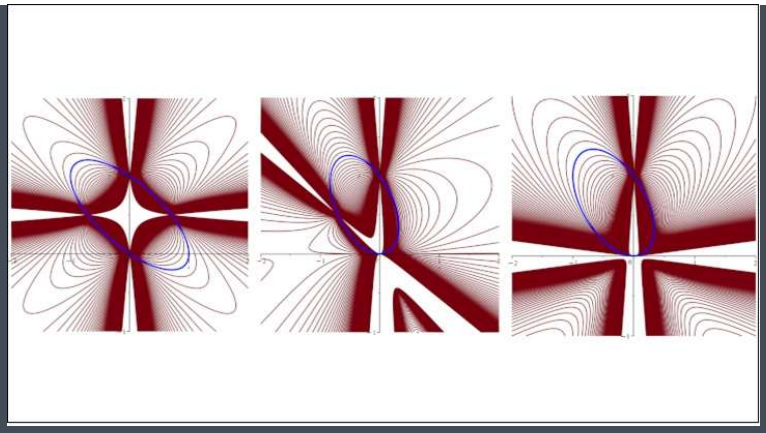
Divulga UAB

Revista de difusió de la recerca de la Universitat Autònoma de Barcelona

13/10/2026

Una demostració més intuïtiva de la classificació de les foliacions convexes de grau 2



El Departament de Matemàtiques ha publicat una nova demostració sobre la classificació de les foliacions complexes de grau 2. La novetat és que aquesta nova prova permet entendre millor el funcionament intrínsec d'aquestes corbes perquè no surt del marc de la geometria complexa, l'espai on existeixen aquestes estructures anomenades foliacions.

En el món de les matemàtiques, i més concretament en la geometria complexa, existeixen estructures anomenades foliacions. Imagineu un espai omplert de corbes (els «fulls») que l'omplen de manera ordenada, com les vetes de fusta o les línies de corrent d'un fluid en moviment. Un dels reptes dels geòmetres és classificar aquestes estructures segons les seves propietats geomètriques, i recentment, hem publicat una nova demostració sobre la classificació d'un tipus molt especial: les foliacions convexes de grau 2.

Diem que una foliació en el pla projectiu complex és convexa si els seus fulls, quan no són línies rectes, no tenen punts d'inflexió. En termes senzills, això vol dir que les corbes no canvien mai el sentit de la seva curvatura; no fan ziga-zaga, sinó que sempre giren cap al mateix costat, mantenint una forma neta i constant. Aquesta propietat és molt restrictiva. De fet, mentre que gairebé qualsevol foliació de grau 0 o 1 és convexa, a partir del grau 2 (on

les equacions que les defineixen són quadràtiques), la convexitat esdevé una raresa geomètrica.

La classificació d'aquestes foliacions de grau 2 ja havia estat establerta l'any 2015 pels matemàtics C. Favre i J. Pereira. Tanmateix, la seva demostració original es basava en resultats previs molt complexos de D. Schlomiuk i N. Vulpe sobre camps de vectors reals de l'any 2004. La nostra aportació, publicada al *Bulletin de la Société Mathématique de France*, és una nova demostració més senzilla i elegant. En lloc de sortir del marc de la geometria complexa, utilitzem eines pròpies de la geometria holomorfa, com el «teixit dual» (*dual web*) i el seu discriminant. Aquest enfocament permet entendre millor l'estructura intrínseca d'aquestes corbes sense haver de recórrer a farragosos càlculs externs.

Gràcies a aquest treball, s'ha confirmat que, per al grau 2, només existeixen tres tipus fonamentals de foliacions convexes (llevat de transformacions geomètriques o automorfismes):

1. La foliació de Fermat, els fulls de la qual són totes les còniques passant per 4 punts no alineats fixats que esdevenen singularitats radials de la foliació.
2. Un tipus de foliació homogènia que s'obté com a degeneració del cas anterior quan dues de les singularitats radials col·lapsen en un únic punt degenerat.
3. Una foliació amb molta simetria que s'obté com a degeneració del model anterior quan una de les singularitats radials col·lapsa amb la singularitat degenerada esdevenint un punt singular encara més degenerat.

Aquesta recerca no només tanca un capítol amb una demostració més coherent, sinó que també proporciona eines per estudiar foliacions de graus superiors, on la complexitat de la situació creix considerablement.

David Marín
Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
David.Marin@uab.cat

Referències

S. Bedrouni, D. Marín. (2020) **Une nouvelle démonstration de la classification des feuilletages convexes de degré deux sur le plan projectif complexe.** *Bulletin de la Société Mathématique de France 148* (4), p. 613-622. https://doi.org/10.24033/bsmf.2818

View low-bandwidth version