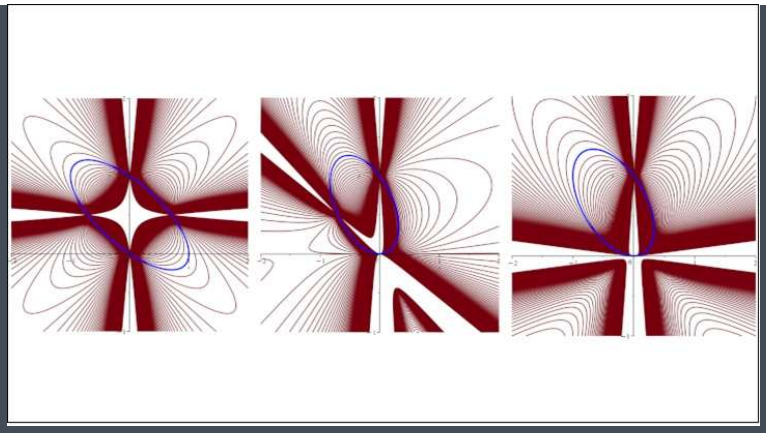
Divulga UAB

Revista de difusió de la recerca de la Universitat Autònoma de Barcelona

13/10/2026

Una demostración más intuitiva de la clasificación de las foliacions convexas de grado 2



El Departamento de Matemáticas ha publicado una nueva demostración sobre la clasificación de las foliaciones complejas de grado 2. La novedad es que esta nueva prueba permite entender mejor el funcionamiento intrínseco de estas curvas porque no sale del marco de la geometría compleja, el espacio donde existen estas estructuras llamadas foliaciones.

En el mundo de las matemáticas, y más concretamente en la geometría compleja, existen estructuras llamadas foliaciones. Imaginad un espacio llenado de curvas (las «hojas») que lo llenan de manera ordenada, como las vetas de madera o las líneas de corriente de un fluido en movimiento. Uno de los retos de los geómetras es clasificar estas estructuras según sus propiedades geométricas, y recientemente, hemos publicado una nueva demostración sobre la clasificación de un tipo muy especial: las foliaciones convexas de grado 2.

Decimos que una foliación en el plan proyectivo complejo es convexa si sus hojas, cuando no son líneas rectas, no tienen puntos de inflexión. En términos sencillos, esto quiere decir que las curvas no cambian nunca el sentido de su curvatura; no hacen zigzag, sino que siempre giran hacia el mismo lado, manteniendo una forma limpia y constante. Esta propiedad es muy restrictiva. De hecho, mientras que casi cualquier foliación de grado 0 o 1

es convexa, a partir del grado 2 (donde las ecuaciones que las definen son cuadráticas), la convexidad acontece una rareza geométrica.

La clasificación de estas foliaciones de grado 2 ya había sido establecida en 2015 por los matemáticos C. Favre y J. Pereira. Aun así, su demostración original se basaba en resultados previos muy complejos de D. Schlomiuk y N. Vulpe sobre campos de vectores reales del año 2004. Nuestra aportación, publicada al *Bulletin de la Société Mathématique de France*, es una nueva demostración más sencilla y elegante. En lugar de salir del marco de la geometría compleja, utilizamos herramientas propias de la geometría holomorfa, como el «tejido dual» (*dual web*) y su discriminante. Este enfoque permite entender mejor la estructura intrínseca de estas curvas sin tener que recurrir a farragosos cálculos externos.

Gracias a este trabajo, se ha confirmado que, para el grado 2, solo existen tres tipos fundamentales de foliaciones convexas (salvo de transformaciones geométricas o automorfismos):

1. La foliación de Fermat, cuyas hojas son todas las cónicas pasando por 4 puntos no alineados fijos que acontecen singularidades radiales de la foliación.
2. Un tipo de foliación homogénea que se obtiene como degeneración del caso anterior cuando dos de las singularidades radiales colapsan en un único punto degenerado.
3. Una foliación con mucha simetría que se obtiene como degeneración del modelo anterior cuando una de las singularidades radiales colapsa con la singularidad degenerada aconteciendo un punto singular todavía más degenerado.

Esta investigación no solo cierra un capítulo con una demostración más coherente, sino que también proporciona herramientas para estudiar foliaciones de grados superiores, donde la complejidad de la situación crece considerablemente.

David Marín
Departamento de Matemáticas
Universitat Autònoma de Barcelona
David.Marin@uab.cat

Referencias

S. Bedrouni, D. Marín. (2020) **Une nouvelle démonstration de la classification des feuilletages convexes de degré deux sur le plan projectif complexe.** *Bulletin de la Société Mathématique de France 148* (4), p. 613-622. https://doi.org/10.24033/bsmf.2818

View low-bandwidth version