Universitat Autònoma de Barcelona

Màster Universitari de Recerca en Educació
Especialitat en Educació Científica i Matemàtica

Conocimiento de futuros profesores de primaria sobre el uso de la lengua para la enseñanza de matemáticas:

estudio con la relación área-volumen

Abigail Caro Villar
abigailcarovillar@gmail.com

Tutora: Núria Planas Raig
Defensa: 8-Sept-2020

Bellaterra, Septiembre 2020

Conocimiento de futuros profesores de primaria sobre el uso de la lengua para la enseñanza de matemáticas: estudio con la relación área-volumen

Abigail Caro Villar
Máster en Investigación en Educación, Universidad Autónoma de Barcelona

Resumen

En este artículo se presenta una investigación sobre aspectos didácticos, matemáticos y lingüísticos del conocimiento de un grupo de estudiantes para profesor de educación primaria. Si bien los conocimientos didáctico-matemáticos de los futuros profesores son objeto de estudio habitual en el campo de la educación matemática, la atención al uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática escolar sigue siendo un objeto poco tratado. Mediante datos de respuestas a un cuestionario individual, en una primera fase, estudio los tres aspectos mencionados utilizando métodos deductivos de análisis cualitativo del contenido. A partir de aquí y a través de métodos inductivos de análisis del discurso, centro la segunda fase en aspectos lingüísticos relativos al uso de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de la relación conceptual entre área y volumen. Los resultados principales apuntan a la capacidad de los futuros profesores de identificar cuestiones pedagógicamente significativas sobre léxico y gramática en el contexto de uso asociado a la comprensión matemática de la relación entre área y volumen, aun cuando no han recibido formación específica al respecto. Por otra parte, se observa una tendencia a otorgar al vocabulario técnico de la matemática escolar una función cognitiva por sí mismo, esto es, a considerar que la enseñanza y utilización de ciertas palabras especializadas devienen un apoyo a los procesos de pensamiento matemático del alumno de primaria. Dada la representación limitada del uso pedagógico de la lengua para enseñar y aprender matemáticas, concluyo que los aspectos lingüísticos deben incorporarse de manera deliberada y sostenida en el currículo universitario de didáctica de la matemática para futuros profesores de educación primaria.

Palabras clave: formación inicial del profesorado de matemáticas; conocimiento pedagógico del contenido matemático; relación área-volumen; uso matemáticamente relevante de la lengua.

Abstract

This article presents an investigation on didactic, mathematical and linguistic aspects of the knowledge of a group of students for primary school teachers. Although the didactic-mathematical knowledge of future teachers is a regular object of study in mathematics education research, attention to the use of language for teaching and learning school mathematics remains an elusive object. Using data from responses to an individual questionnaire, in a first phase, I study the three aspects above mentioned by means of deductive methods of qualitative content analysis. From here and through inductive methods of discourse analysis, I focus the second phase on linguistic aspects related to language use in teaching and learning the conceptual relation between area and volume. Some main results point to the ability of future teachers to identify pedagogically significant questions about vocabulary and grammar in the context of use associated with the mathematical understanding of the relationship between area and volume, even though they have not received specific training in this regard. On the other hand, there is a tendency to provide the technical vocabulary of school mathematics with a cognitive function by itself, that is, to view the teaching and use of certain specialized words as a support for the mathematical thinking processes of the primary school learner. Given the limited representation of the pedagogical use of language to teach and learn mathematics, I conclude that linguistic aspects must be deliberately and sustainably incorporated into higher education curriculum of mathematics teaching for future teachers of primary education.

Keywords: pre-service mathematics teacher education; content-based pedagogic knowledge; area-volume relationship; mathematically relevant language use.

Introducción

En el campo de investigación en educación matemática, una de las líneas más dinámicas en los últimos tiempos se ocupa de la formación del profesorado de matemáticas. Aquí, los estudios clásicos de Shulman (1986, 1987) sobre el conocimiento profesional para la enseñanza son el punto de partida de numerosos estudios sobre identificación y caracterización del conocimiento del profesor de matemáticas. Si nos fijamos en los trabajos que relacionan este conocimiento con su uso en situaciones de práctica profesional, destacan los de Ball (2008), Roesken (2011), Rowland (2013), entre otros. En este escenario en expansión, sigue habiendo, sin embargo, vacíos importantes en distintas direcciones. En particular, en las dos últimas décadas, la lengua ha devenido un foco de la investigación en educación matemática (Radford y Barwell, 2016), pero se mantiene como tarea pendiente ahondar en el conocimiento especializado del uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas en la escuela. El diagrama de la Figura 1 ubica la línea de investigación del actual trabajo.

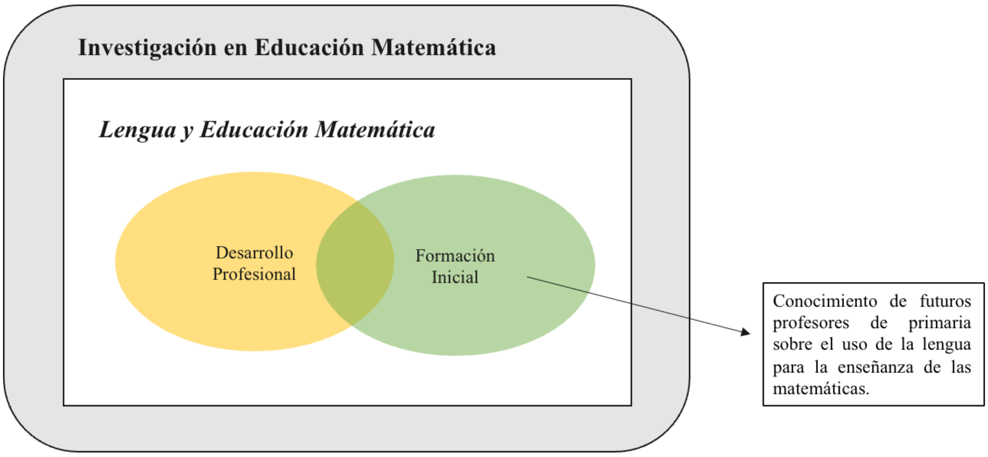


Figura 1. Representación de una parte de la investigación en educación matemática

A lo anterior se añade la necesidad constante de examinar, revisar y mejorar las instrucciones en la formación de futuros profesores de matemáticas. Como menciona Prediger (2019) y de acuerdo con lo documentado en varios de sus estudios con datos de clases de matemáticas, las dificultades de comprensión matemática de los alumnos a menudo se relacionan con dificultades de comprensión de la lengua del profesor y más en general de la lengua que se produce durante la interacción en el aula. De ahí que si entendemos los aspectos que intervienen en cómo formar mejor a los futuros profesores en el uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en el aula de primaria, estaremos más cerca de una enseñanza más efectiva y, por consiguiente, es de esperar que aumente el éxito matemático escolar para todos los grupos de alumnos.

Una revisión de la literatura en la línea de investigación de este trabajo revela el creciente interés en estudiar la lengua para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en la escuela (e.g., Radford y Barwell, 2016; Planas, Morgan y Schütte, 2018; Prediger, 2019). Asimismo, recientemente algunos autores han trabajado en el estudio específico de la lengua en entornos de desarrollo profesional del profesor de matemáticas (e.g., Prediger, Erath y Moser, 2019; Rangnes y Meaney, en prensa). Dicha literatura afín, ya sea con datos de clases en escuelas de primaria y secundaria o bien con datos de sesiones de desarrollo profesional con profesores de matemáticas en activo, inspira las decisiones a tomar en el estudio que presento. No obstante, al ser un tema en el cual se comienza a indagar hace no mucho con datos de futuros profesores de primaria, habrá decisiones tanto teóricas como analíticas que no se encontrarán suficientemente respaldadas por la literatura especializada cercana. Hay algunas excepciones que recopilo y en las que me centro en la primera sección del marco teórico. Este marco se completa con una sección de fuentes documentales sobre el currículo de educación matemática para formación inicial de profesorado y para educación primaria en el contexto de realización del estudio.

La lengua como contenido en la formación del profesorado de matemáticas

Formar a un profesor de matemáticas implica más que asegurar que construya conocimientos de las matemáticas que tendrá que enseñar o conocimientos pedagógicos de naturaleza generalista. En este sentido, ha tomado especial relevancia el estudio sobre el conocimiento profesional especializado que debe poseer el profesor en su papel de educador en la institución escolar. Se considera el trabajo de Shulman (1986) como el pionero en estudiar el conocimiento que los profesores tienen de la materia que enseñan y cómo lo transforman en representaciones y comunicaciones comprensibles para sus alumnos. Este autor define el conocimiento base para la enseñanza de acuerdo a tres ámbitos: conocimiento del contenido, conocimiento didáctico del contenido y conocimiento curricular. Posteriormente, en su publicación 'Knowledge and Teaching' (1987) propone siete categorías de conocimiento que el profesor debe poseer para desarrollar el proceso de enseñanza. Shulman (1986, 1987), por tanto, entiende que los profesores deben ser formados para desarrollar un conocimiento específico sobre cómo enseñar su materia, lo cual incluye el conocimiento pedagógico distintivo del contenido curricular, que a menudo se denomina conocimiento didáctico basado en el contenido.

Tomando a Shulman (1986, 1987) como punto de partida, Ball, Thames y Phelps (2008) proponen un modelo específico de conocimiento para la enseñanza de las matemáticas (ampliamente popularizado bajo el acrónimo MKT, en referencia al constructo teórico 'Mathematical Knowledge for Teaching'). Se trata de un modelo compuesto por dos dominios principales y seis subdominios relativos al conocimiento matemático y al conocimiento didáctico del contenido matemático, tal como lo resumo en la Tabla 1.

Dominio 1: Conocimiento matemático
1.1. Conocimiento común del contenido: conocimiento matemático y habilidades que se emplean en situaciones que no son exclusivas de la enseñanza.
1.2. Conocimiento especializado del contenido: conocimiento matemático y habilidades exclusivas para la enseñanza.
1.3. Conocimiento del horizonte: conocimiento que tiene el docente de cómo están relacionados los tópicos matemáticos incluidos en el currículo.

Dominio 2: Conocimiento didáctico del contenido matemático

2.1. Conocimiento del contenido y de los estudiantes: conocimiento didáctico que combina el conocimiento de los estudiantes y el de las matemáticas.
2.2. Conocimiento del contenido y de la enseñanza: conocimiento didáctico que combina el conocimiento sobre la enseñanza y el conocimiento de las matemáticas.
2.3. Conocimiento del currículo: conocimiento didáctico de los objetivos, contenidos, fines, orientaciones curriculares, materiales y recursos disponibles para la enseñanza.

Tabla 1. Resumen de los dominios y subdominios del MKT (Ball et al., 2008)

Como mencionan Rojas et al. (2013), el marco del MKT propone un conocimiento profesional del profesor de matemáticas diferente al exigido en otras prácticas matemáticas profesionales y conceptualiza el conocimiento matemático para la enseñanza como un conocimiento propio del profesor que implica, por ejemplo, analizar errores de los alumnos, examinar estrategias para la resolución de tareas, explicar cuándo y por qué los alumnos no comprenden un significado matemático, saber responder a cuestiones matemáticas, evaluar la adecuación de los materiales de enseñanza, disponer de representaciones y recursos para explicar un concepto y explicitar argumentos sólidos para evidenciar que un procedimiento funciona, entre otros aspectos.

Dentro del conocimiento matemático para la enseñanza, y en particular del conocimiento didáctico del contenido matemático, de manera transversal a los subdominios identificados por Ball et al. (2008) encontramos también un tópico o contenido de enseñanza que, a día de hoy, permanece como una dimensión ausente dentro de la formación inicial de profesores de matemáticas: el aprendizaje del uso pedagógico de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Si bien esta dimensión tiene cabida en el marco del MKT, y también en otros marcos generales similares, no ha sido examinada ni conceptualizada de un modo sistemático hasta el momento.

Si al marco del MKT se le incorpora el papel no solo del conocimiento sino de la práctica, se ve con claridad la importancia del uso de la lengua en cualquier tipo de instrucción matemática. Tal como señala Sfard (en prensa), la instrucción matemática puede verse como la práctica de una forma particular de comunicación: un discurso. Este discurso está compuesto, entre otros elementos, por la lengua, que a su vez puede definirse como un sistema simbólico constituido por un vocabulario (conjunto de signos básicos llamados palabras) y una sintaxis o gramática (conjunto de reglas para combinar elementos del vocabulario en expresiones legítimas o significativas dentro del registro correspondiente), apoyado por mediadores visuales (medios visibles que apoyan la comunicación, tales como diagramas, símbolos y gráficos). De esta aproximación a la lengua, se desprende la importancia del contexto de uso que es el que legitima la adecuación de una palabra o de una gramática. Por ejemplo, la palabra 'volumen' es correcta dentro del sistema lingüístico denominado lengua castellana o español. No obstante, si en una clase de matemáticas decimos a los alumnos que 'encuentren la fórmula del volumen de la televisión', entonces estamos combinando palabras legítimas mediante una gramática correcta pero no significativa en el contexto de esa clase; se apela a un registro cotidiano no académico en un contexto donde el registro que prima es el académico de la matemática escolar. De ahí que nuestra definición de lengua atienda al vocabulario, a la gramática y al contexto de uso en el que ambos elementos se unen y ponen en práctica.

De acuerdo con nuestra mirada a la dualidad conocimiento-práctica y con nuestra acepción de lengua, la formación inicial del profesor de matemáticas debe incorporar el aprendizaje del uso de la lengua en y para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la escuela. Si bien existen generalidades acerca del uso pedagógico de la lengua en el aula que el profesor de cualquier materia debe conocer como, por ejemplo, la incorporación de preguntas que fomenten la participación de los alumnos, el profesor de matemáticas debe además aprender a cómo realizar determinadas preguntas o intervenciones de modo que apoyen la comprensión de significados matemáticos para contenidos curriculares específicos (Planas, 2018; Prediger, 2019).

La investigación sobre cómo formar al profesor de matemáticas en el uso didáctico-matemático de la lengua en clase es aún escasa, en parte debido a la asociación del uso de la lengua con cuestiones pedagógicas generales que han resultado poco productivas en la explicación de los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos concretos. Sin embargo, en la última década se ha avanzado en la conceptualización de la lengua como recurso para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas (Planas, Morgan y Schütte, 2018). Estos avances se están notando tímidamente en los programas de formación inicial del profesor de matemáticas, con algunas excepciones que presentan un trabajo más avanzado como, por ejemplo, el sistema local de preparación y desarrollo profesional de profesores de matemáticas en Noruega (Rangnes y Meaney, en prensa).

La relación entre área y volumen como contenido en la formación del profesorado de matemáticas

Desde el punto de vista del contenido de enseñanza y de aprendizaje que se trabaja con los participantes del actual estudio, debe tenerse en cuenta tanto el currículo de matemáticas para educación primaria como el currículo de didáctica de la matemática para formación inicial de profesores de educación primaria. Paso, por tanto, a comentar ambos currículos teniendo en cuenta la especificidad del contenido que se fija, el de la relación entre área y volumen, a fin de explorar conocimientos sobre la relevancia didáctico-matemática del uso de la lengua en la enseñanza de la matemática escolar.

La administración educativa catalana establece la dimensión de conexiones en el currículo de matemáticas para educación primaria, la cual a su vez está integrada por dos competencias: a) Establecer relaciones entre diferentes conceptos, así como entre los diversos significados de un mismo concepto e b) Identificar las matemáticas implicadas en situaciones cotidianas y escolares y buscar situaciones que se puedan relacionar con ideas matemáticas concretas.[1] En relación con la primera competencia, se establece que la mayoría de los conceptos matemáticos están conectados con otros conceptos, tanto en el mismo bloque de contenidos como con otros bloques de la materia y de otras materias. Así, los alumnos de primaria deben ser capaces de comprender que las matemáticas no están constituidas por temas aislados, que las pueden usar en multitud de ocasiones en contextos diversos, y llegar a considerarlas útiles y relevantes para su vida más allá de su uso en la escuela. Con los conceptos de área y volumen, no solo se establece una relación a nivel matemático, sino también a nivel interdisciplinar y didáctico. Se trata, por ello, de dos conceptos que unidos suponen un contenido curricular de gran riqueza con posibilidades de ser examinados desde la perspectiva de si la comunicación de esta riqueza es explícita en la interacción del profesor con los alumnos en el aula de primaria.

[1] Departament d'Ensenyament Generalitat de Catalunya. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic.* (p. 26-32). Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions.

Habiendo comentado contenidos del currículo de matemáticas para educación primaria en el párrafo anterior, paso a comentar cómo este contenido específico se ubica en el currículo de didáctica de la matemática para futuros profesores de primaria. A nivel matemático, este currículo establece que el profesor de educación primaria debe ser capaz de identificar un concepto básico en situaciones donde tenga diferentes significados; particularmente, en el caso del área, debe saber sus distintos significados matemáticos y no matemáticos, y que se puede aplicar a figuras en dos dimensiones y en tres dimensiones apareciendo la noción asociada de área lateral. Además, también debe ser capaz de usar, describir y justificar la relación entre los conceptos matemáticos de área y volumen, y sus respectivas representaciones a nivel geométrico y algebraico; es decir, no basta con establecer una relación entre figuras de dos dimensiones y cuerpos de tres dimensiones, sino que también se necesita relacionar fórmulas algebraicas y cálculos aritméticos. A nivel interdisciplinar, el profesor de educación primaria debe ser capaz de relacionar los conceptos matemáticos de área y volumen y sus representaciones matemáticas en situaciones cotidianas y escolares, así como también con otras materias como, por ejemplo, ciencias naturales, dando ejemplos. Finalmente, a nivel didáctico, el currículo establece que el profesor debe ser capaz de promover que sea el propio alumnado quien relacione los contenidos de área y volumen para así lograr un aprendizaje real y para utilizar los recursos disponibles de manera más eficiente.

Una pregunta, dos objetivos y varios supuestos

En relación con el vacío identificado en la literatura, el desarrollo de esta investigación está guiado por la pregunta: *¿Cuáles son los indicios de conocimiento didáctico matemático especializado de los futuros profesores de primaria relativos al uso de la lengua?* Se trata de una pregunta amplia que aspira a ser compartida con otros trabajos que mantengan el foco de investigación variando el contenido matemático específico. Investigadoras del equipo GIPEAM (ref. SGR2017-101) contribuyen a la línea del uso pedagógico de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas con profesores de educación secundaria (ver, por ejemplo, Planas, 2018). Para el desarrollo empírico del actual estudio la pregunta se concreta con un contenido matemático específico del currículo de primaria mediante la formulación de dos objetivos de logro sucesivo:

- *Objetivo 1*. Identificar aspectos del conocimiento didáctico matemático especializado de futuros profesores de primaria para la enseñanza de la relación área-volumen.
- *Objetivo 2*. Identificar indicios de atención al papel de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de la relación entre área y volumen.

Por un lado, se busca reconocer e interpretar el uso que los futuros profesores dan al conocimiento didáctico especializado para la enseñanza de la relación entre área y volumen. Por otro lado, se busca realizar una exploración preliminar de la dimensión semántica del conocimiento didáctico matemático, particularmente con respecto a significados matemáticos asociados a la elección de léxico y de gramática en la representación de contextos de uso escolares y de aula. En torno a estos objetivos, se adoptan tres supuestos principales acerca de los estudiantes para profesor de primaria:

- *Supuesto 1*. Sus conocimientos matemáticos y didácticos para la enseñanza de la relación entre área y volumen son escasos.
- *Supuesto 2*. Su formación relativa al uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es escasa.

- *Supuesto 3*. A pesar de lo anterior, ante situaciones educativas prácticas en torno a la relación entre área y volumen, perciben la influencia didáctico-matemática de la lengua en uso.

De lo comentado hasta aquí, se desprende la relevancia científica y social del estudio que planteo junto con la posibilidad de identificar indicios de conocimiento sobre el papel de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares, aun cuando sean escasos y aparezcan en datos aportados solo por algunos de los estudiantes.

Orientación metodológica, datos y participantes

La investigación sigue un enfoque cualitativo con una combinación de métodos deductivos de análisis cualitativo del contenido escrito y métodos inductivos de análisis del discurso de estudiantes. Se trata de un estudio interpretativo cuya población participante son futuros profesores de educación primaria, en particular 51 estudiantes del segundo curso del Grado de Educación Primaria de la Universidad Autónoma de Barcelona que, en el momento de la recogida de datos, se encontraban cursando la asignatura obligatoria denominada Aprendizaje de las Matemáticas y Currículum. Todos estos estudiantes para profesor han cursado asignaturas de pedagogía general y la asignatura Matemáticas para Maestros sin contenidos explícitos de Didáctica de las Matemáticas todavía.

El instrumento diseñado para la recogida de datos es un cuestionario individual para ser respondido en el aula universitaria (ver Anexo I). La finalidad del cuestionario es acceder a los significados que los estudiantes para profesor de educación primaria producen en la interpretación de conocimiento especializado para enseñar contenidos específicos de la matemática escolar. Se buscó el acceso a la articulación de significados matemáticos, didácticos y lingüísticos que, de acuerdo con el marco teórico adoptado, constituyen parte del conocimiento profesional del profesor de matemáticas. Al respecto, el cuestionario se organizó en los cuatro niveles especificados en la Tabla 2 con preguntas directas o enunciados con problemas centrados en la relación matemática entre área y volumen.

Organización del cuestionario

Niveles	***Aplicación***
Didáctico-matemático (currículo institucional)	Pregunta sobre conocimiento del ámbito matemático en el currículo local de primaria
Matemático (disciplina escolar)	Preguntas sobre conocimiento de vocabulario técnico y de sus significados y relaciones
Didáctico-matemático (práctica educativa)	Actividad procedimental y actividad conceptual de resolución práctica de enunciados
Lingüístico (práctica educativa)	Preguntas de usos lingüísticos con impacto potencial en la comprensión matemática

Tabla 2. Niveles de conocimiento que se indagan en el cuestionario

Análisis del contenido

El análisis cualitativo del contenido se basa en la lectura como método esencial de compilación de datos; lectura que ha de ser sistemática, objetiva, replicable y válida (Ruíz, 2012, p. 193). Este análisis se orienta al estudio de temas o ideas literalmente expresadas en el texto que pasan a ser aisladas, contadas, relacionadas e interpretadas de acuerdo con el marco teórico seleccionado. El desarrollo del análisis presenta dos momentos clave: codificación y tratamiento de datos codificados. En el actual marco analítico, aplico un análisis del contenido escrito que persigue codificar las respuestas abiertas a las preguntas y las resoluciones matemáticas de las actividades prácticas en los cuestionarios. Con ello busco dar cumplimiento al logro del primer objetivo de investigación: identificar aspectos del conocimiento didáctico matemático especializado de futuros profesores de primaria para la enseñanza de la relación área-volumen.

En esta fase, la unidad de análisis escogida son frases compuestas por dos o más palabras lingüísticamente con sentido que, por tanto, comunican significado al ser leídas, pudiendo haber uno o más verbos conjugados junto al verbo principal que denota la acción que se analiza. He buscado así trabajar con una unidad de análisis de complejidad lingüística intermedia (por lo general no es solo una palabra pero tampoco se corresponde con toda la redacción compleja de una respuesta). Para estas frases, se indaga su potencial asociación con un área de contenido de entre los utilizados en el diseño del cuestionario, los que se definen y ejemplifican en la Tabla 3 (ver más detalles en Anexo II). En la columna con ejemplos de esta tabla, entre paréntesis se informa del estudiante y de la pregunta asociada a la parte o frase de la respuesta transcrita.

Organización del análisis del contenido

Área de contenido	***Descripción***	***Ejemplos***
Indeterminado	Frase que explicita que no se conoce la respuesta, e.g., mediante "no lo sé" o sin lexicalización.	"No lo sé" (E18, 3b)
Matemático	Frase que refiere conocimientos matemáticos tales como técnicas de cálculo o definiciones geométricas.	"El área se asocia a superficies planas de dos dimensiones" (E2, 1)
Lingüístico	Frase que refiere conocimientos lingüísticos, con mención a léxico, gramática o contexto (situación y condiciones de la comunicación).	"En el enunciado 3a el concepto de área se explicita" (E1, 5b); "En el segundo enunciado hay menos información explícita" (E35, 6b); "El alumno debe deducir que esos datos son el área de las diferentes caras del prisma" (E1, 5a)
Pedagógico	Frase que refiere conocimientos pedagógicos, tales como métodos de instrucción, estrategias de enseñanza o logros en el aprendizaje.	"La segunda es reflexiva y nos hace pensar más allá de la construcción del ejercicio" (E4, 4)
Didáctico – matemático	Frase que refiere conocimientos de didáctica de la matemática tales como representaciones múltiples de un concepto o estrategias de resolución.	"Se pide que encontremos cual es el volumen a partir de saber las medidas de las caras" (E6, 5a)

Tabla 3. Áreas de contenido organizadoras del primer análisis

Es importante señalar que las áreas de contenido son híbridas, es decir, no son excluyentes unas de otras ni exclusivas, por lo cual, cada frase se codifica según el área que más destaca. Al respecto, no se trabaja con categorías sino más bien con área de contenido que se complementan las unas con las otras. Por otro lado, también conviene señalar que todas las áreas de contenido surgen de alguno de los niveles considerados en el diseño del cuestionario (ver Tabla 2); aquí se observa que si bien con el cuestionario no se planeó buscar información pedagógica general no específica del contenido matemático, esta área se incluye en el análisis del contenido tras realizar una primera lectura de los datos.

La Tabla 4 presenta un recuento de frecuencias absolutas y porcentajes de frases halladas por áreas de contenido a fin de mostrar que efectivamente todas las áreas se encuentran representadas a lo largo del conjunto de respuestas en el total de cuestionarios.

Áreas de contenido	***Frases***	
	#	%
Indeterminado	44	6,50
Matemático	316	46,74
Lingüístico	192	28,40
Pedagógico	71	10,50
Didáctico–Matemático	53	7,84
Total	**676**	**99,98**

Tabla 4. Frecuencias absolutas y porcentajes de frases por áreas de contenido

A partir de los resultados de este primer análisis y con vistas al logro del segundo objetivo de investigación: identificar indicios de atención al papel de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de la relación entre área y volumen, se seleccionaron 15 participantes de la muestra a los que puede atribuirse un perfil lingüístico relativamente destacado en comparación con el resto de estudiantes para profesor de educación primaria. Se trata de estudiantes en cuyas respuestas al cuestionario se identifican cinco o más referencias (frases) en el área de contenido lingüístico; por ello, se les selecciona en calidad de 'buenos' candidatos para un análisis en mayor profundidad de su discurso referido al uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de la relación entre área y volumen.

Análisis del discurso

El análisis del discurso toma la función comunicativa de la lengua como principal foco de la investigación e intenta describir la forma lingüística, no como objeto estático sino como proceso dinámico cuya finalidad es expresar el significado intencionado (Otaola, 1989, p. 94). Para este estudio y de acuerdo con Sfard (en prensa), tomo la lengua por su aspecto material (vocabulario y gramática) y social (práctica educativa), particularmente el uso de la lengua en la enseñanza y el aprendizaje de un contenido matemático de la escuela primaria. Más en general, el discurso que se analiza es el de los estudiantes para profesor en sus respuestas a discursos escritos propuestos en el cuestionario como enunciados de tareas matemáticas. De acuerdo a lo anterior, y coherentemente con el marco teórico, del área de contenido lingüístico surgen tres sub-áreas de análisis, definidas y ejemplificadas en la Tabla 5 (ver más detalles en Anexo III). Al igual que en la Tabla 3, en la columna con ejemplos, se especifican estudiante y pregunta de la parte o frase de la respuesta transcrita.

Organización del análisis del discurso

Sub-área	***Descripción***	***Ejemplos***
Léxico	Frase donde se menciona vocabulario específico o palabras que denotan una realidad concreta o conceptual.	"Porque no introduce el concepto que nosotros estamos buscando, es decir, el área." (E12, 5a)

Gramática	Frase donde se menciona enunciados de la lengua que relacionan realidades o forman oraciones al combinar palabras.	"En este enunciado no queda claro que es importante el hecho de que se busca mismo volumen, pero con diferentes áreas." (E23, 6a)
Contexto	Frase donde se menciona circunstancias de uso de palabras y enunciados que producen significados con implicación en la comprensión matemática.	"En el segundo enunciado el alumno debe deducir que las áreas deben ser distintas" (E1, 6b)

Tabla 5. Sub-áreas de contenido lingüístico

Resultados

Organizo esta sección de acuerdo a los logros en la obtención de cada uno de los dos objetivos planteados para la investigación. Dada la naturaleza de los objetivos, los resultados informan sobre aspectos del conocimiento didáctico matemático de los futuros profesores con dos niveles de especificidad: en cuanto al contenido matemático asociado a la relación área-volumen, y en cuanto al contenido pedagógico asociado al uso de la lengua en la enseñanza. Para cada logro aporto frases de respaldo extraídas de respuestas de los estudiantes en los cuestionarios. En la última sección de discusión de resultados y conclusiones, cuando es posible, relaciono estos logros entre ellos ya sin entrar en el detalle de los datos empíricos para participantes concretos.

Logro del Objetivo 1

El propósito de este trabajo es analizar el conocimiento didáctico matemático de futuros profesores de primaria y, con mayor profundidad, el uso de la lengua para la enseñanza de la matemática. A raíz de este propósito, como primer objetivo se propuso identificar aspectos del conocimiento didáctico matemático especializado de futuros profesores de primaria para la enseñanza de la relación área-volumen. En este sentido y con relación al área de contenido que abarca el conocimiento matemático para la enseñanza definido en el dominio 2.2 del modelo MKT de Ball et al. (2008) (ver Tabla 1), un resultado de la investigación es que, en general, **los futuros profesores de primaria muestran significados geométricos y algebraicos poco claros y a veces erróneos para los conceptos de área y volumen**. Esta debilidad en el conocimiento matemático específico se evidencia, por ejemplo, cuando definen el área como el "tamaño" que ocupa una figura geométrica en el plano (ver Anexo II, E5), o como "la multiplicación de la longitud de los costados de una figura" (Anexo II, E25), o bien cuando escriben que "una superficie siempre tiene base y altura" (Anexo II, E3), utilizando los términos de área y superficie como sinónimos matemáticos (Anexo II, E27). Asimismo, varios participantes definen el volumen como "el conjunto de todas las áreas de una figura geométrica" (Anexo II, E13), o como la "versión 3D del área" (Anexo II, E25), o bien como "la cantidad de masa en el interior de un prisma" (Anexo II, E37), considerando que "toda figura geométrica tiene como dimensiones el largo, el ancho y la altura" (Anexo II, E36).

Por otro lado y con relación al área de contenido que abarca el conocimiento didáctico matemático para la enseñanza definido en los dominios 2.2 y 2.3 del modelo MKT de Ball et al. (2008) (ver Tabla 1), se observa un segundo resultado. Mayoritariamente **los futuros profesores de primaria comparten un perfil pedagógico generalista, con apenas alusiones a cuestiones particulares de la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje**. Esta falta de especificidad didáctico matemática en sus respuestas a preguntas que sí tienen especificidad didáctico matemática, se evidencia cuando responden con afirmaciones del tipo “el ejercicio pide más reflexión” (ver Anexo II, E27), “el ejercicio permite hacer deducciones y trabajar el razonamiento” (Anexo II, E2), “el enunciado es más claro y permite hacer la representación mental más rápido” (Anexo II, E12), “el segundo ejercicio va más allá y necesita de nuestra imaginación y memoria” (Anexo II, E4), o “el primer ejercicio ayudará más a los alumnos” (Anexo II, E30). Esto ocurre a pesar de que se les pregunta por implicaciones del enunciado de un problema sobre la relación área-volumen en el aprendizaje matemático del alumno de primaria. Las anteriores respuestas no precisan ni mencionan el razonamiento matemático o la representación mental matemática, entre otros procesos involucrados en la resolución de las actividades del cuestionario.

<u>Logro del Objetivo 2</u>

Como segundo objetivo de investigación se propuso identificar indicios de atención al papel de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de la relación entre área y volumen. En este sentido y siguiendo la definición de lengua descrita en el marco teórico de este trabajo, surge un tercer resultado de la investigación. En su mayoría, **los futuros profesores de primaria prestan atención al vocabulario matemático especializado en el enunciado de un ejercicio o problema valorando que sea explícito**. Esta atención a una parte concreta de la lengua y del registro matemático queda en evidencia, por ejemplo, cuando sus respuestas hacen referencia a que “se dice de manera explícita que los datos aportados son las áreas de las caras” (ver Anexo II, E1), “si no introduces el concepto que tú quieres enseñar, es posible que no sean capaces de encontrarlo” (Anexo II, E12), “incluir área y volumen en el mismo enunciado ayuda a los alumnos a relacionar estos dos conceptos” (Anexo II, E28), “no se habla del término matemático área” (Anexo II, E40), “en la actividad 3A se le da el nombre a este concepto” (Anexo II, E41), o “se introduce vocabulario específico del ámbito matemático” (Anexo II, E42).

Al mismo tiempo y como cuarto resultado principal en relación al segundo objetivo, se observa que, en general, **los futuros profesores de primaria asocian el uso de vocabulario matemático especializado con funciones cognitivas de activación de aprendizajes para el alumnado de primaria**; esto es, consideran que la enseñanza y utilización de ciertas palabras devienen un apoyo a los procesos de pensamiento matemático del alumno de primaria, sin destacar el papel del contexto de uso de estas palabras en el desarrollo de dicho pensamiento. Este exceso de atribuciones cognitivas que parece darse al vocabulario queda evidenciado cuando los futuros profesores de primaria afirman que “un vocabulario más exacto para el alumnado puede ayudar a su comprensión y, por tanto, a la resolución del problema” (ver Anexo II, E23), “el lenguaje de la segunda no es tan técnico como el de la primera” (Anexo II, E35), “el uso de un vocabulario poco preciso dificulta el entendimiento del ejercicio y la comprensión de éste” (Anexo II, E37), “si las palabras son muy técnicas aumenta la distracción” (Anexo II, E43), o “la implicación de determinadas palabras indirectamente dificulta que el enunciado les sea accesible a primera vista y que acabe siendo más difícil resolverlo de lo que realmente es” (Anexo II, E46). Como se lee en esta selección de frases, los adjetivos que se atribuyen al vocabulario sugieren una función que el vocabulario por sí solo no tiene en la lengua, excepto cuando se ubica en una explicación, argumentación o contexto matemático gramaticalmente más amplio que una sola palabra.

Como último resultado, se observa que en general **los futuros profesores de primaria no atienden a los cambios en la sintaxis de un enunciado ni por tanto discuten posibles efectos de estos cambios en el aprendizaje matemático del alumnado de**

primaria. Lo anterior se evidencia en las escasas respuestas que se presentan como ejemplo de atención al cambio en la gramática. “En este enunciado no queda claro que es importante el hecho de que se busca mismo volumen pero con diferentes área” (ver Anexo II, E23), “en el segundo enunciado hay menos información explícita, es necesario que el alumnado piense más” (Anexo II, E35), “el enunciado del ejercicio 3B se encuentra muy explícito y por esta razón los niños podrán sacar un buen aprendizaje” (Anexo II, E42), “un enunciado es más explicativo y se entiende mejor, así que focalizas la atención y no tienes que resolver pequeñas cuestiones durante la lectura” (Anexo II, E43). Mayoritariamente, la atención al vocabulario especializado centra los comentarios sobre el uso de la lengua con apenas referencias a la relevancia de las construcciones gramaticales en la creación de significado matemático y al potencial de ciertas construcciones por delante de otras.

Discusión de resultados y conclusiones

En esta última sección discuto posibles relaciones entre resultados y concluyo acerca del conocimiento de futuros profesores de primaria en torno al uso de la lengua para la enseñanza de la relación área-volumen. De acuerdo con los resultados obtenidos con un grupo experimental que no había recibido preparación previa a la recogida de datos, puede decirse que los futuros profesores de primaria:

- [Resultado 1] muestran significados geométricos y algebraicos poco claros y a veces erróneos para los conceptos de área y volumen;
- [Resultado 2] comparten un perfil pedagógico generalista, con apenas alusiones a cuestiones particulares de la matemática escolar, su enseñanza y aprendizaje;
- [Resultado 3] prestan atención al vocabulario matemático especializado en el enunciado de un ejercicio o problema valorando que sea explícito;
- [Resultado 4] asocian el uso de vocabulario matemático especializado con funciones cognitivas de activación de aprendizajes para el alumnado de primaria; y
- [Resultado 5] no atienden a los cambios en la sintaxis de un enunciado ni por tanto discuten posibles efectos de estos cambios en el aprendizaje matemático del alumnado.

A partir de aquí, es posible establecer algunas relaciones dos a dos entre dichos resultados. Para empezar, los futuros profesores de primaria conocen y tienen incorporado en su léxico escolar la terminología matemática de área y volumen; sin embargo, no describen su significado geométrico y algebraico. Esto se debe, en parte, al exceso de atribuciones cognitivas que se le otorga al vocabulario por sí mismo cuando hacen alusión a que el vocabulario es importante sin considerar su significado gramatical, siendo área y volumen un ejemplo de esto. Al respecto, los Resultados 1 y 4 parecen estar conectados.

También se observan conexiones del Resultado 5 con los Resultados 2, 3 y 4. En primer lugar, al tratarse de futuros profesores de primaria que muestran un perfil pedagógico más bien generalista y aún poco orientado a la didáctica específica de las matemáticas, no parecen percibir los efectos de los cambios en la sintaxis para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En segundo lugar, la falta de discusión de construcciones gramaticales más idóneas y menos idóneas para el aprendizaje de las matemáticas se explicaría, en parte, por la excesiva atención al vocabulario por delante de la gramática, aun cuando las personas usualmente nos comunicamos utilizando frases y no palabras aisladas. En tercer lugar, el vocabulario ocupa un papel tan importante en la reflexión didáctico-matemática de los futuros profesores de primaria que restan importancia al enunciado y a otras de sus características. Al otorgar mayor importancia al vocabulario, parecen restar relevancia a los modos en los que dicho vocabulario se articula mediante la gramática.

Llegados a este punto, emergen varias conclusiones sobre las razones que pueden explicar algunos de los resultados. Es posible que el conocimiento matemático erróneo de los conceptos de área y volumen y de las relaciones entre ellos sea producto de una enseñanza de las matemáticas sin el uso de vocabulario especializado que distinguiera entre área y área lateral; tal como afirman Prediger, Erath y Moser (2019) la baja competencia lingüística de los estudiantes se entrelaza con oportunidades restringidas de aprendizaje matemático; además del uso escaso de una sintaxis especializada que trabajara las habituales 'falsas' relaciones de dependencia que se establecen entre área y volumen (e.g. a mayor área, mayor volumen; a menor área, menor volumen). A esto cabe añadir que los participantes en el momento de la recogida de datos cursaban su primera asignatura de didáctica específica de las matemáticas en el grado, encontrándose además en el primer día; esto explicaría el perfil generalista y la aparición del área de contenido pedagógico que no estaba prevista en la construcción del cuestionario. Lo anterior permite constatar la directa relación entre los resultados obtenidos y los supuestos establecidos al inicio de este estudio. El conjunto de resultados y las posibles explicaciones de algunos de ellos apuntalan la afirmación de Prediger (2019) acerca de la necesidad de formación profesional sobre el uso de la lengua para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. La revisión de los programas de formación inicial de profesorado de matemáticas, a fin de que incluyan conocimientos del uso didáctico de la lengua en clase, es un tema urgente que esta investigación sustenta. Finalmente, el presente estudio viene a ser un pequeño pero esencial avance para la línea de investigación en Lengua y Educación Matemática mencionada en Sfard (en prensa), puesto que, además, se basa en un contenido matemático específico.

Referencias

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59* (5), 389–407.

Otaola, C. (1989). El análisis del discurso. Introducción teórica. *EPOS Revista de Filología*, *5*, 81–98.

Departament d'Ensenyament Generalitat de Catalunya. (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic.* (p. 26-32). Barcelona: Servei de Comunicació i Publicacions.

Planas, N., Morgan, C. y Schütte, M. (2018). Mathematics and language. Lessons and directions from two decades of research. En T. Dreyfus, M. Artigue, D. Potari, S. Prediger y K. Ruthven (Eds.), *Developing research in mathematics education. Twenty years of communication, cooperation and collaboration in Europe* (pp. 196–210). Londres, Inglaterra: Routledge.

Planas, N. (2018). Language as resource: A key notion for understanding the complexity of mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics, 98*(3), 215–229.

Prediger, S. (2019). Investigating and promoting teachers' expertise for language-responsive mathematics teaching. *Mathematical Education Research Journal, 31*, 367–392.

Prediger S., Erath K. y Opitz E. M. (2019). The language dimension of mathematical difficulties. En A. Fritz, V. Haase y P. Räsänen (Eds), *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 437–455). Cham, Suiza: Springer.

Radford, L. y Barwell, R. (2016). Language in mathematics education research. En Á. Gutiérrez, G. C. Leder y P. Boero (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education. The journey continues* (pp. 275–313). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers (Brill).

Rangnes, T. y Meaney, T. (en prensa). Preservice teachers learning from teaching mathematics in multilingual classrooms. En N. Planas, C. Morgan y M. Schütte (Eds.), *Classroom research on mathematics and language*. Londres, Inglaterra: Routledge.

Rojas, N., Flores, P. y Carrillo, J. (2013). Caracterización del conocimiento matemático para la enseñanza de los números racionales. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 4, 47–64.

Roesken (Winter), B. (2011). Mathematics teacher professional development: theoretical models. En B. Roesken (Winter) (Ed.), *Hidden dimensions in the professional development of mathematics teachers* (pp.1–28). Rotterdam, Holanda: Sense Publishers (Brill).

Ruiz, J. (2012). Análisis del contenido. En J. Ruiz (Ed.), *Metodología de la investigación cualitativa* (pp. 191–210). Bilbao: Universidad de Deusto.

Rowland, T. (2013). The Knowledge Quartet: The genesis and application of a framework for analysing mathematics teaching and deepening teachers' mathematics knowledge. *Journal of Education, 1*(3), 15–43.

Sfard, A. (en prensa). Bewitched by language: Questions on language for mathematics education researcher. En N. Planas, C. Morgan y M. Schütte (Eds.), *Classroom research on mathematics and language*. Londres, Inglaterra: Routledge.

Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard Educational Review*, *57*(1), 1–23.

Anexo I: Instrumento de recogida de datos (cuestionario)

Tiempo estimado: 45 minutos

1. ¿Qué debe saber un alumno sobre la relación entre área y volumen al finalizar la etapa de primaria?

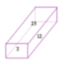
2. Explica con palabras.

- El significado matemático del término 'área'.

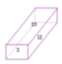
- El significado matemático del término 'volumen'.

3. Resuelve las actividades.

A. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Cuál es el volumen del prisma?



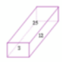
B. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Existen otros prismas rectangulares con igual volumen pero distintas áreas? Si es así, da un ejemplo.



4. Compara las Actividades 3.A y 3.B e identifica al menos una diferencia.

5. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.A es:

La imagen muestra un prisma rectangular cuyas caras miden 3, 12 y 25 cm^2. ¿Cuál es el volumen del prisma?



A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?

B. Si nos fijamos en el vocabulario principal, los dos enunciados verbales también son diferentes.

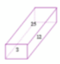
CARAS VOLUMEN PRISMA

PRISMA ÁREAS VOLUMEN CARAS

¿Veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?

6. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.B es:

La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Existen otros prismas rectangulares cuyo volumen coincida? Si es así, da un ejemplo.



A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?

B. Si nos fijamos en las frases que hacen que los dos enunciados sean diferentes:

	CUYO	
IGUAL	VOLUMEN	PERO DISTINTAS ÁREAS
	COINCIDA	

¿veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?

UAB Universitat Autònoma de Barcelona

Departament de Didàctica de la Matemàtica i de les Ciències Experimentals

Trabajo de Fin de Máster

CUESTIONARIO SOBRE RELACIÓN ÁREA – VOLUMEN

Máster Universitario de Investigación en Educación

Especialidad en Educación Científica y Matemática

Abigail Tamar Caro Villar

Curso 2019 – 2020

Tutora: Dra. Núria Planas Raig

abigail.caro@e-campus.uab.cat

Anexo II: Tratamiento de datos (transcripciones)

ESTUDIANTE 1

1. En primer lugar, el alumno debe saber qué quiere decir cada concepto por separado.
2A. Se trata de la superficie llana que ocupa un elemento geométrico.
2B. Se trata del espacio de una figura en 3 dimensiones.
3A. No resuelve.
3B. No resuelve.
4. En la primera, la resolución del problema se limita al cálculo de un volumen a través de los datos aportados. En la segunda, los alumnos deben transferir el concepto de volumen a una figura de la cual no poseen todos los datos.
5A. En la actividad 3A se dice de manera explícita que los datos aportados son las áreas de las caras. En la actividad 5 el alumno debe deducir que esos datos son el área de las diferentes caras del prisma.
5B. Sí, en el enunciado 3A el concepto de área se explicita. En el enunciado 5 el concepto de área debe ser deducido por el alumno a través de los datos aportados.
6A. En el enunciado 3B se explicita que las áreas deben ser distintas. En el enunciado 6 el alumno (además de resolver el problema) debe deducir que las áreas deben ser diferentes para que el enunciado tenga solución.
6B. Sí. En el primer enunciado el alumno puede buscar la solución directa ya que todos los datos son explícitos. En el segundo enunciado el alumno debe deducir que las áreas deben ser distintas (gracias a conocimientos matemáticos) para poder resolver el problema.

ESTUDIANTE 2

1. Que el área se asocia a superficies planas de dos dimensiones. Que el volumen se asocia a volumen de tres dimensiones.
2A. Superficie medida en unidades de medida cuadradas (de distancia) de un elemento de dos dimensiones.
2B. Espacio medido en unidades de medida cúbicas (de distancia) de un elemento de tres dimensiones.
3A. Resuelve bien sin llegar a solución.
3B. Sí, no sé dar un ejemplo.
4. En la A, hay que resolver un problema con una única respuesta correcta. En la B, las respuestas pueden ser variadas e igual de correctas.
5A. Cuando decimos que las caras del prisma hacen X cm^2, estamos diciendo, dando las áreas de las caras de manera implícita.
5B. Aparece el concepto de áreas, ligado al volumen.
6A. Cuando decimos que es necesario que sean diferentes pero que el volumen coincida, estamos dando a entender que los lados, y las áreas, deberán ser diferentes.
6B. Si, aparecen nuevos conceptos descriptivos que permiten hacer deducciones y trabajar el razonamiento.

ESTUDIANTE 3

1. Deberían saber por qué están relacionadas, saber distinguir el área y el volumen de un objeto (físicamente y en dibujo). Entender el porqué de que el área "siempre" está en las fórmulas del volumen. Distinguir las diferentes dimensiones.
2A. Es el espacio que ocupa un objeto de 2 dimensiones, la superficie tiene base y altura.
2B. El volumen es el área de un objeto multiplicado, añadiendo la tercera dimensión, la anchura.
3A. Da una idea errónea de cómo podría resolverse.
3B. Si, si las caras están en una disposición diferente (dibuja el mismo prisma en otra posición).
4. La manera en que está formulada la pregunta, en la 3B tienes que pensar un ejemplo. Utilizar tu conocimiento y aplicarlo.
5A. Porque en la segunda, tienes que conectar los contenidos para poder resolver el problema. Debes saber que es el área y el volumen sin preguntártelo explícitamente.
5B. Si, que los alumnos deben conocer distintas palabras para explicar una misma cosa.
6A. Porque hay que relacionar conceptos.

6B. Si, el nivel de vocabulario, el lenguaje del enunciado es diferentes en los problemas.

ESTUDIANTE 4

1. Un alumno de primaria ha de entender que el área es el conjunto de superficie que ocupa un objeto, el perímetro es el contorno, debe conocer los ángulos, núcleos..., y entender el volumen como una dimensión 3D de la geometría.
2A. Superficie total que ocupa una forma geométrica. Se expresa en cm^2.
2B. Total de espacio que ocupa una forma en el espacio. Se expresa en cm^3.
3A. Calcula el volumen sumando todas las áreas.
3B. No existen.
4. La primera es análisis matemático, propuesta solución. La segunda es reflexiva y nos hace pensar más allá de la construcción del ejercicio.
5A. Pues porque generan diferentes mapas mentales, el primero centra su respuesta en el estudio y memorización de las bases de la resolución de problemas geométricos. La segunda, va un poco más allá y necesita de nuestra imaginación, memoria y pensamiento abstracto.
5B. Implicaciones, sinceramente no.
6A. Ya que pide cosas diferentes, se busca una reflexión y resultados que no tienen nada que ver.
6B. Sinceramente, creo que la enseñanza matemática que he vivido ha sido una de las materias más conflictivas entre alumnos y profesorado. Creo que el miedo o la pereza a las matemáticas, ya antes de estudiarlas, por lo tanto creo que condiciona mucho el aprendizaje de los alumnos. Y por lo tanto no encuentro implicaciones ya que el ritmo competitivo en el aula no te incorpora a valorar tales recursos.

ESTUDIANTE 5

1. Que tienen una relación real coherente y lógica, y entenderla.
2A. Es el tamaño que ocupa en el plano una figura geométrica es medida con las unidades de la longitud pero elevadas al cuadrado.
2B. Es lo que ocupa en el espacio en 3 dimensiones un objeto, se mide con las unidades de la longitud al cubo.
3A. Resuelve bien sin llegar a la solución.
3B. Si, ya que la fórmula del volumen de un prisma es $V = b \cdot a \cdot p$ luego si la
V = 1245, la b, la a y la p pueden adquirir muchos valores diferentes luego las áreas también.
4. En la B no hace falta saber el volumen para responder.
5A. Por qué separa conceptos a partir de un punto.
5B. Sí.
6A. Por qué no pones énfasis en las áreas.
6B. Si, debido a que el lenguaje es una herramienta muy importante.

ESTUDIANTE 6

1. Un alumno, cuando finaliza la etapa de primaria, debe saber cuál es la diferencia entre el área y el volumen de una figura, que radica en el plano desde el que se observa (2D o 3D).
2A. El área es la superficie de una zona determinada.
2B. El volumen es el espacio que ocupa un objeto.
3A. Calcula el volumen multiplicando las tres áreas.
3B. No contesta.
4. En la actividad 3B, el enunciado nos pide que llevemos a la práctica aquello que pide que hagamos la actividad 3A. Es decir, la actividad 3A pide que resolvamos el problema, en cambio, la actividad 3B pide que pensemos otra situación en que se produzcan las mismas circunstancias.
5A. Porque, en este caso, se pide que encontremos cual es el volumen a partir de saber las medidas de las caras, en cambio, antes pedía saber el volumen del prisma sabiendo cuál es el área de las caras.
5B. Sí, la única palabra que se añade es la palabra "áreas" en el segundo caso.
6A. Porque, en este caso, se pide que se ponga un ejemplo de un prisma en el cual coincida el volumen, en cambio, en la actividad 3B, pide lo mismo, pero hay que especificar si el área cambia.

6B. Sí, ya que la palabra que se elija, el alumno puede entender el enunciado de forma distinta, realizando una respuesta que no se ajusta a lo que se pide.

ESTUDIANTE 7
1. Debe saber que la una es dependiente de la otra y por tanto que no pueden existir independientemente.
2A. El área es la superficie plana de un polígono.
2B. El volumen es toda la masa que ocupa un prisma.
3A. Calcula el volumen primero multiplicando las áreas, y luego elevando las áreas al cuadrado.
3B. Sí, mientras los valores de las áreas planteadas sean los mismos, el volumen también lo será.
4. Una permite ejecutar automáticamente una fórmula mientras que otra (3B) exige un conocimiento de más de un concepto para resolverla (geometría, cálculo...).
5A. La actividad 3A muestra un enunciado más complejo y explicativo, con palabras más técnicas.
5B. Con el enunciado 2 (3A) los alumnos se familiarizan con el vocabulario técnico asociado a los procesos que realizan y les ayuda a comprender los mismos.
6A. Hay un vocabulario distinto que se usa en los enunciados, las palabras "cuyo volumen"-"con igual volumen".
6B. El segundo enunciado presentado es más complejo en relación a la manera de presentar los procesos mientras que el primero simplifica palabras pero no elimina contenidos.

ESTUDIANTE 8
1. Cada objeto con volumen ocupa un área determinada. Y un área puede formar un volumen con esa forma de área. Hay que saber distinguir que cuando hablamos de área nos referimos a una superficie plana y por el contrario el volumen ocupa una parte no plana.
2A. Un área es una superficie medida por la base y altura.
2B. El volumen es el resultado de la base, altura y profundidad.
3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.
3B. Sí, puede haber otros prismas de forma rectangular con el mismo volumen, pero con distintas áreas en cada una de las partes que lo forma.
4. La diferencia la encontramos a la hora de formular las operaciones para encontrar el resultado que buscamos, pues en una fórmula tenemos en cuenta unas operaciones concretas y en la otra, para saber el área utilizamos otras operaciones para encontrar el resultado.
5A. Porque una utiliza un lenguaje correcto, utilizando las competencias y contenidos necesarios para entender de qué estamos hablando. En la otra formulación de la pregunta es más informal y por tanto no utiliza el lenguaje adecuado para referirnos a los contenidos, competencias... del currículo de matemáticas.
5B. Pues, para el aprendizaje de los alumnos es necesario hacer un buen uso del lenguaje, para poder entender claramente los conocimientos de las matemáticas.
6A. Porque una de las actividades nos presenta el problema dando datos numéricos concretos. Pues si fuéramos a ejemplificar de una manera similar necesitaríamos utilizar el mismo método.
6B. Sí, pues utilizar un lenguaje u otro, ayuda y aclara lo que pide el enunciado y por lo tanto ayuda a identificar y descifrar el problema de una manera más fácil y comprensiva.

ESTUDIANTE 9
1. Tener claros los conceptos y la diferencia entre ellos.
2A. Espacio que ocupa un cuerpo en 2D.
2B. Espacio que ocupa un cuerpo en 3D.
3A. Plantea bien el desarrollo sin llegar a la solución.
3B. Sí, infinitas.
4. No contesta.
5A. Porque en el primer ejercicio ya nos habla de áreas.
5B. Si, para comprobar si lo ha aprendido o lo hacen por copia o reproducción.
6A. Porque utiliza otro vocabulario.
6B. Aprenden más vocabulario. También, cambiando el enunciado, se demuestra si un alumno lo ha entendido o lo hace por reproducción.

ESTUDIANTE 10

1. Un alumno tiene que saber diferenciar estos dos conceptos con claridad, así mismo, tiene que saber calcularlos, es decir, saber aplicarlos en la práctica.

2A. El concepto de área es aquel que equivale al cálculo de la superficie de una figura geométrica. Normalmente es elevado al cuadrado.

2B. El concepto de volumen es aquel que equivale al cálculo elevado al cubo de una figura geométrica.

3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.

3B. Tenemos que encontrar otra figura que su resultado sea 900 cm^3.

4. Las áreas de las dos figuras son diferentes. En una nos dan los elementos para encontrar el resultado, y en el otro nos dan el resultado.

5A. Porque te piden dos cosas distintas y con distintos enunciados verbales.

5B. En un ejercicio introducimos el concepto de área y en cambio en el otro no.

6A. El ejercicio 3B es más detallado.

6B. Sí, puesto que lo más importante de las matemáticas es la implicación que tenga el alumno, así mismo, utilizar un enunciado verbal claro y preciso, sin cambiar el vocabulario principal.

ESTUDIANTE 11

1. El alumno debe saber que el área de cualquier objeto está relacionada con el volumen del mismo, que el área es la superficie que ocupa y el volumen es el espacio que ocupa.

2A. Es la superficie que ocupa un objeto o una figura, expresada en metros cuadrados, teniendo en cuenta la totalidad que ocupa si se despliega.

2B. Es el espacio que ocupa una figura u objeto tridimensional en su totalidad, se expresa en metros cúbicos.

3A. No contesta.

3B. No contesta.

4. En la 3A solo piden hacerla operación matemática correspondiente, en cambio la 3B pide que se comprenda la pregunta y que a partir de ahí se piense qué operación es necesaria para resolver el problema.

5A. Porque en el enunciado de la 5 no se menciona el término área, eso puede dificultar la conexión para entender la relación entre área y cm^2 a la vez que área - volumen.

5B. Sí, el uso del vocabulario preciso es importante, sino los alumnos pueden llegar a confundir conceptos o a no conectar conceptos.

6A. Porque en la 3B se pide que se encuentre con igual volumen pero distinta área, lo cual confunde o hace pensar que es mucho más complicado.

6B. Utilizar palabras como "cuyo" o "coincida" puede dificultar el entendimiento del enunciado, y lo más importante un problema matemático es la expresión del enunciado.

ESTUDIANTE 12

1. El área es el espacio que ocupa un objeto en 2D y el volumen es la cantidad o dimensión que calas dentro del objeto en cuestión.

2A. No contesta.

2B. El volumen es la dimensión tridimensional de un objeto.

3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.

3B. Encuentra un prisma con la misma área calculada erróneamente.

4. La diferencia es que en el primer ejercicio te venden las áreas dadas y al segundo las tienes que buscar tú para que sean diferentes.

5A. Porque no introduce el concepto que nosotros estamos buscando, es decir, el área. No es lo mismo "medir" que "el área", ya que dentro de medir también podríamos considerar que podría ser el perímetro.

5B. Sí, ya que si no introduces el concepto que quieres enseñar, es posible que no sean capaces de encontrarlo.

6A. Porque no utiliza los conceptos matemáticos que estamos buscando, son dimensiones diferentes.

6B. Sí, ya que el primer enunciado es mucho más claro lo que se pide y puedes hacer la representación mental más rápido.

ESTUDIANTE 13

1. Que forman parte de una misma unidad y engloban conceptos de geometría. También, que tienen significados distintos.

2A. Se trata del espacio que ocupa una cara de una figura.

2B. Se trata del total de una figura, el conjunto de todas sus áreas nos define el volumen total.

3A. Calcula el volumen multiplicando todas las áreas.

3B. Sí, por ejemplo, otro prisma cuyas áreas multiplicadas sea igual a 900.

4. En la primera actividad, se busca saber el resultado total del volumen. En cambio, en la segunda, sabemos el resultado pero tenemos que encontrar otra opción con distintas áreas pero que nos dé el resultado.

5A. Porque no se utilizan los mismo términos. En el 3A, hablamos de áreas, en la 5 hablamos de caras.

5B. No contesta.

6A. Porque en la 6, solo te pide que el volumen coincida, no se explicita que las áreas tengan que ser diferentes. En cambio el 3B, es más detallado y aclara la búsqueda de esas áreas.

6B. Sí, para los alumnos el 3B sería más explícito y detallado para llegar al resultado final. Adaptándose al vocabulario matemático de primaria.

ESTUDIANTE 14

1. El área es el que ocupa una superficie plana y el volumen tiene altura, anchura y profundidad. Por ello el volumen se puede calcular a partir del área de las diferentes caras del objeto.

2A. El área es la superficie que ocupa una figura plana.

2B. El volumen es la superficie que ocupa un objeto o figura con profundidad, anchura y altura.

3A. Propone un sistema y desarrolla correctamente hasta llegar a la solución.

3B. Sí ya que por ejemplo $6 \cdot 5 = 30$. Por tanto, sería un prisma de área de su base 6 por ejemplo y altura 5.

4. La primera "A", se necesita más cálculo y la B es más de razonar.

5A. Porque no dice explícitamente que los datos 3, 12 y 25 sean del área de las caras.

5B. Sí ya que según el vocabulario se podrá entender, es fácilmente el enunciado o se necesitara razonar más.

6A. Porque no especifica en la segunda parte que las áreas deben ser diferentes.

6B. Sí ya que como he dicho antes dar más vocabulario específico puede facilitar el trabajo del alumno.

ESTUDIANTE 15

1. Deben saber la diferencia entre área y volumen, además de saberlas calcular de manera correcta.

2A. El área es todo lo que queda envuelto por el perímetro. Se expresa en cm2 o m2 y ayuda a saber el terreno o espacio que ocupa una figura.

2B. El volumen es lo que ocupa la figura, midiendo desde el exterior. Se expresa en cm, m, km... la magnitud.

3A. Calcula el volumen sumando todas las áreas.

3B. Sí que existe cambiando la medida de algunas de las figuras.

4. En un ejercicio te pide calcular el volumen del prisma y en el otro si existen otros prismas. Es uno te pide la operación y en el otro argumentar con ejemplos.

5A. Porque el aprendizaje no es algo subjetivo y tiene que tener unas bases y unos fundamentos acordes a la construcción del conocimiento de los más pequeños.

5B. Está claro que sí. Una buena base, implica al alumnado superar su conocimiento y alcanzar un grado de madurez cognitivo mayor, para ir asimilando el aprendizaje.

6A. No contesta.

6B. No contesta.

ESTUDIANTE 16

1. Que el volumen está con 3 dimensiones, y el área 2. El volumen tiene el área intrínseca, pero si añade la altura.

2A. El área es la superficie en 2 dimensiones. Largada por anchura.

2B. El volumen es el espacio en 3 dimensiones. Largada por anchura por altura.

3A. No calcula.

3B. No.
4. Uno se puede hacer y el otro no.
5A. Porque no son iguales.
5B. Que van aprendiendo progresivamente.
6A. Porque no son iguales.
6B. No.

ESTUDIANTE 17
1. Al finalizar la etapa de primaria un alumno debe saber que el volumen lleva intrínseca el área pero se le añade la altura.
2A. El área es un objeto es la superficie de este en 2 dimensiones, es decir, se mide el contorno.
2B. El volumen en cambio es el espacio que ocupa un objeto y se mide en 3 dimensiones.
3A. No contesta.
3B. Sí hay otros prismas rectangulares pero no puedo darte un ejemplo.
4. La diferencia principal es que en el 3A se ve clara la intención dado que te pide buscar el volumen pero en cambio en el 3B la pregunta final no es tan concisa y confunde.
5A. No contesta.
5B. Lo único que les distingue es la palabra áreas la cual puede confundir cuando los alumnos se imaginen el objeto.
6A. No contesta.
6B. Quizá es más fácil para los alumnos plantearles la pregunta de manera distinta y en lugar de poner cuyo volumen coincida, poner el volumen del cual sea igual. Respecto al enunciado 3A el hecho de poner distintas áreas puede confundir a los alumnos.

ESTUDIANTE 18
1. Al finalizar la etapa de primaria, los niños y niñas deberían saber la diferencia entre ambos términos y las fórmulas que les permitirán resolver tanto los problemas como los enunciados.
2A. El término área hace referencia al espacio que "mide" una figura determinada. Cabe destacar que se trabaja a partir de las 2 dimensiones.
2B. El término volumen hace referencia a la capacidad de un objeto o figura. En este caso, se trabaja a partir de las 3 dimensiones.
3A. Desarrolla el ejercicio planteando un sistema pero no llega a la solución.
3B. No lo sé.
4. En la actividad 3A solo se pide el volumen del prisma y en la actividad 3B, se debe desarrollar la misma operación pero además tienen que aportar un ejemplo.
5A. No contesta.
5B. Sí.
6A. Porque el vocabulario que se utiliza es diferente y, por lo tanto, la interpretación puede ser distinta.
6B. Sí.

ESTUDIANTE 19
1. Área: 2 dimensiones y unidades elevadas al cuadrado. Volumen: 3 dimensiones y unidades elevadas al cubo.
2A. El área es el espacio que ocupa un determinado objeto o forma en un espacio de 2 dimensiones. Por ese motivo, las unidades del resultado se encuentran siempre elevadas al cuadrado.
2B. El volumen es el espacio que ocupa un determinado objeto o forma en un espacio de 3 dimensiones. Por ese motivo, las unidades del resultado se encuentran siempre elevadas a 3.
3A. Desarrolla correctamente planteando un sistema y llega a la solución correcta.
3B. Plantea un prisma de área de base 15 y altura 2.
4. En la actividad 3B es necesario un razonamiento utilizando la lógica y la comprensión que va más allá del simple hecho de resolver un sistema de ecuaciones con 3 incógnitas.
5A. Porque en esta actividad se habla de lo que miden las caras y en la otra de las áreas de las caras.
5B. Uso de un lenguaje específico y matemático que enriquece su léxico y vocabulario en este aspecto.

6A. Por el uso del vocabulario utilizado.
6B. Simplificación de la realidad y lenguaje matemático utilizado.

ESTUDIANTE 20
1. Considero que un alumno al finalizar la etapa de primaria, tiene que saber diferenciar que es el área y el volumen. También saber que operaciones se deben utilizar para saber calcular.
2A. El área se calcula en 2 dimensiones, y por lo tanto el resultado estará elevado a 2.
2B. En cambio el volumen se calcula en 3 dimensiones, por lo tanto el resultado estará elevado a 3.
3A. Plantea correctamente un sistema pero no llega a la solución.
3B. Sí que pueden existir otros prismas rectangulares con igual volumen pero diferentes áreas.
4. En el apartado 3A se utiliza la mecánica y la resolución de problemas. En cambio, en el apartado 3B se debe utilizar la lógica.
5A. No contesta.
5B. Sí, el enunciado debe relacionarse con la asignatura a trabajar, por tanto se usará lenguaje matemático.
6A. No contesta.
6B. Sí, en este enunciado supone trabajar la comparación entre unos y otros. Así trabajar las diferencias.

ESTUDIANTE 21
1. Que el volumen es el espacio que ocupan la unión de las diferentes áreas en el espacio.
2A. El área es la superficie que ocupa una figura de dos dimensiones en el espacio.
2B. El volumen es el espacio que ocupa una figura en tres dimensiones, es decir, teniendo en cuenta su parte externa.
3A. Si se calcula el área total del prisma, que sería la suma de todas las áreas de los lados, tenía que las áreas hace 83. Algebraicamente podríamos decir que el volumen es:
$V = x \cdot y \cdot z$. Por tanto, si tenía que (plantea sistema de ecuaciones). No llega a solución.
3B. No contesta.
4. En la 3A te pide que directamente des un resultado numérico del volumen, en cambio, en la 3B, aunque también te hace reflexionar entre la conexión entre volumen y áreas, te hace pensar más allá, sin pedir un valor numérico, que busques una figura con igual volumen para valorar que se respeta esta conexión.
5A. Porque en el 3A especifica un aspecto matemático claro como es el área, para que la conexión o relación quede mucho más marcada, en cambio, este no lo especifica y busca que sólo mujeres un resultado, sin identificar ninguna conexión.
5B. Sí, ya que se les cuáles son los elementos conceptuales que aprenden de forma más indirecta.
6A. Porque en el segundo no se muestra la conexión entre volumen y área y el niño puede buscar un prisma con el mismo volumen y también las mismas áreas pero con lados diferentes, ya que no se especifica.
6B. Sí, ya que se les explicita más la conexión entre elementos y otros aspectos como la igualdad.

ESTUDIANTE 22
1. Que el área es una parte del volumen de un polígono. Es decir, que tienen relación y se calculan de forma similar. El área una superficie y el volumen sería lo que cabe en esa superficie.
2A. El área es la parte interior de un polígono, ya sea regular o irregular. Se puede decir que es la superficie del mismo que se calcula con las caras de este, en dos dimensiones.
2B. El volumen es la capacidad de espacio que puede entrar en un polígono tridimensional. Polígono en 3D. Se calcula multiplicando anchura, longitud por altura.
3A. Intenta encontrar las medidas de los lados probando números, por lo cual no llega al resultado correcto.
3B. Sí, un prisma que tenga diferentes lados; que sumen el mismo volumen.
4. Los dos ejercicios consisten en calcular los volúmenes del prisma con las áreas del mismo. Por lo tanto, los dos están relacionados pero con objetivos diferentes. En el caso del 3B, encontrar un prisma del mismo volumen que el anterior pero con diferentes áreas del mismo.
5A. Porque la del enunciado 3A nos habla de áreas, concepto que debemos conocer en primaria y en este enunciado (5) nos habla de caras lo cual debemos saber que cara es igual a área.
5B. El primer caso sería más sencillo porque te ahorras un concepto clave (área). Cara al final es igual a área de un polígono.

6A. Porque te simplifica el enunciado diciendo si hay más prismas los cuales tengan el mismo volumen no te habla de áreas.
6B. Diferentes enunciados para trabajar algo similar.

ESTUDIANTE 23
1. Que el área, y por lo tanto el perímetro, son imprescindibles para poder obtener el volumen. El área sería una figura plana (2D) y el volumen va más allá (3D).
2A. La superficie que ocupa una figura plana.
2B. El espacio que ocupa una figura 3D.
3A. Plantea correctamente un sistema, sin embargo no llega a la solución.
3B. No contesta.
4. En la primera, se utiliza un procedimiento memorístico, donde el alumno realizará el problema en base a lo aprendido de una forma mecánica (con una fórmula por ejemplo). En cambio, en el segundo se pide un razonamiento que conlleva más que una simple memorización.
5A. Las caras no miden, esta palabra no es adecuada al enunciado. En cambio, el primer enunciado habla de áreas de las caras, en cm^2.
5B. Sí ya que el vocabulario como más implícito mejor.
6A. En este enunciado no queda claro que es importante el hecho de que se busca mismo volumen pero con diferentes áreas.
6B. Un vocabulario más exacto para el alumnado puede ayudar a su comprensión y, por tanto, a la resolución del problema.

ESTUDIANTE 24
1. Debe saber que existe la segunda dimensión y la tercera dimensión, pero no por separado, sino interrelacionados y viendo que una depende de la otra.
2A. El área es la cantidad de superficie por unidad cuadrada.
2B. El volumen es la cantidad de espacio por unidad cúbica.
3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.
3B. Sí.
4. Mientras que la primera actividad es sistemática donde solo requiere pensar como hacer la operación, la segunda requiere de una reflexión y de una relación de conceptos.
5A. Porque en la primera se habla de área explícitamente y en la segunda es implícitamente (cm^2).
5B. Puede ser que el enunciado 2 da para reflexionar más.
6A. En la primera actividad el lenguaje es más claro y conciso, mientras que en la segunda da cosas por obvias.
6B. No contesta.

ESTUDIANTE 25
1. Un/a alumno/a deberá saber calcular el volumen de una figura geométrica regular partiendo de su área.
2A. Es la multiplicación de la longitud de los costados de una figura. Se puede decir que es el espacio en 2D que ocupa.
2B. Es la multiplicación de las áreas de una figura. Es la versión en 3D del área.
3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.
3B. Sí que puede ser por ejemplo un prisma de áreas del cual sean de 10, 30 y 30 cm^2.
4. Para resolver la actividad 3A he necesitado saber cómo se calcula el volumen de este prisma regular en concreto y para resolver la 3B he necesitado saber dividir y encontrar 3 números que multiplicados entre sí den el volumen que se me pedía.
5A. Porque en el enunciado del ejercicio 3A especifica que la medida de las caras son el ÁREA de estas y eso lo hace más entendedor y ayuda a poder encontrar el volumen de este con mayor rapidez.
5B. Pienso que el hecho de usar todas las palabras técnicas que esconde el enunciado o el problema en sí, contribuye a que el/la alumno/a pueda usarlo, sepa de qué se trata y pueda tener una visión más amplia y concreta de lo que se le pide. A la vez, ocultar algunas palabras puede ser un ejercicio de concentración y un método para saber si se ha asumido los conocimientos correctamente.

6A. Porque en el primer ejemplo plantea que el volumen se obtiene mediante sus áreas y eso puede facilitar la comprensión para la resolución y en el segundo caso me parece preciso para terminar de entender el concepto de volumen pero ligeramente más rebuscado.
6B. Siento que la respuesta a esta pregunta puede ser la misma que la segunda de la cinco pero cambiando los conceptos de área por volumen.

ESTUDIANTE 26
1. Debe saber que están estrechamente relacionadas en la geometría y en sus formas y que son medidas de medición de las figuras planas.
2A. El espacio que ocupan las caras de la figura geométrica que estás trabajando.
2B. El espacio pero en tres dimensiones que ocupa la figura completa.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. La 3A te pide que calcules el volumen del prisma mediante las áreas de las caras. Y la 3B te pide que busques otros prismas con igual volumen pero diferentes áreas.
5A. Porque en la 3A da una información importante para resolver el ejercicio que es la palabra "áreas" y en el enunciado verbal no la da y solo para la medida de las caras.
5B. Sí ya que la riqueza léxica matemática está más presente cuando se utilizan todas las palabras como "áreas" y "volumen".
6A. Porque la lengua no es igual y eso hace que haya complicaciones al entender y resolver la actividad.
6B. Sí ya que hay una simplificación que quizás hace que el alumnado no acabe de ubicarse en el ejercicio, porque no da la información suficiente.

ESTUDIANTE 27
1. Que ambas son útiles una que sabiendo una de las dos o la área o el volumen, puedes calcular la que falta, la que no tengas, ya que una puede ayudarte a conocer la otra, no son operaciones independientes que no sirven nada más que para conocer el volumen o solo el área.
2A. El área es la superficie que ocupan las caras de aquello que estamos calculando. Es el resultado que obtenemos al multiplicar los costados.
2B. El volumen es aquel que nos indica la capacidad de aquello que estamos calculando. Nos indica cuanto ocupa por así decirlo. El volumen se expresa en x^3.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. En la actividad A se nos habla de áreas y a partir de las áreas dadas calcular el volumen de ese prisma que aparece en la imagen. En el 3B en cambio es un ejercicio que pide reflexión ya que tienes que buscar qué otro prisma obtendría el mismo volumen que el que aparece en el ejercicio anterior.
5A. Porque la información es dada de distinta forma. En el anterior se nos introduce el concepto área, mientras que en este solo se relaciona $caras = cm^2$, lo que implica o ya conocer el concepto áreas o sino asumirán que las caras siempre equivalen a cm^2.
5B. Sí, en el segundo vemos que se introducen más conceptos 4, por lo cual los alumnos podrán relacionar que el área se calcula en cm^2 por ejemplo.
6A. Igual que el anterior, aquí también se desconocen algunos conceptos, es decir, no aparecen en este enunciado. Por ejemplo, no dice "con distintas áreas" ya que es algo que tienes que dar por obvio si ya saben que para dar el mismo volumen tienes que tener distintas áreas porque si no, no sería un prisma diferente.
6B. Sí. En el caso del primero se especifican distintas áreas porque a lo mejor por la edad es necesario remarcarlo pero en cambio en el segundo no, porque ya se da por entendido que tienen que ser distintas porque no puede ser el mismo prisma. Eso no tiene que deberse a la edad pero para dificultar el ejercicio pero es más interesante pensar que una formulación u otra dependen del modo que se haya enseñado.

ESTUDIANTE 28
1. Que el área es en superficies planas y el volumen ocupa un espacio.
2A. Es la superficie que ocupa una figura plana.

2B. Es el espacio que ocupa un objeto.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. La actividad 3A es de razonar y aplicar fórmulas para calcular. En cambio, la actividad 3B, solo pide el razonamiento del alumnado.
5A. El enunciado de la actividad 3A especifica que los cm^2 se refieren al área de las caras. Sin embargo, en este enunciado da por hecho que se entenderá aunque no se especifique.
5B. El hecho de incluir área y volumen en el mismo enunciado ayuda a los alumnos a relacionar ambos conceptos.
6A. Porque en este último enunciado no habla de áreas, sino que solo habla de volumen y no muestra esta relación entre área y volumen.
6B. El primer enunciado tiene más implicaciones para el aprendizaje porque pueden deducir un mejor razonamiento. En cambio, con el segundo enunciado no, porque la palabra "coincida" suena a azar y parece que no tenga ninguna justificación detrás.

ESTUDIANTE 29
1. Un alumno debe saber que una figura tiene lados planos que son áreas y ocupa un espacio que es el volumen. Por lo tanto, debe saber que ambos tienen relación con las figuras y sus características.
2A. Es aquella superficie en 2 dimensiones que ocupa una figura en el su interior.
2B. Es aquel espacio que ocupa una figura con 3 dimensiones.
3A. Plantea un sistema y desarrolla hasta llegar a la solución correcta.
3B. Sí que existen. Sería una figura con 1 cm de base, 15 cm de altura y 2 cm de profundidad.
4. La actividad A busca el cálculo a partir de datos mientras que el B busca la relación de figuras y el pensamiento de posibles opciones diversas.
5A. Porque el enunciado 5 es menos exacto y no usa el lenguaje adecuado y específico del mundo matemático.
5B. Sí porque cuanto más vocabulario utilices más rico será el aprendizaje y más conceptos relacionarán.
6A. El enunciado 6 utiliza menos vocabulario específico y por tanto es menos exacto.
6B. Sí, el enunciado es muy importante, ya que debe ser claro y entendedor para el niño y al mismo tiempo utilizar terminología matemática para acercarla a los niños.

ESTUDIANTE 30
1. Diferenciar los dos conceptos y saber que el área implica la superficie de una figura plana y el resultado es en m^2 y el volumen implica el espacio de una figura con 3 dimensiones y el resultado es en m^3.
2A. Superficie de una figura llana (2 dimensiones) mesurada en m^2.
2B. Espacio que ocupa una figura tridimensional. Se mesura en m^3.
3A. Para calcular el volumen multiplicamos la base por la altura por la anchura. Para hacerlo tendríamos que realizar un sistema.
3B. Sí, lo importante es que las medidas de los lados sea el mismo pero dependiendo del orden el área podría variar.
4. En la actividad 3A el objetivo es calcular el volumen por lo que la respuesta y el procedimiento son únicos. En la actividad 3B el alumno tiene más libertad para proporcionar una respuesta.
5A. Porque el segundo ejercicio usa un vocabulario más comprensible para los alumnos, que los ayuda a relacionar los conceptos y a entender el ejercicio.
5B. Uno introduce un término matemático más que el otro, por lo que el alumnado aprenderá más aunque quizás le cueste más realizar la actividad.
6A. En el ejercicio 3B se explica más extendidamente la información que se está buscando, al contrario que en este, donde la información es más implícita. El primero ayudará más a los alumnos.
6B. Hay uno donde la información es más explícita y es más fácil de comprender y el otro es más implícito y requiere que el alumnado haga un mayor esfuerzo.

ESTUDIANTE 31

1. Primero, saber los conceptos o significados de área y volumen. Luego, las figuras geométricas con las que se puede averiguar el área y el volumen. Finalmente, tienen que saber las operaciones con las cuales pueden lograr o conseguir obtener tanto el área como el volumen.

2A. El área es la multiplicación de dos factores de una figura geométrica, o por otra parte, una operación matemática sobre una figura. Por ejemplo, del cuadrado (lado por lado) es igual al área. Superficie de una proporción de una figura u objeto.

2B. El volumen es la superficie total que presenta una figura o un objeto.

3A. No contesta.

3B. Yo creo que sí, pero no tengo ni idea de hacerlo.

4. Una de las diferencias es que en la primera te habla solo de prisma, y en la segunda de prisma rectangular.

5A. No contesta.

5B. Si no les mencionas la palabra área como un factor, probablemente no lleguen a poder averiguar el problema.

6A. No son equivalentes porque en una te hacen una pregunta sencilla en la cual tienes que realizar una fórmula, y en la 3B es de aplicar fórmulas a partir de pensar en cómo resolverlo.

6B. Quizás son muchos factores a los cuales observar y probablemente se olvidan algunos por el camino.

ESTUDIANTE 32

1. Pienso que el niño al finalizar la etapa de primaria debería conocer la diferencia de estos dos conceptos y cómo obtener estas medidas.

2A. El área es la superficie de algo que se basa en la altura y la amplitud (cm^2).

2B. Es el espacio que ocupa algo basado en la anchura, longitud y la altura (cm^3).

3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.

3B. Sí.

4. La actividad 3A consiste únicamente en encontrar cuál es el volumen del prisma. Y la actividad 3B permite al niño razonar sobre los diferentes resultados que ha obtenido dando un ejemplo, de esta manera sabe entender qué es el volumen.

5A. No, porque incluye nuevo vocabulario: "el área".

5B. Sí, un nuevo concepto, puede provocar un aumento de dificultad para el niño.

6A. No contesta.

6B. Sí, dependiendo del vocabulario del niño lo encuentra más difícil o más fácil.

ESTUDIANTE 33

1. Tiene que saber la relación estrecha que les relaciona. El término área (debajo definido) es la que usamos para saber lo que ocupa un objeto o figura (cuerpo) en plano mientras que el volumen se encuentra representado en 3D.

2A. Es el espacio que ocupa una figura, por ejemplo, un cuadrado. No solo es su medida sino también lo de dentro. Además esto nos ayuda para el cálculo de superficies.

2B. Es ese cuerpo que se nos muestra en una perspectiva 3. Es común verlo cuando se explica el término esfera (espacio que ocupa un cuerpo).

3A. Son figuras que tienen las caras iguales en este caso tienen 2 de $3cm^2$; 2 de $25cm^2$ y 2 de $12cm^2$. El volumen de un prisma se calcula usando base por altura para ello hemos de aislar cuánto deben medir las figuras.

3B. Sí, por ejemplo.

4. En una tienes que calcular la suma total mientras que en la otra tienes que buscar tú otro prisma para afirmar o desmentir la pregunta.

5A. Porque la lengua usada aunque a simple vista puede parecer igual pero en uno usan términos parecidos.

5B. Sí, los alumnos han de ir aprendiendo nuevo vocabulario. Además de que así es más preciso.

6A. Porque el 3B se pide que se encuentre y este te pregunta si existe la posibilidad.

6B. Lo mismo que en la pregunta similar anterior.

ESTUDIANTE 34

1. El área es la dimensión 2D y el volumen 3D, es decir, el espacio que ocupa.

2A. El área es la multiplicación de la anchura y la longitud.

2B. El volumen es la longitud por la anchura por la altura.

3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.

3B. Sí.

4. En la actividad 3A pide buscar el volumen del prisma, en cambio, la 3B propone razonar si otros prismas tendrán el mismo volumen y dar un ejemplo.

5A. Porque en el 3A se menciona el concepto área mientras que el enunciado superior no.

5B. En los dos enunciados se trata volumen, prisma y caras pero sólo en el segundo se menciona el área, por lo tanto, un nivel más allá en el aprendizaje.

6A. En el enunciado 3B pide mismo volumen y diferentes áreas y en el de arriba solo que coincidiendo el volumen.

6B. El planteamiento del problema hace más o menos fácil de comprender.

ESTUDIANTE 35

1. Deben saber que las áreas de una figura con volumen determinan el volumen total del objeto. Deben tener claro cada concepto por separado y cómo se relacionan. Deben entenderlo en figuras físicas y reales.

2A. Es la superficie que ocupa una figura geométrica plana. Siempre será en dos dimensiones, por tanto en unidades cuadradas.

2B. Es lo que ocupa un cuerpo en 3 dimensiones. Tendremos en cuenta por tanto su área de la base y altura. Será en unidades cúbicas.

3A. Plantea un sistema y desarrolla correctamente hasta llegar a la solución.

3B. Sí. Plantea una figura.

4. En la primera actividad tienes que saber cómo se calculan las áreas de los rectángulos y cómo se calcula el volumen de un prisma para poder hacer un sistema y encontrar al menos el valor de un lado. En el segundo ejercicio, a parte de los conceptos y procedimientos del primero, necesitas tener muy claros todos los conceptos para poder crear el nuevo prisma. Además, hay que tener claro los conceptos de volumen y área por entender que variando las áreas puedes conseguir el mismo volumen.

5A. El lenguaje de la segunda no es tan técnico como el de la primera. Una cara no mide, un área sí tiene un valor determinado. Los lados sí se podría decir que miden, pero una superficie no.

5B. Si, en el que se dice la palabra área se trabaja la comprensión de este concepto. Es importante hablar siempre con propiedad. A la vez, si ponen con el término área, ya das pistas del procedimiento a seguir.

6A. No es tan explícito lo que hay que hacer en el segundo enunciado. El alumno ha de entender el rol que coincide el volumen debe querer decir áreas diferentes. Hay, por tanto, más proceso mental.

6B. En el segundo enunciado hay menos información explícita, es necesario que el alumnado piense más, está menos masticado.

ESTUDIANTE 36

1. Básicamente que son unidades de espacio que se diferencian principalmente en el número de dimensiones, distinguiendo el área que tiene 2 a diferencia del volumen que tiene 3. Tienen que saber la utilidad respecto a la aplicación de dichas unidades en su día a día y entorno más cercano.

2A. El área es la cantidad de superficie, distinguiéndolo en 2 dimensiones (anchura y largada) de cualquier figura geométrica, ya sean figuras llanas, como cuerpos redondos.

2B. El volumen es la cantidad de espacio que ocupa una figura geométrica considerando que tiene 3 dimensiones: largada, anchura y altura.

3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.

3B. Sí. Da ejemplo de prisma.

4. La diferencia está en la dimensión (procedimiento) ya que el contenido es el mismo. En el A tienen que pensar el resultado del volumen dándole el prisma por defecto. En cambio, en el B tienen que pensar teniendo el resultado del volumen el prisma que toca.

5A. Por la dimensión y las competencias que se trabajan. No es lo mismo hacerlo mecanizando el procedimiento que no busca una interconexión y hacer el mismo contenido con procedimientos alternativos.

5B. No contesta.
6A. Porque las instrucciones vienen explícitas en una explicación, en cambio, en la otra las instrucciones provienen de cuando piensas y pueden ser diferentes en función de la persona.
6B. No contesta.

ESTUDIANTE 37
1. El área es el total de masa que hay en el interior de la cara de una figura y el volumen la multiplicación de la longitud por la anchura por altura de la figura.
2A. Contorno de un prisma.
2B. Cantidad de masa en el interior del prisma.
3A. Intenta buscar longitud al azar sin llegar a la solución.
3B. Da un ejemplo con una solución errónea.
4. La 3A te pide simplemente un cálculo del volumen que requiere saber la formula o el procedimiento a seguir. La 3B va más allá y aparte de calcular volumen te hace buscar otros ejemplos de prismas rectangulares de volumen 36 con el inicial.
5A. Porque las medidas no son de las caras sino son las áreas lo que miden 3, 12, 25 cm^2.
5B. El uso de un vocabulario poco preciso dificulta el entendimiento del ejercicio y la comprensión de este.
6A. No es lo mismo decir que el volumen coincida que de igual volumen. En términos matemáticos, ya que es menos preciso y puede evocar a error.
6B. No, pienso que ambas pueden entenderse y por tanto no dificulta el entendimiento ni la resolución del problema.

ESTUDIANTE 38
1. Al calcular un volumen, se trata de conocer el área y la profundidad de la figura en concreto. Cuando calculas el volumen, estas calculando una figura en 3 dimensiones, en cambio el área es "plana".
2A. Superficie entera de una figura, sin volumen.
2B. Unidad para calcular el área y la profundidad.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. En la actividad 3A se nos muestra una figura con volumen y nos indica las áreas de las distintas caras, se trata de calcular el volumen de esta figura. En el 3B en cambio se trata de intentar conocer si es posible que haya un mismo volumen si las áreas de las caras son diferentes.
5A. No contesta.
5B. En este enunciado no se menciona qué es lo que mide 3, 12, 25 cm^2 (área). El enunciado matemático ha de ser lo suficientemente explícito para que no haya confusiones y sea demasiado ambiguo.
6A. En el 3B se especifica que los otros prismas rectangulares son de diferentes áreas al ya mostrado, eso puede confundir al alumnado ya que es muy ambiguo.
6B. El segundo enunciado es menos específico y puede que sea más difícil la comprensión de éste.

ESTUDIANTE 39
1. Como se calcula, que representa cada uno y que la diferencia entre ambas es la que entra en juego una tercera dimensión.
2A. Es la zona que ocupa un objeto de dos dimensiones.
2B. Es la zona que ocupa un objeto de tres dimensiones.
3A. Plantea la fórmula de volumen e intenta buscar las medidas de los lados sin llegar al resultado.
3B. Sí se podría dar el caso.
4. En la actividad 3B tienes que argumentar.
5A. No están redactadas igual, en el primero incluyen los conceptos de área y volumen, en el segundo sólo el de área.
5B. En el que incluye la palabra área conlleva que el alumno a la alumna relaciona los conceptos.
6A. Pasa como en el anterior, al no usa la palabra área en la pregunta, el alumnado debe conocer la relación o a partir de leerlo tiene que pensar.
6B. En el segundo el vocabulario es más sencillo y más abierto, con lo cual no te da la pista para resolverlo.

ESTUDIANTE 40
1. El área relacionada con la superficie y el volumen al conjunto de la pieza matemática.
2A. La superficie total de una figura geométrica.
2B. Es el valor que hay dentro de una figura geométrica.
3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.
3B. Sí. Da un ejemplo.
4. La actividad B te hace justificar la respuesta con un ejemplo, es más imaginativa. En cambio, la A solo pregunta el volumen del prisma.
5A. No se habla del término matemático "área". El enunciado equivalente es menos preciso.
5B. Sí, se ha de tratar los problemas matemáticos con el lenguaje técnico preciso.
6A. Porque no habla de las diferentes áreas. Queda un enunciado incompleto.
6B. Claro, se debe emplear un lenguaje que sea claro y comprensible, que no genere ninguna confusión.

ESTUDIANTE 41
1. Los usos prácticos del área y los usos prácticos de calcular el volumen.
2A. Superficie que ocupa un cuerpo plano.
2B. Espacio que ocupa un cuerpo.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. En la A se pide de una forma más directa qué hacer con los datos. En el B permite que el alumno active todos sus conocimientos para resolverlo.
5A. En la actividad 3A se le da el nombre a este concepto, se habla de "área de las caras" y no de "caras" directamente. Las caras no miden, hace falta preguntar por la superficie.
5B. En necesario conceptualizaciones y enseñar a los alumnos este vocabulario.
6A. En el primer caso, los alumnos deben buscar otros prismas teniendo en cuenta el requerimiento del volumen. En el segundo caso, de la forma cómo está expresado ofrece más libertad de pensar y encontrar.
6B. Sí. Considero que la forma en la que se expresan los problemas es fundamental para su comprensión.

ESTUDIANTE 42
1. Un alumno debe saber la diferencia entre estos dos conceptos y cómo llegó el volumen a partir del área de una figura geométrica.
2A. Espacio de superficie que tiene una figura geométrica en dos dimensiones.
2B. Espacio de superficie que tiene una figura geométrica en sus tres dimensiones.
3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. La actividad 3A pide identificación de la figura y aplicación de una fórmula para saber el volumen. En cambio, en la actividad 3B el alumnado debe ver si hay más figuras con las mismas características a partir de un resultado, en este caso el área del prisma.
5A. Porque dentro del enunciado del 3A original se introduce vocabulario específico del ámbito matemático (área). Este concepto al enunciado verbal lo tenía expresado como cm^R.
5B. Veo adecuado que con el enunciado matemático los niños deberán tener un conocimiento previo sobre el concepto de área. Por lo tanto, si, un buen implicaciones para el ser aprendizaje.
6A. Con este segundo enunciado sólo se habla y se especifica que el volumen coincida por tanto las áreas del prisma podrán ser cualquier tipo.
6B. El enunciado del ejercicio 3B se encuentra muy explícito y por esta razón los niños podrán sacar un buen aprendizaje. Tienen muy claro lo que tiene que hacer y todos los conceptos matemáticos que intervienen. El otro enunciado pretende una mejor comprensión lectora e interpretación de las palabras.

ESTUDIANTE 43
1. Un alumno debe saber que existe una relación entre área y volumen y que son dos términos que nos ayudan a entender el otro. Además de saber calcularlos respectivamente y utilizarlos cuando sea necesario.
2A. El área de un objeto es el espacio que ocupa ese objeto. Como si lo metieras dentro de una caja (el espacio de la cada sería la área).

2B. El volumen de un objeto corresponde a la masa que tiene ese objeto.
3A. Calcula el volumen sumando todas las áreas.
3B. Sí. Da un ejemplo.
4. Las informaciones son prácticamente las mismas pero la pregunta cambia, así que una respuesta es muy matemática y la otra es más "escrita".
5A. Uno es más explicativo por los alumnos y, por lo tanto, es más fácil de entender.
5B. El vocabulario de los enunciados es fundamental para que los alumnos se centren en el enunciado. Si las palabras son muy técnicas aumenta la distracción.
6A. Un enunciado es más explicativo y se entiende mejor, así que focalizas la atención y no tienes que resolver pequeñas cuestiones durante la lectura.
6B. Sí porque el enunciado no es tan difícil de entender y no tienes que concentrarte tanto en sitios donde no es necesario.

ESTUDIANTE 44
1. Los dos conceptos se relacionan con las dimensiones de un cuerpo.
2A. Superficie total que ocupa un objeto (x^2).
2B. Espacio que ocupa un cuerpo (x^3).
3A. Calcula el volumen elevando cada área al cuadrado y luego suma estos resultados.
3B. Sí, pero la suma de las áreas debe ser la misma.
4. En la 3A el valor de las áreas viene predeterminado, mientras que en la 3B hay que llevar a cabo un proceso de experimentación para comprobar o refutar la pregunta planteada.
5A. En esta tan solo hay que calcular el volumen, mientras que en la figura 3A, se busca establecer una relación entre "área" y "volumen".
5B. Sí, repetir los conceptos y que vayan integrando sus significados y diferencias favorece su comprensión.
6A. No habla de áreas distintas por lo que no exige procesos de experimentación.
6B. Sí, pues empiezan a conocer vocabulario y a incorporarlo en su día a día.

ESTUDIANTE 45
1. El área es el espacio que ocupa un objeto en dos dimensiones y, por tanto, cuando este objeto es de tres dimensiones ocupa otro espacio. Van estrechamente relacionado.
2A. Es el espacio que ocupa un objeto en dos dimensiones. El área es la multiplicación de los lados de una figura. Se mide en cm, m, etc. cuadrados.
2B. Es el espacio que ocupa un objeto en tres dimensiones. El volumen es la multiplicación de la base por profundidad por altura. Se mide en cm, m, etc. al cubo.
3A. Calcula el volumen multiplicando dos de las áreas.
3B. Se podría dar si la altura, la anchura y la profundidad dieran el mismo volumen. Sería una posibilidad.
4. La A te pide calcular directamente el volumen a partir de las áreas de la figura. En cambio, la B te pide que a partir de las áreas de la figura pienses si puede haber una figura con el mismo volumen pero con diferentes áreas. Por tanto, sólo comparten los datos.
5A. Porque en uno te recalca que las áreas de aquellas caras son 3, 12 y 24 pero, el segundo sólo dice que aquellas caras miden 3, 12 y 25 cm^2, por tanto, no es el mismo ejercicio y los cálculos son diferentes.
5B. Sí porque si el enunciado del problema no está formulado de manera que ellos puedan plasmar sus aprendizajes no podrán realizarlo. Hay que hacer enunciados comprensible y con vocabulario preciso.
6A. Porque el primero te pide que las áreas tengan que coincidir, por tanto, el razonamiento implicado es diferente al segundo qué sólo te pide otro prisma rectangular con el mismo volumen.
6B. Sí, pasa lo mismo que con el anterior pedimos competencias y conocimientos matemáticos diferentes, por tanto implica que si nosotros como docentes no los hemos trabajado el alumno no sabrá resolver el problema. Como he dicho antes hay que hacer un enunciado preciso, comprensible y con léxico adecuado.

ESTUDIANTE 46
1. El alumno debe diferenciar y saber, al ver una figura, qué parte es cada cosa.
2A. Es el cálculo total de la suma de los volúmenes.
2B. Es la representación gráfica de la figura geométrica.

3A. No contesta.
3B. No contesta.
4. En la actividad A es preciso calcular para dar un resultado y buscar una lógica. En la actividad B es preciso explicar la logística en vez de calcular. Es decir, en la primera usamos solo el cálculo, en la segunda, el entendimiento y la comparación.
5A. En una actividad encontramos los términos "área". En este caso no nos dice las medidas de las áreas, sino de las caras. Quizá las palabras técnicas del primer enunciado nos bloquean más cuando nos planteamos el problema.
5B. Creo que la implicación de determinadas palabras indirectamente dificulta que el enunciado les sea a primera vista accesible y que acabe siendo más difícil resolverlo de lo que realmente es.
6A. No contesta.
6B. Creo que la segunda parte es más clara y entendible y es probable que los alumnos lo entiendan mejor y no se agobien.

ESTUDIANTE 47
1. Que el volumen es el área multiplicada por la altura. Es decir la altura por la longitud por la anchura.
2A. Superficie de un objeto. Se calcula multiplicando ancho por longitud.
2B. Capacidad de un objeto. Se calcula multiplicando el área por la altura.
3A. No podemos saberlo porque no tenía el tamaño de las aristas. Sólo con esta información de las áreas no podemos resolverlo.
3B. No contesta.
4. Creo que la segunda actividad es más compleja porque requiere un nivel de dificultad más elevado.
5A. Porque en la primera nos indica explícitamente que las medidas a las que se refiere se trata del área.
5B. Sí ya que pienso que es importante que se explicite el concepto al cual se refiere, en este caso, área.
6A. Por la misma razón que anteriormente, en este caso la pregunta es distinta. En esta no se nos explicita que además de que el volumen coincida, las áreas deben ser distintas también.
6B. Sí ya que creo que puede ayudar a la comprensión de los conceptos a las/los alumnas/os.

ESTUDIANTE 48
1. Un alumno debe saber que el área es el espacio que ocupa un volumen.
2A. El área es el espacio que ocupa un volumen y se puede calcular con diferentes fórmulas según el tipo de volumen.
2B. El volumen es una forma que ocupa X espacio.
3A. Calcula el volumen multiplicando las áreas.
3B. No, porque las áreas ya vienen dadas y el volumen depende de estos números. Si son otras áreas, obtendremos un volumen diferente.
4. La actividad A pide el volumen del prisma, en cambio, a la actividad B te hace razonar si puede haber otra solución igual pero con diferentes áreas. Por lo tanto, la actividad B pide saber todo el proceso de la Además razonar si existe otra posibilidad igual.
5A. Porque no es lo mismo saber la medida de una cara que se haría con cm que saber el área de una cara que se calcula con cm^2.
5B. Sí porque sin el término ÁREA no conectarían ni acabarían de relacionar los otros conceptos.
6A. Porque es posible que otros prismas coincidan en el volumen siendo rectangulares, pero faltaría añadir la condición de que sea con las mismas áreas.
6B. Sí porque el enunciado no es el mismo y los resultados y respuestas serían distintas. Como he comentado antes, podemos tener mismo prisma que ocupe el mismo volumen, pero tendríamos que tener en cuenta las áreas.

ESTUDIANTE 49
1. Que son dos medidas de medición. Una en centímetros cuadrados y otra en centímetros cúbicos (volumen).
2A. Área es la superficie de un objeto, figura geométrica.
2B. El volumen es el espacio que ocupa un objeto.

3A. Plantea un sistema y lo desarrolla hasta llegar a la solución correcta.
3B. Plantea una figura con distintas medidas pero igual volumen.
4. En la 3A nos pide averiguar el volumen del prisma en cambio en la 3B nos pide pensar en un prisma rectangular del mismo volumen.
5A. Porque en la 3A especifica que el dato de las caras es relativa al área, en cambio en éste no lo especifica.
5B. En el primer enunciado es más preciso ya que nos da el dato del área, en cambio en el segundo no.
6A. Porque en la 3B te da el dato que no tienes la necesidad de que sean áreas iguales y en éste suprime la información.
6B. La precisión de la palabra cuyo.

ESTUDIANTE 50
1. No contesta.
2A. Espacio interior que ocupa un objeto, espacio o elemento con un volumen específico.
2B. El total de masa que ocupa un elemento.
3A. Calcula el volumen elevando al cuadrado cada área y luego sumando los resultados.
3B. No contesta.
4. En la pregunta 3A nos pregunta cuál es el volumen del prisma y en la 3B si existe otra figura con IGUAL volumen pero DISTINTAS áreas.
5A. Porque en el otro dice que la ÁREA de las caras es 3, 12 y 25 cm^2 y en esta dice que las caras MIDEN 3, 12 y 25 cm^2.
5B. Sí ya que parecen dos preguntas iguales formuladas de diferente manera pero en realidad cada una de las preguntas te piden cosas diferentes.
6A. Porque en la primera dice "igual volumen pero distintas áreas" y en esta solo menciona "cuyo volumen coincida" pero nada de áreas.
6B. Sí ya que observamos que la que dice igual volumen pero distintas áreas es más simple para los alumnos y la que dice cuyo volumen coincida es más compleja y necesita una buena comprensión previa de los conceptos para poder hacerla.

ESTUDIANTE 51
1. Que el área es en dos dimensiones o ejes y el volumen le añade un tercero o profundidad.
2A. Superficie de un polígono regular o irregular cuyas unidades es distancia al cuadrado.
2B. Espacio que ocupa una figura en altura, anchura y profundidad.
3A. Propone una respuesta sin desarrollo.
3B. Sí, cualquiera que la multiplicación del área por la altura sea igual a 346 cm^3. Uno que tenga caras de 6, 6 y 1 cm^2.
4. La B te hace razonar.
5A. Porque no menciona "áreas" diciendo "caras" de forma que no relación el área y el volumen.
5B. Sí, mencionado en la 5A.
6A. Porque no relaciona el área y el volumen al decir caras en vez de áreas.
6B. Sí, puede serle más fácil interrelacionar conceptos.

Anexo III: Ejemplo del cuestionario de un estudiante con perfil lingüístico

1. ¿Qué debe saber un alumno sobre la relación entre área y volumen al finalizar la etapa de primaria?

En primer lugar, el alumno debe saber qué quiere decir cada concepto por separado.

2. Explica con palabras.

- El significado matemático del término 'área'.

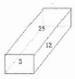
Se trata de la superficie llana que ocupa un elemento geométrico

- El significado matemático del término 'volumen'.

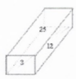
Se trata del espacio de una figura en 3 dimensiones.

3. Resuelve las actividades.

A. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Cuál es el volumen del prisma?



B. La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Existen otros prismas rectangulares con igual volumen pero distintas áreas? Si es así, da un ejemplo.



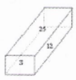
4. Compara las Actividades 3.A y 3.B e identifica al menos una diferencia.

En la primera, la resolución del problema se limita al cálculo de un volumen a través de los datos aportados.

En la segunda, los alumnos deben transferir el concepto de volumen a una figura de la cual no poseen datos.

5. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.A es:

La imagen muestra un prisma rectangular cuyas caras miden 3, 12 y 25 cm^2. ¿Cuál es el volumen del prisma?

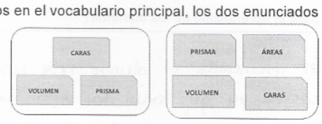


A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?

En la actividad 3A se dice de manera explícita que los datos aportados son las áreas de las caras.

En la actividad ~~3A~~ 5 el alumno debe deducir que esos datos son el área de las diferentes caras del prisma.

B. Si nos fijamos en el vocabulario principal, los dos enunciados verbales también son diferentes.

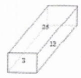


¿Veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?

Sí, en el enunciado 3 el concepto de Área se explicita. En el enunciado ~~3A~~ 5 el concepto área debe ser deducido por el alumno a través de los datos aportados.

6. Un enunciado verbal matemáticamente equivalente al de la Actividad 3.B es:

La imagen muestra un prisma rectangular. Las áreas de las caras son 3, 12 y 25 cm^2. ¿Existe otros prismas rectangulares cuyo volumen coincida? Si es así, da un ejemplo.



A. Sin embargo, desde la perspectiva del aprendizaje de las matemáticas, las actividades no son equivalentes. ¿Por qué?

En el enunciado 3.B se explicita que las áreas deben ser distintas.

En el enunciado 6 el alumno (además de resolver el problema) debe deducir que las áreas deben ser diferentes para que el enunciado tenga solución.

B. Si nos fijamos en las frases que hacen que los dos enunciados sean diferentes:

	CUYO	
IGUAL	VOLUMEN	PERO DISTINTAS ÁREAS
	COINCIDA	

¿veis implicaciones para el aprendizaje de los alumnos?

Sí.
En el primer enunciado el alumno puede buscar la solución directa ya que todos los datos son explícitos.
En el segundo enunciado el alumno debe deducir que las áreas deben ser distintas (gracias a conocimientos matemáticos) para poder resolver el problema.