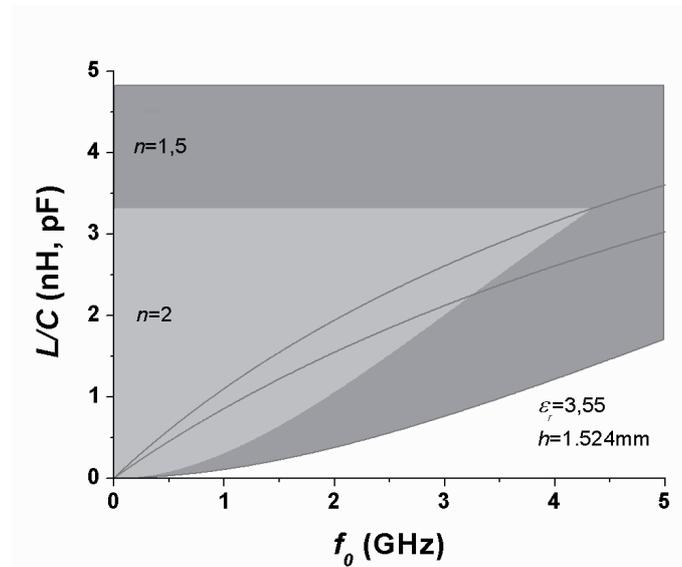


(d)

**Fig. 4.9** (2/2) Rango de los valores implementables de la impedancia equivalente  $Z_e$  para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 0,203$  mm; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r = 3,55$ ,  $h = 1,524$  mm; (c) Rogers R03010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 0,254$  mm; (d) Rogers R03010,  $\epsilon_r = 10,2$ ,  $h = 1,27$  mm

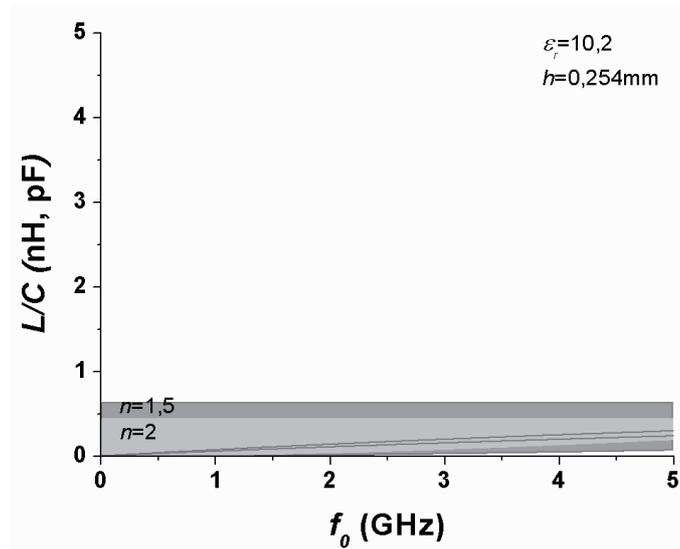


(a)

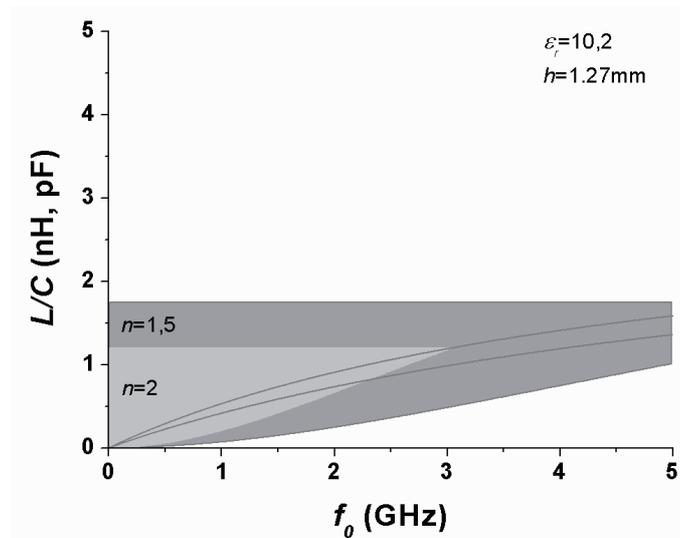


(b)

**Fig. 4.10 (1/2)** Rango de los valores implementables del cociente entre la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,2032\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$

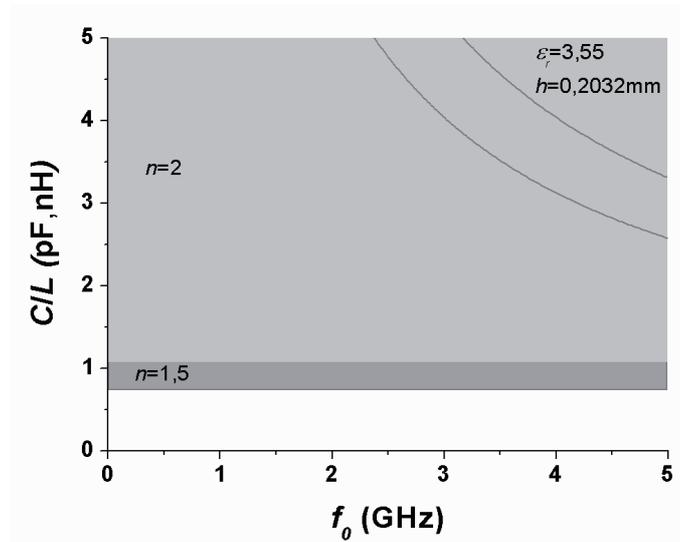


(c)

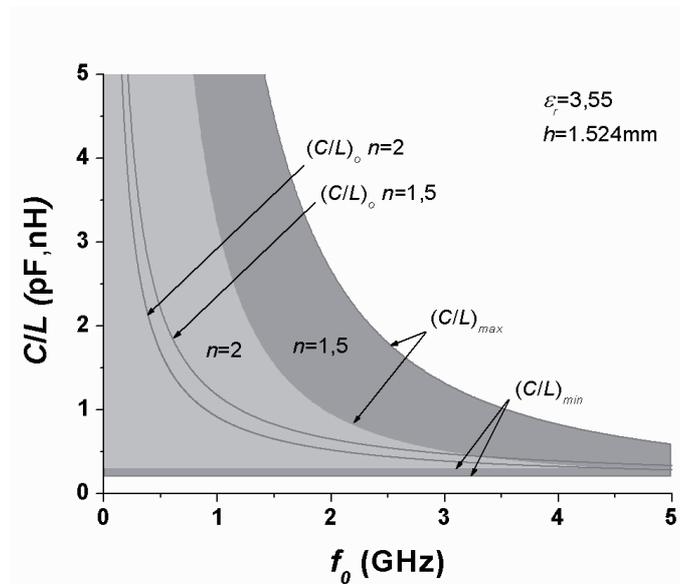


(d)

**Fig. 4.10 (2/2)** Rango de los valores implementables del cociente entre la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$

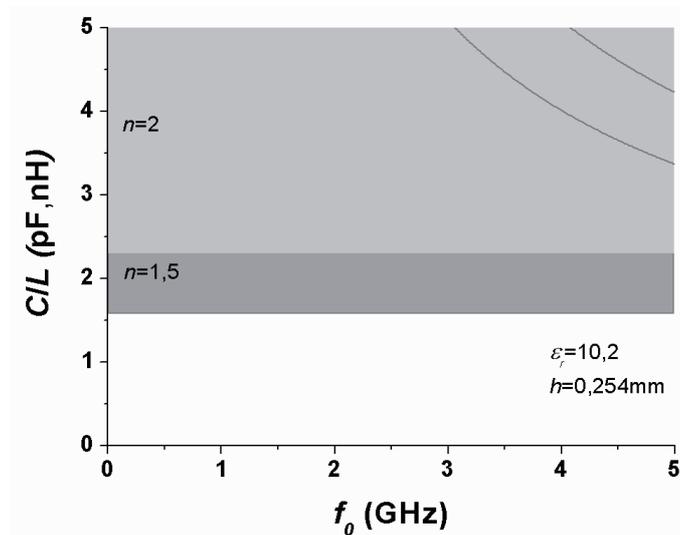


(a)

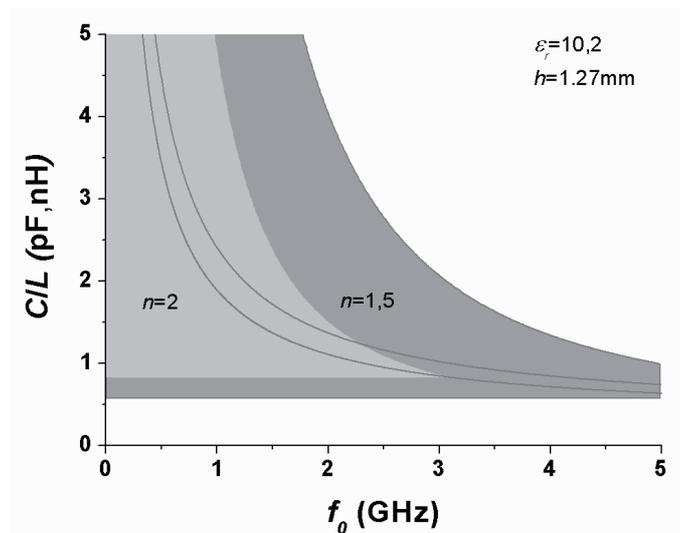


(b)

**Fig. 4.11 (1/2)** Rango de los valores implementables del cociente entre la capacidad  $C$  (en pF) y la inductancia  $L$  (en nH) para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,2032$  mm; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524$  mm; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254$  mm; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27$  mm

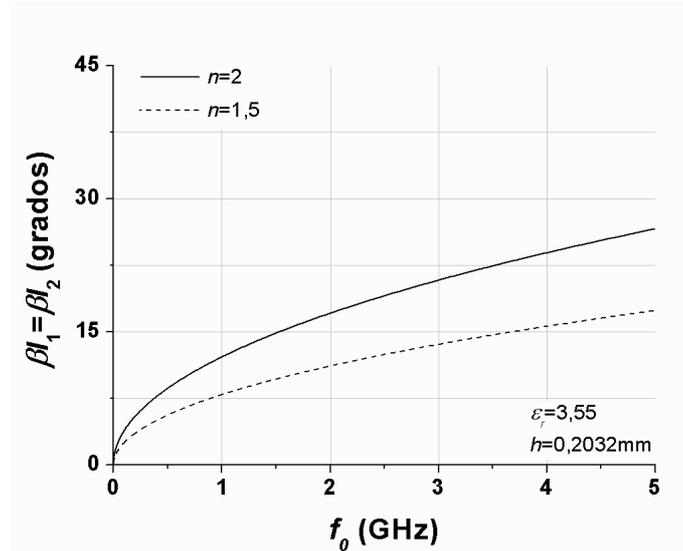


(c)

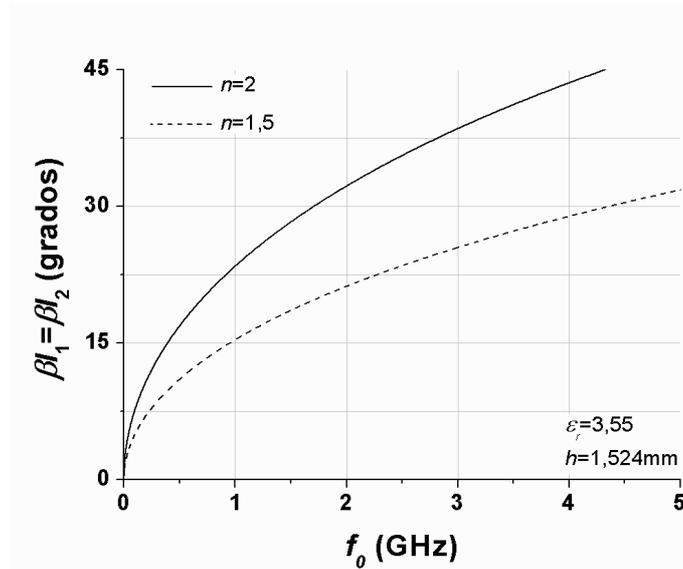


(d)

**Fig. 4.11 (2/2)** Rango de los valores implementables del cociente entre la capacidad  $C$  (en pF) y la inductancia  $L$  (en nH) para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203$ mm; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524$ mm; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254$ mm; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27$ mm

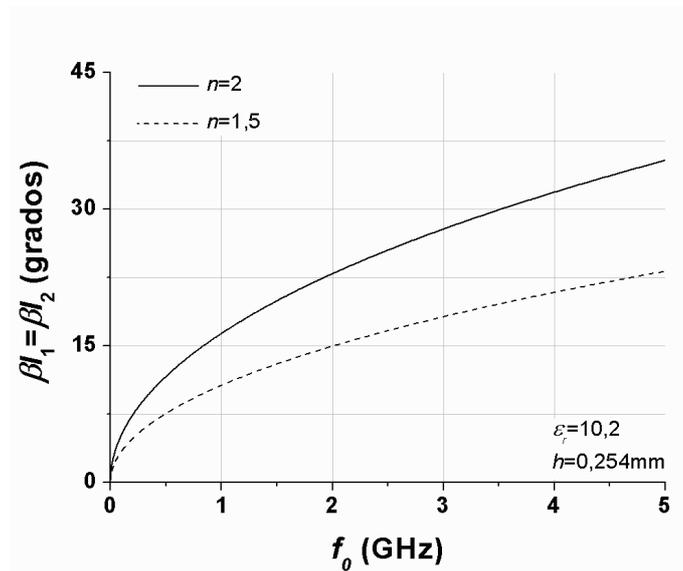


(a)

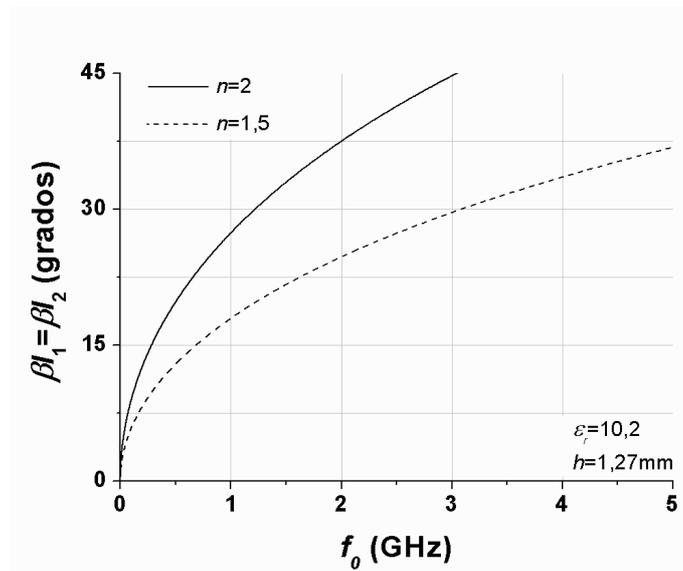


(b)

**Fig. 4.12** (1/2) Valor de las longitudes eléctricas en el punto óptimo  $\beta l_1 = \beta l_2$  para la impedancia equivalente óptima para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,2032\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$



(c)



(d)

**Fig. 4.12 (2/2)** Valor de las longitudes eléctricas en el punto óptimo  $\beta l_1 = \beta l_2$  para la impedancia equivalente óptima para  $0 < f_0 \leq 5$  GHz,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150 \mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 < \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203$ mm; (b) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524$ mm; (c) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254$ mm; (d) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27$ mm

En cuanto al rango de valores implementables de  $Z_e$ , la tendencia general es que es difícil conseguir valores de  $Z_e$  grandes, que sólo es posible obtener para constantes dieléctricas pequeñas y grosores del sustrato grandes. Nótese que el requisito de constante dieléctrica pequeña para maximizar la impedancia de la línea inductiva no es el escenario típico en microondas, donde la reducción de la velocidad de fase (mediante constantes dieléctricas elevadas) permite la miniaturización física de los dispositivos. Por el contrario, suele ser factible conseguir valores de  $Z_e$  pequeños independientemente del sustrato, aunque claramente a frecuencias bajas (inferiores a frecuencias máximas de aproximadamente 3GHz). La limitación para implementar  $Z_e$  pequeñas se debe a la dependencia en frecuencia de la impedancia  $Z_1$ . Si se despreciase el acoplamiento con resonancias transversales, en principio no habría limitaciones en conseguir valores pequeños de  $Z_e$ . Se corrobora pues, que los parámetros fundamentales que limitan el rango de valores de  $Z_e$  implementables son las impedancias características de las líneas  $Z_1$  y  $Z_2$ : sobre éstas los parámetros del sustrato influyen directa y significativamente suponiendo un importante compromiso.

Es importante destacar que, dado que se usa una aproximación del modelo distribuido del SISS, el rango de valores presentado es un rango aproximado (incluso para  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$ ). Notar también que se ha establecido una cota máxima de las longitudes eléctricas en particular que para poder determinar un cierto rango de valores válidos de  $Z_e$ . Para los valores de  $Z_e$  que se encuentran dentro del rango (para las cotas máximas establecidas) se espera una buena exactitud entre el comportamiento del SISS y el de un resonador serie. No obstante, lo esencial no es establecer una determinada cota máxima, sino tener en mente que cuánto mayores son las longitudes eléctricas de las líneas, menor será la exactitud entre las respuestas del SISS y del resonador serie. Por tanto, si un valor de  $Z_e$  no está dentro del rango válido no significa que no se puede sintetizar, sino que la respuesta presentará cierta discrepancia respecto a la de un resonador serie en derivación ideal. Esto se debe a la presencia de elementos parásitos que el modelo circuital del Capítulo 3 no contempla. Aunque analizar el comportamiento del SISS cuando las longitudes eléctricas no son pequeñas no es alcance del proyecto, el efecto básico de estos parásitos sobre la respuesta ideal se analizará en el Capítulo 5.

#### 4.9 Inductancia y capacidad

Si la impedancia de la línea capacitiva no dependiera de la frecuencia, el rango de valores válidos de la inductancia y la capacidad dependería exclusivamente de su cociente. No obstante, aunque esta impedancia fuera constante, en la práctica es más útil conocer sus valores específicos. Por esta razón se pretende trasladar las soluciones del apartado anterior en el plano  $L-C$ .

Desde un punto de vista matemático, para una frecuencia de resonancia determinada existe infinidad de valores de  $L$  y  $C$  que cumplen la ecuación de resonancia  $\omega_0 = (LC)^{-1/2}$ ; cada frecuencia de resonancia corresponde a una curva en el plano  $L$ - $C$ . Debido al rango limitado de valores permitidos de  $Z_e$ , si existe una solución o rango de soluciones de  $Z_e$ , habrá una solución o rango de soluciones válido limitado de  $L$  y  $C$ . Sobre el plano  $L$ - $C$  tales valores de  $L$  y  $C$  se corresponderán a un tramo de la curva infinita de la frecuencia de resonancia. Para una frecuencia de resonancia determinada, este tramo de curva estará determinado por:

- un valor máximo de la capacidad  $C_{max}$  que se puede implementar mediante líneas eléctricamente pequeñas y un valor mínimo de la inductancia  $L_{min}$  asociada a tal frecuencia de resonancia, que dependerán del valor mínimo de la impedancia equivalente válida

$$Z_{emin}^2 = \frac{L_{min}}{C_{max}}. \quad (4.43)$$

- un valor máximo de la inductancia  $L_{max}$  que se puede implementar mediante una línea inductiva eléctricamente pequeña y un valor mínimo de la capacidad  $C_{min}$  asociada a tal frecuencia de resonancia, que dependerán de la cota máxima de la impedancia equivalente válida

$$Z_{emax}^2 = \frac{L_{max}}{C_{min}}. \quad (4.44)$$

Para estos pares de inductancias y capacidades se debe cumplir la ecuación de resonancia

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{min} C_{max}}}, \quad (4.45)$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_{max} C_{min}}}. \quad (4.46)$$

Las ecuaciones (4.43)-(4.46) forman un sistema de 4 ecuaciones y 4 incógnitas ( $L_{min}$ ,  $C_{max}$ ,  $L_{max}$  y  $C_{min}$ ) por lo que las inductancias y capacidades se pueden calcular como

$$L_{min} = \frac{1}{\omega_0^2} Z_{emin}^2, \quad (4.47)$$

$$C_{max} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{min}}, \quad (4.48)$$

$$L_{max} = \frac{1}{\omega_0} Z_{emax} , \quad (4.49)$$

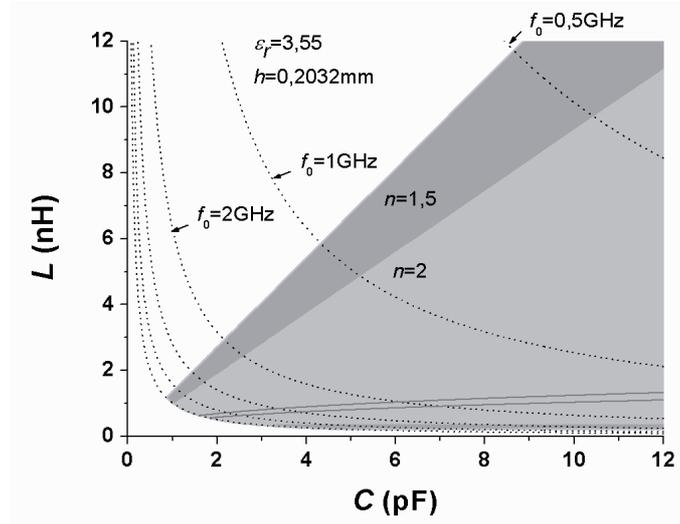
$$C_{min} = \frac{1}{\omega_0^2 L_{max}} . \quad (4.50)$$

Por tanto, los valores específicos de la inductancia y la capacidad válidos se pueden obtener a partir de la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  y las impedancias  $Z_e$  válidas para ésta.

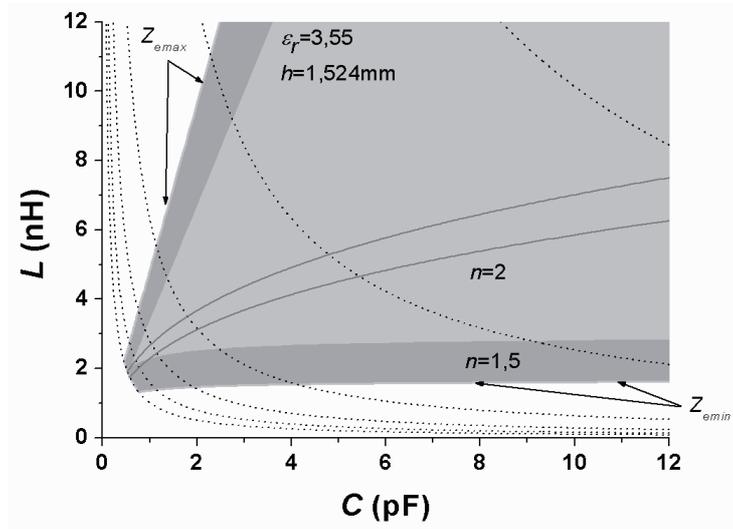
Si se representan los datos de la Fig. 4.9 sobre el plano  $L$ - $C$  mediante el método descrito se obtienen los resultados de la Fig. 4.13, donde se muestran los valores de  $L$  y de  $C$  válidos en el rango comprendido  $0 < L(\text{nH}), C(\text{pF}) < 12$ . Dado que los datos de la Fig. 4.9 y de la Fig. 4.13 son los mismos pero representados de forma distintas, la lectura de las limitaciones de los valores de la inductancia y la capacidad es equivalente a la del apartado anterior.

Destacar que para una determinada frecuencia de resonancia es difícil conseguir valores elevados de la inductancia con independencia del sustrato. El grosor del sustrato afecta directamente a la inductancia debido a la presencia del plano de masa, el cual produce una disminución de la inductancia a medida que éste se acerca a la línea [2]. Por teoría de imágenes [1], la imagen del plano de masa transporta corriente con sentido opuesto a la de la línea, por lo que la inductancia efectiva disminuye [2]. Si el grosor no es grande y la constante dieléctrica no es pequeña, una línea de transmisión eléctricamente pequeña recta presenta una inductancia relativamente baja (para las anchuras fabricables). Por otra parte, tal como se observó en el Capítulo 3, la capacidad parásita de la línea inductiva no sólo aumenta la capacidad equivalente total sino que además reduce la inductancia equivalente en la entrada del resonador (en el siguiente apartado se analizará el efecto de la capacidad parásita sobre la inductancia equivalente).

El valor de la capacidad también presenta limitaciones. A medida que la frecuencia aumenta, la anchura de la línea capacitiva debe disminuir para evitar resonancias transversales. Bajo estas circunstancias, la capacidad está limitada a valores pequeños para evitar líneas eléctricamente grandes (incluso a frecuencias elevadas donde las capacidades requeridas son pequeñas). Para frecuencias máximas para las cuales no existe solución, la capacidad equivalente resultante siempre será inferior a cualquier capacidad especificada, con lo cual para estas frecuencias no se puede sintetizar ningún resonador. Notar que se podría doblar la capacidad mediante dos SISS en paralelo, aunque esto reduciría la inductancia a la mitad.

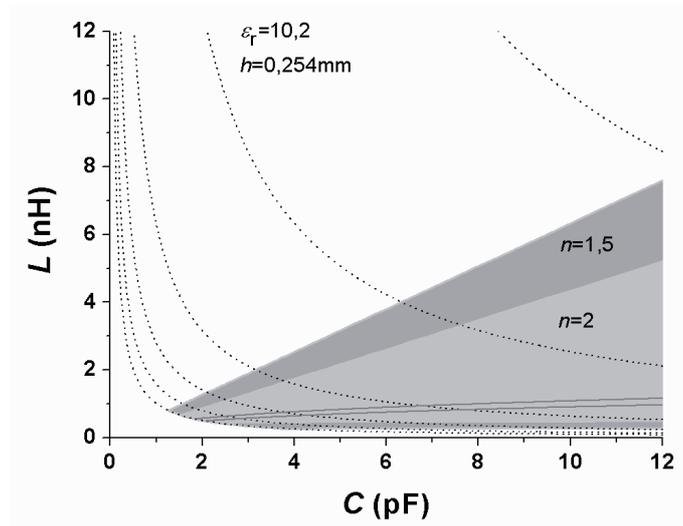


(a)

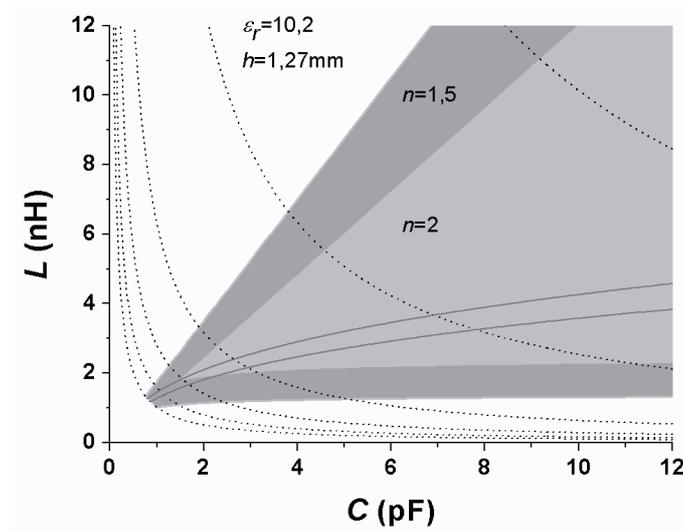


(b)

**Fig. 4.13** (1/2) Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$



(c)



(d)

**Fig. 4.13 (2/2)** Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers R04003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers R03010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$

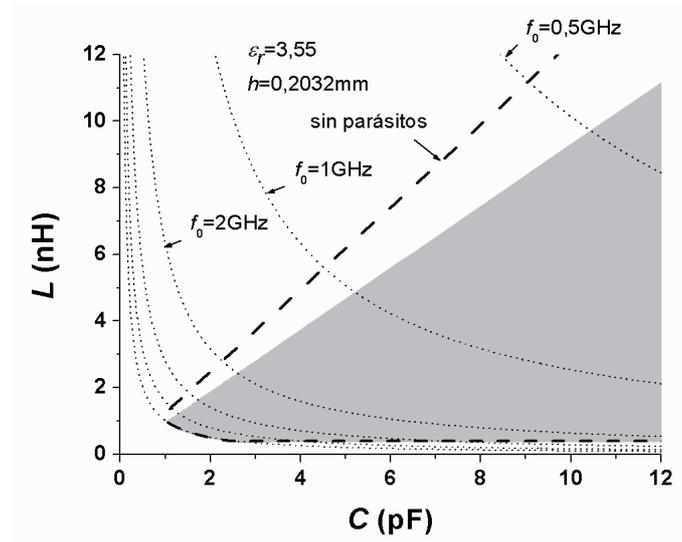
#### 4.10 Inductancia y capacidad sin parásitos

Si se desprecia la capacidad parásita de la línea inductiva del modelo circuital, las ecuaciones de diseño consisten en (3.19) y (3.20). En este caso, el rango de la impedancia equivalente válida resulta

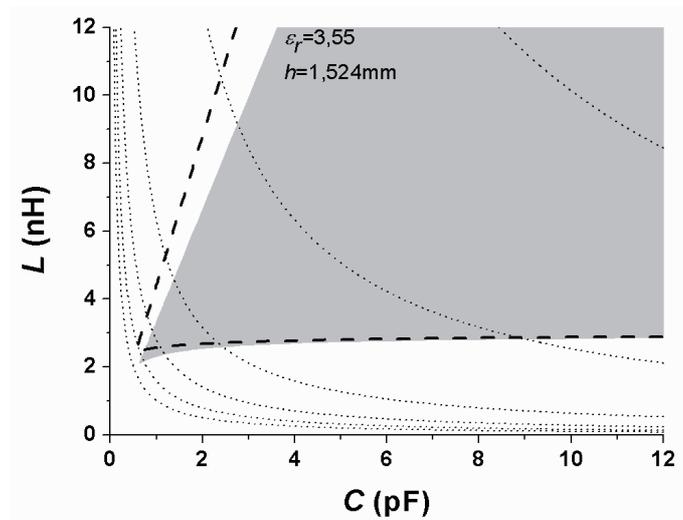
$$\frac{n Z_1}{\beta l_{1m}} \leq Z_e \leq \frac{Z_2 \beta l_{2m}}{n}. \quad (4.51)$$

A partir de este rango y el método descrito en el apartado anterior es posible obtener el rango de valores válidos de la inductancia y la capacidad sin considerar el efecto parásito. En la Fig. 4.13 se representan los valores válidos de la inductancia y la capacidad del apartado anterior (con el parásito) para  $n=2$  junto con los valores sin el parásito. Este parásito, tal y como se puede observar, no es despreciable si  $Z_e$  es grande debido a que  $K$  y/o  $\beta l_2$  no son muy pequeños, por lo que no se satisface la condición (3.16). Para valores de  $Z_e$  elevados,  $\beta l_2$  es grande, mientras que para frecuencias cercanas a la frecuencia de corte la relación entre impedancias no es demasiado pequeña.

El principal efecto de la capacidad parásita es un aumento de la capacidad total y una reducción de la inductancia, lo cual se traduce en una reducción del límite máximo de  $Z_e$ . No se produce una disminución del límite mínimo de  $Z_e$  debido a que la capacidad parásita sólo es importante para valores elevados de  $Z_e$ . Por tanto, la limitación del valor de la inductancia máxima se debe no sólo a la pequeña inductancia de una línea de transmisión recta, sino además al efecto parásito; éste disminuye notablemente la inductancia implementable.

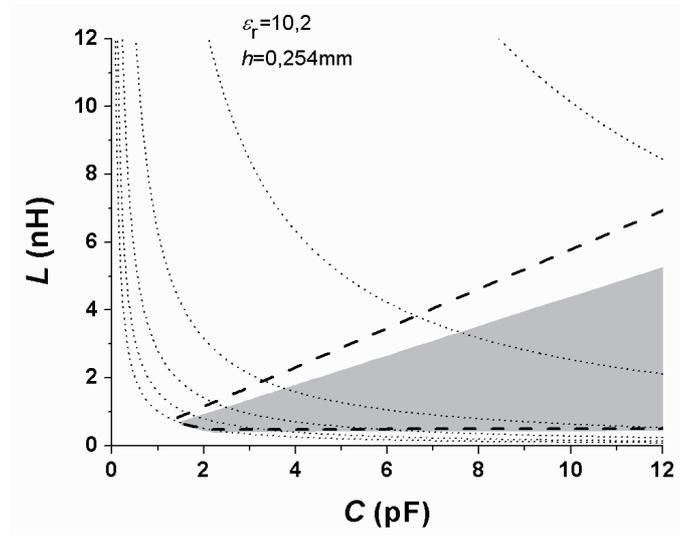


(a)

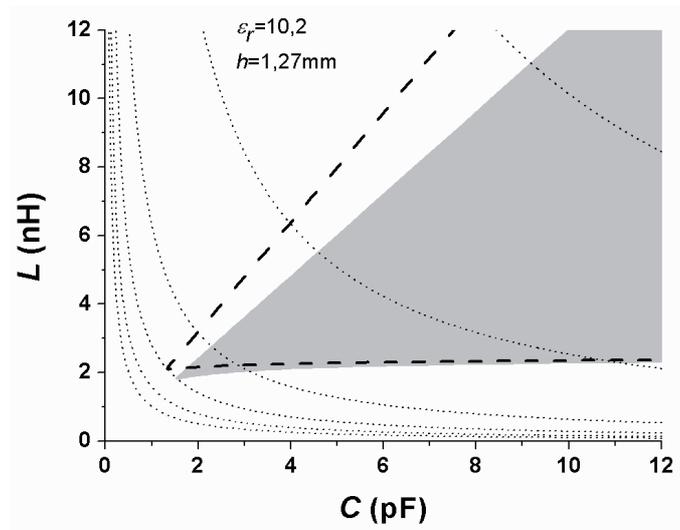


(b)

**Fig. 4.14** (1/2) Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) con y sin parásitos para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2 = 150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,2032\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$



(c)



(d)

**Fig. 4.14 (2/2)** Rango de los valores implementables de la inductancia  $L$  (en nH) y la capacidad  $C$  (en pF) con y sin parásitos para  $0 < f_0 \leq 5\text{GHz}$ ,  $n=1,5$  y  $2$ ,  $W_1 = W_{max}$ ,  $W_2=150\mu\text{m}$ ,  $\beta l_1, \beta l_2 \leq \pi/4$  y  $h$  y  $\epsilon_r$  según los sustratos considerados. (a) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=0,203\text{mm}$ ; (b) Rogers RO4003C,  $\epsilon_r=3,55$ ,  $h=1,524\text{mm}$ ; (c) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=0,254\text{mm}$ ; (d) Rogers RO3010,  $\epsilon_r=10,2$ ,  $h=1,27\text{mm}$

#### 4.11 Conclusiones

En este capítulo se ha llevado a cabo el análisis y las limitaciones de la síntesis de SISS en microstrip tales que su comportamiento en frecuencia se puede describir mediante un resonador serie en derivación hasta una cierta frecuencia. En primer lugar, se han detallado los parámetros de diseño del resonador SISS, que se pueden clasificar en parámetros distribuidos y parámetros físicos. Los primeros, que consisten en impedancias características y longitudes eléctricas, permiten describir el comportamiento eléctrico del SISS a partir de los parámetros físicos. Estos últimos se componen de las dimensiones geométricas del resonador (anchuras y longitudes físicas de las líneas de transmisión) y de los parámetros del sustrato (grosor y constante dieléctrica) en el cual se imprime el resonador. A continuación se han presentado las especificaciones consideradas del resonador serie; la inductancia y la capacidad del propio resonador y la frecuencia de máxima para la cual va a operar el mismo.

Las ecuaciones de diseño se componen de la inductancia y la capacidad del modelo circuital equivalente del SISS. A partir de éstas se observa que se puede dar el caso de que existan múltiples soluciones de los parámetros del SISS para obtener una misma inductancia y capacidad. No obstante, la solución más óptima es aquella que minimiza las longitudes eléctricas de las líneas. De este forma, se mejora la exactitud entre el comportamiento en frecuencia del SISS y el del circuito resonante serie. Para minimizar la longitud eléctrica de la línea capacitiva se debe minimizar su correspondiente impedancia, mientras que para minimizar el tamaño eléctrico de la línea inductiva se debe maximizar su impedancia. Los anteriores requisitos forman las reglas de diseño óptimas. Por tanto, las impedancias de las líneas son los parámetros fundamentales para que las longitudes eléctricas de las líneas del resonador (y por tanto de la longitud total del resonador) sean pequeñas, no la relación entre sus impedancias. Unas determinadas impedancias, que determinan una relación entre impedancias en particular, pueden garantizar que las líneas sean pequeñas. Lo contrario no tiene porque ser cierto; una relación entre impedancias en particular no puede garantizar que las líneas sean pequeñas.

Merece la pena mencionar que el principio de minimizar la línea capacitiva y maximizar la inductiva también es un requisito en el del diseño de filtros paso bajo mediante resonadores SIR (Stepped-Impedance Resonators) [1][10]. Para determinar la mínima y máxima impedancia característica, por un lado se diseñan las anchuras de las pistas a la máxima y mínima posibles respectivamente. La mínima anchura posible es una limitación tecnológica, mientras que la máxima dependerá de la frecuencia en caso de que se deseen evitar acoplamientos con resonancias transversales que pueden degradar la respuesta del SISS. Por tanto, desafortunadamente, la impedancia de la línea capacitiva aumenta con la frecuencia. Por otro lado, se requiere de la especificación o del diseño de los parámetros del sustrato, que suponen un claro compromiso entre minimizar la impedancia de la línea

capacitiva y maximizar la impedancia de la línea inductiva (ambas impedancias no se pueden optimizar simultáneamente). A modo ilustrativo se han considerado cuatro sustratos comerciales con diferentes parámetros, a partir de los cuales se ha realizado la síntesis de los valores mínimos y máximos típicos de las impedancias características en microstrip.

Las limitaciones en los valores extremos mínimo y máximo de las impedancias características conllevan limitaciones en la reducción de las longitudes eléctricas. Fijadas las impedancias características de las líneas, las especificaciones de diseño determinarán las longitudes eléctricas necesarias. Para determinadas especificaciones, las longitudes requeridas serán pequeñas, pero para otras serán demasiado grandes como para que el modelo circuital del SISS se pueda considerar válido. Por tanto, en la síntesis de resonadores serie en derivación se tiene una limitación en el rango de valores de la inductancia y la capacidad implementables formado por los valores para los que se requieren longitudes eléctricas pequeñas. Si la frecuencia máxima se describe en términos relativos a la frecuencia de resonancia, tal y como se ha especificado, este rango de valores válidos de la inductancia y la capacidad depende exclusivamente de su cociente (siempre y cuando las impedancias de las líneas se consideran constantes).

A raíz de estas limitaciones, se ha presentado un rango analítico de los valores de la inductancia y la capacidad válidos en función de la frecuencia de operación máxima (superior a la frecuencia de resonancia), el grado de exactitud del modelo circuital (que vendrá determinado por el tamaño eléctrico de las líneas), de las características del sustrato (grosor y constante dieléctrica) y de las limitaciones tecnológicas (mínima anchura de pista). La representación de este rango permite conocer de forma visual, rápida y cómoda si es posible la síntesis de un resonador con unas determinadas especificaciones. Para conocer las limitaciones esenciales de la estructura SISS se ha representado este rango bajo diferentes sustratos y frecuencias máximas para unas longitudes eléctricas máxima de  $\pi/4$  (que en principio deberían de ofrecer un error aceptable). Las limitaciones que se han detectado son las siguientes:

- se tiene una importante limitación en la inductancia máxima que se puede implementar mediante una línea inductiva eléctricamente pequeña. Esto se debe no sólo a la pequeña inductancia de una línea de transmisión recta, sino también a la reducción de la misma debido al parásito de la estructura (capacidad introducida por la propia línea inductiva). En general, sólo es posible conseguir valores altos de inductancias si el grosor del sustrato es grande y la constante dieléctrica es pequeña, escenario no muy común. No sólo es difícil obtener valores elevados de inductancia, sino que además en este caso la capacidad parásita no se puede despreciar.
- se tiene una limitación sobre la capacidad máxima que se puede implementar mediante líneas eléctricamente pequeñas si se desean evitar acoplamientos con algún modo de resonancia transversal. Tal capacidad depende fuertemente de la

frecuencia; para frecuencias del orden de varios GHz sólo se pueden obtener capacidades grandes si el grosor del sustrato es pequeño y la constante dieléctrica es grande. A frecuencias bajas (menores a 3GHz aproximadamente) o si no se desean evitar estos acoplamientos, la capacidad comúnmente no presenta graves limitaciones

- se tiene una limitación en obtener inductancias elevadas respecto a la capacidad, debido a la presencia de la capacidad parásita, la cual disminuye la inductancia y aumenta la capacidad
- evidentemente, debido a las limitaciones de la inductancia y la capacidad anteriores, dada una frecuencia de resonancia, no se puede conseguir cualquier combinación de valores de inductancia y capacidad
- los parámetros del sustrato juegan un papel determinante en las limitaciones de la inductancia y capacidad máximas, ya que presentan requisitos opuestos. No existe un sustrato óptimo para la síntesis de SISS sino que éste dependerá de la inductancia y la capacidad especificadas.
- debido a la limitación de la capacidad máxima, si se desea evitar el acoplamiento con alguna resonancia transversal, el SISS está limitado en el rango bajo de las microondas (aproximadamente a frecuencias menores que 15GHz)

Dadas las anteriores limitaciones, el rango presentado de las especificaciones válidas será de gran utilidad para el diseño de dispositivos de microondas mediante el uso de SISS. En el siguiente capítulo se validaran los resultados por simulación y medidas experimentales.

## Capítulo 5

### Validación

---

En el Capítulo 2 se presentó un modelo distribuido del *stub* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS), a partir del cual se obtuvo un modelo circuital equivalente en el Capítulo 3. En base a este modelo circuital, válido siempre y cuando las líneas del SISS sean pequeñas, en el Capítulo 4 se analizaron las limitaciones en la síntesis de resonadores serie en derivación mediante SISS. El análisis llevado a cabo se fundamentó exclusivamente en el estudio analítico del modelo circuital equivalente del SISS. El resultado fue una serie de restricciones en los valores de la inductancia y la capacidad que se pueden sintetizar en función de diversos parámetros (frecuencia de resonancia, frecuencia máxima, parámetros del sustrato, entre otros).

El presente capítulo pretende abordar el último objetivo del proyecto, que es validar los resultados obtenidos en los anteriores capítulos. Por un lado, se debe corroborar la validez de los modelos distribuido y circuital presentados. Por otro lado, validar las limitaciones obtenidas. Dichas validaciones se realizarán mediante simulaciones y medidas experimentales. La respuesta del resonador serie se obtendrá mediante el simulador circuital ADS (Advanced Design System) de Agilent Technologies, mientras que el comportamiento del SISS se predecirá mediante el simulador electromagnético Momentum del mismo proveedor.

#### 5.1 Configuración de los circuitos

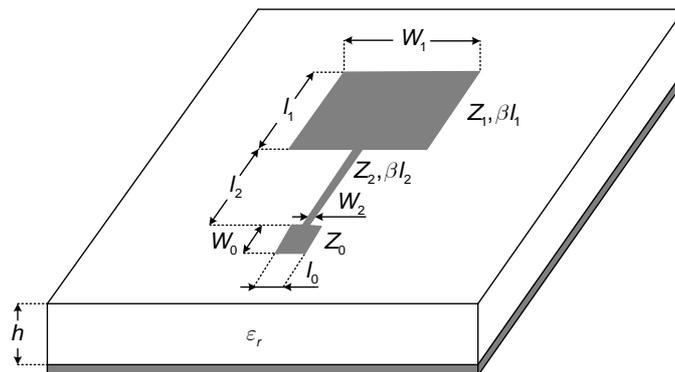
##### 5.1.1 SISS

En la Fig. 5.1 se muestra la configuración del circuito del SISS considerado. Tal circuito consiste en un bipuerto cuyos puertos de entrada se sitúan en los extremos de una línea de transmisión con impedancia característica  $Z_0=50\Omega$ . Esta línea, a la cual denominaremos línea *host*, está cargada con el SISS simétricamente en su centro. La longitud de la línea es

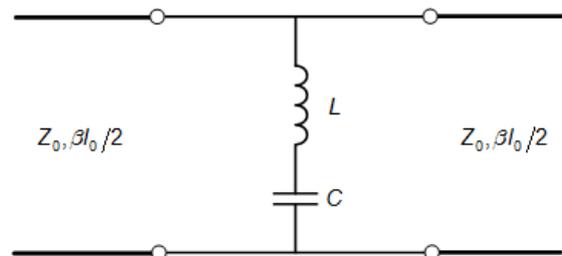
de  $l_0 = W_2 + 0,05\text{mm}$  (para obtener un desfase prácticamente despreciable entre los puertos). La impedancia de los puertos es también  $Z_0$ . Se asume el sustrato (d) Rogers RO3010 de la Tabla 4.1, caracterizado por un grosor de  $h = 1,27\text{mm}$  y una constante dieléctrica de  $\epsilon_r = 10,2$ . Se considera un plano de masa conductor infinito.

### 5.1.1 Resonador serie

El bipuerto del circuito del resonador serie estará formado no sólo por un resonador serie en derivación, sino también por una línea de transmisión microstrip en el acceso de cada uno de los dos puertos de entrada. Estas líneas microstrip modelaran el desfase que introduce la línea *host* del SISS, con lo cual cada una de ellas tendrá una longitud de  $l_0/2$  (Fig. 5.2). Mencionar que este desfase también se podría modelar mediante elementos discretos en escalera con inductancia/s en serie y capacidad/s en derivación (si por ejemplo el objetivo fuera obtener un modelo circuital equivalente con elementos discretos).



**Fig. 5.1** Configuración del circuito del SISS.  $Z_0$ : impedancia característica de la línea *host*;  $l_0$ : longitud de la línea *host*;  $W_0$ : anchura de la línea *host*



**Fig. 5.2** Configuración del circuito del resonador serie.  $Z_0$ : impedancia característica de la línea *host*;  $\beta l_0$ : longitud eléctrica de la línea *host*;

## 5.2 Escenarios bajo estudio

De entre todas las evaluaciones realizadas en el proyecto, en la memoria se presentaran los siguientes escenarios básicos de un SISS:

- a. tanto la línea de baja impedancia como la de alta impedancia son eléctricamente pequeñas; la capacidad y la inductancia requeridas se pueden implementar mediante líneas pequeñas
- b. la línea de baja impedancia es eléctricamente pequeña pero la de alta impedancia es grande; la capacidad se puede implementar mediante líneas pequeñas pero la inductancia no
- c. la línea de alta impedancia es eléctricamente pequeña pero la línea de baja impedancia es grande; la inductancia se puede implementar mediante líneas pequeñas pero la capacidad no
- d. tanto la línea de baja impedancia como la de alta impedancia son eléctricamente grandes; ni la inductancia ni la capacidad se pueden implementar mediante líneas pequeñas

El objetivo del escenario *a* es demostrar que el comportamiento de un SISS cuyas líneas son eléctricamente pequeñas se puede describir mediante un resonador serie con una buena exactitud. Por otro lado, cada uno de los escenarios *b*, *c* y *d* intenta simular un tipo de limitación en el diseño de resonadores serie mediante SISS, donde una o las dos líneas del SISS no son pequeñas.

La frecuencia de resonancia se fija a  $f_0=1\text{GHz}$  y la frecuencia máxima  $f_{max}=2\text{GHz}$  ( $n=f_{max}/f_0=2$ ). A la frecuencia de resonancia, para que la línea *host* tenga una impedancia característica  $Z_0=50$ , la anchura de la línea debe de ser de  $W_0=1,18\text{mm}$  (cálculo realizado mediante la aplicación *LineCalc* de ADS).

En el escenario *a* el modelo circuital debería de ser válido, pues las longitudes eléctricas de las líneas son pequeñas. En este caso diseñaremos las longitudes eléctricas a partir de este modelo. Para el resto de escenarios, dado que una o las dos longitudes eléctricas son grandes, la aproximación de la inductancia y la capacidad del modelo no es demasiado fiable. Por esta razón, en estos escenarios en lugar de fijar las longitudes eléctricas teóricas aproximadas, se fijaran las longitudes eléctricas de los *layouts* (considerando las discontinuidades). Así se tendrá mayor control sobre el escenario que se pretende validar.

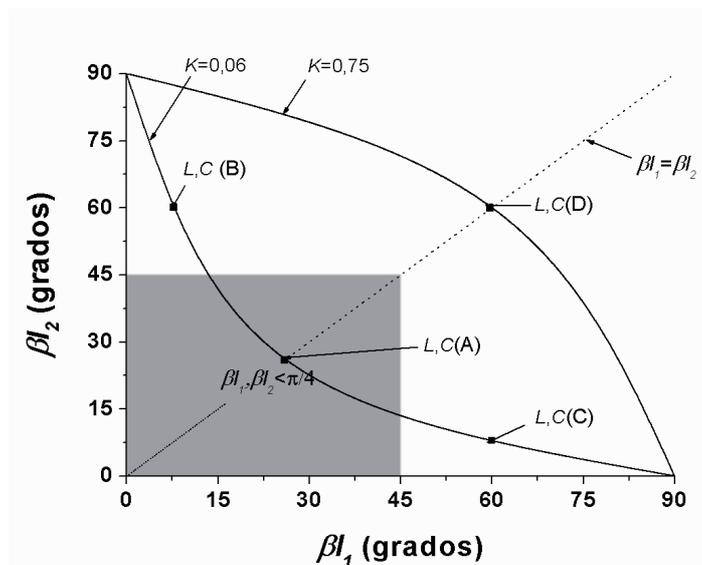
En los escenarios *a*, *b* y *c* se asume que la mínima anchura que se puede fabricar es de  $W_2=150\mu\text{m}$ , mientras que la anchura máxima es aquella que se puede implementar para evitar resonancias transversales, es decir,  $W_1=23\text{mm}$ . Bajo estas condiciones (las más óptimas posible) y los parámetros del sustrato (*d*), la longitud equivalente del circuito

abierto (2.18) es  $l_o \approx 1,2\text{mm}$ , mientras que la del salto en anchura (2.25) de  $l_s \approx 0,3\text{mm}$ . Las impedancias características obtenidas mediante *LineCalc* son  $Z_1 = 5,9\Omega$  y  $Z_2 = 100,9\Omega$ , cuya relación es  $K \approx 0,06$ . De este modo, en los escenarios *a*, *b* y *c* se tiene una misma condición de resonancia para la cual el valor específico de las longitudes eléctricas a la frecuencia máxima  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  dependerá de la inductancia y la capacidad especificadas. Para un determinado rango de valores de la inductancia y la capacidad, las longitudes  $\beta l_1$  y  $\beta l_2$  serán pequeñas (*a*), para otro rango  $\beta l_1$  será pequeña pero  $\beta l_2$  será grande (*b*) y finalmente para un último rango se producirá el caso opuesto al anterior (*c*). En la Fig. 5.3 se puede ver una ilustración de estos escenarios en función de la condición de resonancia sin aproximar,

$$K = \frac{\tan(\beta l_1)\tan(\beta l_2)}{n^2}, \quad (5.1)$$

para ser más precisos debido a la presencia de líneas grandes.

En el escenario *a* se asume que las longitudes eléctricas teóricas son iguales, por lo que a partir de las especificaciones consideradas y de la Fig. 4.12 (d) se tienen unas longitudes aproximadas de  $\beta l_1 = \beta l_2 = 27,4^\circ$ . Los valores de las longitudes eléctricas del *layout* (considerando las discontinuidades) resultantes son  $\beta l_1 = 30^\circ$  y  $\beta l_2 = 22^\circ$ , comprobándose que el modelo circuital aproximado se puede considerar válido. En los escenarios *b* y *c* se fijan las longitudes eléctricas a  $\beta l_2 = 60^\circ$  ( $\pi/3$ ) y  $\beta l_1 = 60^\circ$  respectivamente. A continuación se optimiza la longitud física de la otra línea para resonar a  $f_0 = 1\text{GHz}$ , lo que resulta  $\beta l_1 = 11,8^\circ$  (*b*) y  $\beta l_2 = 9,5^\circ$  (*c*). Las longitudes eléctricas obtenidas de las configuraciones *a*, *b* y *c*, tal como sintetiza la Tabla 5.1, cumplen aproximadamente la condición de resonancia sin aproximar.



**Fig. 5.3** Ilustración de los escenarios para la condición de resonancia sin aproximar (5.1)

Por otro lado, en el escenario *d* se fijan las longitudes eléctricas a  $\beta l_1 = \beta l_2 = 60^\circ$ , en cuyo caso la relación entre impedancias requerida teórica sin aproximar es  $K=0,75$  (ver Fig. 5.3). En este escenario para obtener la misma frecuencia de resonancia  $f_0=1\text{GHz}$  no sólo es necesaria una relación entre impedancias mayor (para obtener una condición de resonancia diferente), sino que se debe de aumentar  $Z_1$  y disminuir  $Z_2$  (ya que ambas longitudes aumentan). Las anchuras resultantes de la optimización son  $W_1=2,7\text{mm}$  y  $W_2=250\mu\text{m}$ . La longitud equivalente del circuito abierto resulta  $l_o \approx 0,5\text{mm}$  y la del salto en anchura  $l_s \approx 0,5\text{mm}$ . Las impedancias correspondientes son  $Z_1=31,6\Omega$  y  $Z_2=88,2\Omega$ , por lo que  $K=0,34$  difiere notablemente del valor teórico. Para  $K=0,34$ , las longitudes eléctricas teóricas son  $\beta l_1 = \beta l_2 = 49^\circ$ . Se entiende que este error se debe a que cuando las líneas son grandes y no se puede aproximar la tangente, pequeñas variaciones de las longitudes producen variaciones sustanciales de la relación entre impedancias teórica.

En la Tabla 5.2 se muestra la longitud física de la línea de baja impedancia  $l_1$ , la longitud física equivalente del circuito abierto  $l_o$ , la longitud física equivalente del salto de anchura  $l_s$  y la longitud física efectiva  $l_{1e} = l_1 + l_o + l_s$ . En la Fig. 5.4 se muestra el *layout* final de cada escenario.

**Tabla 5.1** Parámetros distribuidos del SISS para cada uno de los escenarios considerados. Longitud eléctrica de la línea de baja impedancia evaluada a la longitud efectiva  $l_{1e} = l_1 + l_o + l_s$

Escenario	$Z_1(\Omega)$	$Z_2(\Omega)$	$\beta l_1(\text{grados})$	$\beta l_2(\text{grados})$	$K$	$\frac{\tan(\beta l_1)\tan(\beta l_2)}{n^2}$
<i>a</i>	5,9	100,9	33,7	22	0,06	0,06
<i>b</i>	5,9	100,9	15,6	60	0,06	0,09
<i>c</i>	5,9	100,9	60	9,5	0,06	0,07
<i>d</i>	29,6	88,2	60	60	0,34	0,74

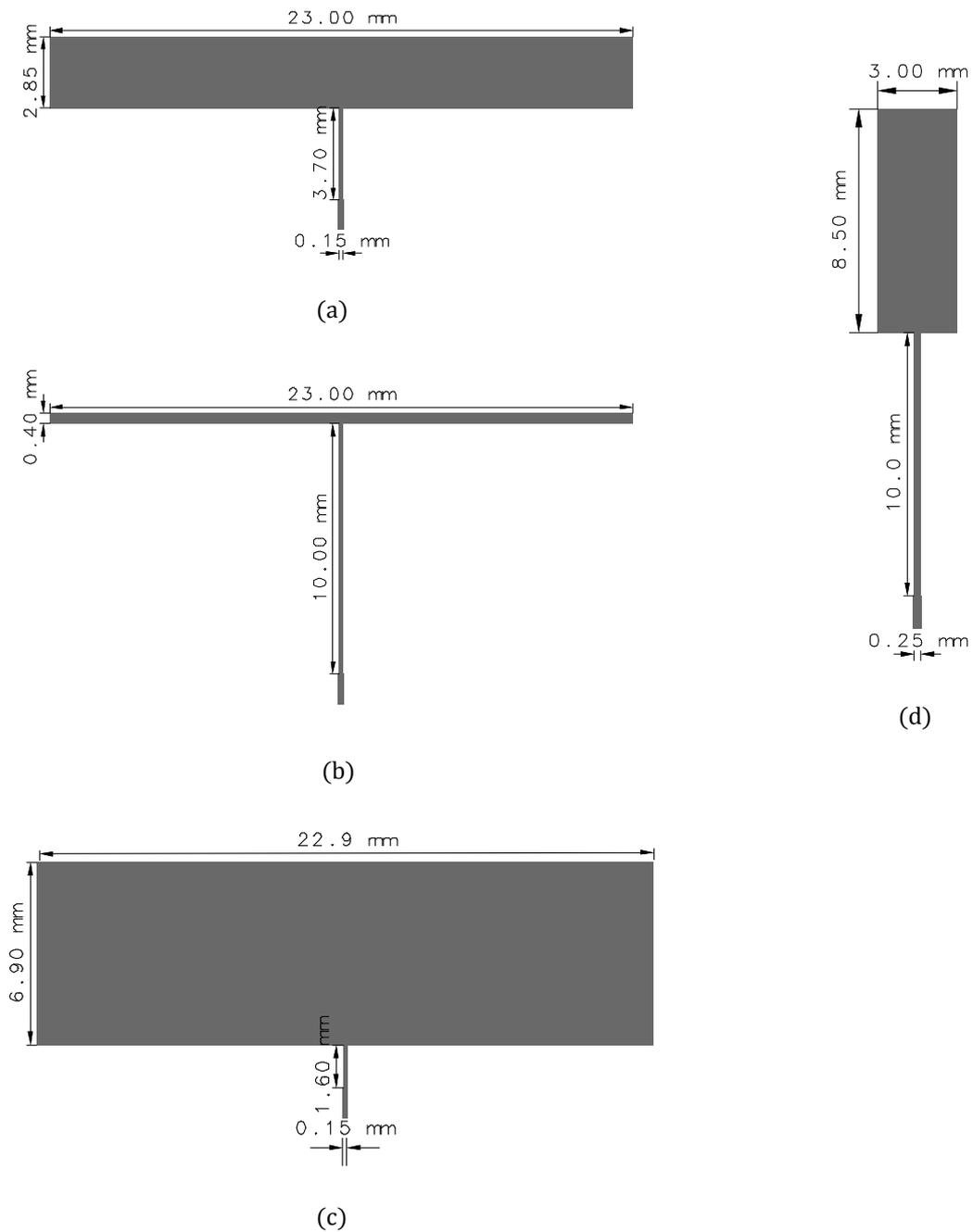
**Tabla 5.2** Longitud eléctrica efectiva de la línea de baja impedancia  $l_{1e}$  en función de la longitud física de la línea  $l_1$ , la longitud física equivalente del circuito abierto  $l_o$  y la longitud física equivalente del salto de anchura  $l_s$  para cada uno de los escenarios considerados.  $l_{1e} = l_1 + l_o + l_s$

Escenario	$l_1(\text{mm})$	$l_o(\text{mm})$	$l_s(\text{mm})$	$l_{1e}(\text{mm})$
<i>a</i>	2,85	1,2	0,5	4,55
<i>b</i>	0,4	1,2	0,5	2,1
<i>c</i>	6,9	1,2	0,5	8,6
<i>d</i>	8,5	0,5	0,3	9,3

**Tabla 5.3** Parámetros del circuito resonante serie equivalente para cada uno de los escenarios considerados

Escenario	$L(\text{nH})$	$C(\text{pF})$
<i>a</i>	3,7	6,9
<i>b</i>	8,5	3
<i>c</i>	1,9	13,5
<i>d</i>	7,6	3,3

En cuanto al resonador serie, en el escenario *a* la inductancia y la capacidad equivalentes son a partir de Fig. 4.13 (d)  $L=3,7\text{nH}$  y  $C=6,9\text{pF}$  respectivamente. En los escenarios *b*, *c* y *d* se obtienen los valores de la inductancia y la capacidad equivalentes mediante simulación circuital. En el escenario *b* se obtiene  $L=8,5\text{ nH}$  y  $C=3\text{pF}$ , en el *c*  $L=1,9\text{nH}$  y  $C=13,5\text{pF}$  y en el *d*  $L=7,6\text{ nH}$  y  $C=3,3\text{pF}$ . La Tabla 5.3 resume los parámetros del resonador serie para cada escenario. Obviamente, si bien los valores de la inductancia y la capacidad del escenario *a* estan dentro del rango de la Fig. 4.13 (d), los de los escenarios *b* y *c* están fuera. Los valores del escenario *d* no se pueden evaluar en esta figura pues sus impedancias características son diferentes.



**Fig. 5.4** *Layout* de cada uno de los escenarios considerados. (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*

### 5.3 Resultados por simulación

En la Fig. 5.5 se representa la amplitud y la fase de los parámetros de reflexión y de transmisión,  $S_{11}$  y  $S_{21}$  respectivamente, obtenidos por simulación circuital (resonador serie) y simulación electromagnética (SISS). Dado que los circuitos considerados son simétricos y recíprocos,  $S_{22}=S_{11}$  y  $S_{12}=S_{21}$  [10], por lo que la respuesta de tales circuitos está totalmente caracterizada mediante su matriz de parámetros de dispersión.

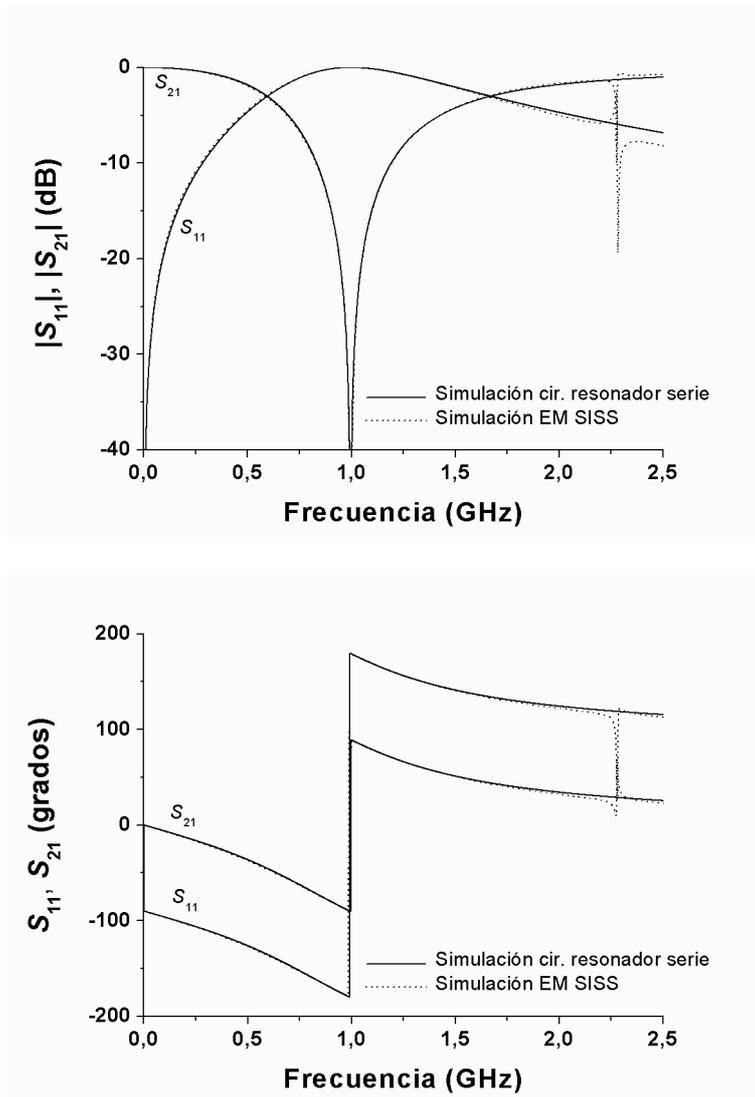
#### 5.3.1 Exactitud

Para comparar la exactitud cuantitativamente entre la respuesta del SISS y la del resonador serie, en la Tabla 5.1 se muestra la diferencia en valor absoluto de los parámetros de reflexión y de transmisión,  $\Delta S_{11}$  y  $\Delta S_{21}$  respectivamente, a la frecuencia máxima. Los resultados, tal y como se puede observar, son los esperados: la configuración *a* es la que obtiene mejor exactitud, las configuraciones *b* y *c* obtienen una precisión un poco peor y finalmente la configuración *d* obtiene la peor precisión de todas. Cabe destacar que la respuesta obtenida en el escenario *d* puede ser excelente en determinadas aplicaciones, ya que la diferencia con su correspondiente resonador serie no es muy significativa

El hecho de que el SISS no se comporte exactamente como un resonador serie a medida que aumentan sus longitudes eléctricas se debe a que la inductancia y la capacidad del modelo circuital dependen de la frecuencia. Si las líneas son pequeñas, la dependencia en frecuencia es muy ligera, por lo que es despreciable (de esta suposición se puede establecer el circuito equivalente). Por el contrario, cuando las líneas no son pequeñas, la inductancia y la capacidad no se pueden considerar constantes en frecuencia. A mayor frecuencia, mayor inductancia y capacidad se tiene, lo cual produce un incremento de la reactancia a una determinada frecuencia (siempre y cuando ésta sea inferior a la segunda resonancia del SISS). Por tanto (observar Fig. 5.5 (d)):

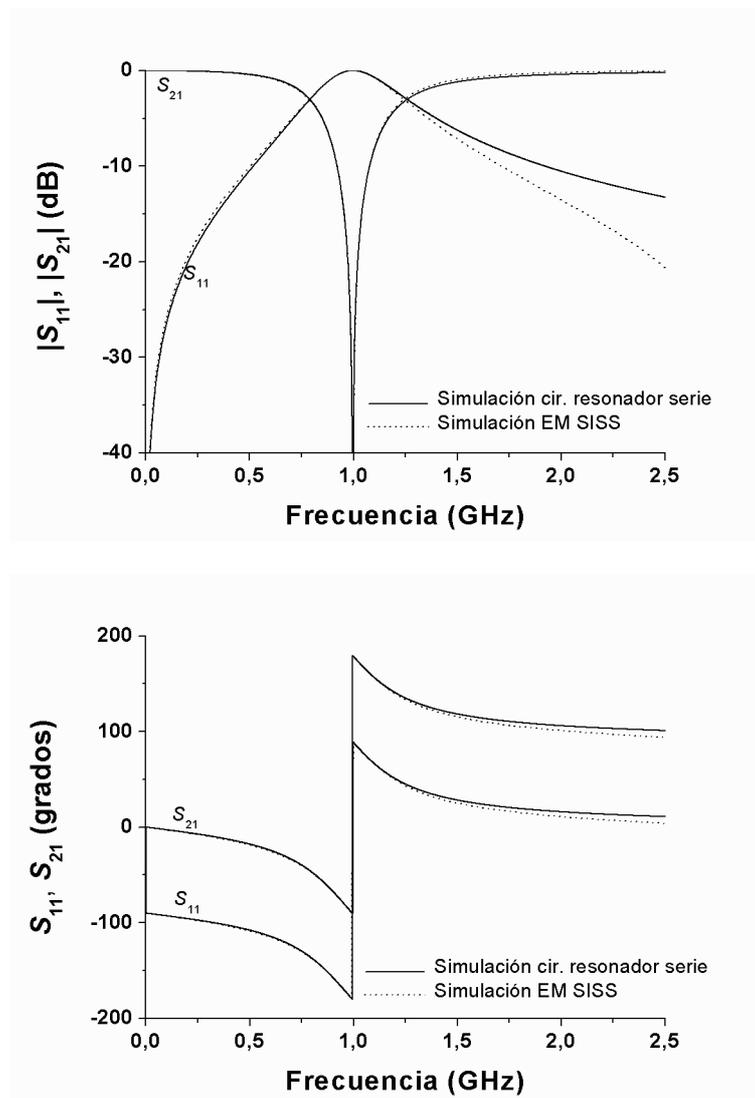
- a frecuencias inferiores a la frecuencia de resonancia el módulo de la reactancia (que es negativa) disminuye, lo que produce una mayor atenuación en el parámetro  $S_{21}$
- a frecuencias superiores a la frecuencia de resonancia el módulo de la reactancia (que es positiva) aumenta, lo cual produce una menor atenuación sobre el parámetro  $S_{21}$

Aunque en principio la mayor degradación debida a este efecto se produce a la máxima frecuencia, este efecto está presente a cualquier frecuencia (incluso a frecuencias inferiores a la resonancia) en la que las líneas no son pequeñas. En una primera aproximación, una forma simple de modelar el efecto parásito anterior es mediante una capacidad en derivación en paralelo al resonador, lo cual aumenta la reactancia tanto a



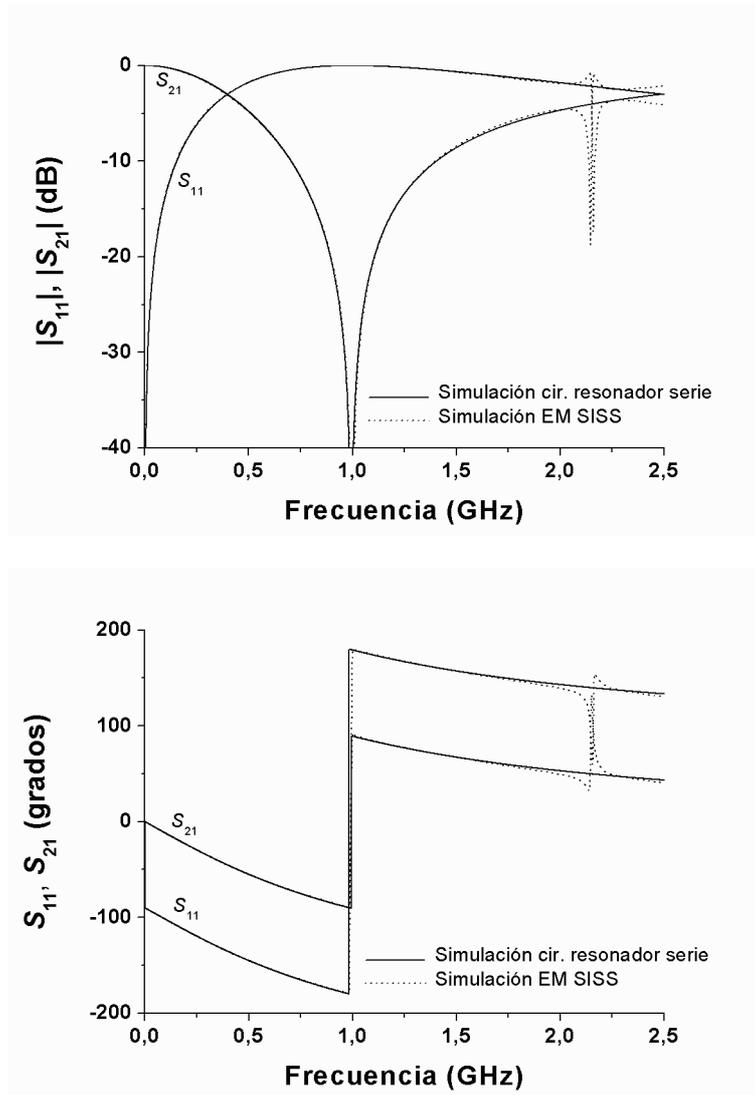
(a)

**Fig. 5.5** (1/4) Parámetro de reflexión  $S_{11}$  y parámetro de transmisión  $S_{21}$  de los SISSs de la Tabla 5.1 (simulación electromagnética) y de los resonadores serie de la Tabla 5.3 (simulación circuital). (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*



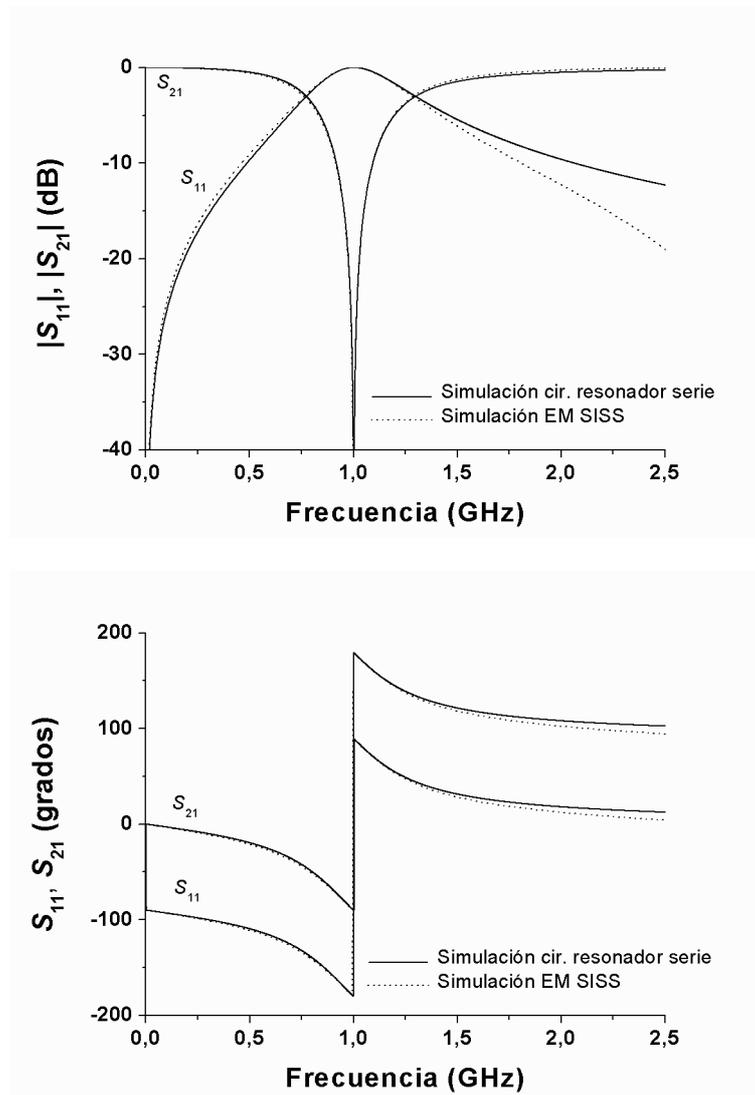
(b)

**Fig. 5.5 (2/4)** Parámetro de reflexión  $S_{11}$  y parámetro de transmisión  $S_{21}$  de los SISSs de la Tabla 5.1 (simulación electromagnética) y de los resonadores serie de la Tabla 5.3 (simulación circuital). (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*



(c)

**Fig. 5.5 (3/4)** Parámetro de reflexión  $S_{11}$  y parámetro de transmisión  $S_{21}$  de los SISSs de la Tabla 5.1 (simulación electromagnética) y de los resonadores serie de la Tabla 5.3 (simulación circuital). (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*



(d)

**Fig. 5.5 (4/4)** Parámetro de reflexión  $S_{11}$  y parámetro de transmisión  $S_{21}$  de los SSSs de la Tabla 5.1 (simulación electromagnética) y de los resonadores serie de la Tabla 5.3 (simulación circuital). (a) escenario *a*; (b) escenario *b*; (c) escenario *c*; (d) escenario *d*

frecuencias mayores como a menores que la frecuencia de resonancia. No obstante, modelar este efecto parásito no es alcance del proyecto.

### 5.3.2 Resonancia transversal

En los resultados se comprueba que el primer modo de resonancia transversal puede existir y se puede acoplar al modo TEM produciendo una degradación de la respuesta. Dicha degradación se produce en un pequeño ancho de banda centrado a la frecuencia de resonancia transversal.

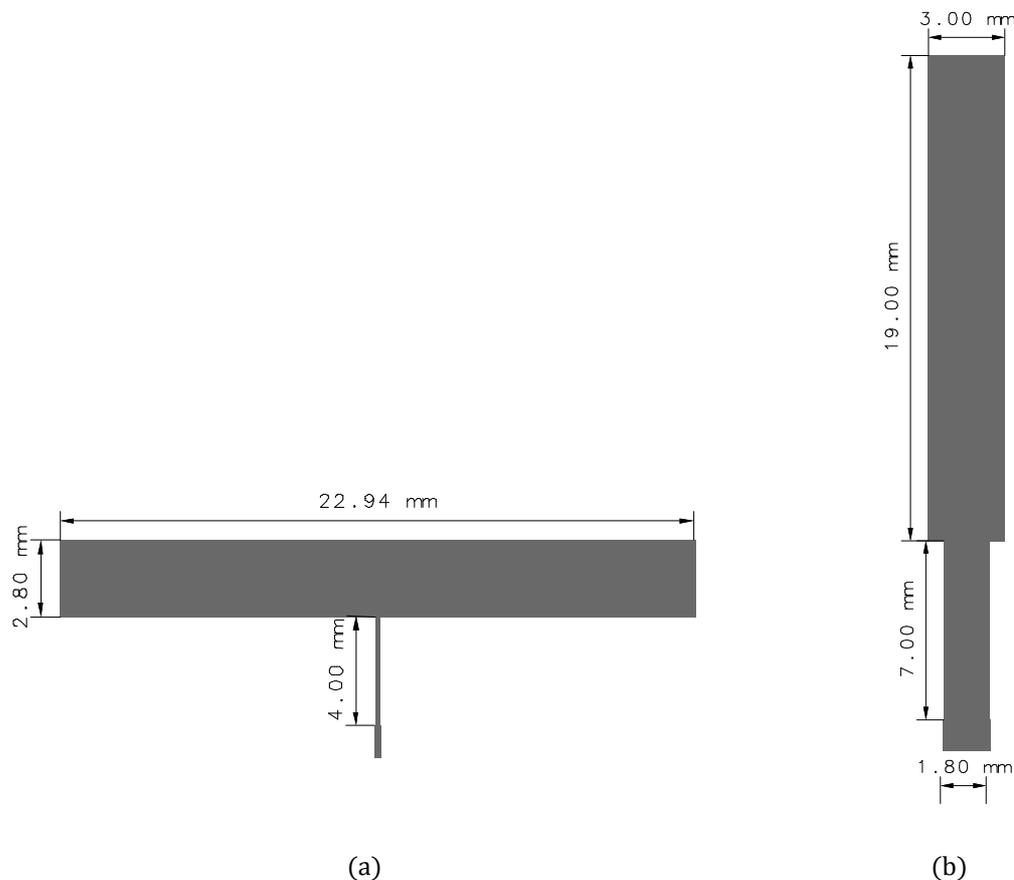
En los escenarios *a* y *c* tal acoplamiento se produce a unas frecuencias cercanas a la teórica (2GHz), exactamente a  $f_t=2,28\text{GHz}$  (*a*) y  $f_t=2,15$  (*c*). La discrepancia entre la frecuencia teórica y la que se obtiene se ha analizado mediante simulación electromagnética y se ha observado que la frecuencia de resonancia transversal no depende únicamente de la anchura de la línea, sino también de su longitud. Cuanto menor es la longitud de la línea, mayor frecuencia de resonancia transversal se obtiene (lo que produce que siempre sea superior a la teórica). En la configuración *b*, por lo que se ha observado, no existe acoplamiento debido a que la anchura es mucho mayor que la longitud. Esto supone una propagación de la corriente en sentido transversal a través de la anchura, no de la longitud. En cuanto al escenario *d*, la frecuencia de resonancia transversal teórica es de  $f_t=14,6\text{GHz}$ , fuera del rango visualizado.

**Tabla 5.4** Exactitud entre las respuestas de la Fig. 5.5 del SISS y del circuito resonante para cada uno de los escenarios. Evaluación a la frecuencia máxima de interés  $f_{max}=2\text{GHz}$

Escenario	$\Delta S_{11}$ (dB)	$\Delta S_{21}$ (dB)	$\Delta S_{11}$ (grados)	$\Delta S_{21}$ (grados)
<i>a</i>	0,3	0,1	2,1	2,2
<i>b</i>	3	0,2	5	5
<i>c</i>	0,1	0,1	3,8	3,8
<i>d</i>	2,7	0,2	5,6	5,7

#### 5.4 Resultados experimentales

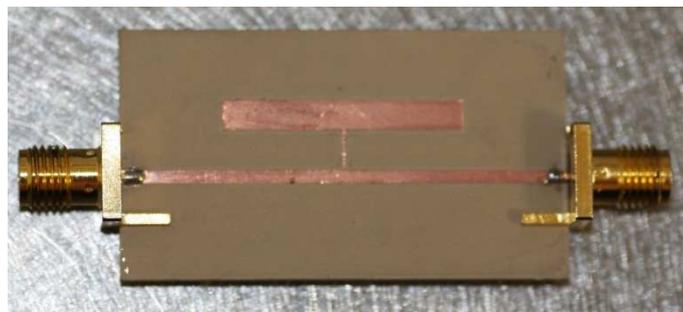
En este apartado se pretende validar experimentalmente que el SISS se comporta como un resonador serie en derivación y que, a menores longitudes eléctricas, mejor es la precisión en esta equivalencia. En los escenarios evaluados mediante simulación electromagnética se obtuvieron pequeñas discrepancias entre la respuesta del SISS y la del correspondiente resonador serie. Parece inviable pues comparar los escenarios anteriores mediante medidas experimentales debido a la baja resolución que una medida conlleva. Por esta razón, en este apartado se consideran dos implementaciones del resonador serie del escenario *a* de la Tabla 5.3. Una de ellas es el anterior *layout* de la Fig. 5.4 (a) la cual simulará un escenario donde las líneas son pequeñas. La otra configuración consiste en la implementación del mismo resonador serie pero con una anchura de la línea de alta impedancia mayor y una anchura de la línea de baja impedancia menor (Fig. 5.6 (b)), que representará un caso en que las líneas son grandes. Las estructuras anteriores se han simulado mediante Momentum considerando las pérdidas por disipación óhmica en el conductor y las pérdidas en el dieléctrico. La conductividad del cobre es de  $\sigma=5,8 \cdot 10^7$  S/m



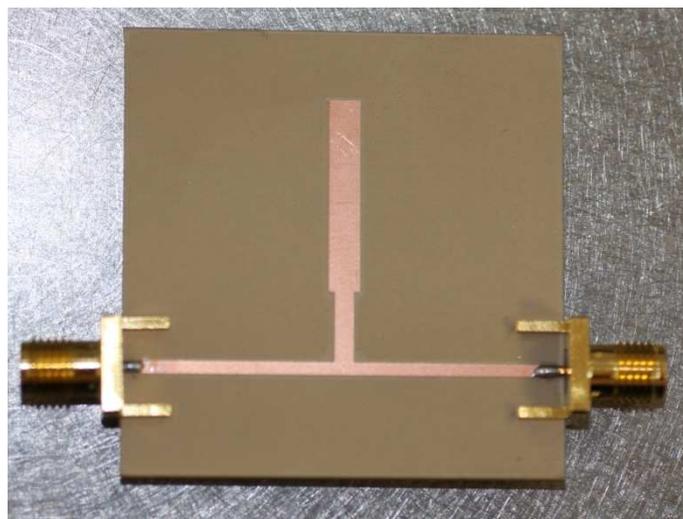
**Fig. 5.6** *Layout* de los SISSs a medir (a) configuración con líneas eléctricamente pequeñas; (b) configuración con líneas eléctricamente grandes

y la tangente de pérdidas del sustrato de  $\delta=0,0023$ . Puesto que tales pérdidas producen una variación de la frecuencia de resonancia, se han tenido que reajustar las longitudes de las líneas del *layout* de la Fig. 5.4 (a) tal como se muestra en la Fig. 5.6 (a). A continuación se han fabricado los circuitos del SISS mediante fresadora con unas líneas *host* de  $l_0=43\text{mm}$  para poder integrar los conectores (Fig. 5.7). Las longitudes eléctricas del SISS de la Fig. 5.6 (b) son de  $\beta l_1=129^\circ$  y  $\beta l_2=48^\circ$ .

Los resultados de las simulaciones y de las medidas experimentales se muestran en la Fig. 5.8. En ésta se puede observar que tanto en la simulación electromagnética como en las medidas experimentales, la respuesta el *layout* con longitudes pequeñas es la que más se ajusta a la especificada (sobre todo a altas frecuencias). Por otro lado, los resultados de las medidas son bastantes coherentes con la simulación electromagnética, a excepción de la fase a frecuencias superiores a la resonancia.

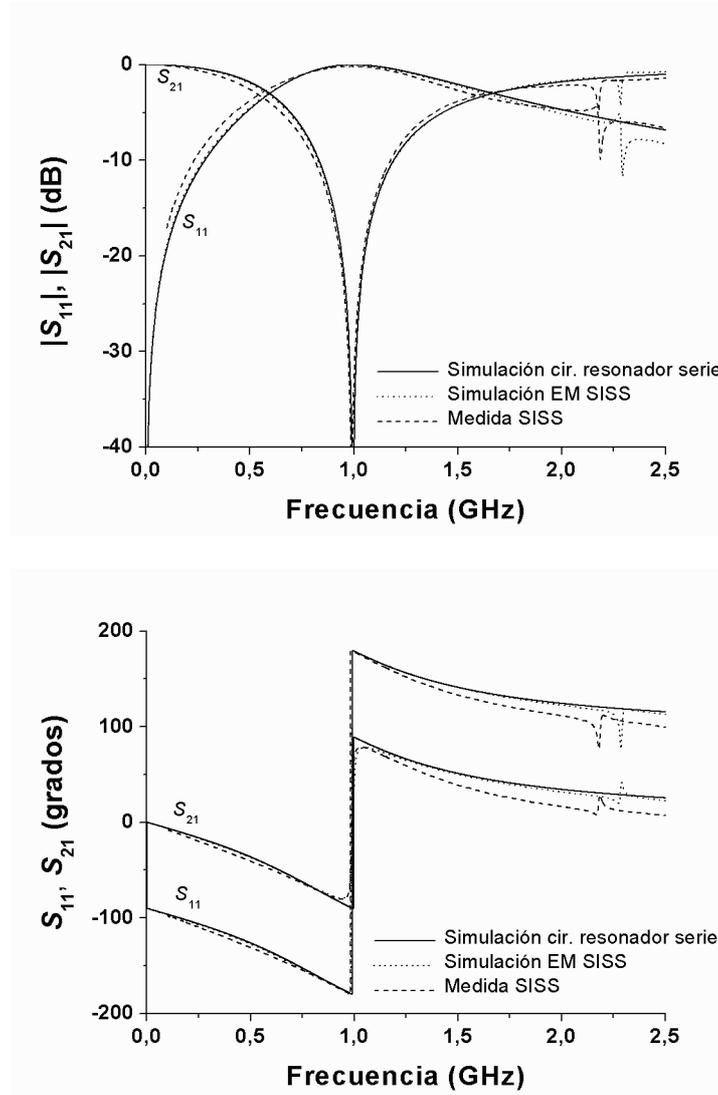


(a)



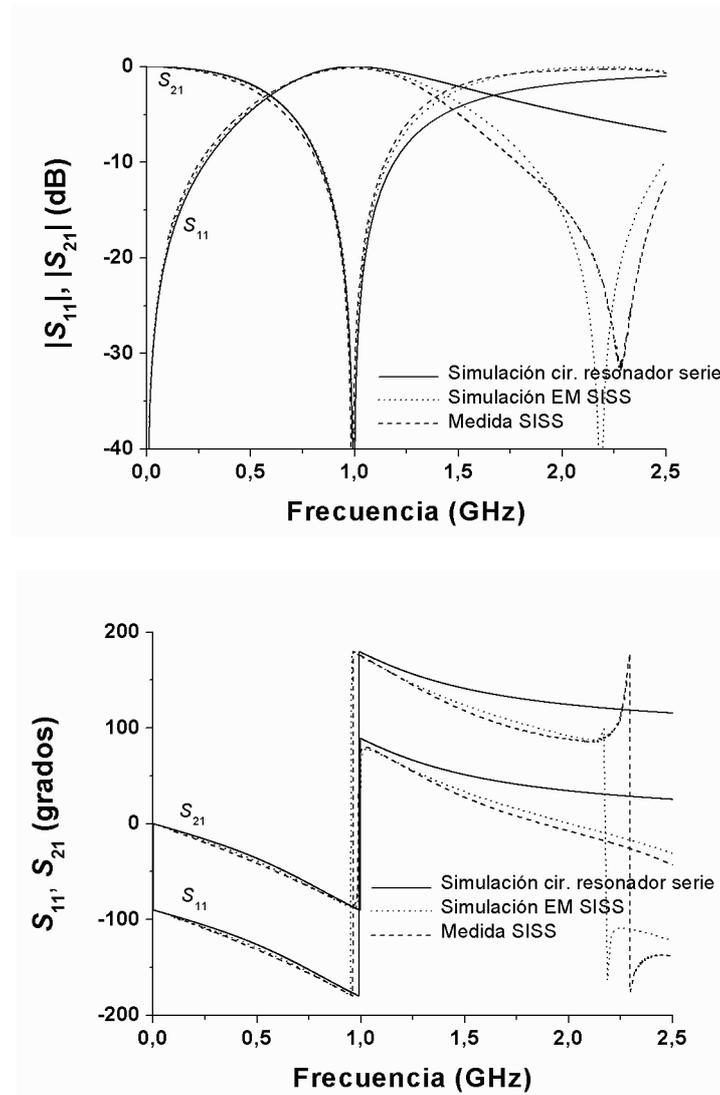
(b)

**Fig. 5.7** SISS de la Fig. 5.6 fabricados mediante fresadora. Dimensiones no escaladas. (a) configuración con líneas eléctricamente pequeñas; (b) configuración con líneas eléctricamente grandes



(a)

**Fig. 5.8** (2/1) Parámetros de reflexión  $S_{11}$  y de transmisión  $S_{21}$ . (a) simulación circuital del resonador serie a de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 a; (b) simulación circuital del resonador serie a de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 b



(b)

**Fig. 5.8 (2/2)** Parámetros de reflexión  $S_{11}$  y de transmisión  $S_{21}$ . (a) simulación circuital del resonador serie a de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 a; (b) simulación circuital del resonador serie a de la Tabla 5.3 y simulación electromagnética con pérdidas y medida experimental del SISS de la Fig. 5.7 b

## 5.5 Conclusiones

En este capítulo se han corroborado con éxito los resultados del proyecto mediante simulaciones y medidas experimentales. Se ha demostrado que, siempre y cuando las líneas del SISS sean pequeñas, su comportamiento en frecuencia se puede describir mediante un resonador serie. Si una o las dos líneas del resonador no son pequeñas, la exactitud en la equivalencia de estos circuitos empeora. En cuanto al grado de exactitud en función de las longitudes eléctricas, la respuesta del SISS para longitudes menores a  $\pi/4$  parece ser muy buena. Para longitudes menores a  $\pi/3$  la respuesta es también bastante precisa. Por tanto, la cota máxima de las longitudes eléctricas dependerá de la exactitud que se requiera en función de la aplicación. Sin embargo, el rango de valores analítico presentado en el capítulo anterior no tendrá muy buena exactitud para longitudes grandes.

Si las líneas no son pequeñas implica que la inductancia y la capacidad del modelo circuital no se pueden considerar constantes en frecuencia, sino que aumentan con ésta. Esta tendencia, que se pronuncia con el aumento de la frecuencia, es el efecto parásito del SISS que produce la limitación sobre los valores de la inductancia y la capacidad que se pueden implementar. Dicho efecto no produce ningún problema a la resonancia pero sí a frecuencias inferiores y superiores a ésta. Además, se observa también que si se analizara el diseño con longitudes grandes, éste sería menos fiable debido a la dependencia exponencial de la relación entre impedancias en función de las longitudes de las líneas.

Por otro lado, también se ha demostrado la posible existencia y acoplamiento del modo de resonancia transversal, que degrada fuertemente la respuesta en un pequeño ancho de banda alrededor de esta frecuencia indeseada. Finalmente destacar que, si la fase es un parámetro fundamental del circuito (que no ocurre por ejemplo en filtros), se debe modelar el desfase que se produce en la línea *host* del SISS el cual no está contemplado en los modelos presentados. Si se asume que la longitud de la línea *host* debe adaptarse a la anchura de la línea de baja impedancia para formar una celda básica, se tiene un compromiso entre minimizar la relación entre impedancias y reducir la longitud de la línea *host*.

La conclusión principal de este capítulo es, por tanto, que tanto el modelo distribuido como el modelo circuital equivalente para longitudes pequeñas, así como el rango de valores presentado se pueden considerar válidos.

## Capítulo 6

### Conclusiones y líneas futuras de trabajo

---

El *stub* en derivación de salto de impedancia (Stepped-Impedance Shunt Stub, SISS) está formado por una línea de transmisión de alta impedancia en cascada con una línea de baja impedancia terminada en circuito abierto. Se define la relación entre impedancias como el cociente entre la impedancia de la línea capacitiva y la de la línea inductiva. Debido a la terminación en abierto, la frecuencia de resonancia fundamental del resonador es del tipo serie. El desarrollo de un modelo distribuido de la admitancia de entrada del SISS caracterizado por longitudes eléctricas e impedancias características demuestra tal propiedad. Si además, las líneas eléctricas del resonador son pequeñas (más adelante se discutirá qué tamaño eléctrico se considera pequeño), se puede modelar el SISS mediante un resonador serie en derivación aproximado. Bajo estas condiciones, por tanto, se demuestra que la respuesta en frecuencia del SISS se puede aproximar mediante un circuito resonante serie en derivación.

En este proyecto se asume que en la síntesis de resonadores serie en derivación las especificaciones de diseño son la inductancia y la capacidad del resonador y la frecuencia máxima de interés. Del análisis del comportamiento del SISS para la síntesis de estos resonadores se desprende que existen dos fenómenos parásitos fundamentales; la inductancia y la capacidad del resonador equivalente (i) dependen de las dos líneas de transmisión y (ii) dependen de la frecuencia.

El efecto parásito de la dependencia en las dos líneas de transmisión del resonador se basa en que, idealmente, la inductancia y la capacidad equivalentes deberían implementarse mediante la línea de alta impedancia y la línea de baja impedancia, respectivamente. Sin embargo, la capacidad total de la estructura es la suma de las

capacidades de las líneas, mientras que la inductancia es equivalente al paralelo de la inductancia de la línea de alta impedancia con una inductancia que depende de la relación entre impedancias y la inductancia de la línea capacitiva. Este efecto parásito se puede describir únicamente por la capacidad parásita de la línea de alta impedancia; si esta capacidad es mucho menor que la capacidad de la línea de baja impedancia, este efecto se puede despreciar. Entonces, si la relación entre impedancias y/o la longitud eléctrica de la línea inductiva no son muy pequeñas, los parásitos no se pueden despreciar (para una longitud de  $\pi/4$  no es despreciable). No obstante, puesto que la capacidad se consigue básicamente mediante la línea de baja impedancia, a ésta línea también la denominamos línea capacitiva. Análogamente, a la línea de alta impedancia la denominamos también línea inductiva.

En cuanto a la dependencia en frecuencia, ésta es exponencialmente proporcional al tamaño de las longitudes eléctricas. Si las líneas son pequeñas, esta dependencia se puede despreciar mediante la expansión en serie de Taylor y el modelo circuital se puede considerar válido. En caso contrario, la inductancia y la capacidad no se pueden considerar constantes en frecuencia, sino que aumentan con ésta. Dicha dependencia, sobre el parámetro de transmisión, produce una mayor atenuación a frecuencias inferiores a la frecuencia de resonancia y una menor atenuación por encima de ésta.

Dado que cuanto menores son las líneas, mejor es la aproximación del modelo circuital, el diseño óptimo consiste en minimizar las longitudes eléctricas de las líneas. La condición de la resonancia fundamental del SISS sugiere que el producto de estas longitudes a la resonancia está determinado por la relación entre impedancias. Cuanto menor es este cociente, menores son las longitudes eléctricas a la resonancia y, en consecuencia, menores son a cualquier frecuencia. No obstante, por la propiedad del producto, la disminución de las longitudes eléctricas no garantiza que cada una de ellas sea pequeña. Para asegurar que:

- la longitud eléctrica de la línea capacitiva sea pequeña, se requiere de un valor máximo determinado de la impedancia de la línea capacitiva
- la longitud eléctrica de la línea inductiva sea pequeña se necesita un valor mínimo en particular de la impedancia de la línea inductiva

lo cual supone una determinada relación entre impedancias. Por tanto, las reglas de diseño óptimas consisten en minimizar la impedancia de la línea capacitiva y maximizar la de la línea inductiva. Idealmente, la impedancia de la línea capacitiva debería de tender a cero, mientras que la de la línea inductiva a infinito. De este modo se resolverían las dos limitaciones, (i) y (ii). No obstante, este diseño ideal no es realizable, aunque es importante analizar minuciosamente qué parámetros y cómo determinan la impedancia característica de una línea.

El valor de la impedancia característica de una línea aumenta si su anchura disminuye, el grosor del sustrato aumenta y/o la constante dieléctrica del sustrato disminuye. Así pues, los parámetros del sustrato suponen un claro compromiso entre:

- minimizar la impedancia de la línea capacitiva
- maximizar la impedancia de la línea inductiva

por lo que ambas impedancias no se pueden optimizar simultáneamente. En cuanto a la anchura, la línea inductiva se debería de diseñar a la mínima anchura posible, lo cual es una limitación tecnológica (además de aumentar las pérdidas por disipación óhmicas en el conductor). Por el contrario, la línea capacitiva se debería diseñar a la máxima posible. Para ello hay que considerar que, para una anchura aproximadamente igual a la mitad de la longitud de onda guiada, el primer modo de resonancia transversal se puede acoplar al modo TEM (Transversal Electromagnético). Dicho acoplamiento conlleva una degradación de la respuesta del SISS en un pequeño ancho de banda alrededor de tal frecuencia de resonancia. Por lo tanto, si se desea evitar este acoplamiento indeseado, la anchura de la línea capacitiva debe disminuir con la frecuencia. Consecuentemente, la impedancia de la línea capacitiva aumenta con la misma.

Las limitaciones anteriores en los valores extremos mínimo y máximo de las impedancias características conllevan limitaciones en la reducción de las longitudes eléctricas. Fijadas las impedancias características de las líneas, las especificaciones de diseño determinarían las longitudes eléctricas necesarias. Para determinadas especificaciones, las longitudes requeridas serán pequeñas, pero para otras una o las dos longitudes eléctricas serán grandes como para que el modelo circuital del SISS se pueda considerar válido. Por tanto, en la síntesis de resonadores serie en derivación se tiene una limitación en el rango de valores de la inductancia y la capacidad implementables formado exclusivamente por los valores para los que se requieren longitudes pequeñas. En base a esta limitación, se ha presentado un rango analítico de los valores de la inductancia y la capacidad válidos en función de:

- la frecuencia máxima de operación
- el grado de exactitud del modelo circuital
- los parámetros del sustrato
- la mínima anchura de pista que se puede fabricar

La frecuencia máxima de operación se especifica en términos de la frecuencia de resonancia. Se asume que la primera es mayor que la segunda debido a que, en el diseño de ciertos dispositivos (por ejemplo multibanda), se requiere del modelado de resonadores no sólo a la frecuencia de resonancia y cerca de ella, sino también a frecuencias inferiores y superiores. Al especificar la frecuencia máxima relativa a la frecuencia de resonancia, el rango de valores válidos de la inductancia y la capacidad

depende exclusivamente de su cociente (siempre y cuando las impedancias de las líneas se consideren constantes). Si bien la condición de resonancia depende de la frecuencia de resonancia, al definir la frecuencia máxima en función de ésta, se puede expresar esta condición en función de la frecuencia máxima de interés.

Puesto que en el rango presentado se puede especificar el grado de exactitud, que vendrá determinado por el tamaño eléctrico de las líneas, se tiene un cierto control sobre el nivel de precisión de la respuesta. A medida que las longitudes eléctricas aumentan, la exactitud empeora. Por lo que se ha comprobado, la respuesta del SISS para longitudes menores a  $\pi/4$  es muy buena, por lo que se comprueba el por qué típicamente se considera que las líneas por debajo de este umbral se consideran pequeñas. Si las longitudes son de  $\pi/3$ , parece que la respuesta es también bastante precisa. Por lo tanto, el umbral máximo de las longitudes eléctricas se debe establecer acorde con la exactitud requerida en función de la aplicación final. Sin embargo, el rango de valores analítico presentado pierde exactitud a medida que las longitudes aumentan.

En cuanto a los parámetros del sustrato, éstos juegan un papel determinante sobre el rango de valores de la inductancia y la capacidad válidos, ya que éstos presentan requisitos opuestos (de forma análoga a los requisitos de las impedancias características). Para aumentar el valor de la inductancia se requiere de grosores grandes y constantes dieléctricas pequeñas, mientras que para aumentar la capacidad se requiere de lo contrario. Por tanto, no se pueden conseguir valores altos de inductancia y capacidad simultáneamente con el mismo sustrato. En consecuencia, no existe un sustrato óptimo para la síntesis de SISS sino que éste dependerá de las especificaciones.

Por lo que a los valores válidos de la inductancia y la capacidad respecta: dada una frecuencia de resonancia, no se puede conseguir cualquier combinación de valores de inductancia y capacidad debido a las siguientes limitaciones:

- se tiene una importante limitación en la inductancia máxima que se puede implementar. Esto se debe no sólo a la pequeña inductancia de una línea de transmisión recta eléctricamente pequeña, sino también a la reducción de la misma debido al efecto parásito de la estructura. En general, sólo es posible conseguir valores altos de inductancias si el grosor del sustrato es grande y la constante dieléctrica es pequeña, escenario no muy común
- se tiene una limitación sobre la capacidad máxima que se puede implementar si se desean evitar acoplamientos con el modo de resonancia transversal. La capacidad dependerá de la frecuencia de forma que, a partir de una determinada frecuencia, no se podrá implementar ninguna capacidad especificada (la capacidad implementable será menor)

- se tiene una limitación en obtener inductancias elevadas con respecto a la capacidad, debido a la presencia de la capacidad parásita, la cual disminuye la inductancia y aumenta la capacidad equivalentes

A raíz de la limitación de la capacidad en frecuencia, además, se aparece la siguiente limitación fundamental:

- El SISS está limitado en el rango bajo de las microondas (aproximadamente a frecuencias menores que 15GHz) si se desean evitar resonancias transversales

En resumen, las anteriores limitaciones son consecuencia de los efectos parásitos (i) y (ii), dada la imposibilidad de implementar un diseño aproximado al ideal. Debido a la presencia de las limitaciones del SISS mencionadas, el rango presentado de las especificaciones válidas será de gran utilidad para el diseño de dispositivos de microondas mediante el uso de SISS. La representación de este rango permite conocer de forma visual, rápida y cómoda si es posible la síntesis de un resonador con unas especificaciones en particular bajo los parámetros de los que depende el rango.

Aún con estas limitaciones, el SISS presenta ventajas sobre el resonador *stub* en circuito abierto convencional, el cual presenta una longitud eléctrica grande y fija ( $\pi/2$ ). El comportamiento de este *stub*, además, sólo es equivalente a un resonador serie con elementos constantes a la frecuencia de resonancia y a frecuencias cercanas a ella. Por tanto, con este *stub* no es posible modelar un resonador serie a frecuencias lejanas a la frecuencia de resonancia, ni por debajo ni por encima de ésta. Para longitudes eléctricas pequeñas, por ejemplo, tiene un comportamiento totalmente capacitivo (del mismo modo que la línea terminada en abierto del SISS). En cuanto al tamaño físico del SISS, la miniaturización de las longitudes eléctricas del resonador tiene además como ventaja minimizar su longitud física. El SISS bajo estudio, por tanto, permite miniaturizar la longitud total del resonador en comparación con el *stub* en circuito abierto convencional. Eléctricamente, el circuito abierto y el salto de anchura suponen un alargamiento efectivo de la línea de baja impedancia, efecto que se pronuncia a mayor anchura, menor grosor del sustrato y mayor constante dieléctrica. Por tanto, la miniaturización física de la línea capacitiva no se debe únicamente al aumento de la anchura de la pista, sino también a la capacidad fringing de las discontinuidades.

Por lo que a la implementación práctica del SISS respecta, los modelos presentados únicamente contemplan el *stub*, es decir, que no modelan la línea *host* cargada con el SISS. Dicha línea no modifica la amplitud pero sí la fase de los parámetros de reflexión y transmisión que caracterizan la red. En consecuencia, si la fase es un parámetro fundamental del circuito (que no ocurre por ejemplo en filtros), se debe modelar el desfase que produce esta línea mediante una línea de transmisión o su modelo circuital equivalente.

Las conclusiones y resultados mencionados se han corroborado principalmente mediante simulación electromagnética. Se ha realizado también una validación experimental, simplemente para demostrar el comportamiento del SISS y no para validar el grado de exactitud, ya que la resolución en las medidas no es lo suficientemente buena para tal fin.

En cuanto a las líneas futuras de trabajo, en primer lugar se propone una serie de análisis para hacer frente a las limitaciones observadas:

- analizar con detalle bajo qué circunstancias se pueden desprestigiar las resonancias transversales, para así hacer frente a la limitación en frecuencia de la capacidad y por tanto de la estructura
- modificar la geometría descrita por la línea inductiva (por ejemplo en espiral o en meandro) para poder aumentar la inductancia equivalente. En este caso se debería de adaptar tanto el modelo distribuido como el circuital (para modelar los acoplamientos, por ejemplo)
- aplicar una ranura en el plano de masa (Defected Ground Structure, DGS) en la parte de debajo de la línea inductiva. Para esta solución se esperaría un aumento de la inductancia, ya que la imagen del plano de masa en principio se podría desprestigiar. Dado que la aplicación de una ranura en el plano de masa modifica la distribución de corrientes en éste [13], se podría producir algún efecto indeseado en la respuesta, como por ejemplo la aparición de alguna resonancia
- analizar cuál es el modelo circuital del SISS cuando una o las dos líneas que lo componen son eléctricamente grandes, para así quizá poder implementar un mayor rango de inductancias y capacidades (aunque con la presencia de algún parásito)

En segundo lugar, se propone la implementación del SISS sobre otra tecnología. En este proyecto se ha analizado el SISS de una forma transparente a la tecnología mediante sus parámetros distribuidos, por lo que las reglas de diseño establecidas son válidas para cualquier tecnología. Por ejemplo, en [14] se detalla una geometría del SISS sobre guía de onda coplanar (Coplanar Waveguide, CPW). En [9], por otra parte, se muestran los valores extremos mínimo y máximo de la impedancia característica en función de la tecnología para un determinado sustrato. De estos valores se podría tener una primera visión de si una determinada tecnología es adecuada para la implementación de SISS.

## Referencias bibliográficas

---

- [1] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, John Wiley and Sons, 1998
- [2] I. Bahl and P. Barthia, *Microwave Solid State Circuit Design*, John Wiley and Sons, 1988
- [3] M. Makimoto and S. Yamashita, "Compact bandpass filters using stepped impedance resonators", *Proc. IEEE*, Vol. 67 (1), pp. 16-19, January 1979
- [4] M. Makimoto and S. Yamashita, "Bandpass filters using parallel-coupled stripline stepped impedance resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. MTT-28, pp. 1413-1417, December 1980
- [5] G. Matthaei, L. Young and E.M.T. Jones, *Microwave Filters, Impedance Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Norwood MA, 1980
- [6] J-T. Kuo y E. Shih, "Microstrip stepped impedance resonator bandpass filter with an extended optimal rejection bandwidth", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. 51 (5), pp. 1554-1559, May 2003
- [7] J-K. Lee, D.-H. Lee and Y-S. Kim, "A compact low-pass filter with double-step impedance shunt stub and defected ground structure for wideband rejection", *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 52, No. 1, pp. 132-134, January 2010
- [8] J. Park, J.-P. Kim and S. Nam, "Design of a novel harmonic-suppressed microstrip low-pass filter, *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 17, No. 6, pp. 424- 426, July 2007
- [9] T.C. Edwards and M.B. Steer, *Foundations of interconnect and microstrip design*, John Wiley and Sons, 2000
- [10] J.-S. Hong and M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, John Wiley and Sons, 2001
- [11] C. Caloz, "Dual Composite Right/Left-Handed (D-CRLH) Transmission Line Metamaterial", *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, Vol. 16, No. 11, pp. 585-587, November 2006
- [12] Rogers Corporation, [www.rogerscorporation.com](http://www.rogerscorporation.com)

- [13] Xuehui Guan, Guohui Li and Zhewang Ma, "Optimized Design of a Low-Pass Filter Using Defected Ground Structures", IEEE APMC2005 Proceedings, 2005
- [14] A.M.E. Safwat, S. Tretyakov and A.V. Raisanen, "Defected ground and patch-loaded planar transmission lines", IET Microw. Antennas Propag., Vol. 3, Iss. 2, pp. 195–204, 2009



**Resum:**

*En aquest projecte s'analitzen les limitacions de la implementació de ressonadors sèrie en derivació en tecnologia microstrip mitjançant un stub en derivació de salt d'impedància (SISS). L'esmentada estructura està composta per una línia d'alta impedància carregada amb una línia de baixa impedància acabada en circuit obert. El seu comportament en freqüència és equivalent al d'un ressonador sèrie en derivació sempre i quan les longituds de les seves línies siguin elèctricament petites. Sota aquestes condicions, bàsicament, la línia d'alta impedància sintetitza una inductància, mentre que la línia de baixa impedància una capacitat. La limitació en els valors mínim i màxim de la impedància característica que es poden implementar implica una limitació sobre la inductància i la capacitat que es poden sintetitzar mitjançant el SISS.*

**Resumen:**

*En este proyecto se analizan las limitaciones de la implementación de resonadores serie en derivación en tecnología microstrip mediante un stub en derivación de salto de impedancia (SISS). Dicha estructura está compuesta por una línea de alta impedancia cargada con una línea de baja impedancia terminada en circuito abierto. Su comportamiento en frecuencia es equivalente al de un resonador serie en derivación siempre y cuando las longitudes de sus líneas sean eléctricamente pequeñas. Bajo estas condiciones, básicamente, la línea de alta impedancia sintetiza una inductancia, mientras que la línea de baja impedancia una capacidad. La limitaciones en los valores mínimo y máximo de las impedancias características que se pueden implementar implican una limitación sobre la inductancia y la capacidad que se pueden sintetizar mediante el SISS.*

**Summary:**

*In this project it is analyzed the limitations on the implementation of shunt series resonators in microstrip technology through a stepped-impedance shunt stub (SISS). Such structure is composed of a high impedance line loaded with a low impedance open-ended line. Its frequency behaviour is equivalent to that of a shunt series resonator provided that the lengths of its lines are electrically small. Under these conditions, basically, the high impedance line synthesizes an inductance, whereas the low impedance line a capacitance. The limitations on the minimum and maximum values of the implementable characteristic impedances imply a limitation on the inductance and capacitance that can be synthesized by means of the SISS.*