



**Universitat  
Autònoma  
de Barcelona**

**Proyecto Final de Carrera**

Ingeniería Técnica de Telecomunicaciones  
Especialidad en Sistemas Electrónicos

---

# **Controladores PI con acción de reset**

Jonatan Izquierdo Fernández

---

Director: Salvador Alcántara  
Departamento de Telecomunicaciones e Ingeniería de Sistemas  
Escuela de Ingeniería  
Universidad Autónoma de Barcelona

Bellaterra, 22 de Junio de 2011

**Agradecimientos:**

A Asier Ibeas por darme la oportunidad de realizar este proyecto y a Salvador Alcántara por su orientación y apoyo en el desarrollo del mismo.



El tribunal da evaluación de este Trabajo Final de Carrera, reunido el \_\_\_\_\_, ha acordado conceder la siguiente calificación:

Presidente:

Vocal:

Secretario:



El infrascrito, **Salvador Alcántara**

Profesor/a de la Escuela de Ingeniería de la UAB,

**CERTIFICA:**

Que el trabajo al que corresponde esta memoria, ha sido realizado bajo su dirección por **Jonatan Izquierdo Fernández**.

Y por tal que conste, firma la presente.

Firmado:

Bellaterra, 22 de Junio de 2011.

# ÍNDICE

1.	Introducción.....	7
2.	Conceptos de control lineal .....	10
2.1	Sistemas de control en lazo cerrado.....	11
2.2	Control PID.....	12
2.2.1.	Acciones de control PID.....	13
2.2.1	Acción Proporcional.....	14
2.2.2	Acción Integral.....	14
2.2.3	Acción Derivativa.....	15
2.3	Elección del controlador .....	15
2.4	Control basado en modelo .....	16
2.4.1	Obtención del modelo mediante la curva de reacción.....	18
2.4.2	Aproximación mediante regla de la mitad.....	19
2.5	Criterios de desempeño.....	20
3.	Sintonizado .....	23
3.1	Ziegler Nichols .....	24
3.2	Cohen Coon .....	27
3.3	Sintonizado mediante optimización numérica.....	29
4.	Confrontación Servo/Regulatorio.....	32
4.1	Limitaciones del control lineal .....	32
4.2	Configuración de control lineal con dos grados de libertad .....	34
4.3	Control lineal conmutado.....	35
4.4	Mecanismo de Reset .....	38
4.4.1.	Modelo de reset basado en Integrador de Clegg.....	39
4.4.2.	Elemento de reset de primer orden.....	40
4.4.3.	Formas de aplicación del mecanismo de reset .....	41
4.5	Sintonizado propuesto de PI's .....	44
4.5.1.	IMC convencional .....	45
4.5.2.	Regla SIMC para controladores PI.....	47
4.5.3.	IMC Regulatorio.....	48
4.6	Comparativa alternativas IMC.....	49
4.7	CI + PI.....	51
4.7.1.	PI propuesto.....	51
4.7.2.	Reset propuesto .....	52
4.8	Diseño en Matlab .....	54
4.9	Especificaciones.....	56
5.	Resultados.....	63
5.1	Diseño IMC regulatorio sin Reset .....	63
5.2	Diseño con dos grados de libertad .....	64
5.3	Diseño IMC servo sin Reset .....	65
5.4	Diseño propuesto .....	65
5.5	Comparación general .....	66
6.	Conclusiones.....	68

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Componentes básicos de un sistema de control .....	11
Figura 2 Elementos de un sistema de control en lazo cerrado.....	12
Figura 3 Respuesta del sistema de primer orden con retardo .....	18
Figura 4 Sobre-pico de la respuesta del sistema a una entrada tipo escalón .....	24
Figura 5 Respuesta sistema de primer orden con retardo de transporte .....	25
Figura 6 Análisis entrada-salida planta del sistema realimentado.....	33
Figura 7 Esquema controlador con dos grados de libertad.....	35
Figura 8 Esquema Control Lineal Conmutado .....	36
Figura 9 Respuesta Sistema Conmutado vs No Conmutado .....	37
Figura 10 Esquema del integrador de Clegg .....	39
Figura 11 Comparativa reset no reset .....	41
Figura 12 Respuesta con reset por activación de flag .....	42
Figura 13 Respuesta con reset por cruce .....	43
Figura 14 Respuesta con reset por aproximación.....	44
Figura 15 Esquema convencional método IMC .....	45
Figura 16 Variación de la respuesta según IMC escogido .....	50
Figura 17 Respuesta del sistema sin mecanismo de reset .....	53
Figura 18 Respuesta del sistema con mecanismo de reset .....	54
Figura 19 Esquema sistema modo continuo .....	55
Figura 20 Respuesta IMC regulatorio sin reset .....	64
Figura 21 Respuesta sistema dos grados de libertad .....	64
Figura 22 Respuesta IMC servo sin reset .....	65
Figura 23 Respuesta diseño propuesto .....	66
Figura 24 Comparativa general .....	66

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1 Características de las constantes del controlador PID .....	13
Tabla 2 Parámetro Ziegler-Nichols método de lazo abierto.....	25
Tabla 3 Parámetros Ziegler-Nichols método de lazo cerrado .....	26
Tabla 4 Parámetros del controlador del método Cohen-Coon .....	28
Tabla 5 Valores de $K_c$ y $T_i$ según IMC.....	50
Tabla 6 Respuesta sistema con $h=0.1$ .....	58
Tabla 7 Respuesta sistema con $h=1$ .....	59
Tabla 8 Respuesta sistema con $h=1.5$ .....	60
Tabla 9 Respuesta sistema con $h=2$ .....	62

# 1.Introducción

El ser humano utiliza constantemente sistemas de control en su vida cotidiana, como en la vista, al caminar, al conducir un automóvil, al regular la temperatura de su cuerpo y otros. De igual manera, en el mundo tecnológico constantemente se utilizan sistemas de control. Cada uno de los sistemas de control requiere de un controlador. Los controladores son sistemas eléctricos o electrónicos que están permanentemente capturando señales de estado del sistema y que al detectar una desviación de los parámetros pre-establecidos del funcionamiento normal del sistema, actúan mediante sensores, controladores y actuadores, para llevar al sistema de vuelta a sus condiciones operacionales normales de funcionamiento. Un sistema de control controla la salida del sistema a un valor o secuencia de valores determinados. El objetivo de cualquier estrategia de control es mantener una variable llamada controlada próxima a un valor deseado conocido como consigna o "set-point". La consigna debe permanecer estable para que el sistema ofrezca un buen rendimiento.

En la respuesta de un sistema se pueden diferenciar dos tareas: la de servo y la de regulatorio. La tarea de servo consiste en el seguimiento a una consigna de entrada. La tarea de regulatorio es el rechazo del sistema cuando se produce algún tipo de perturbación. Normalmente, estas dos tareas se ven enfrentadas en el sentido en que la mejora del rendimiento de una implica el deterioro de la otra.

El controlador que es utilizado en más de un 95% de los sistemas en la industria moderna es el controlador PID (Proporcional, Integral y Derivativo). Es un controlador

realimentado cuyo propósito es hacer que el error en estado estacionario, entre la señal de referencia y la señal de salida de la planta, sea cero de manera asintótica en el tiempo, lo que se logra mediante el uso de la acción integral. Además, el controlador tiene la capacidad de anticipar el futuro a través de la acción derivativa, que tiene un efecto predictivo sobre la salida del proceso [1].

Los controladores PID son adecuados para resolver el problema de control de muchas aplicaciones en la industria, particularmente cuando la dinámica del proceso lo permite (en general procesos que pueden ser descritos por dinámicas de primer y segundo orden), y los requerimientos de desempeño son modestos (generalmente limitados a especificaciones del comportamiento del error en estado estacionario y una rápida respuesta a cambios en la señal de referencia).

Evidentemente, los controladores PID tienen ciertas limitaciones. Cuando éstos se usan solos, pueden dar un desempeño pobre cuando la ganancia del lazo del PID debe ser reducida para que no se dispare u oscile sobre el valor del "set-point", o necesite un tiempo excesivo para volver a éste después de aparecer una perturbación en el sistema. Para sobreponerse a éstas limitaciones, se cuenta con varios métodos que se valorarán a lo largo del proyecto.

En general, un controlador lineal de un grado de libertad mejora el rechazo de perturbaciones a costa de aumentar el sobre-pico debido a un cambio en la consigna. Si se quiere reducir el sobre-pico, ello implicará un rechazo a la perturbación más lento. Es decir, para controladores lineales, hay un compromiso entre sobre-pico y tiempo de subida/rechazo de la perturbación.

Existe una estructura de control en la que no se valora solamente el error como la entrada, sino también la misma salida. Se trata de controladores con dos entradas y una salida. Se conocen como controladores de dos grados de libertad. Este esquema mejora la respuesta del sistema, pero a costa de hacerlo más lento.

Con un controlador lineal de dos grados de libertad (2gdl), lo que se puede hacer es que el compromiso sea entre tiempo de subida y sobre-pico. Pero, por ser el 2gdl un control lineal, en general reducir el sobre-pico será a costa de hacer la respuesta más lenta (tiempo de subida mayor).

Otra manera para obtener respuestas buenas tanto en servo como en regulatorio consiste en utilizar un controlador para la tarea de servo y, una vez estabilizada la salida, conmutar a otro controlador diseñado para dar un buen rechazo a las perturbaciones. Esta idea se usará en este trabajo para mejorar el seguimiento de la referencia, una vez que el rechazo a la perturbación es satisfactorio. En concreto, el método adoptado consiste en modificar una de las constantes del controlador durante un periodo de tiempo estipulado para mejorar una de las dos respuestas. Es decir, resetearla. Se puede decir que la opción de reset es un caso particular de controlador conmutado. El control de reset fue introducido por Clegg [2] para tratar de superar algunas limitaciones inherentes al control lineal. Coloquialmente hablando, el reset es un elemento de control lineal cuya función es ponerse a cero durante cierto periodo de tiempo establecido. Clegg aplicó este concepto sobre un integrador (Integrador de Clegg) con el objetivo de mejorar el rendimiento en sistemas servo.

Posteriormente se aplicó este concepto sobre otro dispositivo, llamado elemento de reset de primer orden, FORE (First Order Reset Element). Recientemente, este concepto ha vuelto a despertar el interés de los investigadores, utilizándose en varias aplicaciones.



Uno de los objetivos de este proyecto es utilizar este mecanismo para mejorar la respuesta de un sistema en lazo cerrado en el contexto de controladores PI.

Con las estrategias no lineales (conmutadas, ó por RESET) lo que se puede hacer es intentar tener simultáneamente tiempos de subida bajos y sobre-pico bajos. Esto es lo que se explorará en este trabajo, para el caso concreto de PI + reset. Y se comparará con la estrategia típica de 2GDL PI.

Así pues, la idea será diseñar un controlador que reduzca el sobre-pico con un mecanismo de reset y, cuando éste no esté activo, tener un controlador que proporcione un buen rechazo a perturbaciones. Por tanto, la primera cuestión a resolver es cómo diseñar un buen controlador para rechazar perturbaciones (modo regulatorio). Para ello se usará un método analítico de diseño de controladores denominado IMC (Internal Model Control), que utiliza un parámetro,  $\lambda$ , para la sintonización, el cual determina la velocidad de la respuesta. Modificando dicho parámetro, se puede modificar la constante de tiempo del lazo cerrado y la velocidad de respuesta.[3]

Utilizando la acción de reset combinada con el método IMC, lo que se pretende es ofrecer tiempos de subida bajos para la tarea de servo y un buen rechazo a perturbaciones para la tarea de regulatorio. Con respecto a esquemas 1gdl lineales convencionales, las mejoras son que un controlador adecuado actúa en cada caso, y no se dispone de un único controlador actuando siempre. Con respecto a controladores 2gdl, en los que se puede diseñar un controlador lineal adecuado para la tarea regulatoria, y con el pre-filtro se puede reducir el sobre-pico que éste daría ante cambios de set-point, la limitación es que el sobre-pico se reduce provocando un respuesta más lenta.

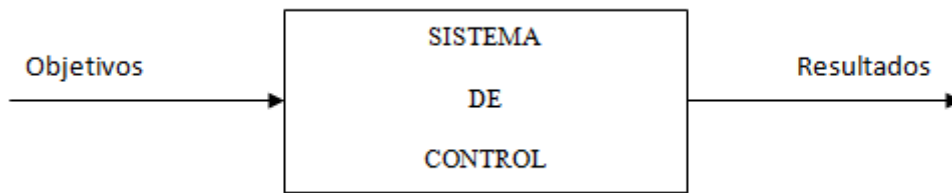
Así pues, con el mecanismo de reset, la tarea regulatoria sería igual que en un 2gdl, y en la tarea servo, la supuesta ventaja es que sería posible obtener el mismo nivel de sobre-pico con un tiempo de subida más alto. Esto es lo que se investiga a lo largo del proyecto.

## 2. Conceptos de control lineal

En los años recientes, los sistemas de control han asumido un papel cada vez más importante en el desarrollo de la civilización moderna y la tecnología. Prácticamente, cada aspecto de las actividades de nuestra vida diaria está afectado por algún sistema de control. Los sistemas de control se encuentran en gran cantidad en todos los sectores de la industria. Los componentes principales de un sistema de control se pueden describir mediante:

- Objetivos de control.
- Componentes del sistema de control.
- Resultados o salidas.

La relación básica de muestra en la Figura 1. Los objetivos de pueden identificar como entradas o señales actuantes,  $u$ , y los resultados como salidas o variables controladas,  $y$ . En general, el objetivo de un sistema de control es controlar las salidas en alguna forma prescrita mediante las entradas a través de los elementos del sistema de control.



**Figura 1 Componentes básicos de un sistema de control**

Como ejemplos de sistemas de control podemos considerar:

- Control de la dirección de un automóvil.
- Control de la velocidad en ralentí de un automóvil.
- Máquina de coser industrial.
- Etcétera...

Se considerarán dos tipos de clasificación para los sistemas de control. Éstos serán, por un lado, los sistemas de control en lazo abierto y los sistemas de control en lazo cerrado:

- Sistemas de control en lazo abierto (sistemas no realimentados): Aquellos en los que la variable de salida (variable controlada) no tiene efecto sobre la acción de control (variable de control).
- Sistemas de control en lazo cerrado (sistemas realimentados): Aquellos en los que la señal de salida del sistema (variable controlada) tiene efecto directo sobre la acción de control (variable de control). Éstos serán analizados puesto que el objetivo del proyecto se basa en sistemas de control en lazo cerrado.

Por otro lado, también se analizarán los sistemas de control con dos grados de libertad, que pueden satisfacer especificaciones que entran en conflicto y que los sistemas de control con un grado de libertad no pueden satisfacer [4]

## ***2.1 Sistemas de control en lazo cerrado***

La realimentación, como se puede observar en la Figura 2, consiste básicamente en una conexión desde la salida hacia la entrada del sistema para eliminar parte de las carencias que tienen los sistemas de control no realimentado. Para obtener un control más exacto, la señal controlada y debe ser realimentada y comparada con la referencia, y se debe enviar una señal actuante a través del sistema para corregir el error,  $e$ .

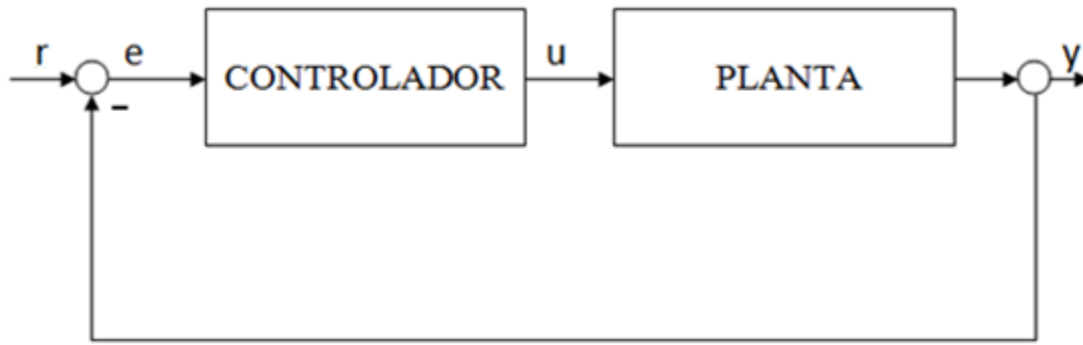


Figura 2 Elementos de un sistema de control en lazo cerrado

Un sistema con una o más trayectorias de realimentación como el que se acaba de describir se denomina sistema en lazo cerrado. Pero la realimentación no tiene efectos sólo en el error sino en características del desempeño del sistema como la estabilidad, ancho de banda, ganancia global y sensibilidad.

Pero, los dos factores principales para el uso de la realimentación son la incertidumbre y las perturbaciones desconocidas. La incertidumbre es la diferencia que hay entre el modelo matemático desarrollado y el sistema real. Aquí hay que tener muy en cuenta la robustez, que es la capacidad del sistema de control de satisfacer las especificaciones a pesar de la incertidumbre [5]. El objetivo de un control robusto es hacer que todas las posibles salidas de las diferentes plantas dentro de la incertidumbre pertenezcan a un conjunto de salidas aceptables.

La función de transferencia de un sistema de realimentado es

$$H(s) = \frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)}$$

Donde  $G(s)$  es la planta y  $C(s)$  el controlador. La salida de dicho sistema es

$$Y(s) = \frac{P(s)K(s)}{1+P(s)K(s)} R(s)$$

El tipo de controlador en lazo cerrado más utilizado en la industria es el controlador PID.

## 2.2 Control PID

Los controladores PID han demostrado ser robustos y extremadamente beneficiosos en el control de muchas aplicaciones de importancia en la industria. Históricamente, ya las primeras estructuras de control usaban las ideas del control PID. Sin embargo, no fue hasta el trabajo de Minorsky de 1922 [6], sobre conducción de barcos que el control PID cobró verdadera importancia teórica. Hoy en día, a pesar de la abundancia de sofisticadas herramientas y métodos avanzados de control, el controlador PID es aún el

más ampliamente utilizado en la industria moderna, controlando más del 95% de los procesos industriales en lazo cerrado [7].

En este apartado se estudiarán las 3 partes del controlador PID y su influencia en la respuesta del sistema.

### 2.2.1. Acciones de control PID

Un PID consta de 3 parámetros o constantes:

- Proporcional: Se puede ajustar como el valor de la ganancia del controlador.
- Integral: Indica la velocidad con la que se repite la acción proporcional.
- Derivativa: Se manifiesta cuando hay un cambio en el valor absoluto del error.

Tal y como se muestra en (2.1) y (2.2), la salida de estos tres términos son sumados para calcular la salida del controlador PID,

$$Y(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt + k_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.1)$$

La función de transferencia se puede expresar, en el dominio s, como:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (2.2)$$

En la tabla 1 se puede observar cómo afecta el aumento de cada una de las ganancias en lazo cerrado a aspectos tan importantes como son el tiempo de subida, sobre-pico, tiempo de establecimiento y error.

Respuesta lazo cerrado	Tiempo de subida	Sobre-pico	Tiempo de establecimiento	Error
$K_p$	Disminuye	Aumenta	Poco cambio	Disminuye
$K_i$	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Elimina
$K_d$	Poco cambio	Disminuye	Disminuye	Poco cambio

**Tabla 1 Características de las constantes del controlador PID**

Seguidamente se explica con más detalle cuales son las características de cada una de estas constantes del controlador y cómo afectan a la respuesta del sistema.

### 2.2.1 Acción Proporcional

La ley de un controlador proporcional está definida por

$$u(t) = u_b + K \cdot e(t)$$

donde  $u_b$  se relaciona con el offset considerando la ley de control de la ecuación (2.1). Se suele fijar como

$$u_b = \frac{u_{max} + u_{min}}{2}$$

Y generalmente toma un valor de cero. Así, en el dominio de Laplace, en condiciones iniciales nulas, la función de transferencia del controlador proporcional es

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K \quad (2.3)$$

Un aumento del valor fijo de la ganancia proporcional,  $K_p$ , conllevará los efectos siguientes sobre el lazo de realimentación:

- Reducción del crecimiento de la respuesta hacia la consigna si el proceso es lineal con ganancia canónica positiva
- Reducción del error en estado estable u offset, ya que, cuanto mayor es la ganancia proporcional, menor será la señal de error que actúa.

### 2.2.2 Acción Integral

La acción de control integral genera una señal de control proporcional a la integral de la señal de error:

$$u(t) = K_i \int_0^t e(t) dt$$

que en términos de la variable compleja implica una función de transferencia:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Esta acción elimina el offset, pero se obtiene una mayor desviación de la señal de referencia, la respuesta es más lenta y el periodo de oscilación es mayor que en el caso de la acción proporcional. A lo largo de la memoria se observará cómo la parte integral del controlador propuesto será un aspecto clave para el desarrollo de los métodos de mejora de la respuesta del sistema a una entrada tipo escalón.

### 2.2.3 Acción Derivativa

La acción de control derivativa genera una señal de control proporcional a la derivada de la señal de error:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

que en términos de la variable compleja implica una función de transferencia:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$$

La acción de control derivativa tiene el efecto de incrementar la estabilidad relativa del sistema, al reducir el sobre-impulso y mejorar la respuesta transitoria, pero en cambio no actúa un régimen permanente ya que la derivada de una señal de error constante es nula. Si tiene demasiada influencia sobre la acción global de regulación, entonces la respuesta del sistema puede ser excesivamente lenta.

## 2.3 Elección del controlador

La primera decisión en el diseño de un sistema de control PID es la elección del controlador. Posteriormente se ajustarán los parámetros del mismo. A una buena elección del tipo de controlador a emplear (P, PI, PD o PID) ayudarán las consideraciones siguientes:

### - Controlador P

En ciertos tipos de procesos es posible trabajar con una ganancia elevada sin tener ningún problema de estabilidad en el controlador. Muchos procesos que poseen una constante de tiempo dominante o son integradores puros caen en esta categoría. Una alta

ganancia en un controlador P significa que el error en estado estacionario será pequeño y no se necesitará incluir acción integral.

- **Controlador PD**

En líneas generales, el control PD puede ser apropiado cuando el proceso a controlar incorpore ya un integrador. También son válidos procesos en que es posible trabajar con ganancias elevadas en el controlador sin que sea necesario introducir la acción integral. La acción derivativa es sensible al ruido, ya que a altas frecuencias tiene una ganancia relativamente elevada. Por lo tanto, en presencia de altos niveles de ruido se debe limitar dicha ganancia, o prescindir de la acción derivativa.

- **Controlador PI**

Es la estructura más usual del controlador. La introducción de la acción integral es la forma más simple de eliminar el error en régimen permanente. Otro caso en el que es común utilizar la estructura PI es cuando el desfase que introduce el proceso es moderado. La acción derivativa, más que una mejora en esta situación es un problema ya que amplifica el ruido existente. También se recomienda la acción PI cuando hay retardos en el proceso, ya que, es este tipo de procesos la acción derivativa no resulta apropiada en este tipo de sistemas. Un tercer caso en el que se debería prescindir de la acción derivativa es cuando el proceso está contaminado con niveles de ruido elevados.

- **Controlador PID**

La acción derivativa suele mejorar el comportamiento del controlador, ya que permite aumentar las acciones proporcional e integral. Se emplea para mejorar el comportamiento de procesos que no poseen grandes retardos pero que sí presentan grandes desfases. Este es el caso típico de procesos con múltiples constantes de tiempo.

## **2.4 Control basado en modelo**

En un sistema sin retardo, cuando se produce un cambio en la entrada, éste se traslada directamente a la salida. Pero, en realidad, existe un intervalo de tiempo durante el cual no se observa ningún efecto en la salida. Este intervalo de tiempo se conoce como tiempo muerto o retardo puro. Si se introduce un retardo al sistema, la salida sigue exactamente la misma trayectoria que la entrada, pero retrasada en el tiempo. Funcionalmente,  $Salida_{(t)} = Entrada_{(t-t_0)}$ , es decir, la salida será igual a la entrada a cabo del tiempo que corresponde al tiempo muerto.



El tiempo de retardo puro no suele existir en los procesos industriales continuos. Normalmente suele ir asociado a funciones de primer o segundo orden. A ello se le conoce como enfoque basado en modelo de planta. En este caso ese modelo es el de una planta de primer orden con retardo.

Existen también procesos cuya dinámica es de segundo orden, pero necesitan ser tratados como si fueran de primer orden. Para ello parte de la respuesta inicial se puede tomar como tiempo muerto aparente.

Un sistema de primer orden con retardo se modela como

$$G(s) = K \frac{e^{-\theta_0 s}}{Ts+1} \quad (2.4)$$

dónde  $\theta_0$  es el tiempo de retardo.

Cuando el retardo de tiempo afecta a la señal de entrada (o salida) del sistema, un enfoque común es eliminar el efecto de la señal de retraso para llegar a un sistema libre de este. Un enfoque de aproximación puede usar las expansiones de Taylor o Padé del operador de retraso. Con la aproximación de Taylor, el retardo del sistema toma la forma

$$e^{-\theta_0 s} \approx 1 - s\theta_0 \quad \text{y} \quad e^{-\theta_0 s} = \frac{1}{e^{\theta_0 s}} \approx \frac{1}{1+\theta_0 s} \quad (2.5)$$

Mientras que con la de Padé se obtiene

$$e^{-\theta_0 s} \approx \frac{1 - \frac{\theta_0 s}{2}}{1 + \frac{\theta_0 s}{2}}$$

Muchos procesos se modelan con el modelo de primer orden con retardo, aunque en realidad tengan dinámicas más complicadas o sean de un orden mayor. Incluso algunos no tienen ni retardo y se siguen modelando así de todas formas. Estos modelos de orden reducido son convenientes para obtener reglas de sintonizado simples para controladores industriales PI/PID. De esta forma, el primer paso es diseñar un procedimiento simple de reducción de modelo que conserve las principales características del proceso. Esto es, dada una planta descrita por

$$g_0(s) = \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{k \prod_j (-T_{0,j}^{inv} s + 1)}{\prod_i (-\tau_{0,i} s + 1)} e^{-\theta_0 s}$$

donde  $T_{0,j}^{inv}$  son las constantes de tiempo de respuesta inversa,  $\tau_{0,i}$  son las constantes de tiempo de lazo abierto ordenadas de acuerdo a su magnitud, y  $\theta_0$  es el tiempo de retardo de lazo abierto. El primer paso es obtener un modelo aproximado de primer orden  $g(s)$ . A partir de aquí se encuentran dos métodos para obtener un modelo aproximado. Uno basado en estimar el modelo a través de la curva de su respuesta [8], mientras que el otro es la regla media de Skogestad.

### 2.4.1 Obtención del modelo mediante la curva de reacción

Una vez obtenido el modelo aproximado de primer orden, hay que fijarse en la Figura 3, que muestra su respuesta.

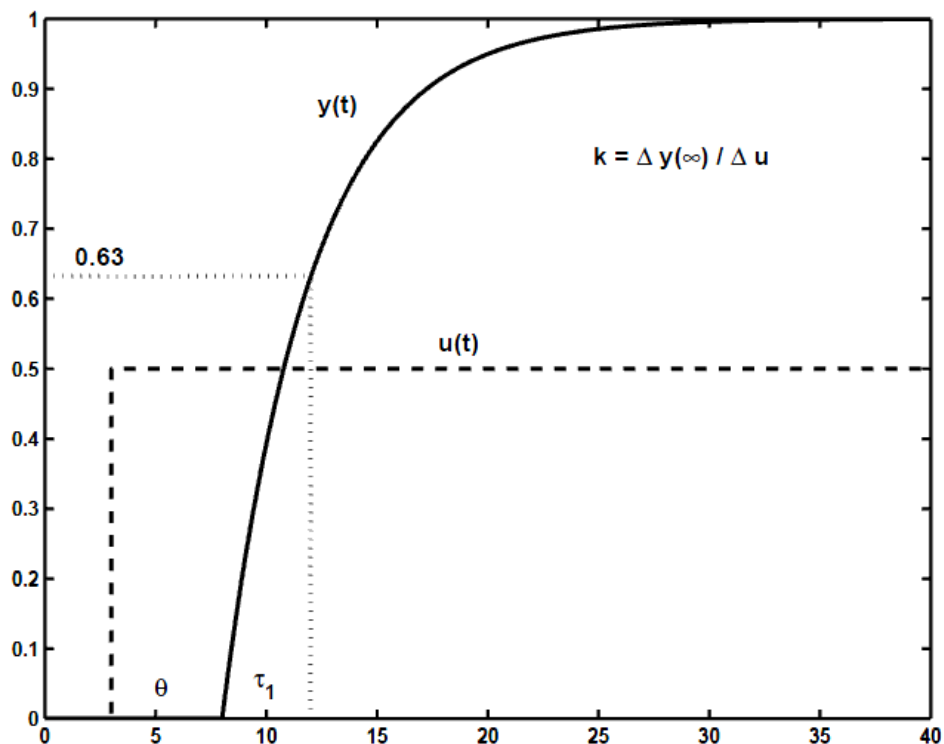


Figura 3 Respuesta del sistema de primer orden con retardo

Donde se encuentran las siguientes constantes:

- Ganancia de planta,  $k$ .
- Constante de tiempo,  $\tau_1$ .
- Tiempo de retardo,  $\Theta$ .

Si la respuesta del sistema es dominada por el retardo, por ejemplo, si  $\tau_1 > 8\Theta$  aproximadamente, entonces los valores de la constante de tiempo  $\tau_1$  y de la ganancia  $k$  serán difíciles de obtener, pero al mismo tiempo no son esenciales para el diseño del

controlador. Los sistemas con retardo se pueden aproximar mediante integración, usando

$$\frac{k}{\tau_1 s + 1} \approx \frac{k}{\tau_1 s} \approx \frac{k'}{\tau_1 s} \quad (2.6)$$

Lo cual es exacto cuando  $\tau_1 \rightarrow \infty$  o  $1/\tau_1 \rightarrow 0$ . En ese caso se debe de obtener el valor para la pendiente, que por definición es

$$k' = k/\tau_1$$

El problema de obtener el retardo efectivo,  $\Theta$  (igual de bien que el resto de parámetros) se puede exponer como un problema de estimación. Sin embargo, la meta es usar el retardo para obtener los parámetros del controlador, así como un mejor enfoque puede ser encontrar una aproximación que reporte un método de sintonización resultando en una mejor respuesta en lazo cerrado (en este aspecto, ‘mejor’, por ejemplo, puede ser la minimización en error IAE con un valor específico de sensibilidad,  $M_s$ ). Sin embargo, el principal objetivo no es ‘optimización’ pero sí ‘simplicidad’, así que se propone otro método muy simple de aproximación a continuación.

### 2.4.2 Aproximación mediante regla de la mitad

En la aproximación de Taylor de (2.5), se puede ver la constante de tiempo de respuesta inversa  $T_{0,j}^{inv}$ , que también puede ser aproximada por

$$(-T_{0,j}^{inv} s + 1) \approx e^{-T_{0,j}^{inv} s}$$

Entonces, se puede obtener esta otra aproximación

$$\frac{-T_{0,j}^{inv} s + 1}{\tau_0 s + 1} e^{-\theta_0 s} \approx e^{-\theta_0 s} \cdot e^{-T_{0,j}^{inv} s} \cdot e^{-\tau_0 s} = e^{-(\theta_0 + T_{0,j}^{inv} + \tau_0) s} = e^{-\Theta s}$$

Así el retardo efectivo  $\Theta$  se puede asumir como la suma del retardo original  $\Theta_0$ , y la contribución de varios términos aproximados. Además, para una implementación digital con periodo de muestro  $h$ , la contribución al tiempo de retardo efectivo es aproximadamente  $h/2$  (que es la media de tiempo que el controlador necesita para responder a un cambio).

Para obtener el modelo aproximado, la regla media de Skogestad [9] establece que la constante de tiempo (retardo) más grande despreciada (denominador) se debe distribuir en partes iguales entre el tiempo de retardo efectivo y la constante de tiempo más

pequeña retenida. Entonces para obtener un modelo de primer orden se usa la siguiente relación

$$\tau_1 = \tau_{0,1} + \frac{\tau_{0,2}}{2}$$

y

$$\Theta = \theta_0 + \frac{\tau_{0,2}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{0,i} + \sum_j T_{0,j}^{inv} + \frac{h}{2}$$

Donde  $h$  es el periodo de muestreo.

La base del método empírico de la regla de la mitad es mantener la robustez del PI propuesto.

Estas relaciones descritas están orientadas a mantener ciertas propiedades de robustez de las reglas de sintonizado PI/PID. Esto es, manteniendo los polos dominantes, el modelo reducido proporciona una sobrealimentación sobre la magnitud de la planta.

## 2.5 Criterios de desempeño

Un sistema de control con realimentación es valioso ya que permite al ingeniero ajustar la respuesta transitoria. Además, la sensibilidad del sistema y el efecto de las perturbaciones se pueden reducir significativamente. Sin embargo, como requisito adicional, se debe examinar y comparar el error final en el estado estacionario para un sistema de lazo abierto y de lazo cerrado. El error en estado estacionario es el error después de que la respuesta transitoria haya decaído, permaneciendo únicamente la respuesta continua.

El error del sistema de lazo abierto mostrado es

$$E_o(s) = R(s) - Y(s) = (I - G(s))R(s)$$

El error del sistema en lazo cerrado,  $E_c(s)$ , cuando  $H(s) = 1$ , es

$$E_c(s) = \frac{1}{1+G(s)}R(s)$$

Para calcular el error en estado estacionario, se utiliza el teorema del valor final, que es:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s)$$

Por tanto, usando una entrada de escalón unitario como entrada comparable, para el sistema en lazo abierto se obtiene

$$e_0(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s(1 - G(s))\left(\frac{1}{s}\right) = \lim_{s \rightarrow 0} (1 - G(s)) = 1 - G(0)$$

Para el sistema en lazo cerrado, cuando  $H(s) = 1$ , se tiene

$$e_c(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s\left(\frac{1}{1+G(s)}\right)\left(\frac{1}{s}\right) = \frac{1}{1+G(0)}$$

El valor de  $G(s)$  cuando  $s = 0$  se suele denominar ganancia de lazo cerrado y normalmente es mayor que la unidad. Por tanto, el sistema en lazo abierto generalmente tendrá un error en estado estacionario de magnitud significativa. En contraste, el sistema en lazo cerrado, con una ganancia de lazo cerrado razonablemente grande  $G(0)$ , tendrá un error pequeño.

El sistema en lazo abierto puede tener un error en el estado estacionario igual a cero simplemente ajustando y calibrando la ganancia de lazo cerrado,  $G(0) = 1$ . Con ello sería fácil preguntarse el porqué de la utilización de sistemas en lazo cerrado en vez de lazo abierto. Durante la operación de calibrado de la ganancia del sistema es inevitable que los parámetros de  $G(s)$  cambien debido a factores externos, y la ganancia en lazo cerrado del sistema ya no será igual a la unidad. Sin embargo, como se trata de un sistema en lazo abierto, el error en el estado estacionario seguirá siendo diferente de cero hasta que el sistema se mantenga y se calibre de nuevo. Por otro lado, el sistema con realimentación de lazo cerrado verifica continuamente el mencionado error y proporciona una señal con el objetivo de reducirlo. Por esto se observa la sensibilidad del sistema a los cambios de parámetros, a los efectos externos y a los errores de calibración, que es lo que estimula la introducción de la realimentación negativa.

La ventaja del sistema en lazo cerrado es que reduce el error en estado estacionario resultante de los cambios de parámetros y los errores de calibración.

Para evaluar la respuesta transitoria del sistema en lazo cerrado se pueden usar los mismos criterios que son utilizados normalmente para ajustar las constantes en el controlador PID. Éstos son:

1. Integral del error al cuadrado o ISE (Integral Square Error), un criterio de comportamiento propuesto comúnmente para los sistemas de control.

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt$$

El ISE es relativamente insensible a pequeños errores, pero los grandes errores contribuyen fuertemente al valor de la integral. Consecuentemente, utilizando el ISE como criterio de comportamiento dará como resultado una respuesta con pequeños sobre-picos pero largos tiempos de estabilización, puesto que los pequeños errores a lo largo del tiempo contribuyen muy poco a la integral.

2. Integral del valor absoluto del error o IAE (Integral of the Absolute value of the Error), propuesto con frecuencia como criterio de comportamiento.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e| dt$$

Este criterio es más sensible a pequeños errores, pero menos sensible que el ISE a grandes errores.

3. Integral del tiempo multiplicado por el valor absoluto del error o ITAE (Integral of the Time multiplied by the Absolute value of the Error).

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e| dt$$

ITAE es insensible a los errores iniciales, y a veces inevitables, pero penaliza fuertemente los errores que permanecen a lo largo del tiempo. La respuesta óptima definida por ITAE, consecuentemente, mostrará tiempos cortos de respuesta total y mayor sobre-pico que los otros criterios.

## 3. Sintonizado

El ajuste de parámetros es frecuente en procesos industriales, no sólo en los trabajos de puesta en marcha, sino también cuando se detectan cambios sustanciales del comportamiento del proceso. Si se puede obtener un modelo matemático de una planta, es posible aplicar diversas técnicas de diseño con el fin de determinar los parámetros del controlador que cumpla las especificaciones en estado transitorio y en estado estable del sistema en lazo cerrado. Sin embargo, si la planta es tan complicada que no es fácil obtener su modelo matemático, tampoco es posible un enfoque analítico para el diseño del controlador PID. Las técnicas experimentales están especialmente orientadas al mundo industrial, donde existen grandes dificultades para obtener una descripción matemática. Las reglas de ajuste son:

Prueba y error. Se necesitan unos criterios básicos y largo tiempo de ensayo.

Sintonía en lazo abierto. Experimental.

Sintonía en lazo cerrado. Experimental.

Sintonía con especificaciones frecuenciales. Experimental

Sintonía analítica. Requiere modelo matemático fiable.

Las especificaciones de funcionamiento que se pueden imponer en un proceso están sujetas a diversas limitaciones. Por ejemplo, con un controlador proporcional sería incompatible pedir a la vez máxima precisión y la máxima estabilidad porque la mejora de una de ellas origina un perjuicio en la otra.

En el caso del uso de PID, para el buen desempeño de sistemas industriales se requiere de especificaciones de diseño complicadas. Para los controladores PID, algunas de éstas son las siguientes:

- Diseñar un controlador robusto que mantenga las variables del proceso razonablemente cerca de los valores deseados.
- Diseñar un controlador que mantenga las variables del proceso tan cerca como sea posible de las especificaciones dadas.
- Diseñar un controlador donde la variable de salida del proceso pueda seguir variaciones en la referencia.
- Diseñar un controlador que mantenga las variables del proceso dentro de un rango dado.

A continuación se van a estudiar algunas sintonías puramente experimentales que se conocen y cómo afectarán al rendimiento del controlador PID que se propone. También se implementa un método de sintonización sujeto a las condiciones que proporciona el controlador escogido y cuáles son sus resultados.

### 3.1 Ziegler Nichols

Ziegler y Nichols propusieron unas reglas para determinar los valores de la ganancia proporcional  $K_p$ , del tiempo integral  $T_i$  y del tiempo derivativo  $T_d$ , con base en las características de respuesta transitoria de una planta específica.

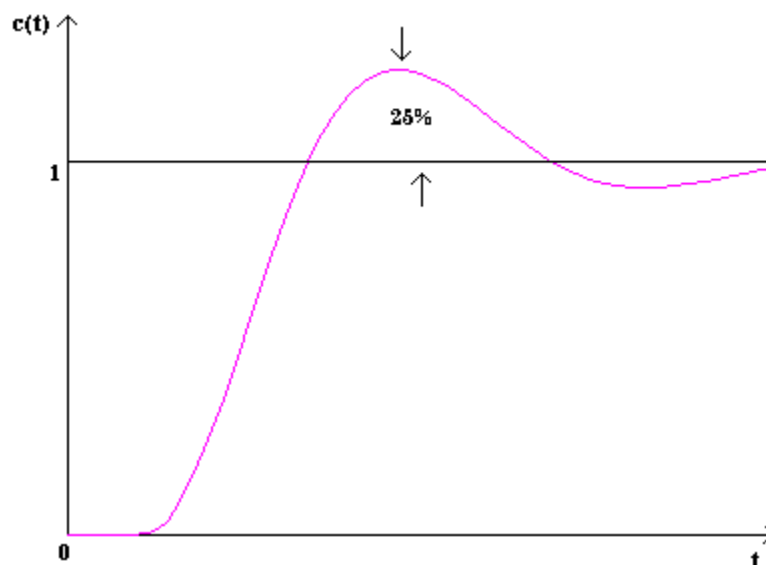


Figura 4 Sobre-pico de la respuesta del sistema a una entrada tipo escalón



Existen dos métodos denominados reglas de sintonización de Ziegler-Nichols. En ambos se pretende obtener un 25% de sobre-pico máximo en la respuesta escalón. Esto se puede observar en la Figura 4.

### Primer método (mediante lazo abierto)

En el primer método, la respuesta de la planta a una entrada escalón unitario se obtiene de manera experimental. Si la planta no contiene integradores ni polos dominantes complejos conjugados, la curva de respuesta escalón unitario puede tener forma de S, como se observa en la Figura 5. Si la respuesta no exhibe una curva con forma de S, este método no es pertinente. Tales curvas de respuesta escalón se generan experimentalmente o a partir de una simulación dinámica de la planta. La curva con forma de S se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo  $L$  y la constante de tiempo  $T$ . El tiempo de retardo y la constante de tiempo se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea  $c(t)=K$ , como se aprecia en la Figura 5. En este caso, la función de transferencia  $C(s)/U(s)$  se aproxima mediante un sistema de primer orden con un retardo de transporte del modo siguiente:

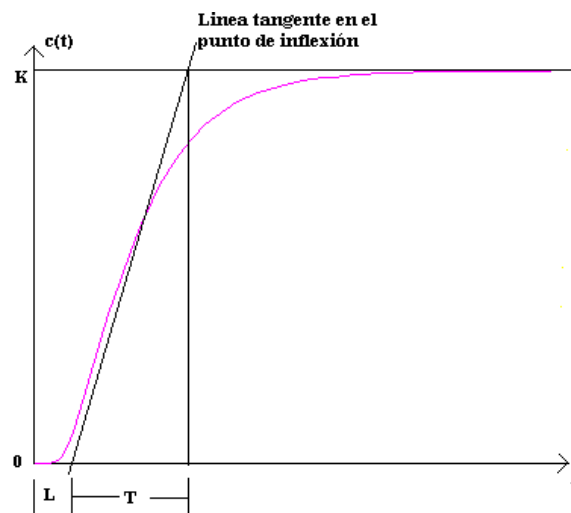


Figura 5 Respuesta sistema de primer orden con retardo de transporte

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$\frac{T}{L} 0.9$	$\frac{L}{0.3}$	0
PID	$\frac{T}{L} 1.2$	2L	0.5L

Tabla 2 Parámetro Ziegler-Nichols método de lazo abierto

Las técnicas en lazo abierto se suelen usar sólo en procesos lentos tales como control de temperatura, mientras que en procesos rápidos (caudal, presión) el enfoque en lazo cerrado es mucho más rápido y seguro.

Si la planta no presenta una respuesta en forma de S se puede utilizar este método para sintonizar el PID.

### Segundo método (mediante lazo cerrado)

En el segundo método, primero se establece  $T_i=0$  y  $T_d=0$ . Usando sólo la acción de control proporcional, se incrementa  $K_p$  de 0 a un valor crítico,  $K_{cr}$ , en donde la salida exhiba primero oscilaciones sostenidas. Por tanto, la ganancia crítica  $K_{cr}$  y el periodo  $P_{cr}$  correspondiente se determinan experimentalmente. Si la salida no presenta oscilaciones sostenidas para cualquier valor que pueda tomar  $K_p$ , no se aplica este método. Ziegler-Nichols sugirieron que se establecieran los valores de los parámetros  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$  de acuerdo con la fórmula que aparece en la siguiente Tabla 3.

Tipo de controlador	$K_p$	$T_i$	$T_d$
<b>P</b>	$0.5K_{cr}$	$\infty$	0
<b>PI</b>	$0.45K_{cr}$	$\frac{1}{1.2}P_{cr}$	0
<b>PID</b>	$0.6K_{cr}$	$0.5P_{cr}$	$0.125P_{cr}$

Tabla 3 Parámetros Ziegler-Nichols método de lazo cerrado

Puede ser necesario retocar finalmente la acción proporcional para mantener la relación de decadencia.

Conviene darse cuenta de que, si el sistema tiene un modelo matemático conocido (como la función de transferencia), entonces se puede emplear el método del lugar de las raíces para encontrar la ganancia crítica  $K_{cr}$  y la frecuencia de las oscilaciones sostenidas  $w_{cr}$ , donde  $\frac{2\pi}{w_{cr}} = P_{cr}$ . Estos valores se pueden determinar a partir de los puntos de cruce de las ramas del lugar de las raíces con el eje  $jw$ .

### Notas

Las reglas de sintonización de Ziegler-Nichols se han usado, junto con otras reglas, para sintonizar controladores PID en los sistemas de control de procesos en los que no se conoce con precisión la dinámica de la planta. Tales reglas de sintonización han demostrado ser muy útiles durante muchos años. Por supuesto, las reglas de sintonización de Ziegler-Nichols no se aplican a las plantas cuya dinámica se conoce. En estos casos, se cuenta con muchos enfoques analíticos y gráficos para el diseño de controladores PID, además de las reglas de sintonización de Ziegler-Nichols.

Pero, a pesar de la existencia de la teoría de la que actualmente se cuenta sobre PID, en muchas aplicaciones industriales todavía se siguen utilizando las reglas de Ziegler-Nichols (Z-N) para sintonizar controladores PID. Esto es una situación bastante inadecuada, porque es conocido que las reglas (Z-N) dan resultados muy pobres en muchos casos, por ejemplo, éstas dan una respuesta oscilatoria ante cambios de referencia (Åström y Hägglund 2001 [10]).

### 3.2 Cohen Coon

El método Cohen-Coon está basado en el modelo de primer orden con retardo

$$G_p = \frac{K_p}{1+sT} e^{-sL}$$

El objetivo del método es el rechazo a perturbaciones. Intenta posicionar los polos dominantes para ofrecer una disminución del sobre-pico igual a la cuarta parte de la amplitud. Para controladores P y PD los polos son ajustados para ofrecer la máxima ganancia, con la restricción de la disminución del sobre-pico. Ello minimiza el error en estado estacionario debido a las perturbaciones de carga. Para PI y PID, la ganancia integral es maximizada

$$K_i = \frac{K}{T_i}$$

Esto se corresponde a una minimización del IE, es decir, que se minimiza el error integral debido a una perturbación de tipo escalón. A los controladores PID se les asignan tres polos en lazo cerrado; dos polos son complejos, y el tercer polo es posicionado a la misma distancia del origen que los otros dos. El polo dominante es ajustado para ofrecer la disminución del sobre-pico de un cuarto de amplitud, y la distancia de los polos al origen es ajustada para minimizar el IE.

Controlador	K	T <sub>i</sub>	T <sub>d</sub>
P	$\frac{1}{a} \left(1 + \frac{0.35\tau}{1 - \tau}\right)$		
PI	$\frac{0.9}{a} \left(1 + \frac{0.92\tau}{1 - \tau}\right)$	$\frac{3.3 - 3.0\tau}{1 + 1.2\tau} L$	
PD	$\frac{1.24}{a} \left(1 + \frac{0.315\tau}{1 - \tau}\right)$		$\frac{0.27 - 0.36\tau}{1 + 0.87\tau} L$
PID	$\frac{1.35}{a} \left(1 + \frac{0.18\tau}{1 - \tau}\right)$	$\frac{2.5 - 2.0\tau}{1 - 0.39\tau} L$	$\frac{0.37 - 0.37\tau}{1 - 0.81\tau} L$

Tabla 4 Parámetros del controlador del método Cohen-Coon

Como el proceso está caracterizado por tres parámetros ( $K_p$ ,  $L$  y  $T$ ), es posible obtener fórmulas de optimización en que los parámetros del controlador se expresan en función de estos otros parámetros. Tales fórmulas fueron derivadas por Cohen y Coon basándose en cálculos analíticos y numéricos. Los parámetros

$$a = \frac{K_p L}{T}$$

y

$$\tau = \frac{L}{L+T}$$

aparecen en la Tabla 4. Comparando con la tabla Ziegler-Primera, se puede afirmar que los parámetros del controlador son parecidos a los obtenidos por Ziegler-Nichols para  $\tau$  pequeñas. Se puede afirmar también que, aumentando  $\tau$  se aumenta la constante de integración. Este método, sin embargo, no es favorable cuando se disminuye muy poco el sobre-pico, puesto que ello significa que el sistema obtenido en lazo cerrado tiene una alta sensibilidad y baja amortiguación.

### 3.3 Sintonizado mediante optimización numérica

El método que se intentó elaborar en este proyecto fue derivar unas reglas de sintonía mediante un método estrictamente numérico, no analítico como, por ejemplo, el control por modelo interno (IMC). Lo que se pretende lograr mediante este método es optimizar el error integral absoluto (IAE) tanto en el seguimiento a una consigna como en el rechazo a perturbaciones, manteniendo siempre los valores de robustez y frecuencia de corte (frecuencia cuando la ganancia del lazo es la unidad) adecuados [10].

Para desarrollar este método se deben seguir los siguientes pasos:

1. Normalizar el proceso. Considérese el sistema de primer orden con retardo

$$G_s = K_g \frac{e^{-sh}}{\tau s + 1}$$

donde  $K_g$  es la ganancia y  $\xi$  el coeficiente de amortiguamiento. Para normalizar el proceso debemos considerar que

$$\bar{s} = s\tau$$

así que, la planta normalizada es

$$\bar{G}_s = K_g \frac{e^{-\frac{h}{\tau}\bar{s}}}{\bar{s} + 1} \quad (3.1)$$

Una vez obtenido el proceso normalizado, se debe normalizar el PID. Considérese el siguiente esquema de PID

$$C = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (3.2)$$

Los parámetros de normalización son  $\bar{T}_i = \frac{T_i}{\tau}$ ,  $\bar{T}_d = \frac{T_d}{\tau}$ ,  $\bar{K} = K K_c$ . Por tanto, el controlador normalizado es

$$\bar{C} = \bar{K} \left( 1 + \frac{1}{\bar{T}_i s} + \bar{T}_d s \right)$$

De este modo, utilizando los valores obtenidos en (3.1) y (3.2), obtenemos que

$$L = \overline{G}_s \overline{C} = K_g \frac{e^{-s\tau}}{s+1} \overline{K} \left( 1 + \frac{1}{\overline{T}_i s} + \overline{T}_d s \right)$$

2. El segundo paso es obtener unas funciones para las constantes del controlador normalizadas que dependan del factor de amortiguamiento, para luego poder obtener los valores correspondientes según se varíe éste. Estas expresiones se utilizarán más tarde para poder obtener los valores de dichas constantes sin normalización.

$$\overline{K} = f_1(\xi) \rightarrow K_c = \frac{f_1(\xi)}{K}$$

$$\overline{T}_i = f_2(\xi) \rightarrow T_i = \tau f_2(\xi)$$

$$\overline{T}_d = f_3(\xi) \rightarrow T_d = \tau f_3(\xi)$$

Dónde el coeficiente de amortiguamiento es  $\xi = \frac{h}{\tau}$ .

3. El siguiente paso es establecer ciertas restricciones para que el sistema esté dentro de los límites de estabilidad y robustez necesarios. Conociendo la función de transferencia del sistema, en (3.3) se define  $M_s$ , que es la inversa de la distancia más corta de la curva de Nyquist del lazo cerrado de la función al punto crítico situado en -1 y es una medida de la estabilidad de la robustez.[11]

$$M_s = \max \left| \frac{1}{1+G(jw)} \right| \quad (3.3)$$

El valor de  $M_s$  típicamente se sitúa en una rango de 1.4 a 2.0 y suele utilizarse el valor 2.0. En el caso de este proyecto se sitúa el valor en 1.6.

Considérese que  $e_d$  es el error causado por un cambio en el valor de la consigna. Se puede definir

$$J = \int_0^{\infty} |e_d(t)| dt$$

Que por definición es el error integral absoluto. Este error debe ser minimizado lo máximo posible para que el resultado de todo el proceso sea satisfactorio.

4. El siguiente paso consiste en encontrar, numéricamente, los valores idóneos para las constantes del controlador cuando se cambia el valor del factor de amortiguamiento del sistema. Los valores que toma  $\xi$  están dentro del rango que va desde 0 a 2.0 y se toman cada 0.1 unidades. Hay que tener en cuenta a la hora de introducir dichos valores las restricciones que se mencionan en el punto 3.

Una vez introducidos estos valores en una tabla, se dibuja un gráfico por cada una de las constantes dependiendo del valor que se adjudica a  $\xi$ .

Cuando el gráfico ha sido dibujado, se puede recurrir a programas de optimización de gráficos, los cuales proporcionan una función por cada uno de los gráficos obtenidos.

5. El último paso para conseguir las reglas de diseño es utilizar las relaciones descritas en el apartado 2 para establecer las pautas sobre las que se debe diseñar.

Una vez finalizado todo el proceso, lo que se obtiene son unas sencillas reglas de sintonizado que proporcionan un controlador idóneo dada una planta determinada. Es decir, que observando la planta sobre la que se quiere trabajar, se pueden utilizar esas reglas para obtener el controlador que proporcione una buena respuesta. Todo ello se puede hacer de una forma automática, facilitando al máximo el trabajo de hacerlo en cada una de las plantas que se analizan.

A la hora de realizar el sintonizado automático, existen problemas e incompatibilidades con algunos sistemas. Como resultado de estas dificultades, en pocas ocasiones los controladores PID (PI en nuestro caso) son sintonizados óptimamente y además, los ingenieros necesitan establecer un compromiso entre el desempeño y el tiempo disponible para lograrlo. Esto hace que el sintonizado sea más subjetivo, y dependa del ingeniero que lo realice.

En este proyecto se descartó la posibilidad de establecer unas reglas de sintonía para el diseño del controlador debido a que no siempre se podían satisfacer los requerimientos del sistema en cuanto a robustez se refiere.

## 4. Confrontación Servo/Regulatorio

Como se verá a continuación, un esquema lineal no podrá, en general, tener buen rechazo a perturbaciones y sobre-pico bajo. Es lo mismo que pedir tiempo de subida pequeño con sobre-pico pequeño. Una alternativa se encuentra en el esquema de dos grados de libertad. Otra alternativa es utilizar el mecanismo de reset, que es una variación del mecanismo de conmutación.

En este apartado se analizan, también, las limitaciones que tienen los controladores lineales y los métodos existentes para poder sobreponerse a las mismas.

### ***4.1 Limitaciones del control lineal***

Una de las limitaciones del control lineal es que no se puede mejorar el desempeño en modo servo y en modo regulatorio al mismo tiempo [12]. Si se mejora uno de ellos, empeorará el otro y viceversa. En la Figura 6, se puede observar el esquema de un



sistema con perturbaciones, en el cual aparece el problema mencionado. Las perturbaciones aparecerán después de la acción del controlador y antes de la planta.

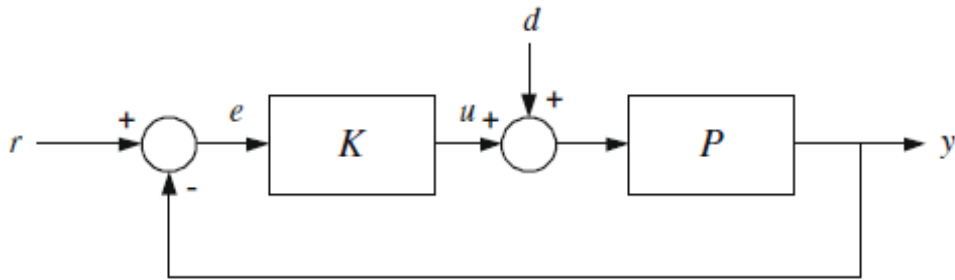


Figura 6 Análisis entrada-salida planta del sistema realimentado

Una de las reglas básicas de control es

$$S + T = I \quad (4.1)$$

donde  $S$  es la función sensibilidad del sistema, que describe la atenuación en las perturbaciones que proporciona la realimentación, y  $T$  la sensibilidad complementaria, que especifica la dinámica del seguimiento de la referencia.

A medida que aumenta la sensibilidad disminuye el índice de desempeño y viceversa.

De la Figura 6, se puede deducir que

$$T_{er} = S = \frac{1}{1+PK} \quad (4.2)$$

es decir, que la respuesta del sistema realimentado analizada a la entrada y a la salida es la propia sensibilidad. Si se analiza la respuesta en función de la salida del controlador se obtiene

$$T_{yd} = -T_{ed} = PS = P \frac{1}{1+PK} \quad (4.3)$$

es decir, que ahora influye la planta en el valor de la sensibilidad complementaria.

Observando (4.1) con la función sensibilidad complementaria obtenida en (4.2) por un lado y en (4.3) por el otro, se deduce que, dependiendo de en qué punto se quiera mejorar el índice de desempeño, los valores obtenidos serán diferentes. Por lo tanto, se puede concluir que no se puede mejorar, en un sistema lineal, en índice de desempeño en la tarea de servo sin empeorar el de regulatorio a la vez.

Seguidamente se analizan dos métodos para hacer frente a las limitaciones del control lineal. El primero es el esquema de dos grados de libertad, y el segundo el mecanismo de reset, que es una variante de control lineal conmutado.

## 4.2 Configuración de control lineal con dos grados de libertad

La gran mayoría de los controladores con realimentación están sintonizados, o bien para obtener un buen rechazo a perturbaciones, o bien para un buen seguimiento del cambio de la señal de entrada o consigna. Es necesaria la elección entre uno u otro método de sintonía, factor que provoca un mal rendimiento en seguimiento cuando se utiliza una sintonía para regulación y viceversa.

Hasta el momento se han analizado estos algoritmos, que proporcionan la señal de control solamente midiendo la diferencia entre la referencia y la salida de la planta. Así que, se puede afirmar que la estructura de control comentada sólo tiene un grado de libertad. La estructura de dos grados de libertad considera que la entrada al controlador no es simplemente el error, sino la referencia por un lado, y por el otro, la salida de la planta. De esta forma, el controlador se interpreta como un bloque de dos entradas y una salida. El controlador PID en este esquema se expresa como

$$u(t) = K_c(br(t) - y(t)) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{d}{dt}(cr(t) - y(t))$$

En este esquema, b y c son dos nuevos parámetros que permiten, como se razonará a continuación, mejorar notablemente las prestaciones del controlador. Obsérvese que, si tanto al parámetro b como al parámetro c se le aplica el valor unidad, el controlador resultante es un controlador de tan solo 1 grado de libertad

Nótese que el término integral no ha sufrido ninguna variación con respecto al esquema inicial. Esto se debe a la necesidad de forzar error nulo en régimen permanente.

Si se denomina

$$K_1(s) = K_c(b + \frac{1}{sT_i} + csT_d)$$

$$K_2 = K_c(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d)$$

se puede observar que la acción de control se obtiene de

$$U(s) = K_1(s)R(s) - K_2(s)Y(s)$$

de donde se deduce que, un controlador ayudará a mantener cierto valor en el seguimiento de la consigna, mientras que el otro ayudará en el rechazo a perturbaciones.

La anterior descomposición se presenta en la Figura 7.

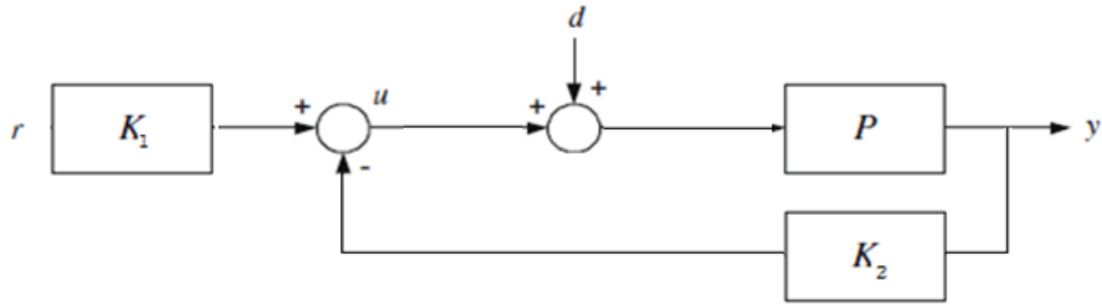


Figura 7 Esquema controlador con dos grados de libertad

La limitación lineal que se encuentra en el controlador de dos grados de libertad es que, el pre-filtro que encontramos en su esquema,  $K_1$ , rebaja el sobre-pico a costa de hacer la respuesta más lenta, ya que el tiempo de subida es superior.

### 4.3 Control lineal conmutado

Una situación en la que las ventajas del control híbrido se pueden demostrar es cuando el bucle contiene dos integradores. Por ejemplo, considérese la situación en la que se desea eliminar el off-set debido a las perturbaciones en una planta con un integrador. Ello requiere la introducción de un segundo integrador en el controlador.

Si se utiliza un controlador lineal invariante en el tiempo, que, con la presencia de dos integradores significa que el error debido a un cambio en la referencia, cumple

$$\int_0^{\infty} e(t) dt = 0$$

Por lo tanto, el sobre-pico es inevitable. Hay que tener en cuenta que esto también se aplica a las perturbaciones de salida. Una posible solución a esta dificultad es utilizar el segundo integrador de forma más selectiva. Como se ilustra en el siguiente ejemplo sencillo:

Considérese un sistema formado por un solo integrador. Con el fin de lograr una respuesta satisfactoria a entradas tipo escalón, basta con utilizar una ganancia, por ejemplo  $K_1$ , para el controlador. Sin embargo, es bien sabido que las perturbaciones darán lugar a errores de estado estacionario a menos que un integrador adicional se introduzca en el controlador. Esto, a su vez puede causar sobre-pico en la respuesta. Este escenario sugiere un dos maneras de alternar los dos modos posibles. Se considera la puesta a punto que se muestra en la Figura 8. Se supone que se conoce algo acerca de la relación de los tamaños de los cambios típicos de set-point y los niveles de la perturbación de entrada. Siempre que  $|e| > \epsilon$ , el segundo integrador se activa y pone a cero. Cuando  $|e| < \epsilon$ , el segundo integrador se vuelve a conectar, y se produce

$$\text{Máx.} \frac{|d|}{K_1} < \mathcal{E} < \min |\Delta r|$$

Siendo  $|\Delta r|$  los cambios de consigna a la entrada. Esta elección garantiza que, para las perturbaciones de entrada, el segundo integrador conmuta antes de alcanzar el estado estacionario, anulando así el error.

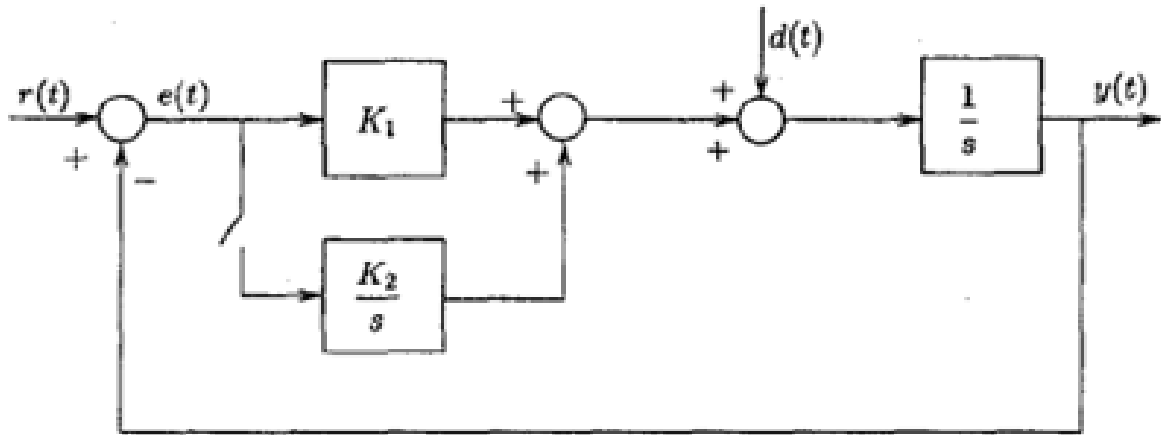


Figura 8 Esquema Control Lineal Conmutado

Téngase en cuenta que la eficacia de este esquema dependerá de  $\min |\Delta r|$ , mayor que  $\text{máx.} \frac{|d|}{K_1}$ . Sin embargo, la discriminación de esta amplitud no es razonable teniendo en cuenta que estamos empleando el control intrínsecamente no lineal. Se comparan dos tipos de controladores cuya entrada es de tipo escalón unitario. A continuación, se aplica una perturbación de entrada unidad. Los dos controladores son los siguientes:

1. Controlador, con un integrador continuo.
2. Controlador conmutado.

Como a lo largo del proyecto ya se ha descrito el controlador con un integrador continuo, este apartado se centra en la descripción del controlador conmutado. Éste, como respuesta a una entrada tipo escalón tiene

$$y(t) = 1 - e^{-K_1 t} \quad ; \quad 0 \leq t \leq t_s$$

donde  $t_s$  es el momento en que el controlador conmuta. Se puede expresar

$$y(t) = 1 + \frac{1 - e^{-K_1 t}}{\lambda_2 + \lambda_1} (\lambda_2 e^{-\lambda_2 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}) \quad ; \quad t_s \leq t$$

Nótese que el error es proporcional al factor  $\mathcal{E} = e^{-K_1 t_s} < 1$ , que es a la vez proporcional al mayor sobre-pico. Si se utiliza una constante  $K_1$  predeterminada, cuanto más se tarde en conmutar, menor será el sobre-pico.

Con un factor  $\mathcal{E}$  adecuado, la respuesta a una perturbación viene dada por

$$y(t) = 1 + \frac{1}{\lambda_2 + \lambda_1} (e^{-\lambda_2 t} - e^{-\lambda_1 t})$$

que es la respuesta a una perturbación que se produce en un sistema cuyo controlador es un PI.

En la Figura 9 se presentan unos resultados de simulación correspondientes a la respuesta del sistema a una entrada tipo escalón en  $t = 0$  y a una perturbación en  $t = 5$ . La línea discontinua representa la respuesta del sistema con un integrador continuo, mientras que la línea continua representa la respuesta del sistema con un integrador conmutado.

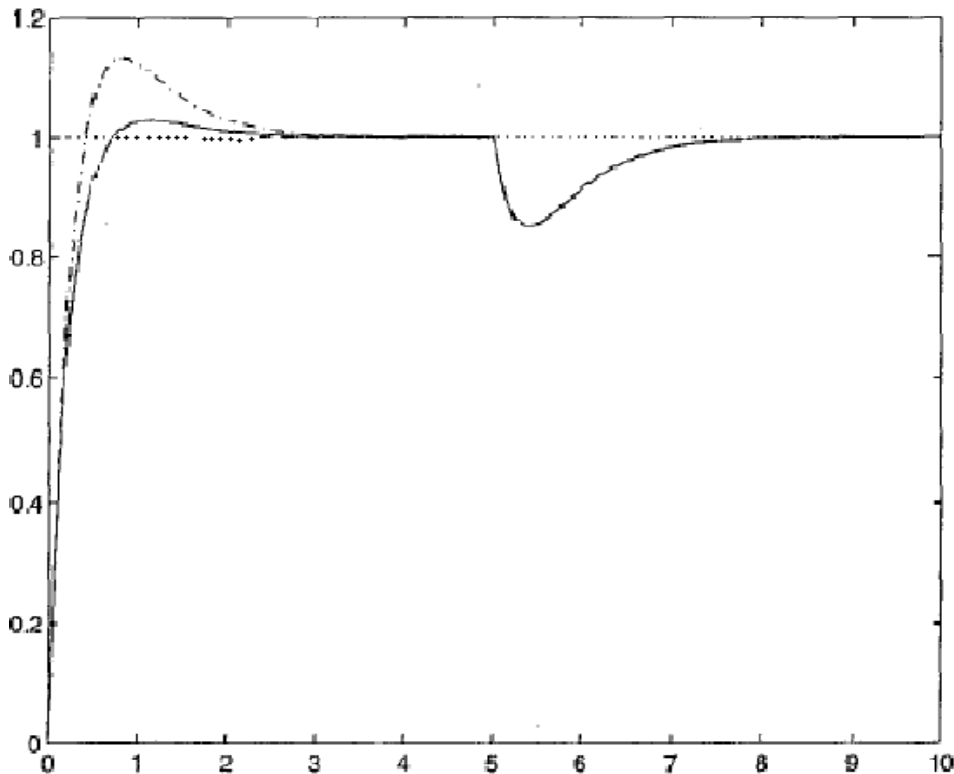


Figura 9 Respuesta Sistema Conmutado vs No Conmutado

Se puede observar como el rechazo a una perturbación es la misma pero a la hora de estabilizar el sistema, cuando hay un cambio en el valor de la consigna, el controlador conmutado es mucho más rápido y ofrece un sobre-pico mucho más pequeño que el controlador con integrador continuo. Todo esto confirma lo explicado anteriormente.

A continuación se ofrece una demostración de la mejora que supone disponer, en un controlador, de un integrador conmutado.

Considérese una planta de un grado de libertad  $G(s)$  realimentada con un controlador  $C(s)$ . Se asume que el sistema  $I(s)$  (con condiciones iniciales nulas) conmuta en paralelo con un controlador cada  $t_s$ . Se le aplica, en  $t=0$

$$\int_{t_s}^{\infty} e(t) dt = 0$$

Demostración: Es sabido que  $e(t)$  representa el error de la señal realimentada y que  $e'(t) = \mu(t-t_s)e(t)$  donde  $\mu(t)$  es la función escalón. Así, con  $E(s)$ ,  $E'(s)$  siendo las transformadas de Laplace de  $e(t)$  y  $e'(t)$  respectivamente, se obtiene que

$$Y(s) = G(s)U(s)$$

$$U(s) = C(s)E(s) + I(s)E'(s)$$

Donde  $Y(s)$ ,  $U(s)$  son las transformadas de Laplace de salida y entrada de la planta. Nótese que

$$E'(s) = E(s) - V(s)$$

Donde

$$V(s) = \int_0^{t_s} e(t) e^{-st} dt$$

También, para una entrada tipo escalón,  $E(s) = Y^*(s) - Y(s)$  donde  $Y^*(s) = \frac{1}{s}$ . Combinando ambas ecuaciones, se obtiene

$$E(s) = \frac{Y^*(s)}{1+G(s)(C(s)+I(s))} = \frac{G(s)I(s)V(s)}{1+G(s)(C(s)+I(s))}$$

Asumiendo que  $E(s)$  es analítico cuando  $-\alpha < 0$ , entonces  $s=0$  estará en la región de convergencia de  $E(s)$ , y

$$\int_0^{\infty} e(t) dt = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{Y^*(s)}{1+G(s)(C(s)+I(s))} + \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G(s)I(s)V(s)}{1+G(s)(C(s)+I(s))} = \lim_{s \rightarrow 0} V(s) = \int_0^{t_s} e(t) dt$$

A continuación se analiza una variante del controlador conmutado sin necesidad de contar con un controlador adicional. Es el mecanismo de reset.

## 4.4 Mecanismo de Reset

Los controladores con acción de reset fueron introducidos por primera vez por J.C. Clegg en 1958 [2] con la intención de proporcionar una mayor flexibilidad en el diseño de controladores lineales y de eliminar las limitaciones de éstos. El uso del integrador de Clegg ha sido estudiado y aplicado en muchas aplicaciones con éxito [13].

Un controlador con acción de reset es un controlador lineal cuya salida es reseteada a cero cada vez que su entrada y su salida satisfacen unas relaciones algebraicas apropiadas. También fueron diseñados una clase de controladores con acción de reset cuya salida se reseteaba a cero cada vez que la entrada era cero. El integrador de Clegg, en cambio, actúa como un controlador lineal cuando la entrada y la salida del sistema tienen el mismo signo y resetea su salida a cero de otra manera.

Una nueva manera de reset, llamada *first order reset element* (FORE), fue introducida en [14] y se propuso un procedimiento de diseño de controlador basado en el método FORE. El diseño estaba basado en técnicas en el dominio de las frecuencias lineales para estabilizar sistemas robustos.

En la mayoría de libros y estudios, se considera que el mecanismo de reset no actúa como un método de conmutación, sino que es impulsivo. Es decir, que actuará cada vez que el error en estado estacionario es 0.

#### 4.4.1. Modelo de reset basado en Integrador de Clegg

En 1958, J.C Clegg publicó un escrito [2] donde proponía una modificación de los esquemas analógicos de control existentes con el fin de reducir el desfase introducido por un integrador lineal. Si se usan amplificadores operacionales de ganancia infinita, es conocido que el integrador lineal se puede implementar usando una resistencia en la entrada y una capacidad en la parte de realimentación del sistema. La relación correspondiente de entrada-salida del integrador lineal se puede expresar como

$$\dot{x} = -\frac{1}{RC}v$$

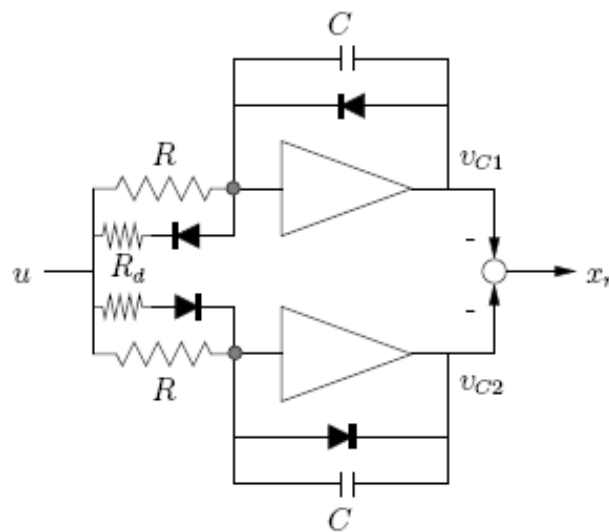


Figura 10 Esquema del integrador de Clegg

La modificación propuesta por Clegg corresponde al esquema de la Figura 10. Las dinámicas del integrador de Clegg se pueden describir como sigue.

Primero notar que asumiendo una ganancia infinita del amplificador operacional, los voltajes de entrada siempre son cero. Entonces, los dos voltajes de las capacidades satisfacen

$$v_{c1}(t) \leq 0 \quad y \quad v_{c2}(t) \geq 0 \quad (4.2)$$

siempre. De otra manera, teniendo corriente infinita pasando por los diodos se provoca la descarga instantánea de la capacidad. Además, cuando  $v(t) < 0$ , a pesar del voltaje guardado en la capacidad superior, la corriente fluye en los dos diodos y a través de  $R_d$ , así que se puede imponer instantáneamente que  $v_{c1}(t) = 0$ . De todas formas, cuando  $v(t) \geq 0$ , la parte superior del circuito se corresponde al integrador lineal porque ambos diodos permanecen abiertos (estando sujetos a un voltaje negativo). De igual forma para la parte inferior del circuito, si  $v(t) > 0$ , se obtiene  $v_{c2}(t) = 0$  y si  $v(t) \leq 0$  el circuito se integrará. Si lo comentado en (4.2) se produce siempre, se obtiene que

$$\dot{x} := -v_{c1}(t) - v_{c2}(t)$$

Las condiciones de integración de reset para ambos circuitos se puede exponer como

$$\begin{cases} \dot{x}_r = \frac{1}{RC} v, & \text{si } x_r v \geq 0, \\ x_r^+ = 0, & \text{si } x_r v \leq 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

Para entender mejor la ecuación (4.3) se puede observar que  $v$  y  $x_r$  nunca pueden tener signos opuestos. Si  $v > 0$ , entonces  $v_{c2}^+ = 0$ , y si  $v_{c1}(t) \leq 0$ , entonces  $v x_r \geq 0$ . Por otro lado, siempre que  $v \neq 0$ , habrá un circuito integrador (el superior si  $v > 0$  y el inferior si  $v < 0$ ) y el circuito restante será cero.

#### 4.4.2. Elemento de reset de primer orden

En este apartado, el problema de las limitaciones de diseño de un controlador lineal se intenta eliminar mediante un controlador dividido en dos partes. Éstas son la parte de reset  $G_R$  y un controlador lineal  $G_L$ .

Se considera que  $G_R$  es el denominado FORE. Este controlador consiste en un filtro lineal de primer orden con un sistema lógico de reset que pone el estado de dicho filtro a cero cuando su entrada  $e$  cruza el valor cero. El sistema de reset  $G_R$  se describe mediante la siguiente ecuación diferencial

$$\dot{x} = -bx + e, \quad e \neq 0, \quad x = 0, \quad e = 0, \quad u = x,$$

donde  $x$  es el estado y el parámetro del filtro  $b > 0$  es un parámetro de diseño. En esencia,  $G_R$  es una versión de reset del elemento lineal  $1/(s + b)$ . La parte lineal del controlador diseñado es



$$G_L(s) = G_2(s) (s + b)$$

El diseño de este controlador se hace mediante dos pasos y se supone una interacción entre el diseño de la parte lineal  $G_L$  y la parte de reset  $G_R$ .

1. Lo que se introduce en [15] es diseñar primero  $G_R$  y  $G_L$  para que la respuesta en lazo cerrado satisfaga tanto el rechazo a perturbaciones como las especificaciones para suprimir el ruido.
2. El siguiente paso es escoger el valor de  $b$  para mejorar el sobre-pico de la respuesta. Horowitz y Rosenbaum [15] explican que la acción de reset reduce este sobre-pico.

La ventaja que ofrece este método con respecto al esquema de dos grados de libertad es que parece que se pueden obtener bajos sobre-picos con tiempos de subida más bajos.

En la Figura 11 se pueden observar las diferencias entre un sistema continuo con mecanismo de reset y un sistema continuo sin modificaciones.

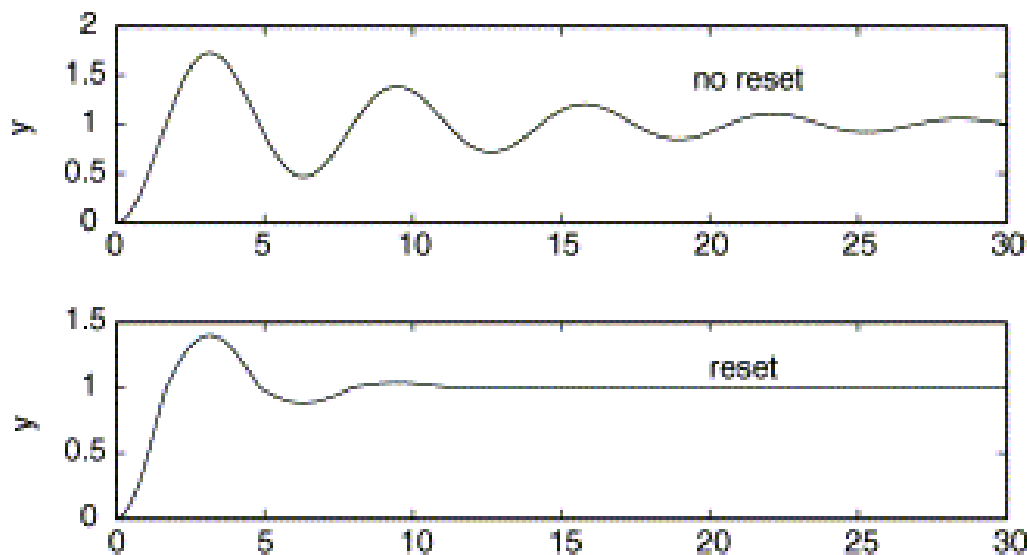


Figura 11 Comparativa reset no reset

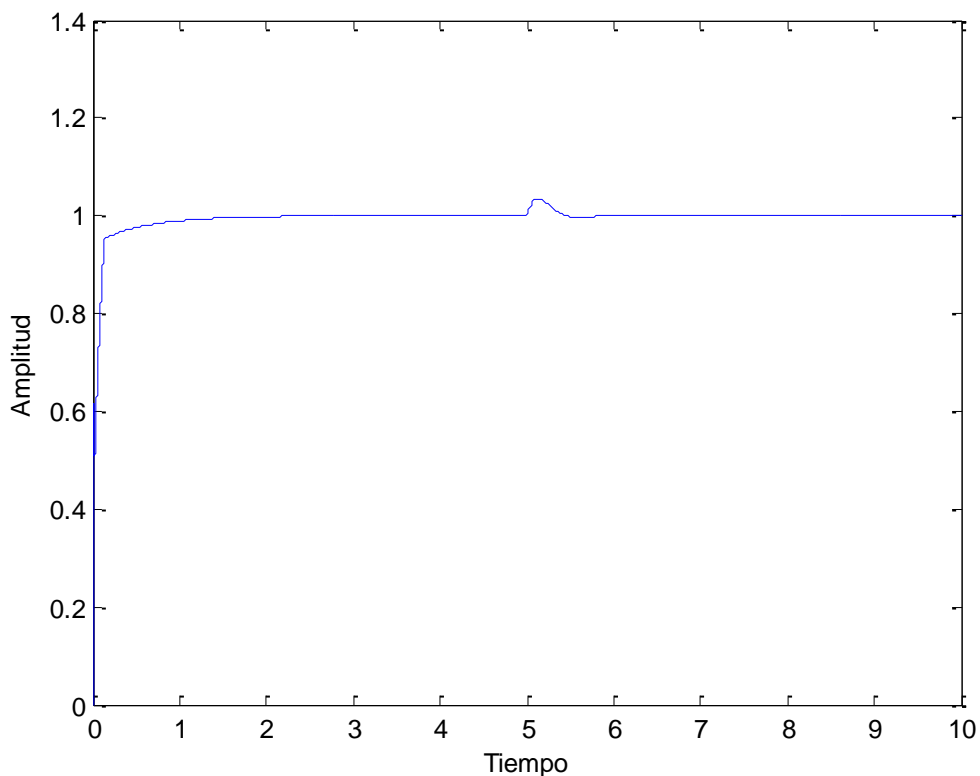
#### 4.4.3. Formas de aplicación del mecanismo de reset

A lo largo del proyecto se han barajado diversas alternativas de uso del mecanismo de reset. Principalmente tres, dos de las cuales tienen un tiempo pre-establecido de funcionamiento, mientras que la otra actúa cada vez que la respuesta tiene el mismo valor que la consigna. A continuación se puede observar la comparativa de las respuestas que ofrecen los diferentes mecanismos de reset propuestos.

1. Reset con flag

El primer método que se valora en el proyecto es activar el mecanismo de reset mediante un flag, es decir, activando una constante cuando el diseñador lo cree oportuno durante un cierto periodo de tiempo. Una vez la constante es desactivada, el sistema vuelve a tener su respuesta natural.

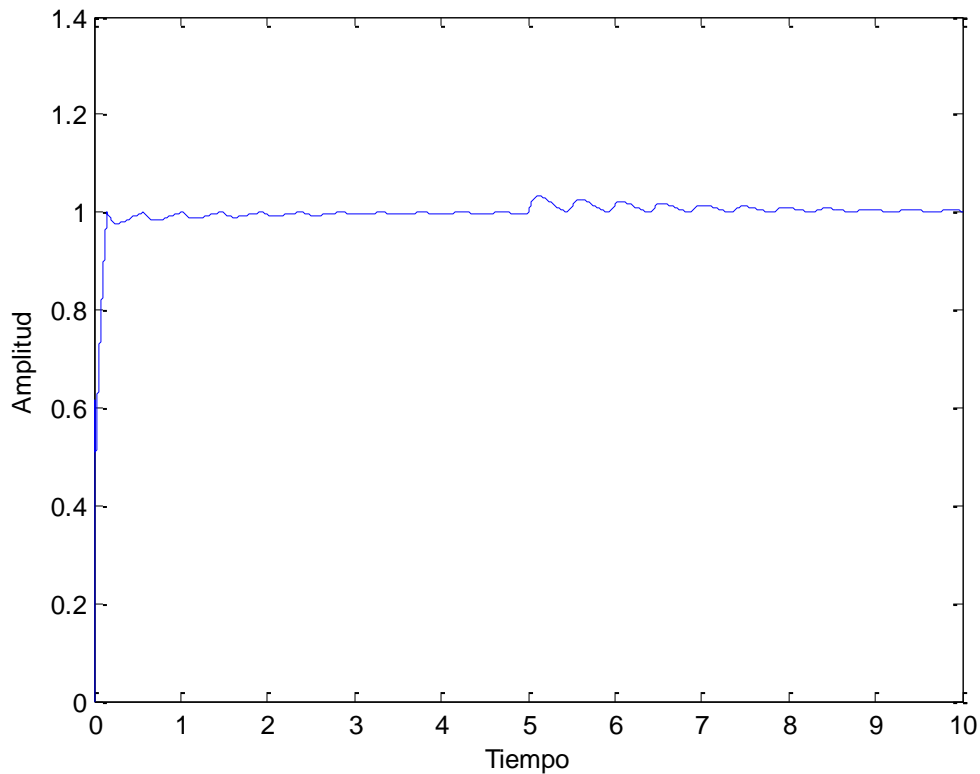
Utilizando este mecanismo de reset, la respuesta del sistema es la que se observa en la Figura 12.



**Figura 12 Respuesta con reset por activación de flag**

## 2. Reset por cruce

Otro método que se ha tenido en cuenta es la activación del mecanismo de reset cuando la respuesta del sistema cruza el valor que se tiene de '*setpoint*'. Cuando esto se produce, se determina un cierto periodo de tiempo en el que estará activo. Cada vez que la respuesta del sistema cruza la señal de referencia, tanto cuando aumenta su valor como cuando lo disminuye, el reset se activa.

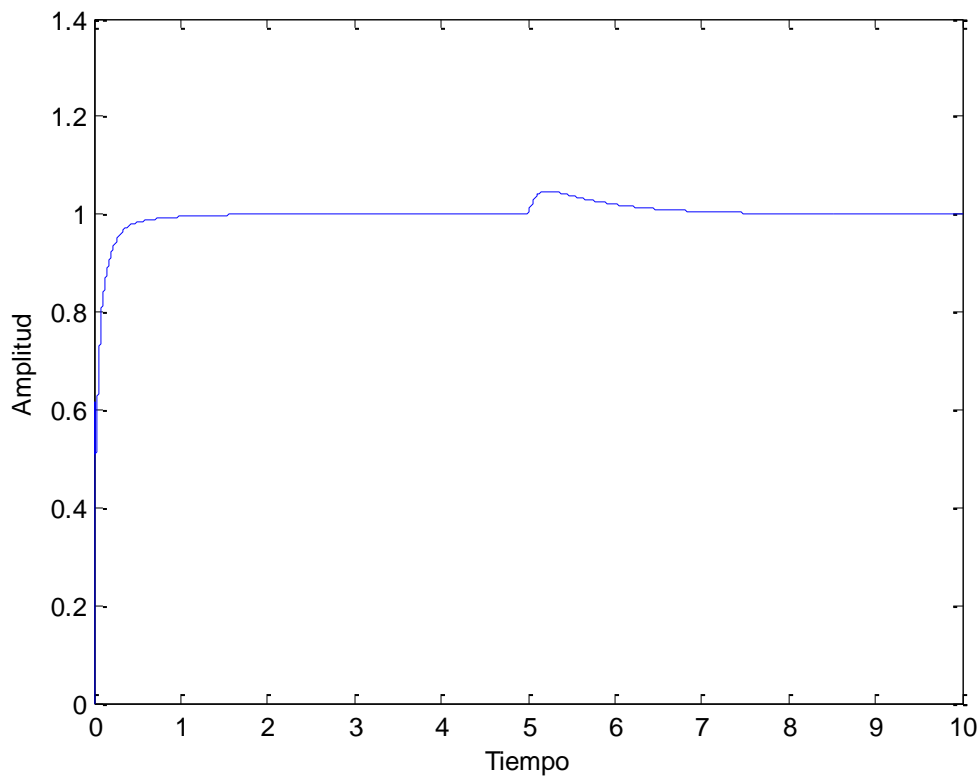


**Figura 13 Respuesta con reset por cruce**

En la Figura 13 se observa como este mecanismo no funciona correctamente, puesto que cada vez que la respuesta tiene el mismo valor que la entrada se activa, produciendo esta sucesión de pequeños sobre-picos que afectan negativamente al rendimiento del sistema.

### 3. Reset por aproximación

El último método valorado para la aplicación de dicho reset es mediante su activación cuando la respuesta del sistema se aproxima a un punto ideal para la aplicación de este. En la Figura 14 se puede observar como la respuesta varía de forma contundente una vez llegada al punto escogido. Para su activación se escoge una banda de paso que delimita una posible respuesta ideal y el mecanismo de reset es activado una vez entra en dicha banda. Esto produce que el reset esté activo mientras esté dentro de la banda, produciendo así una respuesta satisfactoria durante un periodo de tiempo más largo.



**Figura 14 Respuesta con reset por aproximación**

Como conclusión, se puede decir que los mecanismos de reset que ofrecen mejor respuesta en modo servo son el reset por activación de flag y el reset por aproximación al valor de la consigna, ambos con periodos de tiempo pre-establecidos. Se descarta directamente el mecanismo de reset por cruce, debido a la inestabilidad del sistema cuando éste es usado.

## 4.5 Sintonizado propuesto de PI's

Existe un procedimiento para diseñar controladores conocido como Síntesis Directa, según el cual, dada la función de transferencia de los componentes de un lazo *feedback*, se puede sintetizar el controlador requerido para producir la respuesta deseada en lazo cerrado. Según este criterio, existe una cantidad prácticamente ilimitada de controladores.

El IMC (Internal Model Control), es un sistema para el diseño de controladores introducido por Rivera, Morari y Skogestad en 1986 [16], cuyo esquema se puede observar en la Figura 15.

Esta metodología utiliza solo un parámetro,  $\lambda$ , para la sintonización, el cual determina la velocidad de la respuesta. Aumentando  $\lambda$  aumenta la constante de tiempo del lazo

cerrado y disminuye la velocidad de respuesta. Disminuyendo  $\lambda$  se lleva a cabo el efecto contrario. Cuanto más alto sea  $\lambda$  mayor robustez se obtiene en el sistema de control.

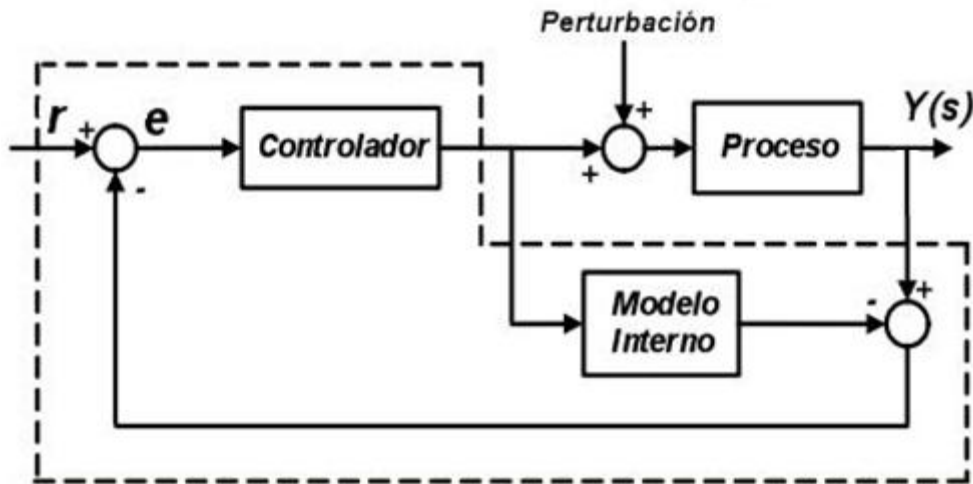


Figura 15 Esquema convencional método IMC

#### 4.5.1. IMC convencional

El diseño IMC convencional proporciona una buena respuesta en la tarea de servo, es decir, que ayuda a reducir el sobre-pico que se produce debido a un cambio de consigna. En este apartado se estudiará la sintonía que ofrece este método cuando se dispone de una entrada tipo escalón y de una función de transferencia  $K$  estable. Se dispone de una planta de primer orden con retardo tal como

$$P(s) = K_g \frac{e^{-sh}}{\tau s + 1} \quad (4.4)$$

Para plantas estables, se puede dividir el modelo en dos factores, uno de fase mínima invertible,  $P_m$ , y otro no invertible pasa todo,  $P_a$ . El tiempo de retardo  $\tau$  y los ceros que no son de fase mínima,  $z_i$ , no son invertibles, debido a que sus inversas pueden ser no causales e inestables respectivamente. Por tanto, tenemos

$$P(s) = P_m P_a \quad (4.5)$$

Comparando (4.4) (4.5), se puede deducir que

$$P_m = \frac{K_g}{\tau s + 1} \quad \text{y} \quad P_a = e^{-sh}$$

Con lo que se deduce que  $\tilde{Q}$  (modelo interno) tiene la forma

$$\tilde{Q} = P_m^{-1} = \frac{\tau s + 1}{K_g}$$

Si se produce un aumento del factor  $\tilde{Q}$ , el controlador adopta la siguiente forma

$$Q = \tilde{Q}f = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{\tau s + 1}{\lambda s + 1}$$

Donde  $f(s)$  es un filtro paso bajo seleccionado por el ingeniero, normalmente de la forma  $1/(\lambda s + 1)^n$ , donde  $n$  es el grado del polinomio que encontramos en el denominador de la planta analizada. Entonces,

$$K = \frac{Q}{1-PQ} = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{\tau s + 1}{\lambda s + 1 - e^{-sh}}$$

Una vez conocida la forma que tendrá la planta, se pretende obtener el controlador. Si lo que se quiere es obtener un PI, se debe hacer una aproximación de Taylor de primer orden, como la que se ha visto en (2.5). Con esta aproximación logramos evitar tener exponenciales en el denominador.

$$e^{-sh} = -sh + 1$$

Aplicando Taylor, la planta adopta la siguiente forma

$$Q = \frac{1}{K_g} \cdot \frac{\tau s + 1}{(\lambda + h)s} = \frac{1}{K_g(\lambda + h)} \cdot \frac{\tau s + 1}{s} = \frac{\tau}{K_g(\lambda + h)} \left(1 + \frac{1}{\tau s}\right) \quad (4.6)$$

Como bien se conoce, el controlador PI se puede expresar de la forma

$$C = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right) \quad (4.7)$$

Por lo tanto, se deduce, observando (4.6) y (4.7), que las constantes proporcional e integral del controlador tendrán los valores

$$K_c = \frac{\tau}{K_g(\lambda + h)}$$

$$T_i = \tau = \frac{1}{K_i}$$

Ésta es la regla que proporciona el diseño IMC convencional para plantas de primer orden con retardo y entradas tipo escalón. Esta sintonía ofrece al sistema una buena respuesta en la tarea de servo, haciendo que el sobre-pico que se produce cuando hay un cambio de consigna sea menos abrupto. Pero existe un problema en el método IMC convencional, y es en la tarea de regulatorio. Si se observa la salida  $T_{yd}$ , es decir, desde la perturbación  $d$  a la salida  $y$

$$T_{yd} = P \cdot \frac{1}{1 + PK} = PS \quad (4.8)$$

Si  $P$  tiene un polo muy lento, se transmite a  $T_{yd}$  y el rechazo se produce de una forma muy lenta, puesto que no se puede cancelar debido a que el controlador está diseñado para ofrecer una buena respuesta en servo.

Póngase como ejemplo la siguiente planta

$$P = \frac{s+1}{100s+1}$$

Si se observa (4.8), se puede deducir que la salida

$$T_{yd} = \frac{s+1}{100s+1} S$$

se verá muy influenciada por la lentitud del polo, puesto que es mucho mayor que el cero. Ello repercutirá en que, el sistema será capaz de reducir el sobre-pico debido a un cambio de consigna, pero tardará mucho en estabilizarse cuando se produzca una perturbación. Existe una modificación del método IMC que ofrece un buen rechazo a perturbaciones, cuyas características se estudiarán a continuación.

#### 4.5.2. Regla SIMC para controladores PI

La regla SIMC [17] propone una modificación de la ganancia integral sobre la regla IMC convencional. Ésta regla propone un aumento de la ganancia integral. Ello tiene una relación directa con el rechazo a las perturbaciones. Se considera la siguiente planta

$$K_p = \frac{\tau}{K_g(\lambda + \tau)}$$

Supóngase que se hace servir el siguiente PI:

$$Y(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt$$

Y que en  $t=0$  hay un estado estacionario (con error cero) y que se produce una perturbación de tipo escalón unitario. Se deduce que

$$u(\infty) - u(0) = k_i \int_0^{\infty} e(t) dt$$

Y teniendo en cuenta que la perturbación es unitaria y a la entrada del proceso

$$k_i \int_0^{\infty} e(t) dt = 1$$

Es decir,

$$\int_0^t e(t)dt = \frac{1}{k_i}$$

Que muestra como el error puede disminuir si se aumenta la constante  $k_i$ . Así, se puede afirmar que el factor  $1/k_i$  es una medida para el rechazo a perturbaciones. Cuanto más alto sea el valor de  $k_i$ , menor será el error, y mejor el rechazo a perturbaciones.

Con ello, las reglas de sintonía que se ofrece el método SIMC para  $K_c$  y  $T_i$  para plantas de primer orden con retardo son

$$T_i = 4 (\lambda + h)$$

$$K_c = \frac{\tau}{K_g(\lambda+h)}$$

El objetivo de la regla SIMC es la mejora del rechazo a perturbaciones con respecto a las reglas del método IMC convencional, pero con ello no se pretende hacerlo de manera óptima, sino estableciendo un compromiso entre los modos servo y regulatorio. Es decir, que se mejora el rechazo a perturbaciones pero aumentando el sobre-pico debido a un cambio de consigna con respecto al método IMC convencional.

#### 4.5.3. IMC Regulatorio

Si, con el diseño IMC, lo que se quiere evitar es que el rechazo a las perturbaciones del sistema se produzca de una forma excesivamente lenta, se debe forzar que  $s(-\frac{1}{\tau}) = 0$  [18]. Con ello lo que se consigue es que no aparezca el modo lento en la relación  $PS = T_{yd}$ . Para lograrlo, hay que seleccionar el filtro  $f(s)$  convenientemente. Se escoge uno de la forma

$$f(s) = \frac{\beta s + 1}{(\lambda s + 1)^2}$$

y se debe forzar que la función sensibilidad sea

$$S = \frac{1}{1+PK} = 1 - PQ = 0$$

Es decir,

$$PQ = \frac{K_g}{\tau s + 1} \cdot \frac{\tau s + 1}{K_g} \cdot \frac{\beta s + 1}{(\lambda s + 1)^2} = 1 \quad (4.9)$$

Resolviendo (4.8), tomando para  $S = -\frac{1}{\tau}$  y aislando el factor  $\beta$ , se obtiene

$$\beta = -\frac{\lambda^2 - 2\lambda\tau - \lambda\tau}{\lambda - \tau} \quad (4.10)$$



Se puede observar que, por cada valor del parámetro  $\lambda$  que se proponga, se obtiene un valor de  $\beta$  diferente.

En el caso IMC para regulatorio, se obtiene que

$$Q = \frac{1}{K_g} \frac{(\tau s + 1)(\beta s + 1)}{(\lambda s + 1)^2} \quad (4.11)$$

Desarrollando la función de transferencia de un controlador realimentado y sustituyendo los valores obtenidos en (4.9), (4.10) y (4.11) se obtiene que

$$K = \frac{Q}{1-PQ} = \frac{1}{K_g} \frac{(\tau s + 1)(\beta s + 1)}{(\lambda s + 1)^2 - (sh + 1)(\beta s + 1)}$$

Desarrollando esta expresión de la misma forma que con el diseño IMC convencional, se obtiene una constante  $K_i$  como sigue

$$K_i = K \frac{1}{T_i}$$

Por otro lado, se debe estudiar el factor  $(2\lambda + h + \lambda^2/\tau)/(h + \lambda)$ . Si  $\lambda = \tau$ , será cero.

Si  $\tau \gg h, \lambda$ , se verá afectado en que  $(2\lambda + h + \lambda^2/\tau)/(h + \lambda) \approx (2\lambda + h)/(h + \lambda)$

de lo que se deduce que  $K_c$  aumenta moderadamente en la transición al modo regulatorio. Basado en estas conclusiones, es razonable seleccionar

$$T_i = \beta$$

y

$$K_c = \frac{\tau}{K_g(\lambda + h)}$$

Aplicando los valores mencionados anteriormente, se consigue un PI regulatorio con el método IMC, con el que la respuesta del sistema no se verá muy influenciada por perturbaciones. Cabe decir que la respuesta en modo servo no se mejora mediante este método y habrá que investigar otros métodos para conseguirlo.

## 4.6 Comparativa alternativas IMC

Una vez analizadas las tres posibles alternativas del diseño IMC, hay que decidir cuál será la que más se ajusta a los objetivos descritos en este proyecto. Primeramente se ha estudiado el diseño IMC convencional, que ofrece un muy buen seguimiento al valor de la consigna, pero un mal rechazo a perturbaciones. La regla SIMC ofrece una alternativa

al diseño IMC convencional estableciendo un compromiso servo/regulatorio, es decir, que ofrece respuestas buenas tanto en modo servo como en modo regulatorio, pero no logra que el rechazo a perturbaciones sea tan bueno como se espera. Y, por último, se estudia la posibilidad de establecer unas reglas de sintonía con el diseño IMC específicas para mejorar la tarea regulatorio. Con este diseño, se consigue que el rechazo a perturbaciones sea muy bueno, produciendo, eso sí, que el sobre-pico que se produce cuando hay un cambio de consigna sea muy grande. En la Tabla 5 se puede ver un resumen de las reglas de sintonía expuestas en este apartado.

Alternativas IMC	$K_c$	$T_i$
IMC Convencional	$\frac{\tau}{K_g(\lambda + h)}$	$\tau$
SIMC	$\frac{\tau}{K_g(\lambda + h)}$	$4(\lambda + h)$
IMC Regulatorio	$\frac{\tau}{K_g(\lambda + h)}$	$\beta$

Tabla 5 Valores de  $K_c$  y  $T_i$  según IMC

En la Figura 16 se pueden observar las respuestas que ofrecen las tres alternativas valoradas anteriormente.

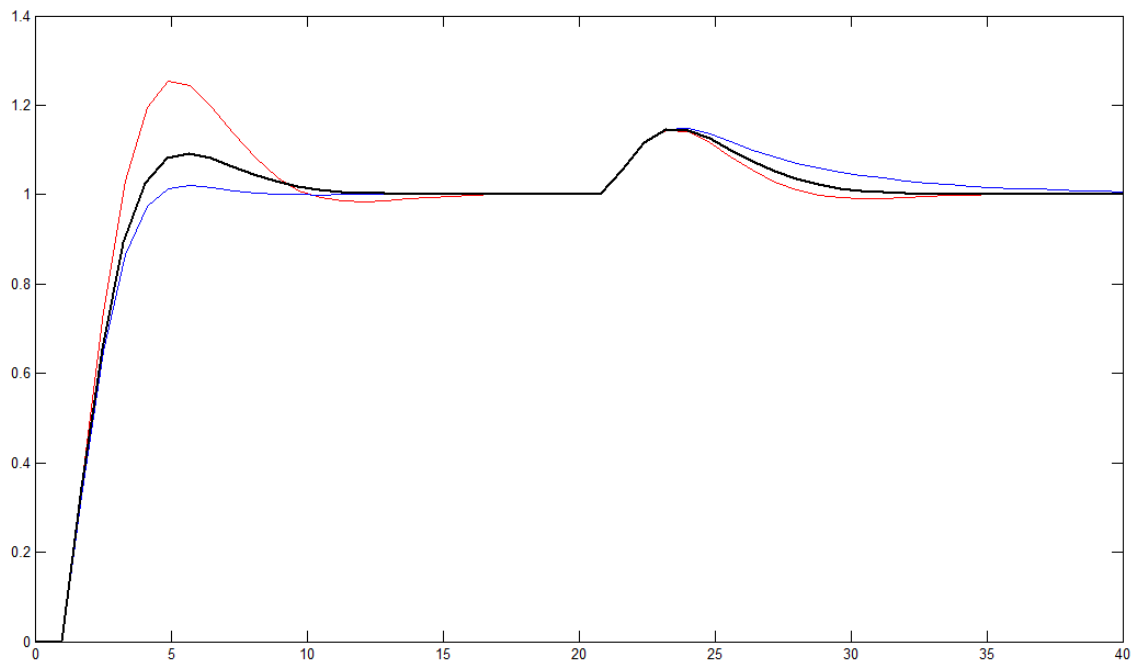


Figura 16 Variación de la respuesta según IMC escogido

Aquí se puede observar como las respuestas varían significativamente. Por un lado se ve como el método IMC convencional (trazo azul) ofrece una buena respuesta en modo servo, pero un mal rechazo a perturbaciones. El método SIMC (trazo negro) aporta un compromiso entre las tareas de servo y regulatorio, ofreciendo una respuesta buena en ambas tareas, estableciendo un compromiso entre las dos. Por último, el método IMC

Regulatorio (trazo rojo) ofrece un sobre-pico elevado cuando se produce un cambio de consigna, pero un buen rechazo a perturbaciones.

## 4.7 CI + PI

El diseño que se propone en este proyecto es la implementación conjunta de un mecanismo que proporcione un buen seguimiento a la señal de entrada a la vez que ofrezca un buen rechazo a perturbaciones. El buen rechazo a perturbaciones se consigue modificando el método de IMC para que ofrezca un buen rechazo a las perturbaciones. Para un buen seguimiento al valor de la consigna, se utiliza la acción de reset (Integrador de Clegg), que reduce el sobre-pico en la tarea de servo. Uniendo los dos mecanismos se obtiene una respuesta buena tanto en servo como en regulatorio, proporcionando además.

### 4.7.1. PI propuesto

La elección de un controlador PI frente al PID no es solamente porque reduce la complicación en el diseño del sistema. La inclusión del término derivativo presupone importantes problemas de implementación. Si el ruido asociado al sensor de la salida del proceso está situado, como es usual, en las altas frecuencias, entonces la acción derivativa supone una amplificación de las componentes frecuenciales del ruido proporcional al valor de la frecuencia de dichas componentes. Además, este error no es derivable en el instante en el que se produce un cambio en escalón de la referencia.

El PI propuesto está diseñado para tener un buen rechazo a perturbaciones [19], puesto que la mejora con respecto al cambio de consigna se consigue mediante el mecanismo de reset. Tal y como se explica anteriormente, el método IMC convencional da buenos resultados en la tarea de servo, pero muy mal rechazo a perturbaciones, ya que es un método basado en cancelaciones polo/cero. La regla SIMC para controladores PI ofrece una buena sintonía para el controlador, pero es una regla de compromiso entre las dos tareas (servo y regulatorio), con lo que no mejora lo suficiente el rechazo a perturbaciones con respecto a los objetivos del proyecto. Se sabe que, aumentando  $K_i$ , es decir disminuyendo  $T_i$  ( $K_i = 1/T_i$ ), se mejora el rechazo a perturbaciones. Por ello, se ha estudiado la posibilidad de modificar la regla IMC convencional para que ofrezca un buen rechazo a perturbaciones (IMC regulatorio), aunque ello implique un empeoramiento del sobre-pico. Los valores para  $T_i$  y  $K_c$  son

$$T_i = \beta$$

$$K_c = \frac{\tau}{K_g(\lambda+h)}$$

Este método es el mismo que IMC convencional pero con la  $K_i$  aumentada, factor que ayuda a mejorar el rechazo a perturbaciones. La diferencia está en que en el método que se propone, la constante de integración está dividida en dos factores, como señala

$$K_i = K_{i1} + K_{i2}$$

Esta división permite que se pueda utilizar un solo factor cuando está activa la acción de reset (reducción del sobre-pico), y los dos factores cuando ésta no está activa (menor perturbación). Entonces,  $K_{i1} = K_{i\_servo}$ , que es la constante integral del IMC convencional, mientras que  $K_i = K_{i\_regulatorio}$ , que es la constante integral del IMC regulatorio. La constante reseteada es  $K_{i2}$ , que es el factor que aumenta la  $K_i$  para ofrecer el buen rechazo a perturbaciones. Entonces,

$$K_{i\_regulatorio} = K_{i\_servo} + K_{i2}$$

La idea de este método es usar el PI con  $K_i = K_{i1}$  (IMC convencional), cuando el mecanismo de reset está activo (reducción del sobre-pico debido al cambio de consigna), y aumentar la constante de integración  $K_i$  en los momentos en que no lo está. Así se consigue un buen rechazo a perturbaciones. En el siguiente apartado se estudia cual es el mejor mecanismo de reset para controlador PI y plantas de primer orden con retardo.

#### 4.7.2. Reset propuesto

El reset que se propone en este proyecto no es más que un integrador de Clegg (CI). Dicho mecanismo, fue diseñado para que se activara durante un cierto periodo de tiempo después de producirse en el sistema una cambio en el valor de la consigna. La estructura del PI se puede separar en dos partes: Integral y derivativa.

$$Y(t) = k_p e(t) + k_i \int_0^t e(t) dt$$

La parte integral toma importancia en este punto. Lo que se pretende es separar la en dos componentes, con lo que la estructura del PI queda de la forma:

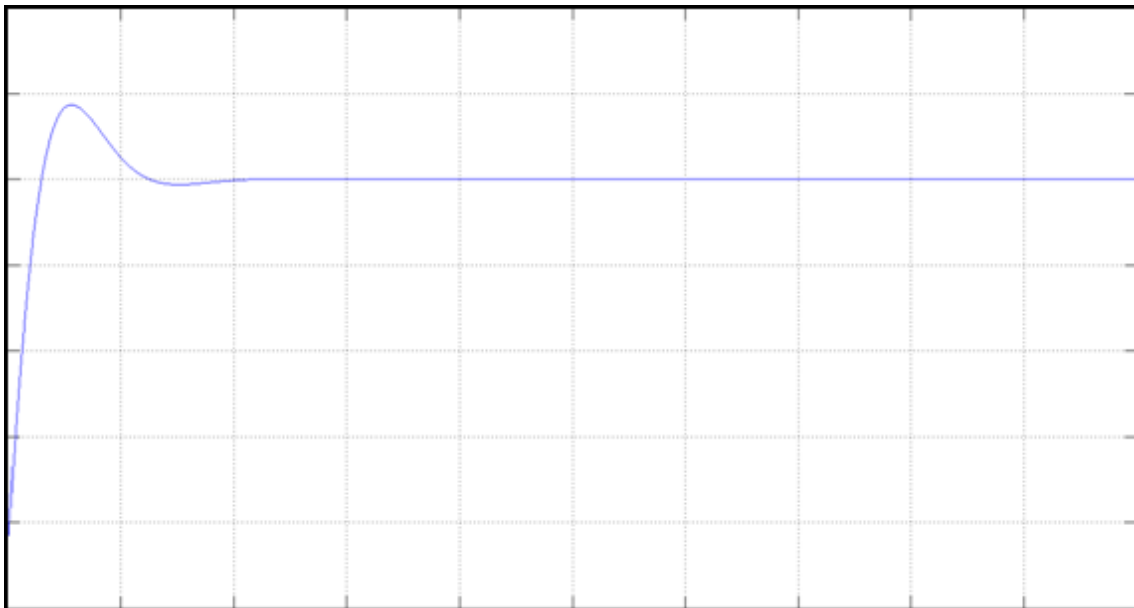
$$Y(t) = k_p e(t) + k_{i1} \int_0^t e(t) dt + k_{i2} \int_0^t e(t) dt$$

El reset consiste en poner a cero una de las dos componentes de la parte integral durante un cierto periodo de tiempo. Lo que se consigue con esto es poder reducir la velocidad de la respuesta durante ese instante y con ello lograr que la respuesta sea mucho lenta y pueda así acercarse al valor de la consigna que se introduce en el sistema.

Una vez el sistema se estabiliza, evitando así el sobre-pico que sin reset se produciría, la parte de la constante integral que ha sido reseteada vuelve a su valor habitual y la respuesta del sistema sigue perfectamente el valor de la consigna. Este proceso es repetido tantas veces como cambios de consigna se produzcan en el sistema.

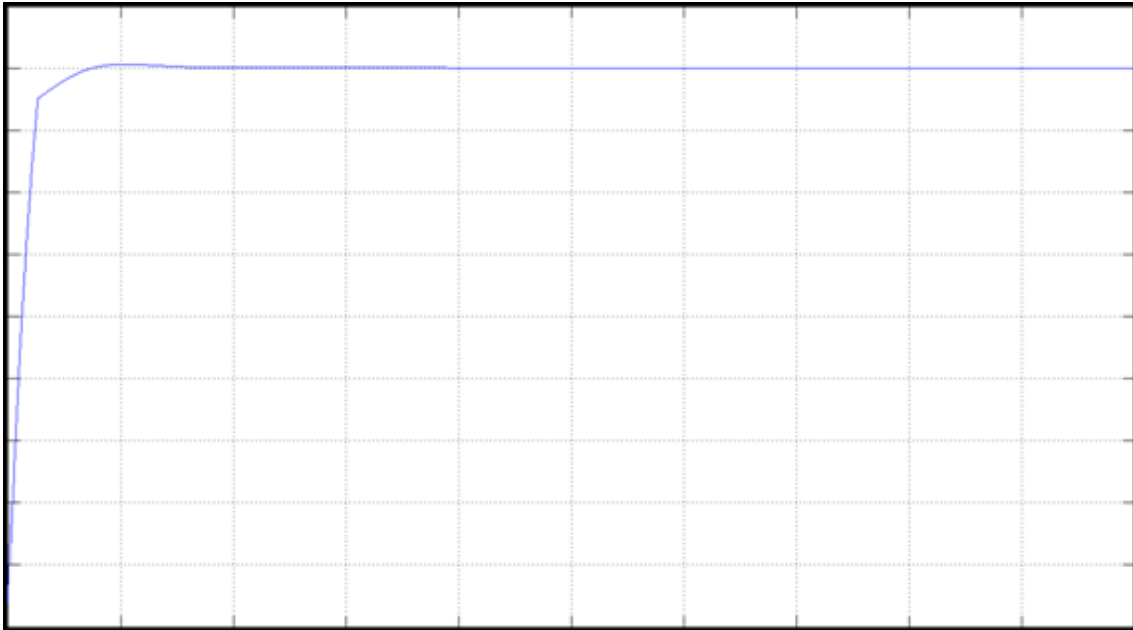
Para observar cómo actúa el mecanismo de reset se compara la respuesta a una entrada escalón de un sistema con y sin reset.

La Figura 17 muestra la respuesta de un sistema con un sobre-pico de casi un 20% del valor de la señal de entrada. Se puede observar también que dicha respuesta tarda bastante tiempo en seguir exactamente el valor de la consigna.



**Figura 17** Respuesta del sistema sin mecanismo de reset

Por otro lado, en la Figura 18 podemos observar cómo no existe ningún sobre-pico y la respuesta vuelve rápidamente al valor de entrada o consigna. Lo que se consigue con ello es que el sistema se estabilice rápidamente y reducir notablemente el error que se produce cuando existen respuestas con sobre-pico.



**Figura 18** Respuesta del sistema con mecanismo de reset

Hay muchas formas con las que se puede aplicar el mecanismo de reset, pero no todas ellas dan el mismo resultado. A continuación se presentan las diversas alternativas que se han barajado a lo largo del proyecto para implementar la acción de reset.

## ***4.8 Diseño en Matlab***

En el diseño e implementación del sistema para tiempo continuo, se utilizó la herramienta Simulink de Matlab. El esquema que se ve en la Figura 19 corresponde a dicho sistema, donde se pueden diferenciar perfectamente el controlador y la planta en la parte superior y el mecanismo de reset en la parte inferior.

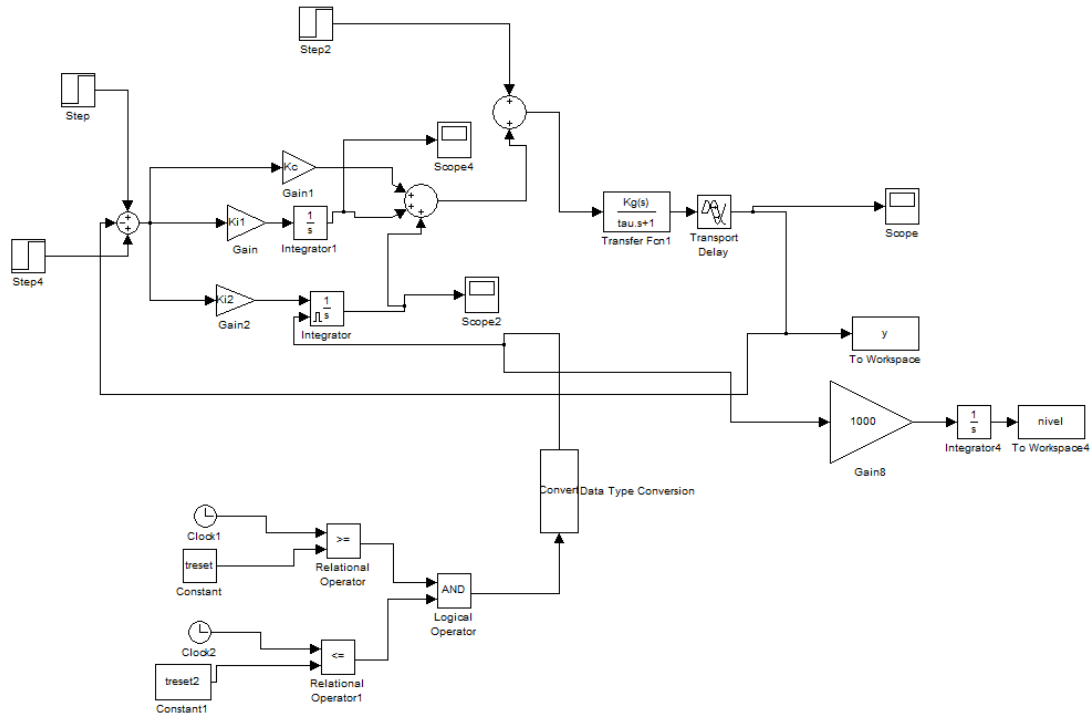


Figura 19 Esquema sistema modo continuo

El código introducido para llevar a cabo un correcto funcionamiento de dicho sistema se encuentra a continuación:

```

% PLANTA + Kc
Kg=1;
tau=10;
h=1;
dvalue=tau/10;% magnitud de la perturbación
lambda=1.2*h;

numP=Kg;
denP=[tau 1];
hr=h;
tsim=40;
Kc=(1/Kg)*(tau/(lambda+h));

% Reset
numP=Kg;
denP=[tau 1];

beta=-(lambda^2-2*lambda*tau-h*tau)/(h+tau);
Ti=beta;
posv=find(yreg>=(1-0.4));
pos=posv(1);
tc=treg(pos);

treset=h;
Tres=2*h;
treset2=treset+Tres;

Kitotal=Kc*(1/Ti);
    
```

```
Ki_servo=Kc/tau;
```

```
Ki2=Kitotal-Ki_servo;
```

```
Ki1=Ki_servo;
```

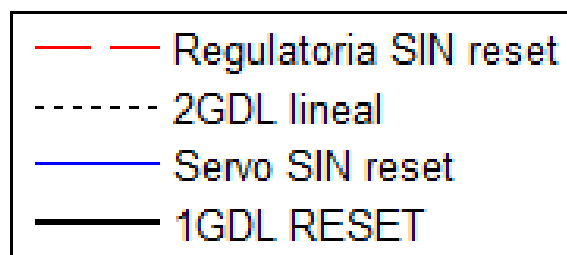
La utilización de Simulink para llevar a cabo la simulación del proceso es debido a que es mucho más práctico trabajar con esta herramienta cuando se estudian sistemas continuos.

Se decidió implementar un mecanismo de reset que estuviera activo durando un cierto periodo de tiempo. El tiempo que está activo depende de cuál sea la magnitud del retardo del sistema. Como se ha visto anteriormente, un sistema con retardo tiene la misma salida que uno sin éste pero desplazada su duración. El reset se activa cuando se llega al valor del tiempo de retardo y se desactiva cuando su valor es el doble que éste.

Se considera  $t_{\text{reset1}} = h$  y  $t_{\text{reset2}} = 2h$ , donde  $t_{\text{reset1}}$  es el punto de su activación, mientras que  $t_{\text{reset2}}$  es cuando se produce su desactivación. Este periodo de tiempo es suficiente para que el sistema tenga una buena respuesta en modo servo y así poder reducir el sobre-pico debido al cambio de consigna.

## 4.9 Especificaciones

Una vez hecho el diseño, el siguiente paso es establecer unos valores para  $h$  y  $\tau$  con los que se obtenga un sistema estable y a la vez robusto, ya que dependiendo de los valores adjudicados el sistema puede actuar de forma distinta. En las siguientes tablas se pueden observar las diferentes respuestas del sistema dependiendo de qué valores se le adjudican al retardo y a la constante  $\tau$ . Nótese que la leyenda de las gráficas es la siguiente:

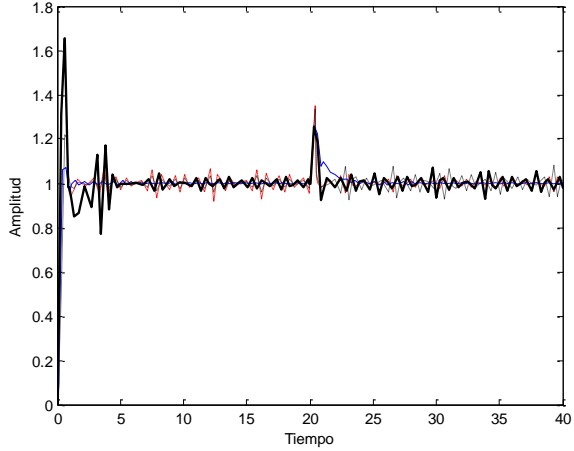
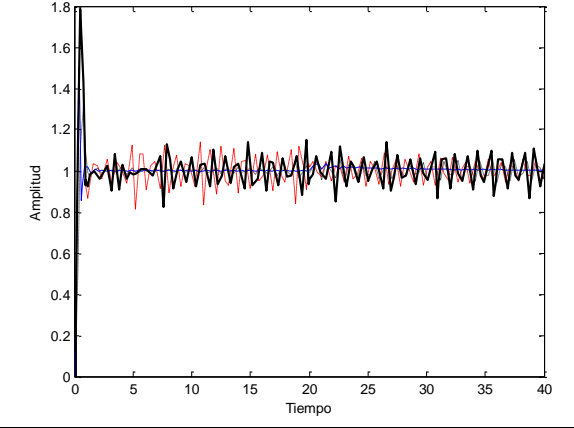
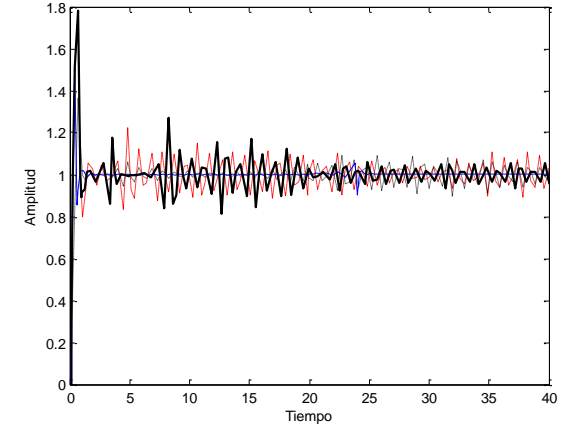


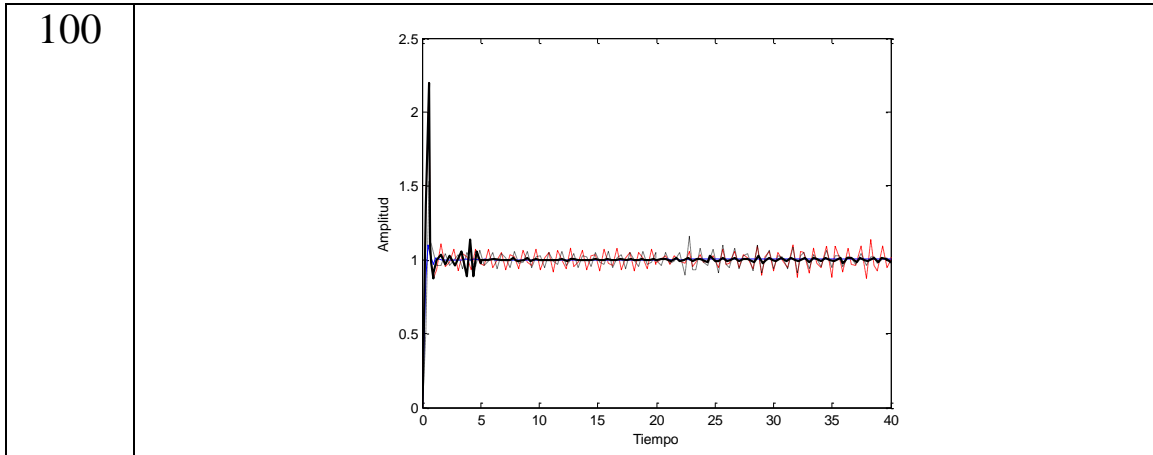
Donde las siglas GDL significan grados de libertad.

Se adjudicaron al retardo los valores 0.1, 1, 1.5 y 2 y, por cada uno de estos valores, se aplicaron unos valores a  $\tau$  de 1, 10, 50 y 100.

Empezando con el valor de retardo  $h = 0.1$  y modificando  $\tau$ , se obtiene



$\tau$	$h = 0.1$
1	
10	
50	



**Tabla 6 Respuesta sistema con  $h=0.1$**

Como se ha podido observar en la Tabla 6, con un valor de retardo tan bajo, el sistema es completamente inestable. No se puede obtener ninguna conclusión. Ahora, aumentando el valor del retardo hasta 1, las respuestas se pueden ver en la Tabla 7.

$\tau$	$h=1$
1	
10	

50	
100	

Tabla 7 Respuesta sistema con  $h=1$

Véase ahora, en la Tabla 8, la diferencia cuando se aumenta  $h$  hasta alcanzar el valor de 1.5:

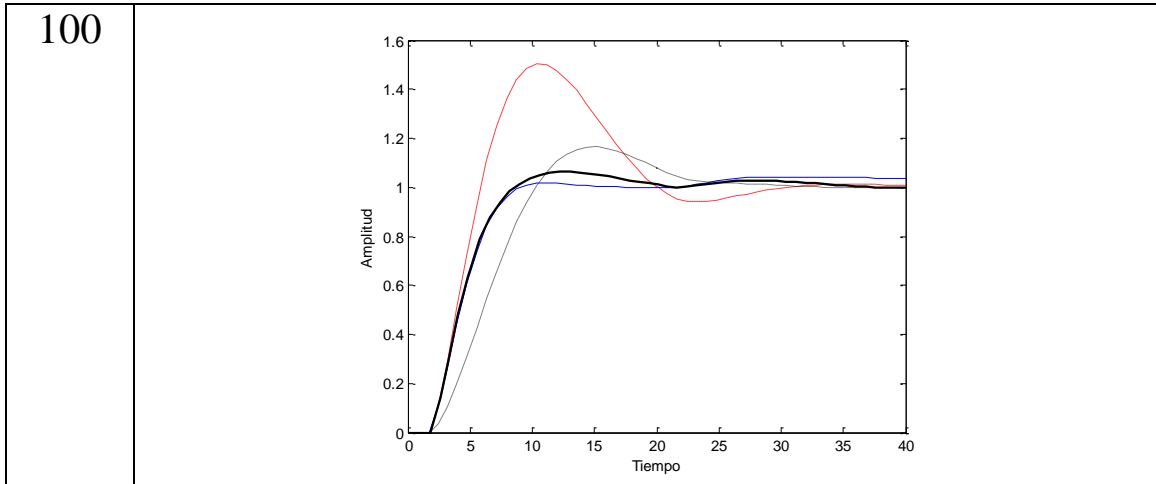
$\tau$	$h = 1.5$
1	

<p>10</p>	
<p>50</p>	
<p>100</p>	

**Tabla 8 Respuesta sistema con  $h=1.5$**

Por último, si se escoge un valor de  $h$  mayor, es muy difícil sacar conclusiones de la influencia de  $\tau$  en la respuesta del sistema, como se reproduce en la Tabla 9.

$\tau$	$h = 2$
1	
10	
50	



**Tabla 9 Respuesta sistema con h=2**

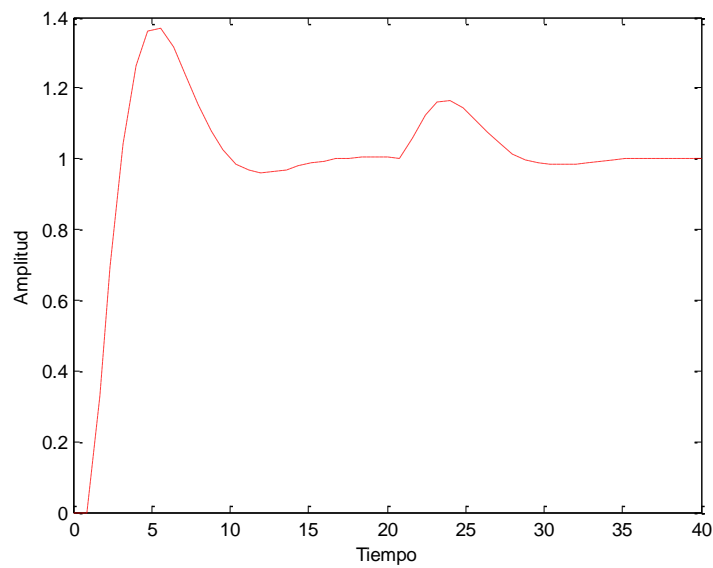
Analizando los gráficos, se puede observar como los problemas servo-regulatorio están más enfrentados para casos de plantas dominadas por la constante de tiempo, por lo que se escoge el caso en que  $\tau/h=10$ . El esquema funciona bien para  $h/\tau < 1$  con  $\tau > h$ , ya que cuanto más grande es  $\tau/h$  más enfrentados están los modos servo y regulatorio. Cuando se escoge, por ejemplo,  $h/\tau = 1$ , es decir, que el retardo es de igual magnitud que la constante de tiempo, los modos servo y regulatorio no es aún enfrentados y no se puede apreciar exactamente el comportamiento de sistema. Ello quiere decir que si se hace un diseño específico para regulatorio, dará buenos resultados para servo también. Se ha podido demostrar que no es el caso cuando se tiene  $h/\tau < 1$ . Es por ello que finalmente se decidió escoger los valores de  $h = 1$  y  $\tau = 10$ .

## 5.Resultados

En este punto se analizan los posibles métodos que hacen frente a las limitaciones que tiene el control lineal, así como una comparación de todos ellos.

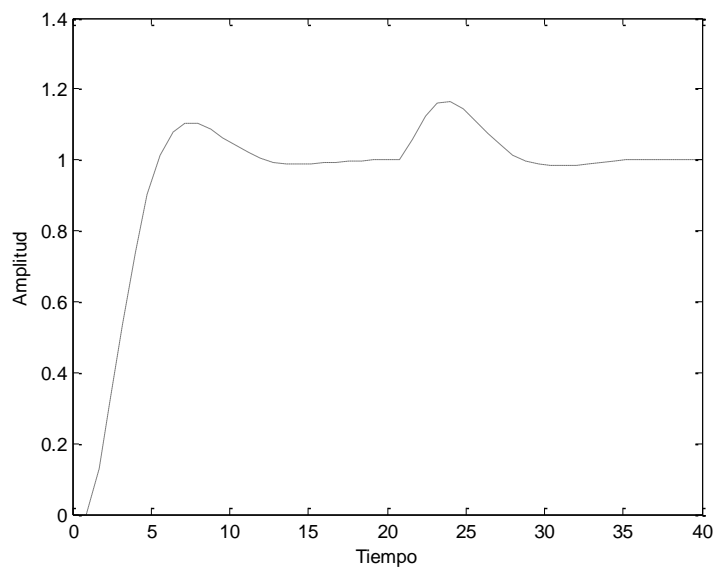
### ***5.1 Diseño IMC regulatorio sin Reset***

Como se ha visto anteriormente, el método IMC para modo regulatorio ofrece una respuesta a una entrada muy mala, pero tiene un rechazo a perturbaciones muy bueno. Como se puede observar en la Figura 20, la respuesta del sistema tiene mucho sobrepico pero el rechazo a la perturbación es muy bueno y la respuesta tarda muy poco en estabilizarse y seguir el valor de la consigna una vez se ha producido el rechazo.

**Figura 20** Respuesta IMC regulatorio sin reset

## 5.2 Diseño con dos grados de libertad

En este segundo caso, tal como se aprecia en la Figura 21, la respuesta es buena tanto en modo servo como en regulatorio. El problema de este diseño radica en que la mejora del sobre-pico se produce a costa de hacer la respuesta más lenta.

**Figura 21** Respuesta sistema dos grados de libertad



### 5.3 Diseño IMC servo sin Reset

Como se ha visto anteriormente, el método IMC convencional ofrece buen rendimiento en la tarea de servo, pero un mal rechazo a perturbaciones. Como se puede observar en la Figura 22, la respuesta del sistema tarda poco tiempo en seguir el valor de la consigna, pero el rechazo a la perturbación introducida es lento y la respuesta necesita demasiado tiempo en estabilizarse cuando se introduce una perturbación en éste.

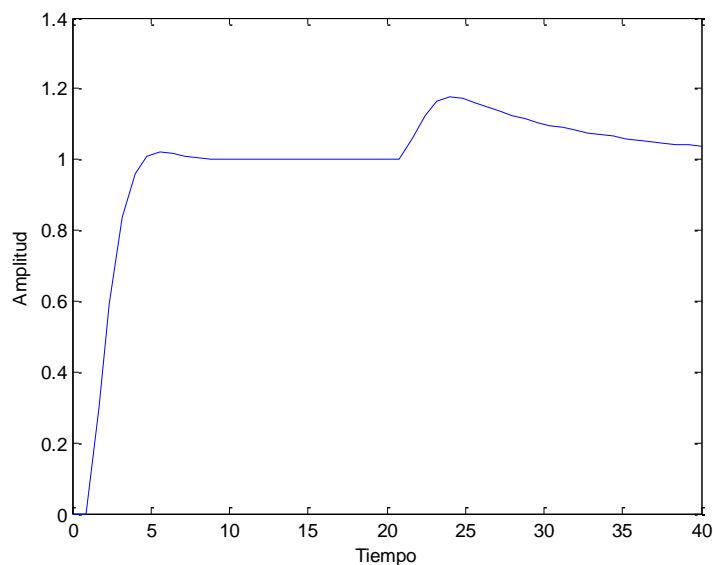
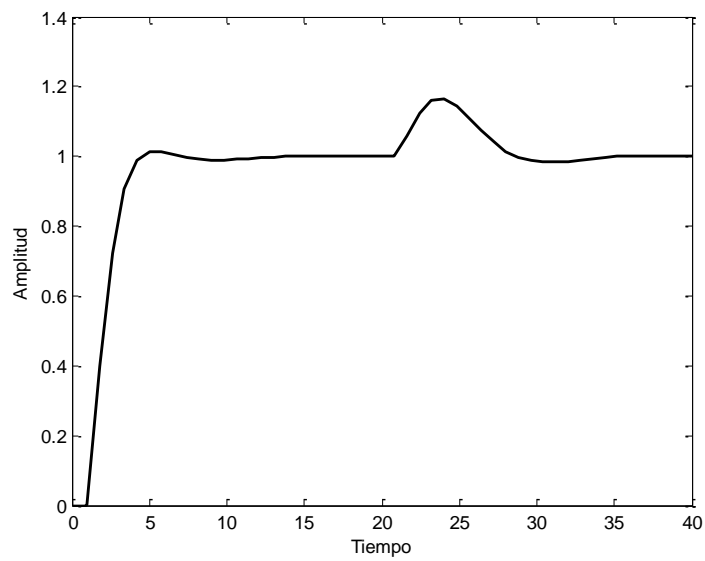


Figura 22 Respuesta IMC servo sin reset

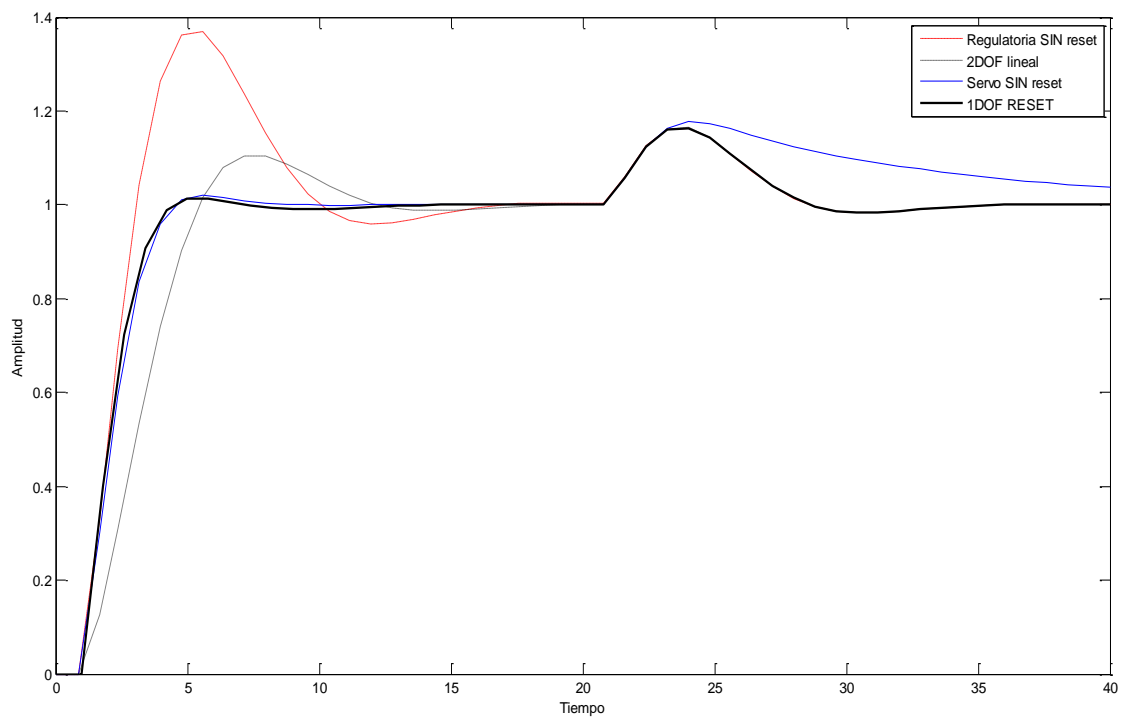
### 5.4 Diseño propuesto

En la Figura 23 se puede observar como en la respuesta de sistema a un cambio de consigna se produce con poco sobre-pico y se estabiliza en un intervalo muy corto de tiempo. Por otra parte, el rechazo a la perturbación se produce de una forma rápida. Este diseño proporciona al sistema una rápida estabilización tanto para servo como para regulatorio, mejorando su rendimiento en ambas tareas.

**Figura 23** Respuesta diseño propuesto

## 5.5 Comparación general

En la Figura 24 se pueden observar claramente las diferencias entre los 4 métodos que se han explicado a lo largo del proyecto, así como la mejora que el método propuesto ofrece tanto en la tarea de servo como en la de regulatorio.

**Figura 24** Comparativa general

Hay que remarcar que todas las comparaciones que se encuentran a lo largo del proyecto, y de las cuales el método propuesto ofrece cierta mejora son para unos determinados controladores y aplicando unos determinado factores. Ello no significa que siempre sea, el método propuesto, un método que ofrezca dichas mejoras siempre.

## 6. Conclusiones

A lo largo de todo el proyecto se han estudiado los problemas que hay en un esquema de control lineal convencional, es decir, un esquema de control lineal de un grado de libertad. El problema principal reside en que es muy difícil el diseño de un sistema con un tiempo de subida pequeño, sobre-pico reducido y un buen rechazo a perturbaciones. La manera más común que se conocía hasta ahora era utilizando un controlador con dos grados de libertad, pero la reducción del sobre-pico implica una respuesta más lenta.

En este trabajo se ha planteado si sería posible mejorar el seguimiento a la referencia manteniendo el controlador regulatorio del controlador de dos grados de libertad lineal, pero de tal manera que se pudieran obtener respuestas más rápidas con el mismo nivel de sobre-pico o incluso menor. Esto es lo que se ha investigado en el contexto de controladores PI.

Al controlador PI utilizado, modelado con el método IMC regulatorio, le fue aplicado un mecanismo de reset o Integrador de Clegg (CI). El método IMC para regulatorio, permite mejorar el rechazo a perturbaciones, mientras que el mecanismo de reset permite poner a cero una parte del integrador durante un cierto periodo de tiempo para así reducir el sobre-pico. La planta utilizada fue una planta de primer orden con tiempo de retardo.

Las conclusiones que se han obtenido de este proyecto en cuanto a comparativa con el sistema de dos grados de libertad, y teniendo en cuenta que es un trabajo preliminar y que no se trata de una comparación exhaustiva son, en general, que se han obtenido respuestas mejores. Se ha conseguido un sistema que ofrece una respuesta con el mismo nivel de sobre-pico que el que ofrece el controlador de dos grados de libertad pero con menor tiempo de subida para el esquema con reset. Hay que remarcar que no son

conclusiones firmes todavía, pero es una vía de estudio que aporta mejoras sobre algunos aspectos de los sistemas que se conocían hasta ahora.

Por otro lado hay que mencionar que se intentó abordar el método de la sintonización, un método puramente matemático, no analítico, sin éxito. No fue posible establecer unas determinadas reglas de sintonía para el controlador manteniendo ciertos límites de robustez y se tuvo que descartar este método.

Finalmente, me gustaría proponer algunas alternativas para que este proyecto pueda seguir desarrollándose en el futuro. La primera es la implementación electrónica. Se trataría de crear un circuito electrónico en el que se pudiera reproducir todo lo estudiado a lo largo de este proyecto. Otra alternativa sería seguir el estudio teórico de los métodos descritos pero aplicados a controladores de orden mayor, como ahora controladores de segundo o tercer orden. Y, por último, se podría intentar aplicar el mismo esquema a plantas inestables. Esto es más complicado porque el hecho de ser la planta inestable hace inevitable tener un sobre-pico y no queda claro si para este tipo de plantas también puede ser de utilidad.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] K.J. Åström & T.H. Hägglund, "New tuning methods for PID controllers", *Proceedings of the 3rd European Control Conference*, p.2456–62.
- [2] J.C.Clegg. "A non linear integrator for servomechanisms transactions AIEE", Part II, Applications and Industry, vol. 77, pp. 41-42, 1958.
- [3] A.Deighani, A.Lanzon, B. Anderson, " $H_\infty$  design to generalize internal model control", Science Direct, Australia, Junio 2006.
- [4] K. Ogata, "Ingeniería de Control Moderna", Pearson Educación S.A, Madrid, 4ª edición, 2003.
- [5] M. Morari and E. Zafiriou, "Robust Process Control", Prentice Hall, Englewood Cliffs, (1989).
- [6] Minorsky, "Directional stability of automatically steered bodies", *Journal of the American Society of Naval Engineering*, Vol. 34, p. 284, 1922.
- [7] C.A. Bahón, C.R. Giner "Tecnología de sistemas de Control", Ediciones UPC, Barcelona, Septiembre 2004.
- [8] S. Skogestad, "Modeling, identification and control", vol.25, No.2,pp.85-120
- [9] S. Skogestad and Ian Postlethwaite. "Multivariable Feedback Control, Analysis and Design", Segunda Edición, Inglaterra, 2005.
- [10] S. Tavakoli and M.Tavakoli, "Optimal Tuning of PID Controllers for first order plus time delay models using dimensional analysis", International Conference of Control and Automation, Montreal, Canada, June 2003.
- [11] S.Tavakoli, I. Griffin, P.J. Fleming, "Robust PI Control Design: A genetic Algorithm Approach", Medwell Journals, Sheffield; 2007.
- [12] K. Aström, K. y T. Hägglund, "PID Controllers: Theory, Design, and Tuning", Lund, Suecia, 1995.
- [13] H. Hu, Y.Zheng, C.U.Hollot and Y.Chait, "On the stability of Control Systems Having Clegg", Massachussets, Junio 1997.
- [14] L. Zaccarian, D. Netic and Andrew R. Teel. "First order reset elements and the Clegg integrator revisited". Portland, USA, 2005.
- [15] I. Horowitz and P. Rosenbaum, "Non linear design for cost of feedback reduction in systems with large parameter uncertainty", *Int. J. Contr.*, 21:977-1001, 1975.

- [16]Rivera, Morari y Skogestad. "Internal Model Control 4. PID Controller Design", 1986
- [17]Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite, "Multivariable Feedback Control, Analysis and Design". Segunda Edition, 2005
- [18]S.Alcantara, W.D.Zhang, C.Pedret, R.Vilanova, S.Skogestad. "IMC-like analytical  $H^\infty$  design with S/SP mixed sensitivity consideration: Utility in PID tuning guidance", Mayo 2011.
- [19]V. Zlonikas, A.Basyks, "PID Controller with enhanced Disturbance Rejection", Vilnius, Lituania, Enero 2010.

## ANEXO: Contenido del CD

En el CD adjunto a la memoria se incluye:

- Copia de la memoria en formato digital.
- Un documento .mdl con el esquema Simulink de los métodos estudiados.
- Un documento .m con el código de Matlab del esquema Simulink.



El control automàtic exerceix un paper important en molts processos de l'indústria. Cada un dels sistemes de control requereix d'un controlador, la majoria dels quals són del tipus PI. L'objectiu d'aquest projecte es investigar tècniques que permetin superar les limitacions que tenen els controladors PI lineals.

En la resposta d'un sistema de control es poden distingir dues tasques diferents: El seguiment a un canvi d'entrada o consigna correspon a la tasca de servo, mentre que el rebutj a perturbacions correspon a la tasca de reguladori. Al típic esquema de control realimentat, aquestes dues tasques estan enfrontades, es a dir, una millora a la tasca de servo implica un empitjorament a la tasca de reguladori i a l'inversa. Això suposa un problema al rendiment del sistema, així com la necessitat d'establir un cert compromís entre les dues tasques.

El que es pretén en aquest projecte es implementar senzilles regles de control no lineal amb la finalitat de millorar el rendiment del sistema i evitar la necessitat d'establir un compromís entre les dues tasques. Així, es pretén superar les limitacions que aquest té, obtenint controladors PI alternatius fàcilment sintetitzables.

---

El control automático desempeña un papel importante en muchos procesos de la industria. Cada uno de los sistemas de control requiere de un controlador, la mayoría de los cuales son de tipo PI. El objetivo de este proyecto es investigar técnicas que permitan superar las limitaciones que tienen los controladores PI lineales.

En la respuesta de un sistema de control se pueden distinguir dos tareas diferentes: El seguimiento a un cambio de entrada o consigna corresponde a la tarea de servo, mientras que el rechazo a perturbaciones corresponde a la tarea de reguladorio. En el típico esquema de control realimentado, estas dos tareas están enfrontadas, es decir, una mejora en la tarea de servo implica un empeoramiento en la tarea de reguladorio y a la inversa. Ello supone un problema en el rendimiento del sistema, así como la necesidad de establecer un cierto compromiso entre las dos tareas.

Lo que se pretende en este proyecto es implementar sencillas reglas de control no lineal con la finalidad de mejorar el rendimiento del sistema y evitar la necesidad de establecer un compromiso entre las dos tareas. Así, se pretende superar las limitaciones que éste tiene, obteniendo controladores PI alternativos fácilmente sintetizables.

---

Automatic control plays an important role in many industrial processes. Each of control systems require a controller most of which are PI. The purpose of this project is to investigate techniques to overcome the limitations of linear PI controllers.

In the response of a control system it can be differentiated two different tasks : the tracking of the reference signal is up to the task of servo, while the rejecting of the disturbances corresponds to the regulatory task. In the typical feedback control scheme,

these two tasks are conflicting, that is to say, an improvement in the servo task involves a deterioration in the work of regulatory and inversely. That is a problem in system performance and the need to establish a compromise between the two tasks.

The aim of this project is to implement simple rules of nonlinear control in order to improve system performance and avoid the need for a compromise between the two tasks. It seeks to overcome the limitations that it has, obtaining easily synthesized alternative PI controllers.