



PAPERS DE DEMOGRAFIA  
463



2019

RUIZ-SANTACRUZ, Javier Sebastian (2019) "Estimación de calendarios migratorios mediante la simulación de los valores iniciales en las optimizaciones de parámetros de los modelos de migración multi-exponenciales: Una aplicación a la migración internacional intra-latinoamericana". *Papers de Demografia*, 463: 1-69. Bellaterra: Centre d'Estudis Demogràfics.

**Resum.-** La decisió d'establir un valor inicial fix en les optimitzacions dels models de migració multi-exponencial (Rogers i Castro, 1981) ha estat durant molt temps la que s'ha imposat. Malgrat això, plantejar matemàticament el desconeixement dels paràmetres mitjançant una distribució uniforme ens ofereix l'oportunitat de simular els valors iniciais i veure què passa si obrim aquesta caixa negra. Aquest document de treball, investiga l'optimització dels paràmetres dels models quan s'apliquen a un cas de migració internacional, canviant els valors iniciais fixos pels simulats de distribucions uniformes. Es pretén així abstreure el desconeixement total de la distribució de cadascun d'ells. Les fonts d'informació es resumeixen en aquelles que ofereixen els censos de dotze països d'Amèrica Llatina, sobre el lloc de residència de fa 5 anys. Els resultats s'han dividit en dues parts, la primera en què s'han vist les limitacions per a l'aplicació de l'optimització amb la incorporació del canvi dels valors iniciais. D'aquesta manera es mostra com els paràmetres d'ubicació  $\mu_2$  i  $\mu_3$  no són significatius en l'estimació de l>Error Quadràtic Mitjà (ECM), el que significa que és possible que no se segueixin els supòsits teòrics. A la segona part de l'anàlisi, s'utilitza l'eina creada per parlar sobre el conjunt de migracions llatinoamericanes, ressaltant l'alta dependència infantil i els patrons caracteritzats majoritàriament per la presència de població en edat laboral. A més, es planteja l'existència d'una corba de migració infantil endarrerida, present en alguns casos dels escollits. Aquest treball contribueix teòricament als supòsits dels models de Rogers i Castro (1981), i esdevé una eina per replicar en programari lliure.

**Paraules clau.-** Models de migració multiexponencial; Patrons de migració per edat; Optimització; Migració intra-llatinoamericana.

**Resumen.-** La decisión de establecer un valor inicial fijo en las optimizaciones de los modelos de migración multi-exponencial (Rogers y Castro, 1981) ha sido durante mucho tiempo la que se ha impuesto. Sin embargo, plantear matemáticamente el desconocimiento de los parámetros mediante una distribución uniforme nos ofrece la oportunidad de simular los valores iniciales y ver qué sucede si abrimos esta caja negra. Este documento de trabajo, investiga la optimización de los parámetros de los modelos cuando se aplican a un caso de migración internacional, cambiando los valores iniciales fijos por los simulados de distribuciones uniformes. Se pretende así abstraer el desconocimiento total de la distribución de cada uno de ellos. Las fuentes de información se resumen en las que proveen los censos de doce países de América Latina sobre el lugar de residencia hace 5 años. Los resultados se han dividido en dos partes, la primera en la que se ha visto las limitaciones para la aplicación de la optimización con la incorporación del cambio de los valores iniciales. De este modo se muestra como los parámetros de ubicación  $\mu_2$  y  $\mu_3$  no son significativos en la estimación del Error Cuadrático Medio (ECM), lo que significa que es posible que no se sigan los supuestos teóricos. En la segunda parte del análisis, se usa la herramienta creada para hablar sobre el conjunto de migraciones latinoamericanas resaltando la alta dependencia infantil y los patrones caracterizados, en su mayoría, por la presencia de población en edad laboral. Además, se plantea la existencia de una curva de migración infantil retrasada, presente en algunos casos de los escogidos. Este trabajo contribuye teóricamente a los supuestos, al usar los modelos de Rogers y Castro (1981), así como una herramienta para la replicación en software libre.

**Palabras clave.-** Modelos de migración multi-exponenciales; Patrones de migración por edad; Optimización; Migración intra-latinoamericana.

**Abstract.**- The decision to establish a fixed initial value in the optimizations of multi-exponential migration models (Rogers and Castro, 1981) has long been the one that has been imposed. However, to pose mathematically the ignorance of the parameters by means of a uniform distribution offers us the opportunity to simulate the initial values and see what happens if we open this black box. This working paper investigates the optimization of model parameters when they are applied to an international migration case, changing the fixed initial values for the simulations of uniform distributions. The aim is to abstract the total ignorance of the distribution of each one of them. The sources of information are summarized in those provided by the censuses of twelve countries in Latin America on the place of residence 5 years ago. The results have been divided into two parts, the first in which it has been seen in the limitations for the application of the optimization with the incorporation of the change of the initial values. This shows how the location parameters  $\mu_2$  and  $\mu_3$  are not significant in the estimation of the Mean Square Error (ECM), which means that the theoretical assumptions may not be followed. The second part of the analysis, the tool created to talk about the set of Latin American migrations is used highlighting the high child dependency and patterns characterized mostly by the presence of working age population. In addition, the existence of a delayed child migration curve is presented in some cases of the chosen ones. This work theoretically contributes to the assumptions when using the models of Rogers and Castro (1981), as well as a tool for replication in free software.

**Key words.**- Multiexponential migration models; Migration patterns by age; Optimization; Intra-Latin American migration.

## ÍNDICE

1.- Antecedentes .....	1
1.1.- Parametrización del modelo de calendarios migratorios.....	4
2.- Fuentes de información .....	6
3.- Métodos .....	6
3.1.- Obtención de las tasas estandarizadas por edad y sexo .....	6
3.2.- Generación de valores iniciales para el procedimiento de ajuste .....	8
3.3.- Ajuste del modelo en R .....	9
4.- Resultados .....	10
4.1.- Limitaciones en la aplicación de la optimización .....	11
4.2.- Sobre cambiar los valores iniciales fijos por un re-muestreo de distribuciones a priori uniformes no informativas .....	14
4.3.- Sobre la estructura por edad de las migraciones conjuntas de los países latinoamericanos seleccionados .....	20
4.4.- Análisis estadístico de agrupamientos de los parámetros .....	22
5.- Conclusiones .....	27
Bibliografía .....	30

## ANEXOS

1.- Calendarios migratorios para diferentes orígenes y destinos .....	35
2.- Parámetros estimados para el modelo lineal entre los valores iniciales y el MSE .....	47
3.- Multiplot 1, 2 y 3 .....	48
4.- Relación de parámetros calculados según sexo para todos los modelos .....	51
5.- Tablas con los ejemplos de valores iniciales y finales para los mejores modelos escogidos el año del censo es del país donde se ha recogido la muestra .....	52
6.- Tabla con agrupamientos formados .....	56
Anexo adicional.- Tasas estandarizadas por cien mil para diferentes calendarios de emigración latinoamericana .....	58

## ÍNDICE DE FIGURAS

1.- Modelo de calendario migratorio y representación de los parámetros .....	5
2.- Calendarios migratorios y optimizaciones para los modelos de 7, 9, 11 y 13 para los hombres con origen en Argentina y destino Bolivia (tasa estandarizada por 100) .....	12
3.- Calendarios migratorios y optimizaciones para los modelos de 7, 9, 11 y 13 para las mujeres con origen Colombia y destino Venezuela (tasa estandarizada por 100) .....	13
4.- Modelos usados para establecer que parámetros influyen en la variable respuesta “Error Cuadrático Medio” (MSE) .....	17
5.- Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados .....	18
6.- Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados .....	19
7.- Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados .....	20
8.- Distribución de la terna formada por las relaciones de parámetros que caracterizan del sistema migratorio intrarregional según sexo .....	21
9.- Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno del clúster .....	23
10.- Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno de los agrupamientos .....	24
11.- Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno de los agrupamientos .....	25
12.- Matriz de correlaciones entre parámetros .....	26

## ÍNDICE DE TABLAS

1.- Censos recopilados a través de los sitios web de cada instituto de estadística según país .....	7
2.- Mejores parámetros iniciales e intervalos construidos con el percentil 5 y el 95 de la distribución por parámetro, para cada ejemplo de origen y destino en los calendarios femeninos .....	15
3.- Mejores parámetros iniciales e intervalos de confianza empírico del 95% para cada origen y destino en los calendarios masculinos .....	16
4.- Tabla resumen sobre las poblaciones migrantes y los modelos ajustados .....	22
5.- Tabla de pesos de las componentes principales .....	26

## ESTIMACIÓN DE CALENDARIOS MIGRATORIOS MEDIANTE LA SIMULACIÓN DE LOS VALORES INICIALES EN LAS OPTIMIZACIONES DE PARÁMETROS DE LOS MODELOS DE MIGRACIÓN MULTI-EXPONENCIALES: UNA APLICACIÓN A LA MIGRACIÓN INTERNACIONAL INTRA-LATINOAMERICANA<sup>1</sup>

Javier Sebastian RUIZ-SANTACRUZ<sup>2</sup>

ORCID: 0000-0001-9577-8111

Centre d'Estudis Demogràfics (CED) - CERCA - UAB

### 1.- Antecedentes

La migración es un fenómeno que presenta fuertes regularidades en sus patrones migratorios por edad. El estudio de estos se introdujo principalmente para leer las regularidades que aparecen en la migración interna y que se han interpretado dentro del marco de un curso de vida: por ejemplo, se reconoce ampliamente que los movimientos por edad son dependientes entre sí, como el caso de los niños que migran con sus padres, o esposas con sus esposos. Con el tiempo, nace la necesidad de buscar medidas que ofrezcan la capacidad de determinar con mayor certeza las observaciones a través del estudio matemático de su comportamiento y relación. La causa de los pocos estudios de la migración internacional parece estar relacionada con la falta de datos compilados por edad y sexo de éste fenómeno.

El estudio matemático de la migración comienza en los años setenta justo después de haber sido aplicado en otras ramas de la demografía como la fecundidad, la nupcialidad y la mortalidad el uso de patrones modelo para describir las tasas específicas de estos fenómenos (Coale y McNeil, 1972; Coale y Trussell, 1974; Lee y Carter, 1992). Así, Rogers, Raquillet y Castro (1977), realizan las primeras aproximaciones que utiliza una formulación matemática basada en la forma de las curvas y las relaciones entre sus parámetros

<sup>1</sup> Este artículo forma parte de la Tesis Doctoral en Demografía (UAB) de Javier Sebastian Ruiz-Santacruz, *Las Migraciones Internacionales de América Latina Reflexiones desde la perspectiva de los sistemas migratorios*, dirigida por el Dr. Joaquín Recano (jrecano@ced.uab.es), en el marco del proyecto I+D *Comportamientos demográficos y estrategias residenciales: apuntes para el desarrollo de nuevas políticas sociales* (CSO2016-79142-R). El autor ha sido becado por el Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación de Colombia- COLCIENCIAS para la movilidad predoctoral (2015-2019).

<sup>2</sup> Contacto: sruiz@ced.uab.es

tomando como ejemplo las migraciones internas de Estados Unidos, Polonia y Suecia y usando como referencia la distancia entre la curva dominada por los infantes y la curva de descenso de las edades laborales, a la que denominaron cambio parental o *parental shift*.

Más adelante, Rogers y Castro (1981) presentan un trabajo en el que establecen un polinomio general con 7, 11 y 13 parámetros. Dichos trabajos seminales se enfocan sobre las regularidades más comunes presentadas por los patrones de migración interna por edad, comienza con una alta concentración de los adultos jóvenes, seguida por las altas tasas de migración entre los niños que comienzan durante los primeros años de vida, cae a un punto bajo alrededor de los 15-20 años, aumentando la tasa bruscamente hasta un máximo local cercano a los 25-30 años de edad, y disminuye regularmente hasta que se muestra el pico de jubilación. Esas regularidades se expresan, en general, mediante una única curva exponencial negativa de las edades de la fuerza laboral previa al nacimiento de los hijos, una curva uni-modal sesgada hacia la izquierda de las edades de la fuerza laboral y una curva casi en forma de campana en las edades de la fuerza laboral. Todas estas curvas están parametrizadas de la siguiente manera en el ejemplo para el modelo completo.

De esta manera, el estudio de los patrones se dividió en dos: las aplicaciones de los modelos en diferentes poblaciones y el perfeccionamiento de la estimación de los parámetros. Dentro de las primeras aplicaciones, se presenta la que simula diversos escenarios, donde se observan los cambios en los calendarios a partir de impulsos económicos y demográficos inducidos sobre la cohorte y su tamaño (Pandit, 1997). En la misma línea podemos encontrar la comparación de curvas de migración interna de población nacida en el extranjero en Estados Unidos (Rogers & Raymer, 1999a), o las aplicaciones sobre los flujos de migrantes en Europa (Rees, 1977; Raymer & Rogers, 2008). Sobre las maneras de estimación, se introduce software para realizar la estimación como lo son MODEL o TableCurve2D (Rogers & Raymer, 1999b), o alternativas con métodos como el de Nedler-Mead (Nelder, Mead, Nelder, & Mead, 1965) implementado en Solver del software Excel y usado en los ejemplos dados en IUSSP (2018), o las descritas para encontrar de manera lineal los parámetros de la ecuación (Rogers, Castro, & Lea, 2005). Más adelante se incorporan observaciones sobre países en los que existen migrantes generados por incorporaciones de efectivos al sistema educativo y sobre cómo describir la ecuación incluyendo los parámetros de esta curva (Wilson, 2010).

Los últimos trabajos que analizan la estructura de los calendarios migratorios son los derivados del proyecto IMAGE más exactamente los producidos por Bernard, Bell y Charles-Edward en 2014 que, si bien no pretenden excluir los avances sobre las estimaciones

convencionales, usa medidas no paramétricas sobre las curvas para realizar las comparaciones. De la misma manera se mencionan más adelante los beneficios de realizar diferentes tipos de suavización de las tasas observadas (Bernard & Bell, 2015), lo que a la larga termina siendo un paso previo para realizar las estimaciones paramétricas ya que mejora la optimización de los parámetros. La aplicación más importante se consolida cuando se incorporan estas medidas en el análisis del conjunto de las migraciones internas de países latinoamericanos, algo que intenta emular este trabajo (Bernard, Rowe, Bell, Ueffing & Charles-Edwards, 2017).

De este modo, las aplicaciones en las cuales el modelo se ha usado principalmente se corresponden con las relacionadas con la necesidad de describir de una manera elegante las tasas de migración, es decir, la estimación, la graduación (o ajuste de información ruidosa), el análisis comparativo entre países, la reducción del volumen de información al ser reemplazada por parámetros y su uso en las proyecciones de población de varios países (Bates & Bracken, 1982, 1987; Liaw & Nagnur, 1985; Mcmeekin, n.d.; Potrykowska, 1988; Rogers & Raymer, 1999a; Wilson, 2010).

Este estudio analiza en primer lugar, la influencia de simular los parámetros iniciales, tomando como referencia una distribución uniforme de manera a priori, con el fin de librarnos del supuesto de empezar analizando las curvas de un modo empírico (a ojo) para establecer sus posibles parámetros iniciales. El objetivo principal es el de encontrar una solución robusta, que no dependa de la arbitrariedad de los valores iniciales. Además, el análisis se concentrará en el estudio de un tipo de migración no estudiada frecuentemente como la internacional, debido a las carencias en la información generadas entre otras por la baja movilidad entre algunos países. En general, el estudio considera que los calendarios migratorios y el significado que adquieren en el análisis de los eventos vitales como la emancipación, los estudios, la migración de arrastre, la migración laboral o la migración post-laboral, es clave en el análisis académico y político, tan presente hoy en día. Los perfiles migratorios hablan también de que tan vinculados a la familia están los movimientos de un determinado sistema ya que como es sabido, existe una propensión más alta de migrar de los familiares que quedan en los orígenes. Esto se observará en las optimizaciones realizadas para el conjunto de migraciones intra-latinoamericanas.

El trabajo planteado adquiere relevancia en la medida en que, en primer lugar, se plantea de forma sencilla una simulación que libera el supuesto de los valores iniciales arbitrarios y fijos. Segundo, se usa una herramienta creada previamente en R que permite su

replicabilidad y tercero, se obtienen resultados adicionales a los de simplemente optimizar la mejor curva modelo, que develan nuevas líneas de investigación.

### **1.1.- Parametrización del modelo de calendarios migratorios**

Los modelos planteados son en general sumas de distribuciones exponenciales que dan la forma de la curva. Lo interesante de este modelo es el significado de los parámetros que dan cuenta de patrones relacionados directamente con la economía. Así el modelo planteado inicialmente por (Rogers & Castro, 1981), considera que la intensidad migratoria puede ser descompuesta en una curva de niñez, seguida de una curva que describe la fuerza laboral, luego de una curva que describe las edades de retiro y una para la migración de los adultos mayores. Otro caso particular es descrito cuando las tasas observadas presentan un pico estudiantil y la descripción se presenta basada en una distribución del mismo tipo (Wilson, 2010).

Los parámetros estimados poseen una interpretación que, bajo el modelo clásico, se da en términos económicos y permite un análisis demográfico en el que se incorpora comúnmente el arrastre que tienen los migrantes de sus hijos (llevarlos consigo en el momento de migrar), el movimiento en edades laborales y el comportamiento de la migración en las edades de retiro. Así, la ecuación más general para el modelo multi-exponencial que describe el modelo paramétrico más complejo de 13 parámetros adquiere la forma (1):

$$M(x) = a_1 e^{-\alpha_1 x} + a_2 e^{-\alpha_2(x-\mu_2)-e^{-\lambda_2(x-\mu_2)}} + a_3 e^{-\alpha_3(x-\mu_3)-e^{-\lambda_3(x-\mu_3)}} + a_4 e^{\lambda_4 x} + c \quad (1)$$

Donde:

M(x): Tasa estandarizada de migración por edad x

$\mu_2, \mu_3$ : Parámetros de localización

$\alpha_1$ : tasa de descenso del componente de la fuerza de trabajo

$\lambda_2$ : tasa de ascenso del componente de fuerza de trabajo

$\alpha_2$ : tasa de descenso del componente de fuerza de trabajo

$\lambda_3$ : tasa de ascenso del componente post-fuerza de trabajo

$\alpha_3$ : tasa de descenso del componente post-fuerza de trabajo

$x_l$ : punto bajo

$x_h$ : pico alto

xr: pico de jubilación

X: desplazamiento de la fuerza laboral

A: cambio parental (parental shift)

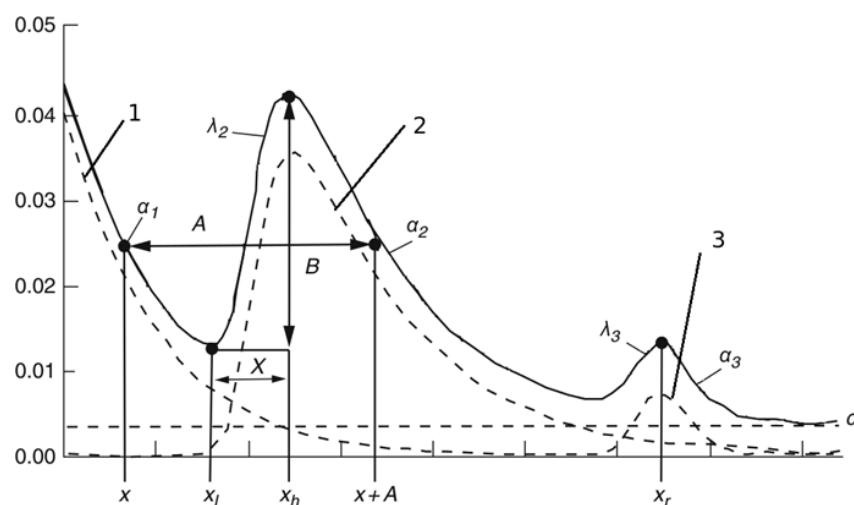
B: salto

c: constante

a1, a2, a3, a4: Niveles y coeficientes de la ecuación

Es evidente que la optimización se realiza sobre los parámetros básicos del modelo, sin embargo, Rogers y Castro (1981) proponen otras medidas que poseen una explicación más práctica para describir un conjunto de migraciones. Se han escogido tres que representarían el interés del conocimiento de los calendarios migratorios que se desarrollan dentro de la región latinoamericana. Por un lado, se encuentra la descripción de la existencia de una curva laboral dominante determinada por la razón  $a_2 / a_1$ , y su recíproco el índice de dependencia infantil,  $a_1 / a_2$ . Por otro lado, se estudia la asimetría de la curva laboral previa, que es importante para entender la manera en que los orígenes aportan población en edad laboral,  $\lambda_2 / \alpha_2$ .

**Figura 1.- Modelo de calendario migratorio y representación de los parámetros\***



\* El eje vertical corresponde a la tasa estandarizada de migración y el horizontal a la edad

Fuente: elaboración propia que modifica ligeramente la expuesta en Rogers, A., Little, J., y Raymer, J. (2010).  
Las curvas representan: 1.- la migración infantil de arrastre; 2.- la dominancia de la migración en edades laborales; 3.- la migración en las edades de post retiro.

## 2.- Fuentes de información

En este artículo se estudia el sistema de migraciones formado por las migraciones internacionales que suceden entre los países latinoamericanos escogidos. De este modo, se hará un análisis de la información que proporcionan los censos de doce institutos de estadística de Latinoamérica a los que se ha tenido acceso sobre la pregunta censal de residencia hace 5 años y que es extraída a través de programación en código REDATAM. Este ejemplo, que abarca buena parte de los países y las migraciones al interior de la región latinoamericana, pretenden formar una idea de otro componente característico de los sistemas migratorios en general y es el referente a la estructura de edad que tienen los colectivos, ya que de ello depende si los sistemas pueden categorizarse usando medidas de predominancia laboral y/o infantil (Rogers & Castro, 1981), lo que mostraría parte de los mecanismos de transferencia de un sistema particular. Los datos fueron graficados previamente para analizar el comportamiento por sexo. Un ejemplo del código REDATAM para obtener los migrantes del censo de Colombia se escribe en el procesador SP+ como sigue:

```
RUNDEF Job
  SELECTION ALL
```

```
TABLE migra_colombia
  AS CROSSTABS
    OF PERSONA.P30B4PAIS5
    BY PERSONA.PC09BEDAD
    BY PERSONA.P25BSEXO
    DECIMALS 2
    FOOTNOTE "DANE, COLOMBIA 2005"
```

## 3.- Métodos

### 3.1.- Obtención de las tasas estandarizadas por edad y sexo

Los datos utilizados son los censos proporcionados en cada sitio web de los Institutos de Estadística de Latinoamérica a los que fue posible acceder. El procedimiento detallado para la obtención de los datos por edad simple según sexo, se inicia con la búsqueda de la información usando el procesador de código REDATAM que se ofrece en gran parte de ellos. Así, se construyó una tabla con la información de la pregunta referente a la residencia hace 5 años. Dicho conteo es usado como numerador de las tasas. Este numerador es

extraído por edad simple. La Tabla 1 muestra la relación de censos que se obtuvieron en las páginas web de los institutos de estadística en cada país.

**Tabla 1.- Censos recopilados a través de los sitios web de cada instituto de estadística según país**

País	1990	2001	2002	2005	2007	2010	2011	2013
Argentina			X					
Bolivia				X				
Chile					X			
Colombia						X		
Costa Rica							X	
Ecuador		X	X				X	
El Salvador						X		
Honduras			X					X
Panamá						X		
República Dominicana						X		
Uruguay							X	
Venezuela			X				X	

Fuente: elaboración propia.

Al mismo tiempo se realiza una homogenización de las bases de datos mediante la construcción de una tabla correlativa de códigos y se ha vinculado a la tabla anterior utilizando el código de las Naciones Unidas como clave principal. Como la información de los numeradores se encuentra para edades simples y los denominadores (de población) que otorga Naciones Unidas están por grupos quinquenales, no es posible calcular la tasa, por lo que estos fueron desagregados usando un spline cúbico con la función del mismo nombre del software. De este modo, se emplearon como numeradores los emigrantes de un país hipotético A, a uno B en un tiempo t, una edad x y según sexo, y como denominadores, la población de 5 años atrás a mitad de periodo en el país de origen A, de forma análoga por edad y sexo (McNeil, Trussell & Turner, 1977). Esta tasa, que es una tasa edad-periodo, fue multiplicada por 100 previo a realizar las optimizaciones como lo indica la fórmula (2).

$$m_x^t A \rightarrow B = \frac{E_x^t A \rightarrow B}{P_x^{t-5} A} * 100 \quad (2)$$

Todas las tasas fueron calculadas para el caso de los censos realizados en las rondas de 1990, 2000 y 2010. Posteriormente las tasas por edad y sexo, son sometidas a un proceso de suavización kernel normal algo recomendado como una etapa previa a la optimización, ya que esta muestra de la mejor manera la tendencia subyacente (Bernard, Bell & Charles-Edwards, 2014; Rogers, Raymer & Little, 2010).

En un principio se trabajó con los doce países de destino (es decir los doce censos) que se mantienen para algunos países de origen en muchos de los casos, sin embargo, la reducción de información es significativa debido a que en el sistema establecido con la información inicial recolectada se generan 208 pares posibles de países de origen y destino dentro del espacio intrarregional latinoamericano (combinando ambos sexos). Con estas salvedades se recopiló información de los parámetros para los calendarios migratorios entre países de la región latinoamericana para hombres y mujeres, y se realizaron las optimizaciones usando 100000 valores iniciales simulados de distribuciones uniformes entre 0 y 1 y usando una épsilon (diferencia) de 0.00001 para cada una de las duplas de países, usando los cuatro tipos de funciones tal y como lo muestran las figuras 2 y 3, escogiendo el mejor modelo y armando una matriz que contiene los mejores modelos estimados.

### **3.2.- Generación valores iniciales para el procedimiento de ajuste**

Uno de los puntos débiles en la estimación de los modelos de migración por medio de una optimización es la elección arbitraria de los parámetros iniciales. En los procesos de optimización es común obtener diferentes valores de la tupla óptima de parámetros cuando variamos los iniciales. Hasta el momento la manera de iniciar las simulaciones mantiene la estrategia de usar la misma semilla (en muchas ocasiones los valores estudiados por Rogers y Castro en 1981 para la ciudad de Estocolmo) para obtener el mismo resultado, es decir considerando que la mejor curva debería basarse en los parámetros de una curva informada anteriormente. Para este problema, el resultado se prueba con una prueba de bondad de ajuste.

De igual forma, la revisión de la literatura exhibe muchos estudios que utilizan como criterio de ajuste el estadístico  $\chi^2$  (chi-cuadrado), que proporciona información sobre qué tan buena es la curva estimada mediante la diferencia entre los valores observados y los ajustados. El valor de la referencia para aceptar una estimación (llamada tolerancia) generalmente es ajustado por el investigador, sin embargo, algunos estudios han determinado un valor de  $\chi^2$  por debajo de 0,001. El algoritmo propuesto toma como

criterio de parada la diferencia entre los errores cuadráticos medios estimados entre el mejor modelo guardado y el nuevo estimado, dejando por defecto (pero susceptible de cambio) una diferencia ( $\epsilon$ ) de 0.001 que es ya muy exigente. Este criterio es muy exigente según las pruebas realizadas debido a que puede verse que, para alcanzar un mejor modelo se necesitan más de 40000 simulaciones. Mientras no exista esta diferencia el algoritmo no parará hasta un número de iteraciones máximo establecido que, por defecto para en 1000. Tanto  $\epsilon$  como el número máximo de iteraciones son susceptibles de cambiar por el usuario del paquete en R.

La información inicial para cada uno de los parámetros es proporcionada desde una distribución uniforme entre 0 y 1 (o distribución a priori no informativa en estadística bayesiana) debido a que asumimos un total desconocimiento de los parámetros con los que se debería iniciar la simulación. Este sencillo paso permite generar la cantidad de curvas deseada hasta alcanzar el mejor modelo de las  $n$  iteraciones. Así mismo, se asume una estrategia “evolutiva” realizando grupos de  $n$  valores y obteniendo el mejor, generando un re-muestreo que se obtiene de una distribución uniforme por parámetro, lo que haría de los parámetros iniciales variables independientes e idénticamente distribuidas.

### 3.3.- Ajuste del modelo en R

Para nuestro propósito usaremos una optimización por mínimos cuadrados como una primera aproximación, ya que nuestro objetivo no es evaluar el método de optimización sino hacer énfasis en dos cosas: la simulación que se inicia con distribuciones a priori no informativas en una aproximación del pensamiento bayesiano, y la comparación y agrupamiento de los diferentes parámetros a una escala internacional regional. Las estimaciones por mínimos cuadrados también han sido usadas para estimar los parámetros de la función compuesta por varias funciones exponenciales (Rogers & Little, 1994). De esta manera, aparte de calcular el valor se calcula un intervalo de confianza de las optimizaciones realizadas. Previamente, las instrucciones de instalación del paquete migraR (Ruiz-Santacruz y Garcés, 2018) que implementa los modelos multi-exponenciales, han sido puestas a disposición en la plataforma web GitHub, con el fin de hacer replicable los análisis y ser evaluados propiamente por la comunidad científica.

En términos de la optimización, las funciones de Rogers y Castro que modelarían el comportamiento de la migración, son las funciones objetivo. Para cualquier caso de esta función objetivo lo que enfrentaremos es un caso de una función de varias variables en

que, por lo general, se cuenta con métodos del cálculo diferencial para encontrar los valores máximos y mínimos. El programa utiliza la librería `nlsminb` del software R, que realiza una optimización lineal del logaritmo de la tasa estandarizada de migración. La optimización lineal se ejecuta sin restricciones, es decir, los parámetros estimados no se encuentran acotados. Adicionalmente, como se comienza desde los puntos generados por las distribuciones a priori no informativas para realizar la optimización, el programa descarta aquellos puntos que generan un gradiente igual a cero ya que no es posible encontrar una solución.

La implementación utiliza diferentes elementos de entrada que permiten elaborar una optimización con y sin restricciones, siendo esta última opción la que hemos seleccionado debido a que los parámetros de salida que se obtienen de unos determinados valores iniciales no tendrán ninguna cota. Los valores iniciales, al estar acotados, restringen solamente el dominio de la función y no deben interpretarse como una restricción para el problema de optimización.

El paquete `nlsminb`, que se incluye dentro del desarrollo previo a este documento, utiliza algoritmos diseñados por Gay (1990) para optimizar funciones y permiten ser muy específicos en la definición de restricciones y otras características de un problema de optimización, como los cálculos del gradiente y la matriz Hessiana, otorgando mensajes de alerta y error para los casos en donde éstos no se encuentran definidos. Así, la implementación realizada en R, calcula estos requerimientos antes, para introducir los puntos iniciales por separado y así tener el control de los que no cumplan con los criterios.

#### 4.- Resultados

Los resultados que se presentan a continuación se han dividido en tres partes: las limitaciones encontradas en la aplicación de la optimización, los resultados sobre el cambio de valores iniciales fijos a simulados y los que se obtienen para el sistema de migraciones que suceden entre los países latinoamericanos escogidos por razones descritas previamente.

#### 4.1.- Limitaciones en la aplicación de la optimización

Una primera limitación se encuentra en la disposición de información por sexo y edad simple, lo que genera la necesidad de aplicar procedimientos de estimación. Esta falta de información sucede sobre todo en edades mayores a los 65 años, y como se ha interpolado de cero a cien años, solo se han escogido para realizar la optimización las edades menores o iguales a 75 años, ya que algunas de las tuplas iniciales optimizan curvas migratorias con parámetros en la etapa de post-retiro.

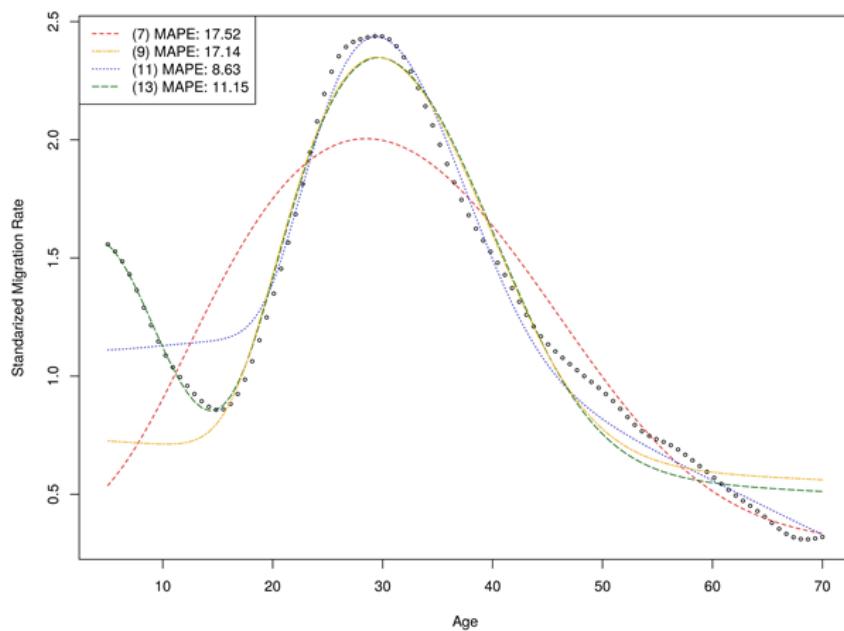
Otra limitación acerca de las inconsistencias de los datos en las edades avanzadas y que ha sido expuesta por Bernard et al. (2014), es que las curvas presentan gran inestabilidad para la estimación de los parámetros. Lo que se observa es que la escasa migración en algunos países por encima de los 60 años y en otros de los 70 años, hace que la curva se desplace hacia arriba inevitablemente, en lo que parece un problema generado en los denominadores de población. Por esta razón es preferible estimar con edades menores o iguales 70 años. Dicha inestabilidad la causa también el hecho de encontrar algunas optimizaciones que no se ajustan al “patrón modelo” (lo que hemos tenido en la cabeza al ver la figura 1), sino que se describen otros patrones de migración tardía donde los valores de  $\mu_2$  pueden llegar a no tener sentido. Todo esto causa además que los modelos de 11 y 13 parámetros, al ser las que más dobles exponenciales de la curva pueden captar con las exponenciales establecidas en la fórmula (1), sean las que más representen el fenómeno en Latinoamérica.

Igualmente, algunos de los calendarios que tenían información no presentaban patrón alguno más allá de las inconsistencias producidas por la mala calidad de la información, aún después de realizar el suavizado de muchos de esos datos, se lograban optimizaciones con funciones 13 parámetros. La manera de realizar la aproximación puede generar que no siempre sea el mejor modelo, a pesar de ser útil de manera práctica, y de que se cumplan las evaluaciones propuestas sobre el MAPE (IUSSP, 2018).

Del mismo modo, hemos detectado la reducción del número de países con datos que arrojan curvas optimizadas consecuentes, debido al utilizar una escala muy pequeña de la tasa. Cuando ésta es multiplicada por cien la optimización se realiza para 131 tuplas origen-destino (261 curvas al dividir por sexo), 106 para mujeres y 25 para hombres. Al calcular la optimización con tasas no multiplicadas o muy pequeñas, la optimización encuentra difícil de realizar algunos de los cálculos del gradiente y la matriz Hessiana.

Veamos como ejemplos las curvas de las figuras 2 y 3, que representan tasas migratorias estandarizadas y suavizadas por sexo entre Argentina y Bolivia (Censo 2001 para el destino) y Colombia y Venezuela (Censo 2011 en el destino). Sin duda, aquí observamos que presenta varios aspectos clásicos e interesantes que coinciden con las regularidades descritas teóricamente: se inician con una curva infantil, seguida de una curva para las edades laboralmente activas y continúa siendo monótona decreciente. La tercera y la cuarta curva, son modeladas con mayor precisión por el modelo de 11 y 13 parámetros que se muestra un error porcentual absoluto medio (MAPE) para cada caso. En el Anexo 1 se presentan más ejemplos de las curvas optimizadas, pero en ellos se muestran las tasas sin suavizar.

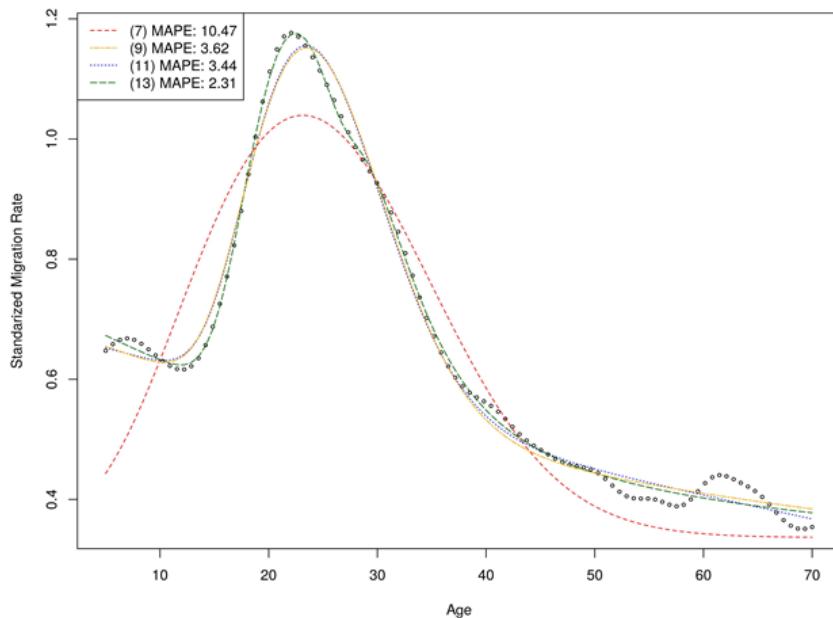
**Figura 2.- Calendarios migratorios y optimizaciones para los modelos de 7, 9, 11 y 13 con para los hombres con origen en Argentina y destino Bolivia – destino. (Tasa estandarizada por 100)**



Fuente: elaboración propia.

En segundo caso, el modelo vuelve a captar los patrones, pero la segunda curva, que supone la descripción de la migración de la población en edad laboral, está sesgada por el hecho de un fenómeno de migración por estudio que modifica el valor de los parámetros. Esta curva es descrita con la incorporación de una función adicional para captar la migración estudiantil mostrada por Wilson (2010).

**Figura 3.- Calendarios migratorios y optimizaciones para los modelos de 7, 9, 11 y 13 para las mujeres con origen Colombia y destino Venezuela (Tasa estandarizada por 100)**



Fuente: elaboración propia.

En segundo caso, el modelo vuelve a captar los patrones, pero la segunda curva, que supone la descripción de la migración de la población en edad laboral, está sesgada por el hecho de un fenómeno de migración por estudio que modifica el valor de los parámetros. Esta curva es descrita con la incorporación de una función adicional para captar la migración estudiantil mostrada por Wilson (2010).

Debe señalarse que se conoce previamente que la interoperabilidad o relación entre los parámetros para poder realizar la optimización es errática. Muchas veces el modelo no capta los incrementos en las curvas que algunas veces se encuentran entre los 60 y 80 años, como lo menciona Bernard, A., Bell, M. y Charles-Eduards (2014). Sin embargo, si dejamos las interpretaciones y conservamos el análisis estadístico de estas variables, podremos observar patrones de agrupamiento de los flujos entre países.

Una limitación adicional que podría llegar a sesgar los resultados es la existencia de curvas que exhiben comportamientos de doble exponencial previo a los 15 años después de pasar por el suavizado, esto hace que el modelo agote las exponenciales para describir las curvas posteriores, siendo un caso similar al mencionado anteriormente con los patrones de dominancia laboral prematura. Esto se constituye en una limitación del programa

presentado, al no poder captar que esto sucede para algunas de ellas en el momento de la optimización.

#### **4.2.- Sobre cambiar los valores iniciales fijos por un re-muestreo de distribuciones a priori uniformes no informativas**

De acuerdo con la literatura estudiada, los valores iniciales son establecidos de manera práctica como una semilla única para garantizar que el resultado sea el mismo cuantas veces sea optimizada una curva de valores observados. La solución aquí planteada toma el modelo encontrado con el menor MAPE y se hace optimizar cien mil veces asumiendo una distribución uniforme no informativa, debido al desconocimiento, sobre cada uno de los valores iniciales de los parámetros. Para este ejemplo se ajustó previamente un modelo de 13 parámetros ya que supone un modelo más complejo donde pueden estudiarse más parámetros.

Usaremos para nuestro ejemplo las curvas con las tasas estandarizadas por edad de la migración reciente (5 años) de Colombia a Venezuela (68.781 casos) y de Argentina a Bolivia (27.312 casos). Usando la función best\_migramod del paquete prototipo migraR, se realizaron cien mil simulaciones de los valores iniciales y sus correspondientes optimizaciones de las que se escogió el mejor modelo basado en escoger el que menor Error Cuadrático Medio (ECM) posee y por tanto menor estimación del MAPE. Las estimaciones con menor error han empleado cada una un tiempo aproximado de 18 horas usando un procesador Intel Core i7 y 16GB de memoria RAM.

Las tablas 2 y 3, muestran las mejores estimaciones acompañadas de un intervalo de confianza empírico del 95% para ellas con cien mil simulaciones de los parámetros iniciales y los parámetros optimizados. Así, y de acuerdo a las limitaciones, pueden observarse valores alejados de lo esperado y que tienen difícilmente una interpretación acorde a la manera clásica planteada por Rogers y Castro (1981). En las tablas, los valores con el sufijo \_0 refieren a los mejores valores iniciales que encontraron los mejores valores optimizados con el sufijo \_hat. Lo que se observa es que particularmente los parámetros  $\mu_2$  y  $\mu_3$  no se ajustan a las interpretaciones que tiene el planteamiento original de Rogers y Castro. Aun así, los ECM y los MAPE son los menores y estiman bien la curva.

**Tabla 2.- Mejores parámetros iniciales e intervalos construidos con el percentil 5 y el 95 de la distribución por parámetro, para cada ejemplo de origen y destino en los calendarios femeninos**

Parametros	Mujeres: Colombia – Venezuela 2011			Mujeres: Argentina – Bolivia 2001		
	Valor	5%	95%	Valor	5%	95%
a1_0	0.512	0.225	0.877	0.863	0.224	0.877
$\alpha_1$ _0	0.654	0.225	0.878	0.394	0.224	0.878
a2_0	0.058	0.224	0.878	0.398	0.226	0.877
$\mu_2$ _0	<b>38.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>	<b>23.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>
$\alpha_2$ _0	0.826	0.227	0.878	0.876	0.224	0.878
$\lambda_2$ _0	0.253	0.226	0.877	0.031	0.226	0.878
a3_0	0.837	0.226	0.878	0.686	0.223	0.877
$\mu_3$ _0	<b>27.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>	<b>21.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>
$\alpha_3$ _0	0.806	0.227	0.877	0.751	0.224	0.877
$\lambda_3$ _0	0.534	0.224	0.878	0.008	0.225	0.877
a4_0	0.531	0.224	0.877	0.624	0.227	0.877
$\lambda_4$ _0	0.782	0.225	0.878	0.562	0.225	0.878
c1_0	0.085	0.248	0.975	0.573	0.251	0.976
a1_hat	0.690	0.700	0.700	0.700	0.700	0.700
$\alpha_1$ _hat	0.028	0.013	0.127	0.017	0.001	0.179
a2_hat	0.700	0.000	0.700	0.700	0.000	0.700
$\mu_2$ _hat	<b>32.481</b>	<b>19.879</b>	<b>88.000</b>	<b>17.854</b>	<b>23.229</b>	<b>88.000</b>
$\alpha_2$ _hat	0.423	0.058	0.700	0.166	0.034	0.700
$\lambda_2$ _hat	0.124	0.122	0.700	0.000	0.075	0.700
a3_hat	0.700	0.000	0.700	0.700	0.000	0.700
$\mu_3$ _hat	<b>28.529</b>	<b>19.656</b>	<b>88.000</b>	<b>46.646</b>	<b>22.911</b>	<b>88.000</b>
$\alpha_3$ _hat	0.150	0.064	0.700	0.360	0.041	0.700
$\lambda_3$ _hat	0.527	0.136	0.700	0.083	0.081	0.700
a4_hat	0.670	0.619	0.700	0.685	0.700	0.700
$\lambda_4$ _hat	0.000	0.000	0.516	0.000	0.000	0.167
c1_hat	0.690	0.645	0.700	0.685	0.700	0.700
ECM	0.023	0.062	4.618	0.297	3.365	34.645
MAPE	<b>2.316</b>	<b>3.616</b>	<b>24.904</b>	<b>6.420</b>	<b>12.817</b>	<b>54.731</b>

Fuente: elaboración propia a partir de datos observados en los censos de población de Venezuela y Bolivia.

**Tabla 3.- Mejores parámetros iniciales e intervalos de confianza empírico del 95% para cada origen y destino en los calendarios masculinos**

Parameters	Hombres: Colombia – Venezuela 2011			Hombres: Argentina – Bolivia 2001		
	Valor	5%	95%	Valor	5%	95%
a1_0	0.122	0.225	0.878	0.779	0.226	0.877
$\alpha_1$ _0	0.748	0.226	0.878	0.234	0.225	0.877
a2_0	0.383	0.223	0.877	0.817	0.225	0.878
$\mu_2$ _0	<b>47.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>	<b>75.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>
a2_0	0.668	0.225	0.877	0.665	0.224	0.877
$\lambda_2$ _0	0.423	0.225	0.878	0.038	0.226	0.877
a3_0	0.323	0.225	0.878	0.651	0.226	0.877
$\mu_3$ _0	<b>33.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>	<b>32.000</b>	<b>23.000</b>	<b>87.000</b>
$\alpha_3$ _0	0.602	0.223	0.878	0.524	0.226	0.878
$\lambda_3$ _0	0.310	0.226	0.878	0.286	0.225	0.877
a4_0	0.615	0.227	0.877	0.254	0.247	0.975
$\lambda_4$ _0	0.219	0.225	0.877			
c1_0	0.794	0.250	0.976			
a1_hat	0.700	0.700	0.700	0.700	0.700	0.700
$\alpha_1$ _hat	0.146	0.000	0.147	0.131	0.000	0.020
a2_hat	0.700	0.000	0.700	0.700	0.037	0.700
$\mu_2$ _hat	<b>90.000</b>	<b>38.066</b>	<b>89.000</b>	<b>90.000</b>	<b>5.498</b>	<b>90.000</b>
a2_hat	0.067	0.038	0.700	0.073	0.006	0.700
$\lambda_2$ _hat	0.018	0.070	0.700	0.019	0.040	0.700
a3_hat	0.700	0.000	0.700	0.700	0.032	0.700
$\mu_3$ _hat	<b>39.768</b>	<b>25.831</b>	<b>89.000</b>	<b>46.656</b>	<b>15.665</b>	<b>90.000</b>
$\alpha_3$ _hat	0.447	0.040	0.700	0.416	0.006	0.700
$\lambda_3$ _hat	0.101	0.074	0.700	0.090	0.053	0.700
a4_hat	0.446	0.700	0.700	0.700	0.700	0.700
$\lambda_4$ _hat	0.000	0.000	0.020			
c1_hat	0.654	0.700	0.700			
ECM	0.232	2.929	45.093	1.693	5.213	121.826
MAPE	<b>3.481</b>	<b>9.304</b>	<b>51.936</b>	<b>9.302</b>	<b>16.583</b>	<b>63.174</b>

Fuente: elaboración propia a partir de datos observados en los censos de población de Venezuela y Bolivia.

Para conocer qué parámetros influyen en el resultado sobre el ECM se ha estimado un modelo de regresión lineal usando las cien mil simulaciones de los valores iniciales que actúan como variables independientes en el modelo. En la figura 4 (llamado Coefficient Plot) es posible visualizar los coeficientes de los modelos y su intervalo de confianza y determinar cuáles de ellos influyen en mayor o menor medida en la variable respuesta y con cuanta significancia.

Los cuatro modelos realizados son:

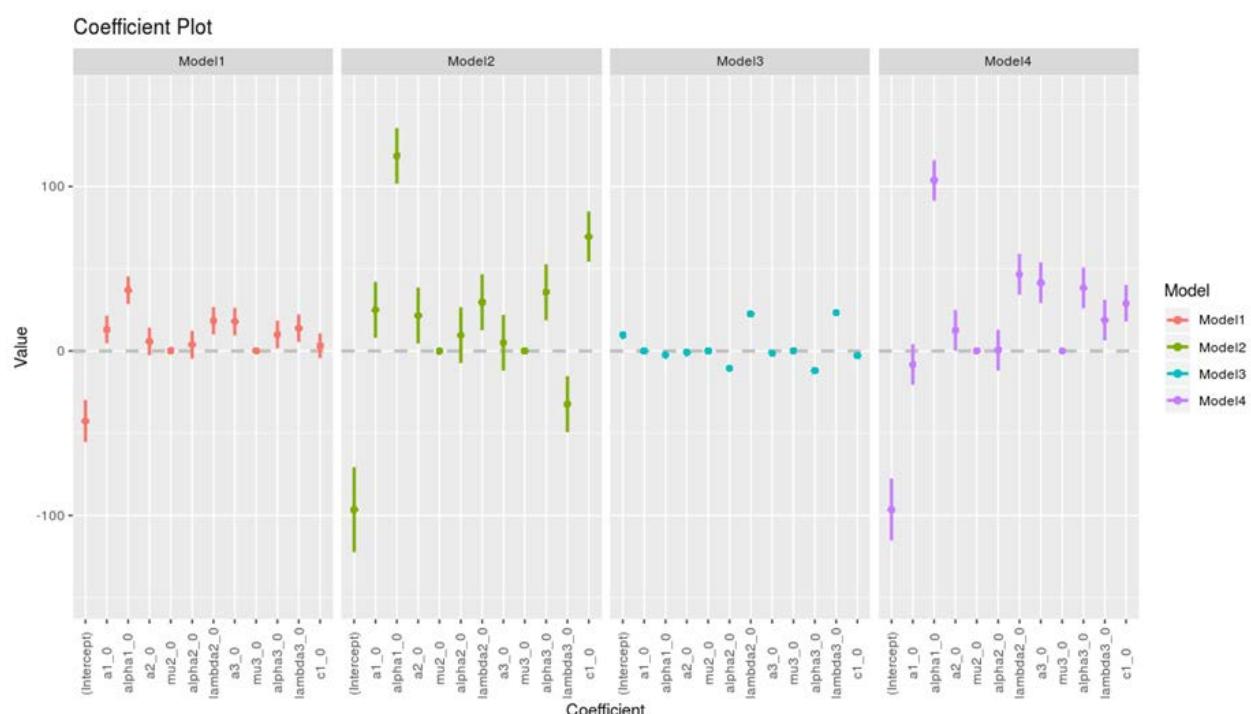
Modelo 1: Colombia - Venezuela (Hombres)

Modelo 2: Colombia - Venezuela (Mujeres)

Modelo 3: Argentina - Bolivia (Hombres)

Modelo 4: Argentina - Bolivia (Mujeres).

**Figura 4.- Modelos usados para establecer que parámetros influyen en la variable respuesta Error Cuadrático Medio (MSE)**



Fuente: elaboración propia.

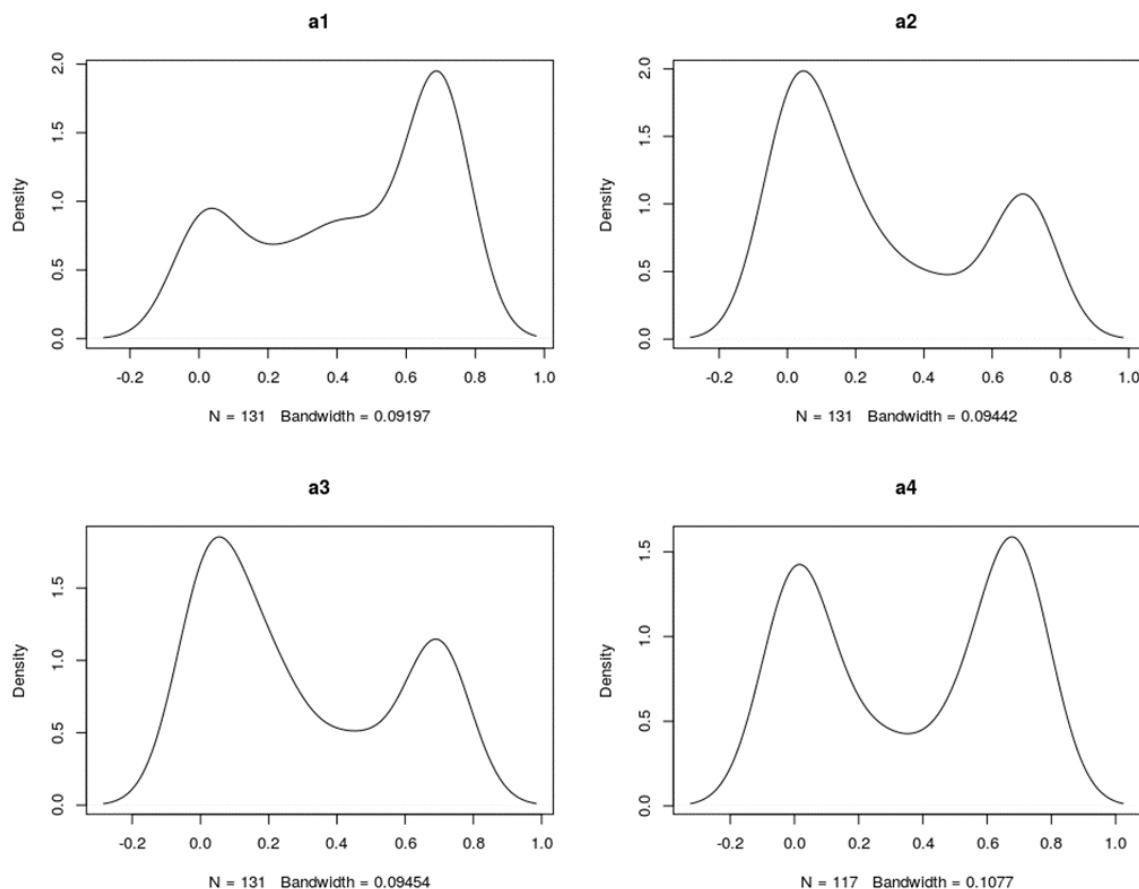
Lo que puede observarse además en la figura 4 es que la estimación del error cuadrático medio depende de algunos parámetros comunes para las diferentes curvas, en especial para aquellas con 13 parámetros, que además muestran más varianza en las estimaciones del modelo que el modelo de 11 parámetros. El gráfico se observa algo particular y es que ninguna de las estimaciones los parámetros de posición  $\mu_2$ , y  $\mu_3$ , ejerce influencia alguna en la estimación del ECM.

También se detalla cómo varía la significancia por país y el ancho de los intervalos de confianza, lo que nos habla un poco de la potencia de la muestra con la que se consigue mayor certeza, es decir, que la muestra tenga un tamaño justo para que la varianza de los

estimadores sea mínima. Otros ejemplos sobre la influencia de los coeficientes de los parámetros iniciales simulados ( $\mu_2_0$  y  $\mu_3_0$ ) se presentan en el Anexo 2 y los resultados para demás regresiones lineales se muestran de manera gráfica en el Anexo 3.

Además, con las 139 parejas de origen-destino, se ha podido realizar una inferencia sobre las distribuciones de los parámetros ya optimizados que se presentan para la región y los países escogidos. De este modo las figuras 5, 6, y 7, nos muestran que muchas de ellas presentan distribuciones bimodales en valores específicos, lo que nos lleva a pensar que las distribuciones que se escogen para simular los parámetros iniciales pueden salir de estas mismas. Veamos los parámetros que son descritos como niveles en el modelo. La figura 5 nos muestra concretamente las funciones de densidad de probabilidad para los valores de los coeficientes que acompañan las exponenciales. En ellos se observan distribuciones bimodales cerca del cero y entre 0.6 y 0.8.

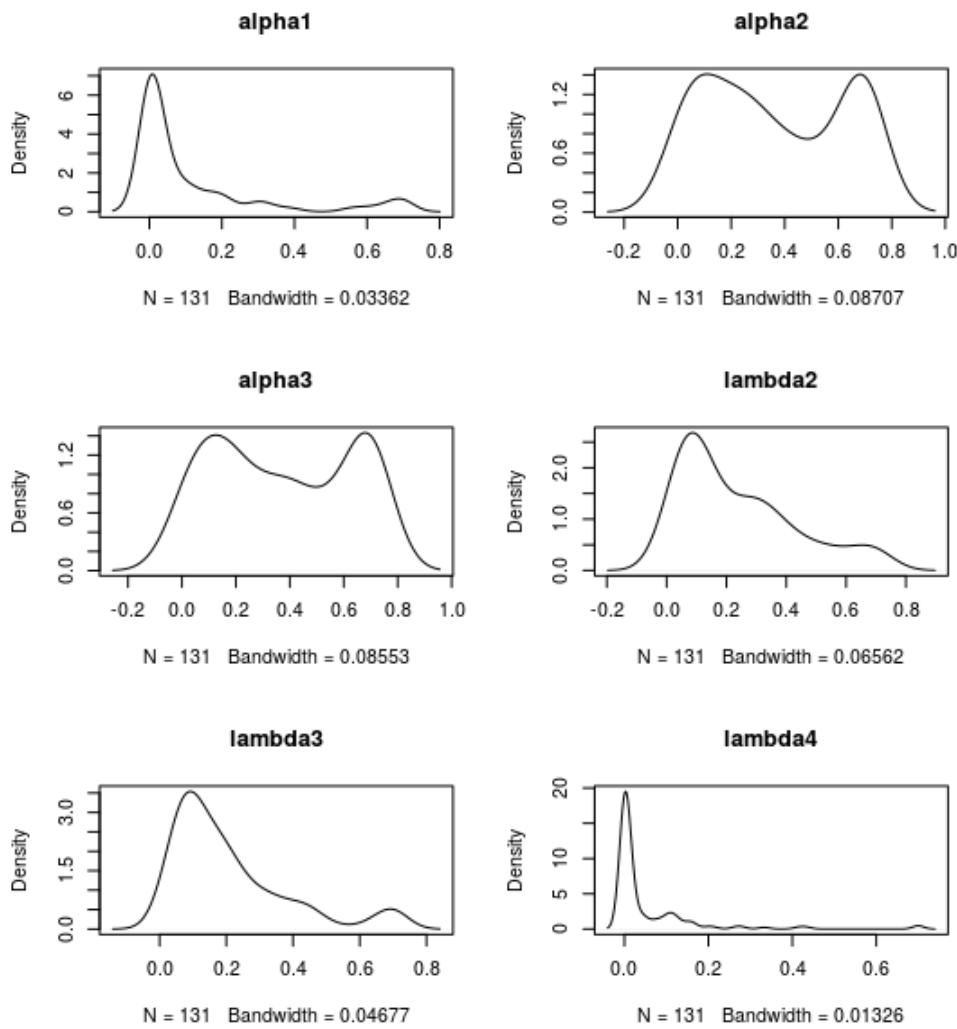
**Figura 5. Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados**



Fuente: elaboración propia.

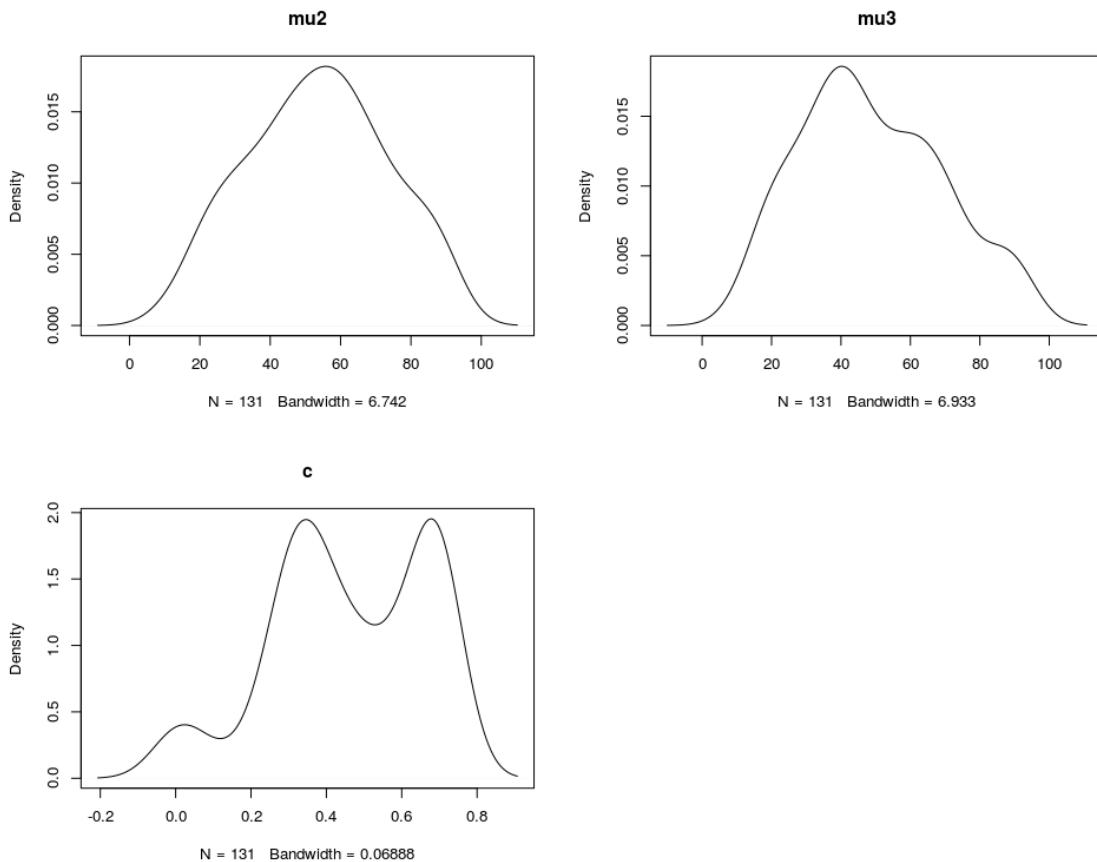
De igual modo, en la figura 6 podemos detallar el comportamiento de los parámetros que tienen que ver con las formas de campana que describen la curva de migración en edades laborales y la curva del post-retiro. Estos parámetros, a excepción de  $\alpha_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\lambda_4$  presentan distribuciones bimodales.

**Figura 6.- Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados**



Fuente: elaboración propia.

En el caso de  $\mu_2$  y  $\mu_3$ , la figura 7, se observa que tiene una distribución mucho más simétrica que las otras y con un valor máximo para  $\mu_2$  más cercano a los 60 que el de  $\mu_3$  que se ubica cercano a 40, con lo que la interpretación respecto de las edades de migración se pierde. El valor de  $c$ , que, aunque presenta valores cercanos a cero, exhibe otras dos modas entre 0.2 y 0.4 y entre 0.6 y 0.8.

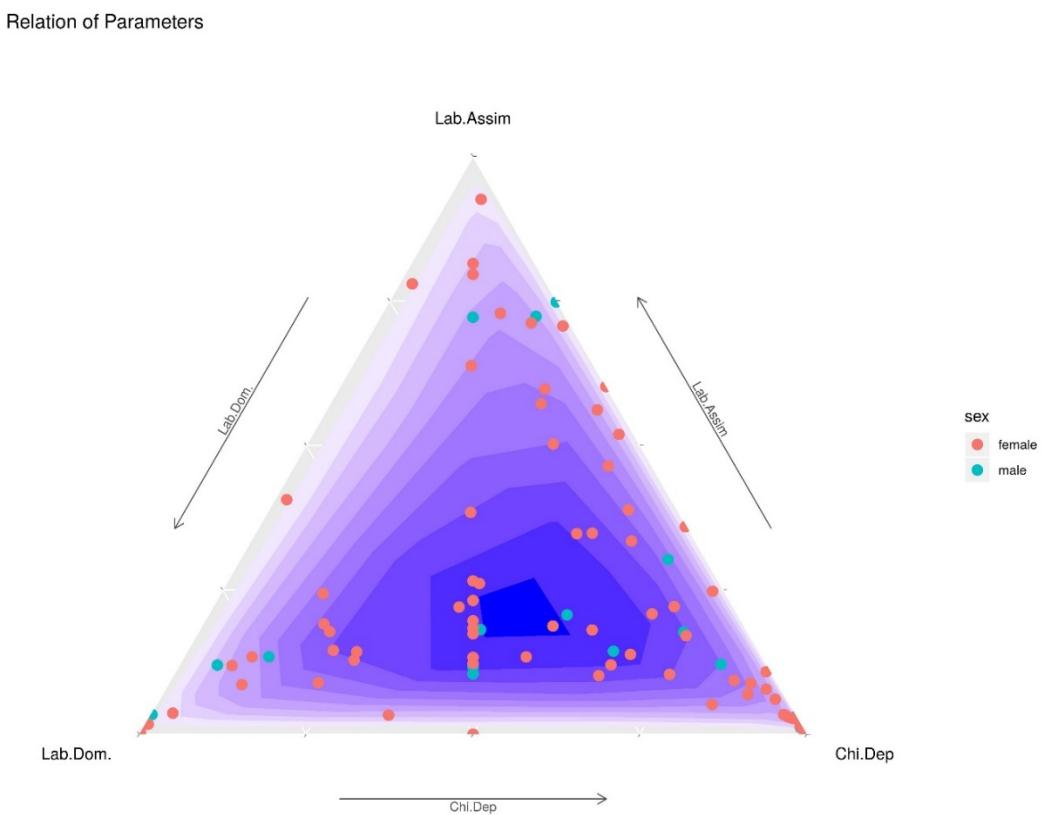
**Figura 7.- Funciones de densidad de probabilidad de los parámetros optimizados**

Fuente: elaboración propia.

#### 4.3.- Sobre la estructura por edad de las migraciones conjuntas de los países latinoamericanos seleccionados

Con la muestra seleccionada, se calcularon las relaciones entre parámetros descritas previamente con el fin de establecer las características principales del sistema migratorio. Disponemos en toda la muestra de 37 curvas que presentan predominancia laboral, 79 que presentan dependencia infantil y 15 que no muestran ninguno de los dos patrones. Si se plasman los parámetros en un diagrama isométrico (figura 8), se destaca la media-alta dependencia infantil (Chi.Dep), acompañada de una media dominancia de la migración laboral (Lab.Dom) y la simetría de la curva (Lab.Assim) es relativamente alta en muchos países, pero con mayor dispersión que las dos anteriores.

**Figura 8.- Distribución de la terna formada por las relaciones de parámetros que caracterizan del sistema migratorio intrarregional según sexo**



Fuente: elaboración propia.

La figura 8, se muestra sin valores en los ejes, sin embargo, lo que se quiere resaltar con el gráfico es lo que podemos denominar un “centro de gravedad” generado por la superficie de la distribución conjunta estimada para estos tres parámetros. De esta manera podemos observar una tendencia general hacia el centro-derecha-inferior o lo que es lo mismo, que las migraciones que suceden entre los países escogidos, tienen una media-alta dependencia infantil, una alta dominancia laboral y una asimetría de la migración laboral equilibradamente distribuida.

Sin embargo, a pesar de que sea posible extraer de alguna manera curvas que parecieran tener lógica en cuanto a su forma, las estimaciones han sido elaboradas con muy pocos casos en la mayoría de las veces, por lo que se decidió optar por otros ejemplos con más muestra. De esta manera, se han seleccionado los países que tuviesen al menos 6000 migrantes, de modo que, al dividir por sexo, se tengan al menos 3000 observaciones aproximadamente. Para ésta parte de la muestra, tenemos 24 tuplas que presentan

dominancia laboral, 76 que presentan dependencia infantil y 15 que no muestran ninguno de los dos patrones. De igual forma se obtienen 13 curvas con 11 parámetros y 102 con 13.

La tabla 4 muestra varias medidas de las optimizaciones que fueron obtenidas cuando el número de migrantes era mayor de 6.000. Podemos ver que existen más países que tienen una razón de sexos superior pero muy cercanas al 1. En general, se encuentran valores más bajos del MAPE en las mujeres y existen más ajustes de 13 parámetros para dichas curvas. La observación de la estimación de los parámetros para este conjunto de países se encuentra en el Anexo 5, en el que se presentan las tablas para los valores estimados con menor error y los valores iniciales que los generaron según sexo.

**Tabla 4.- Tabla resumen sobre las poblaciones migrantes y los modelos ajustados**

Origen	Destino	Migrantes totales	Mujeres	Hombres	Razón de sexos (f/m)	MAPE Mujeres	MAPE Hombres	NumPar Mujeres	NumPar Hombres
Colombia	Venezuela	68781	33222	35559	0.93	2.31	3.48	13	13
Paraguay	Argentina	40083	23603	16480	1.43	3.09	8.86	13	13
Colombia	Ecuador	39781	19680	20101	0.98	2.92	6.51	13	11 y 13
Argentina	Chile	33501	15683	17818	0.88	3.35	2.51	11	11
Cuba	Venezuela	12167	6409	5758	1.11	14.07	18.39	11	11
Chile	Argentina	9642	4888	4754	1.03	1.39	4.04	13	13
Ecuador	Chile	7383	3993	3390	1.18	2.52	3.92	13	13
Argentina	Uruguay	6853	3383	3165	1.07	2.95	6.99	13	13
Uruguay	Argentina	6491	3326	3470	0.96	3.84	6.13	13	13

Fuente: elaboración propia.

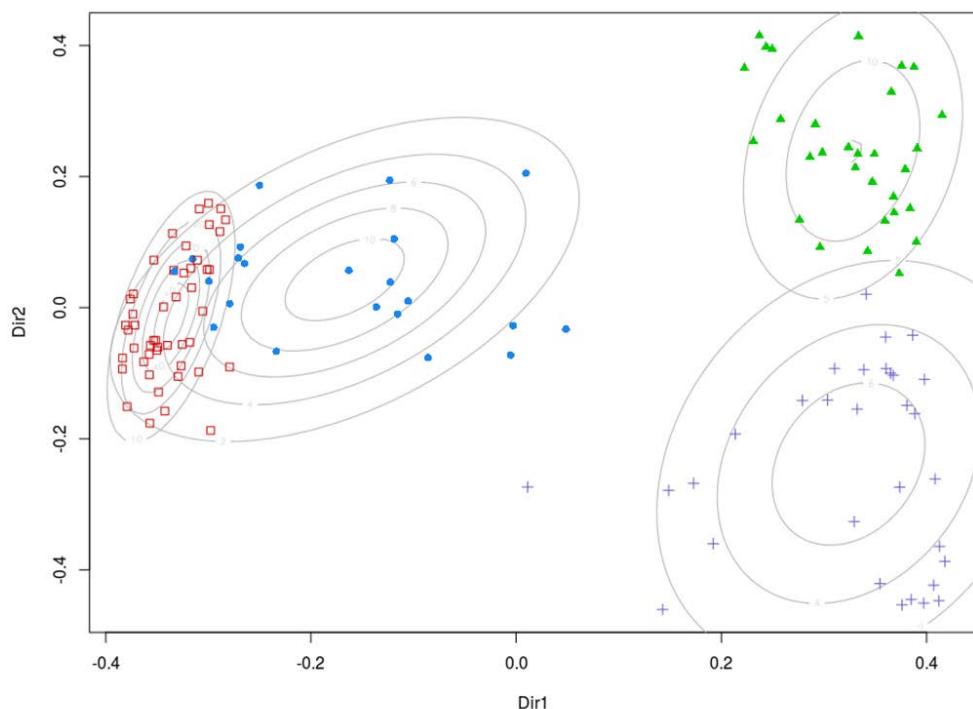
#### 4.4.- Análisis estadístico de agrupamientos de los parámetros

Una vez se han procesado los parámetros para las 139 curvas, se ha realizado un análisis estadístico de agrupamientos, con el fin de observar patrones relevantes sobre los parámetros. Asumiremos una matriz cuadrada general de 13 columnas, una por cada parámetro, y asignando un cero a los parámetros faltantes en los modelos de 11. Es posible sesgue en algo, sin embargo, es útil para la comprensión general de los patrones, sin perder la esencia. Para este análisis se ha utilizado el paquete mclust de R diseñado para la agrupación basada en modelos, la clasificación y la estimación de densidad basada en un modelo de mezcla finita normal. Proporciona funciones que combinan el agrupamiento jerárquico basado en modelos, EM para la estimación de la mezcla y el Criterio de Información Bayesiano (BIC) en estrategias integrales para el agrupamiento, la estimación

de la densidad y el análisis discriminante. El paquete ofrece la estimación de un número óptimo de agrupamientos. Estos agrupamientos se encuentran descritos en el Anexo 6.

En la figura 9, se observa la representación de los agrupamientos que se describen primero sobre los ejes encontrados por el análisis discriminante y que luego son usados para graficar las curvas optimizadas y evaluadas por edad. Los porcentajes de curvas femeninas en cada agrupamiento (clúster) en orden ascendente fueron: 81.8, 79.2, 83.3, 80.6, respectivamente. Los tamaños de cada uno de los grupos son 22, 48, 30 y 31. Luego de haber determinado el número de agrupamientos se ha revisado como serían las representaciones de las curvas parametrizadas y evaluadas por edad.

**Figura 9. Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno del clúster**

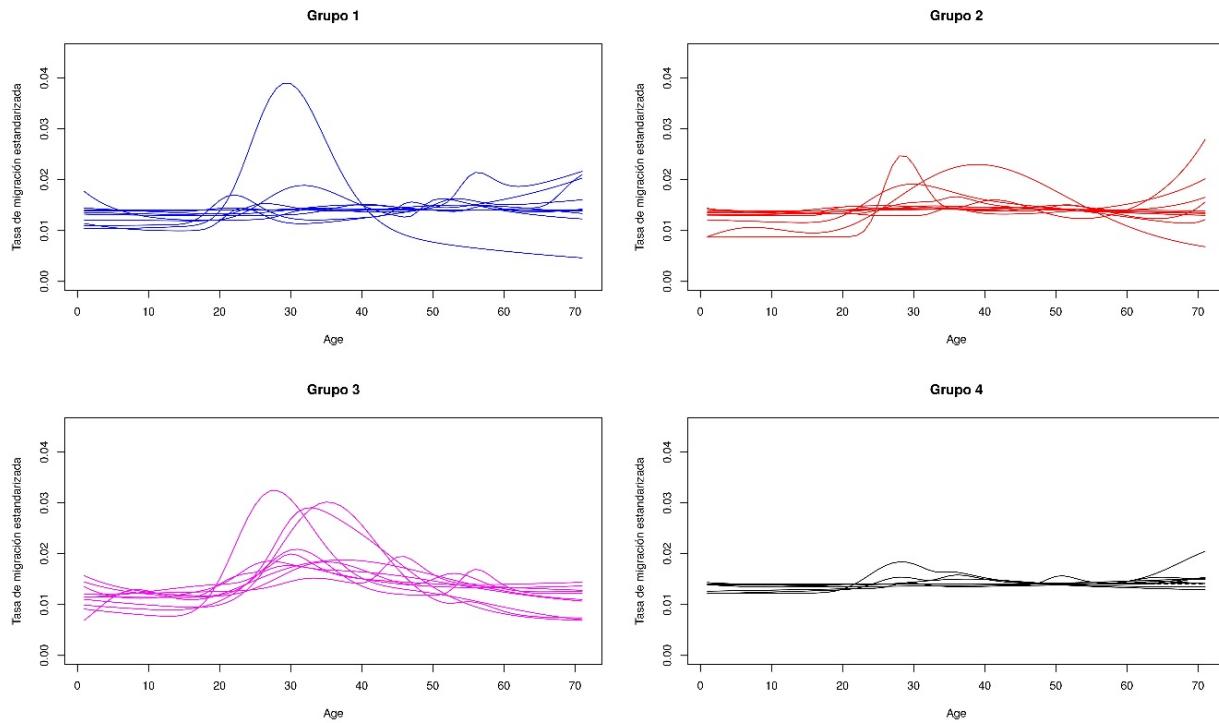


Fuente: elaboración propia.

Las figuras 10 y 11 muestran los 4 grupos de curvas. El grupo 1, exhibe solo una curva que tiene una gran dominancia de las edades laborales y algo de arrastre, sin embargo, las demás curvas se caracterizan por tener en conjunto, tasas de migración más elevadas en edades después de los 40 y curvas más mesocúrticas. El grupo 2 presenta patrones de poco arrastre y asimetrías laborales más grandes. El Grupo 3, el que permite ver más número de curvas con mayores tasas de migración, muchas de ellas con arrastre de niños y predominancia en las edades de los 20 a los 40 años. También se detallan curvas más

tardías. El grupo 4 contiene curvas de migración laboral pero muy pequeñas y en general, posee menos intensidad migratoria que los otros 4.

**Figura 10.- Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno de los agrupamientos**

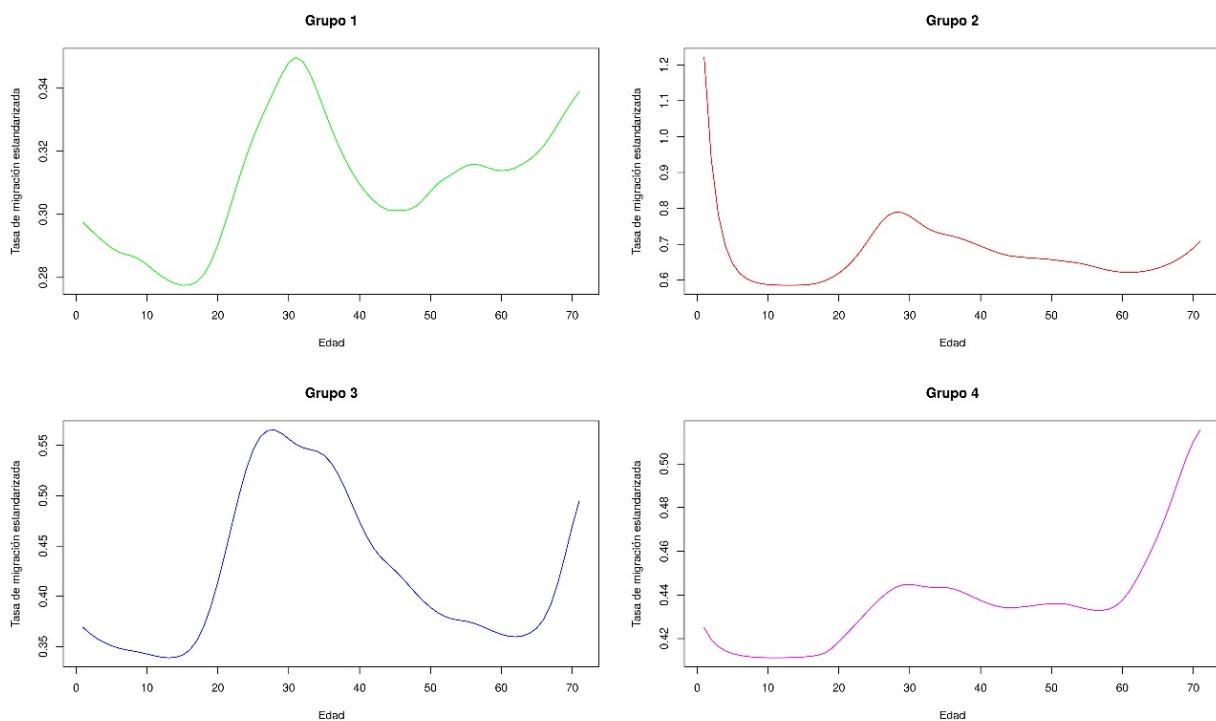


Fuente: Elaboración propia.

Además de esto podemos detallar el comportamiento que tendrían los grupos si calculamos una sola tasa para cada edad dentro de cada uno como se observa la figura 11.

De esta manera, se muestra el comportamiento para cada uno de ellos. El Grupo 1 uno muestra una curva en edades laborales alrededor de los 30 muy pronunciada y con la presencia tenue de una curva de migración de retiro. El grupo 2 muestra un gran arrastre de los hijos por parte de los padres, el grupo 3 también exhiben patrones de migración laboral pero extendida en más edades. El grupo 4 es el que menos intensidad migratoria presenta. Todos presentan curvas que son crecientes al final de las edades, lo que podría estar reflejando una mala calidad, determinada muchas veces por el escaso número, de la información en estas edades. Todas las agrupaciones muestran tener una curva asociada muy tenue al retiro entre los 50 y los 60 años aproximadamente.

**Figura 11.- Gráficos de las curvas parametrizadas de cada uno de los agrupamientos**



Fuente: elaboración propia.

Para resumir toda la información obtenida hemos aplicado un análisis de componentes principales en el que se intenta obtener los parámetros que tienen un mayor peso en las definiciones de los calendarios migratorios. Para este análisis nos hemos enfocado en los pesos factoriales que se presentan en la Tabla 5. Estos pesos, también llamadas pesos de componentes en PCA, son los coeficientes de correlación entre las variables (filas) y componentes (columnas).

Al analizar los componentes principales y los pesos, es posible determinar que con las 12 primeras componentes tendremos un porcentaje de varianza explicada de más del 80%, algo que en este tipo de análisis no suele ser un resultado muy útil. Sin embargo, algo que observamos en la tabla 4, es que las dos primeras refieren a la casi nula variación de los parámetros  $\mu_2$  y  $\mu_3$ . Aparte de esto, la tercera componente parecería mostrar que los parámetros iniciales tienen una relación con la estimación de los finales, algo que también se puede ver en la figura 12 de la matriz de correlaciones.

El hecho de que la variabilidad de la tabla de datos sea difícil de explicar por pocas componentes principales, confirma el hecho de que los parámetros son dependientes entre sí y debe aclararse que es una influencia en la operación de dichos parámetros, no tiene

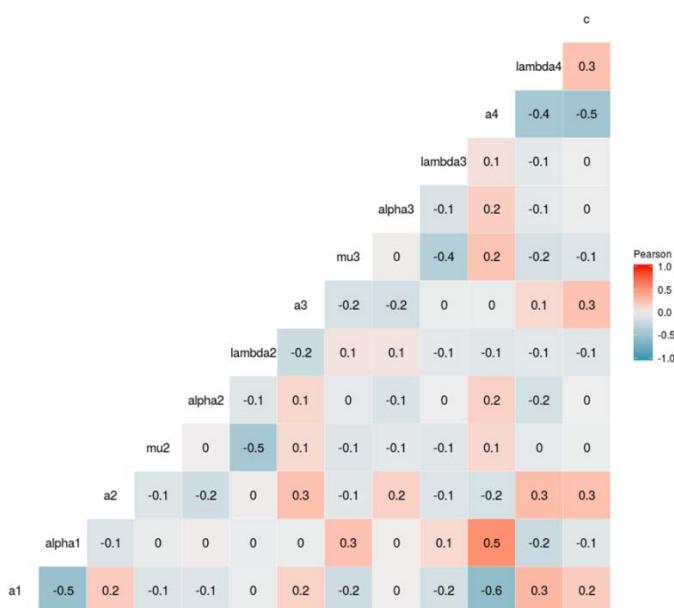
nada que ver con algo demográfico. Aun así, también se observa que algunos de los primeros parámetros guardan una correlación lineal medianamente alta, lo que reforzaría la necesidad de realizar la intervención para casos particulares de lo que denominaré migración infantil retrasada.

**Tabla 5.- Tabla de pesos de las componentes principales**

	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
a1			-0.49			-0.41	-0.41		-0.26	0.49	0.29		-0.14
alpha1			0.33			0.30	0.15	-0.23	-0.13	0.71			0.44
a2			-0.18	0.68	-0.31				0.59	-0.17			0.13
$\mu_2$	0.50	-0.87											
alpha2			0.15			0.50	-0.59	0.45	0.35			0.14	0.17
lambda2						-0.16	0.11		0.24	0.80	0.20	0.45	
a3				0.65	0.47			-0.20	-0.45	0.27	-0.16		0.11
$\mu_3$	-0.87	-0.50											
alpha3			0.13	-0.63	-0.46	0.33	-0.43			-0.16	0.17		0.15
lambda3			0.13			0.26			-0.40	-0.34	0.80		
a4	0.70	0.23			-0.19	-0.29				0.14		-0.50	-0.22
lambda4		-0.12										0.23	-0.96
c		-0.24	0.17		0.25	0.61	-0.16			0.18	0.10		-0.63

Fuente: elaboración propia.

**Figura 12.- Matriz de correlaciones entre parámetros**



Fuente: elaboración propia

Lo que se observa como migración infantil retrasada, se expresa en una curva que no tiene un decrecimiento monótono desde que inicia si no que exhibe un comportamiento como el de la segunda componente de la ecuación, es decir, una doble exponencial. Una hipótesis que se plantea es que esta parte es producida debido a que lo más probable es que el tiempo en que los hijos realizan una migración internacional para seguir a sus padres, lo hacen de manera posterior si se compara con el mismo tiempo en el caso de las migraciones internas debido a la proximidad y la facilidad de migración. Por tanto, se plantea que esta particularidad detectada, puede llegar ser incluida dentro de los casos particulares descritos y basados en los modelos de Rogers y Castro como la migración de estudiantes.

## 5.- Conclusiones

La primera de las conclusiones gira en torno a la estimación de los parámetros usando simulaciones basadas en distribuciones a priori no informativas para los parámetros. En este sentido encontramos siempre una estimación, que ajusta muy bien la curva a los datos observados. Sin embargo, los parámetros de localización  $\mu_2$  y  $\mu_3$  no responden muchas veces las interpretaciones que presenta la idea original de Rogers y Castro, la poca significancia que adquieren estos parámetros en la determinación del Error Cuadrático Medio, es una muestra de la escasa influencia en la localización de la mejor estimación.

Al parecer es conveniente realizar un análisis previo que introduzca o acote los límites de las distribuciones uniforme a priori en las edades para  $\mu_2$  y  $\mu_3$  que presenten la mayoría de las tuplas. Esto actuará en pro de seguir el estudio original poniendo el foco sobre los posibles límites antes de realizar las optimizaciones. Es importante que sepamos que existen más posibilidades de curvas que optimizan los puntos observados y que pueden no reflejar bien la teoría a menos que sea introducido un criterio experto. Además, se observa que, a pesar que existe una baja intensidad en muchos de los, se estiman razones congruentes usando los demás parámetros. De este modo, las interpretaciones que se hacen sobre las relaciones acerca de la media-alta dependencia infantil, una predominancia laboral y su forma, son congruentes con la realidad de las migraciones latinoamericanas.

La segunda conclusión a resaltar, es la existencia una anomalía que sesgaría los resultados en aquellas curvas, que describen comportamientos reales de campana al iniciar el calendario. Esto es claramente una desviación de las curvas modelo que puede variar el

valor de los parámetros al utilizar parte de la ecuación para describir dicha campana inicial, quedándose corto quizá para describir la curva post-laboral así la ecuación que se use sea de 13 parámetros. De la misma forma sucede con curvas que tienen campanas previas a la edad migración laboral más alta estudiadas por otros autores, lo que produce nuevamente que el modelo agote las exponenciales y deje de ajustar correctamente en las edades más avanzadas.

Se plantea con cautela que, después de las observaciones de las diferentes curvas estimadas, existe una singularidad en el caso de la migración internacional entre los países seleccionados, que abriría la puerta al estudio de una modificación a la ecuación original. Esto teniendo en cuenta los casos en donde existe una migración infantil retrasada, dado que no es lo mismo que la migración interna donde el arrastre de los hijos es casi asegurado, en el caso de la migración internacional, puede darse la situación en donde sea más difícil de migrar con hijos muy pequeños, y más bien migren cuando la madre o padre se hayan establecido. Lo anterior debería revisarse en otros sistemas migratorios internacionales y regionales. Ahí cobraría sentido demográfico la modificación matemática de la curva, quizá introduciendo una exponencial adicional en la primera componente, similar a la segunda de la ecuación clásica.

A partir de un análisis simple de correlaciones y de componentes principales es posible verificar las hipótesis acerca de la dependencia mutua de los parámetros en la estimación de la curva. Esto mostraría también la necesidad de incorporar una curva extra para expresar no solo el efecto de la migración mencionada sino también para ayudar a que no se dañe la estimación de los parámetros que representan la curva laboral e infantil.

A pesar de las anomalías propias de la aleatoriedad derivadas de las bajas frecuencias en algunos intercambios migratorios, las estimaciones que se obtienen permiten realizar una inferencia de los parámetros para un sistema migratorio particular. En este caso nos permitió observar como el sistema de migraciones internacionales al interior de Latinoamérica se caracteriza por tener una relativamente alta dependencia infantil, al mismo tiempo que se observe una predominancia media de la curva de migración laboral y que, además, la simetría de dicha curva es relativamente alta en muchos países con mayor dispersión que las dos anteriores mediciones. También es posible observar 4 grupos diferentes de calendarios mostrando un grupo particular con más actividad e intensidad que los demás. Este grupo de flujos deberá ser explorado más a fondo.

Una contribución importante de este trabajo se desarrolla en el campo de las optimizaciones de este tipo de datos de migración observados por edad, debido a que se estudia para un gran número de curvas, muchas provenientes de escasos datos pero que permitían su modelización. De este modo, modelamos comportamientos anómalos fuera de lo que conocemos como la curva ‘modelo’ y de los que se pueden extraer informaciones todavía valiosas en el diagnóstico conjunto. No obstante, se reconoce el hecho de la existencia de mejores métodos de optimización y a los que podría aplicarse la misma simulación sobre los valores iniciales.

Por último, es importante anotar que la herramienta fue ganando robustez a lo largo de su desarrollo, primero estableciendo una herramienta que puede ser modificada por el usuario y que se encuentra en una etapa de prototipo como lo es el paquete en el software R (*migraR*). Si bien se realiza una optimización clásica y el algoritmo de optimización puede ser mejorado, aun así, este algoritmo presenta un buen desempeño y puede ser replicado.

**Bibliografía:**

- BATES, J.; BRACKEN, I. (1982) "Estimation of migration profiles in England and Wales". *Environment & Planning A*, 14 (7): 889. <https://doi.org/10.1068/a140889>
- BATES, J.; BRACKEN, I. (1987) "Migration Age Profiles for Local-Authority Areas in England, 1971-1981". *Environment and Planning A*, 19 (4): 521-535. <https://doi.org/10.1068/a190521>
- BERNARD, A.; BELL, M. (2015) "Smoothing internal migration age profiles for comparative research". *Demographic Research*, 32 (1): 915-948. <https://doi.org/10.4054/DemRes.2015.32.33>
- BERNARD, A.; BELL, M.; CHARLES-EDWARDS, E. (2014) "Improved measures for the cross-national comparison of age profiles of internal migration". *Population Studies*, 68 (2): 179-195. <https://doi.org/10.1080/00324728.2014.890243>
- BERNARD, A.; ROWE, F.; BELL, M.; UEFFING, P.; CHARLES-EDWARDS, E. (2017). "Comparing internal migration across the countries of Latin America: A multidimensional approach". *PLoS ONE*, 12 (3). <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0173895>
- COALE, A. J.; McNEIL, R. (1972) "The Distribution by Age of the Frequency of First Marriage in a Mujeres Cohort". *Journal of the American Statistical Association*, 67 (340): 743-749.
- COALE, A. J.; TRUSSELL, T. J. (1974) "Model Fertility Schedules: Variations in the Age Structure of Childbearing in Human Populations". *Population Index*, 40: 185-258.
- FRALEY, C.; RAFTERY, A. E. (2002) "Model-based clustering, discriminant analysis and density estimation". *Journal of the American Statistical Association*, 97 (458): 611-631.
- FRALEY, C.; RAFTERY, A. E.; MURPHY, T. B.; SCRUCCA, L. (2012) "mclust Version 4 for R: Normal Mixture Modeling for Model-Based Clustering, Classification, and Density Estimation". *Technical Report*, 597. Department of Statistics, University of Washington.
- IUSSP (2018) *Tools for Demographic Estimation* (retrieved January 8, 2019, from <http://demographicestimation.iusspp.org/>).
- LEE, R.; CARTER, L. (1992) "Modeling and Forecasting U.S. Mortality". *Journal of the American Statistical Association*, 87 (419): 659-671.
- LIAW, K.-L.; NAGNUR, D. N. (1985) "Characterization of metropolitan and nonmetropolitan outmigration schedules of the Canadian population system, 1971-1976". *Canadian Studies in Population*, 12 (1): 81-102. <https://doi.org/10.25336/P64S39>
- MCMEEKIN, R. W. (n.d.) *Estadísticas Educativas en América Latina y el Caribe Informe de un estudio sobre la situación de las estadísticas educativas, indicadores y sistemas de información para la administración en la región y lecciones a aprender de otras regiones* (retrieved from <http://www20.iadb.org/intal/catalogo/PE/2010/07124a.pdf>).
- MCNEIL, D. R.; TRUSSELL, T. J.; TURNER, J. C. (1977). "Spline Interpolation of Demographic Data". *Demography*, 14 (2): 245-252. <https://doi.org/10.2307/2060581>
- NELDER, J. A.; MEAD, R.; NELDER, B. J. A.; MEADF, R. (1965) "A simplex method for function minimization". *The Computer Journal*, 7 (4): 308-313. <https://doi.org/10.1093/comjnl/7.4.308>
- PANDIT, K. (1997) "Economic Cycles and Migration Schedule". *Annals of the Association of American Geographers*, 87 (3): 439-450.

- POTRYKOWSKA, A. (1988) *Age patterns and model migration schedules in Poland*. *Geographia Polonia* (retrieved from <https://www.geographiapolonica.pl/article/item/8094.html>).
- R Development Core Team (2012) *R: A language and environment for statistical computing: Reference Index*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. <http://www.mendeley.com/research/r-language-environment-statistical-computing-13/>
- RAYMER, J.; ROGERS, A. (2008) "Applying Model Migration Schedules to Represent Age-Specific Migration Flows". In: *International Migration in Europe: Data, Models and Estimates*, pp. 175-192. <https://doi.org/10.1002/9780470985557.ch8>
- REES, P. H. (1977) "The measurement of migration, from census data and other sources". *Environment and Planning A*, 9 (3): 247-272. <https://doi.org/10.1068/a090247>
- ROGERS, A.; CASTRO, L. J. (1981). "Model migration schedules". *IIASA Research Report*, 81 (RR-81-30): 1-160 (obtenido de <http://webarchive.iiasa.ac.at/Admin/PUB/Documents/RR-81-030.pdf>).
- ROGERS, A.; CASTRO, L. J.; LEA, M. (2005) "Model migration schedules: Three alternative linear parameter estimation methods". *Mathematical Population Studies*, February 9. <https://doi.org/10.1080/08898480590902145>
- ROGERS, A.; LITTLE, J. S. (1994) "Parameterizing Age Patterns of Demographic Rates with the Multiexponential Model Schedule". *Mathematical Population Studies*, 4 (3): 175-195. <https://doi.org/10.1080/08898489409525372>
- ROGERS, A.; RAQUILLET, R.; CASTRO, L. J. (1977) *Model Migration Schedules and Their Applications*. *IIASA Research Mmorandum*. <https://doi.org/10.1068/a100475>
- ROGERS, A.; RAYMER, J. (1999a) "Estimating the regional migration patterns of the foreign-born population in the United States: 1950-1990". *Mathematical Population Studies*, 7 (3): 181-216. <https://doi.org/10.1080/08898489909525457>
- ROGERS, A.; RAYMER, J. (1999b) "Fitting observed demographic rates with the multiexponential model schedule: An assessment of two estimation programs". *Review of Urban and Regional Development Studies*, 11 (1): 1-10. <https://doi.org/10.1111/1467-940X.00001>
- ROGERS, A.; RAYMER, J.; LITTLE, J. (2010) "Smoothing Age and Spatial Patterns". In: *The indirect Estimation of Migration*, pp. 47-85. [https://doi.org/10.1007/978-90-481-8915-1\\_4](https://doi.org/10.1007/978-90-481-8915-1_4)
- RUIZ SANTACRUZ, J.; GARCÉS, J. (2018). *migraR: prototype package for R* (retrieved January 8, 2019 from <https://github.com/elflucosebas/migraR>)
- SCRUCCA L.; FOP M.; MURPHY T. B.; RAFTERY A. E. (2016) "mclust 5: clustering, classification and density estimation using Gaussian finite mixture models". *The R Journal*, 8 (1): 205-233.
- WILSON, T. (2010) "Model migration schedules incorporating student migration peaks". *Demographic Research*, 23 (8): 191-222. <https://doi.org/10.4054/DemRes.2010.23.8>

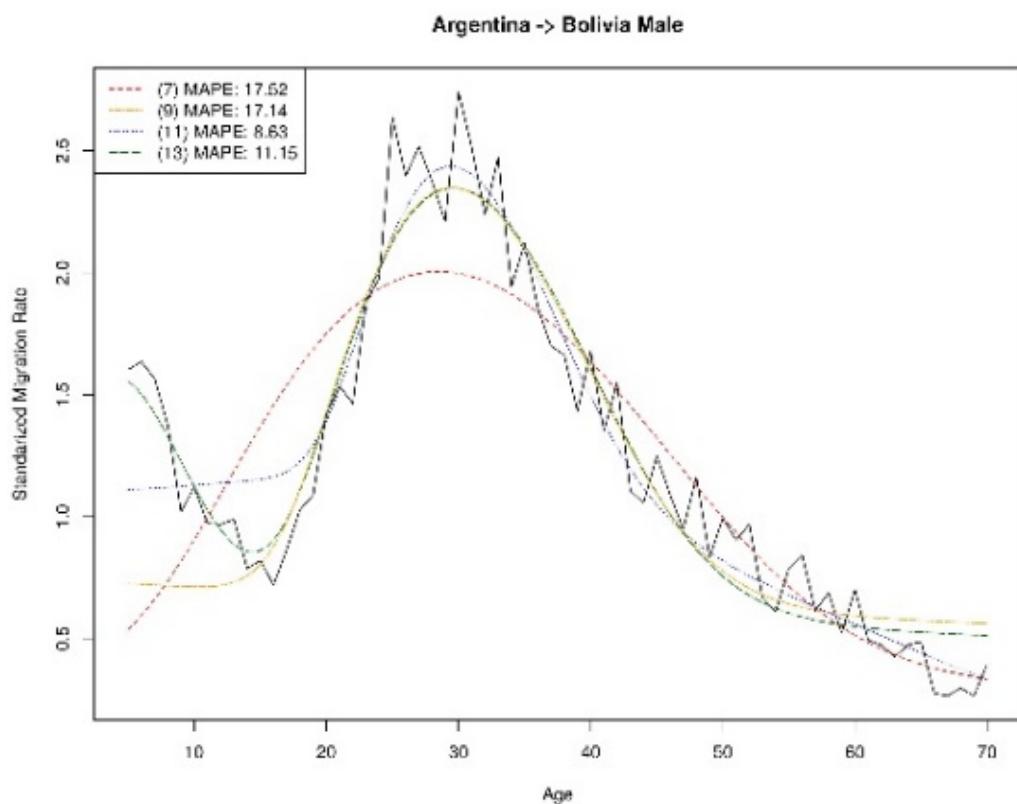
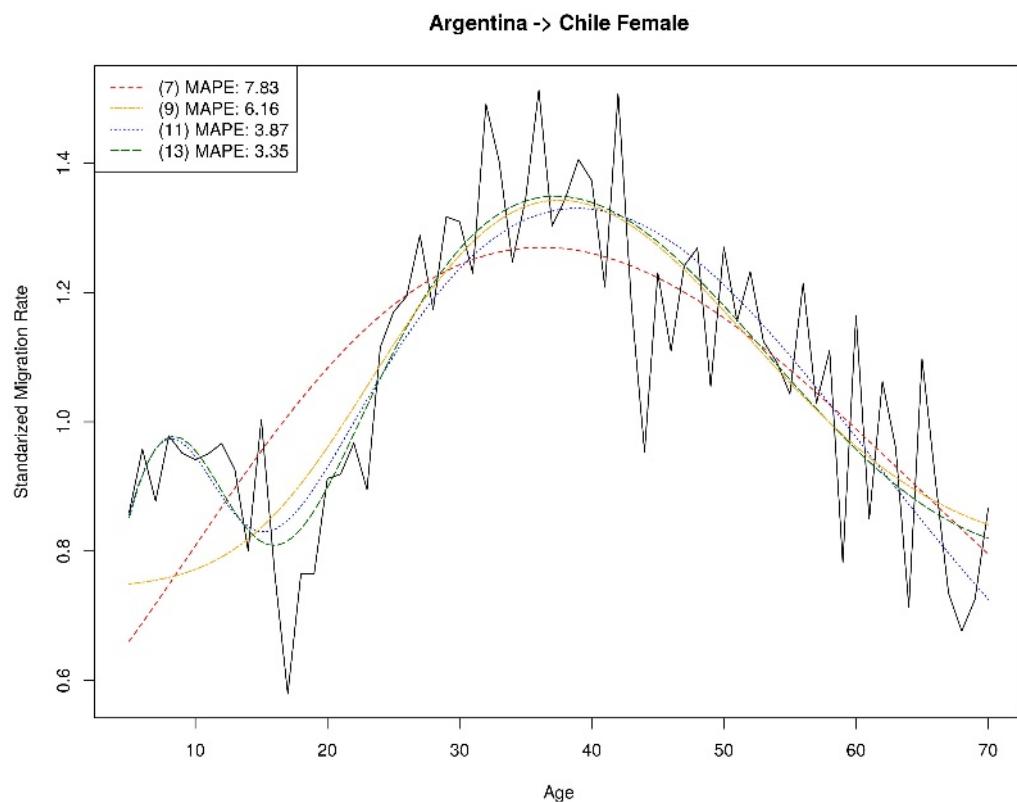


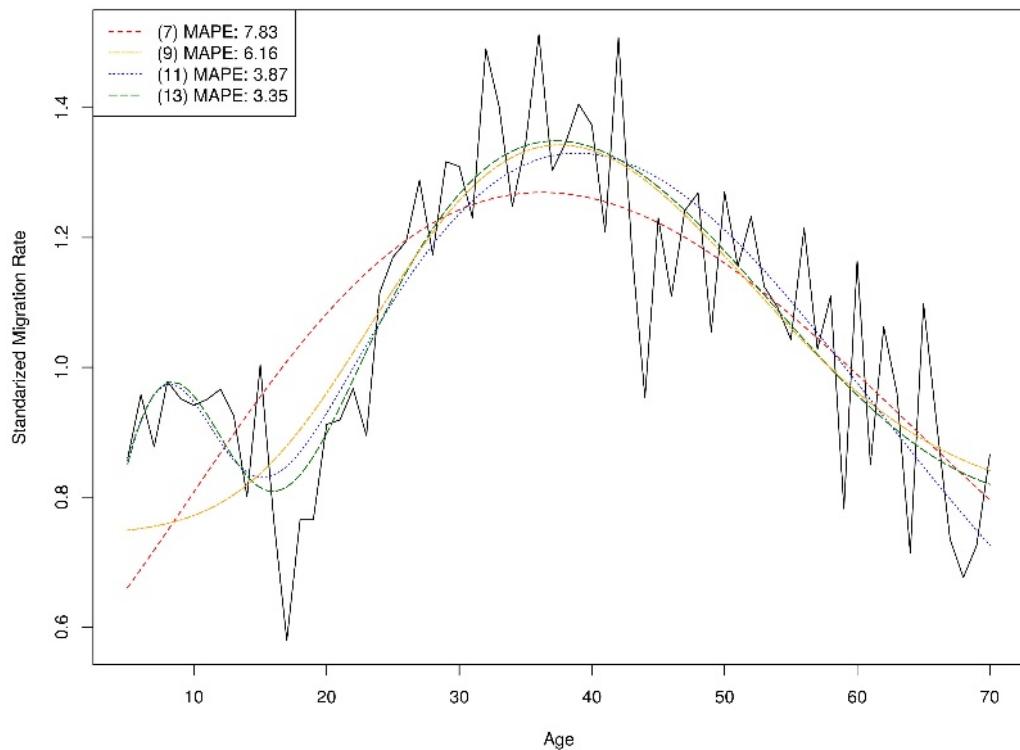
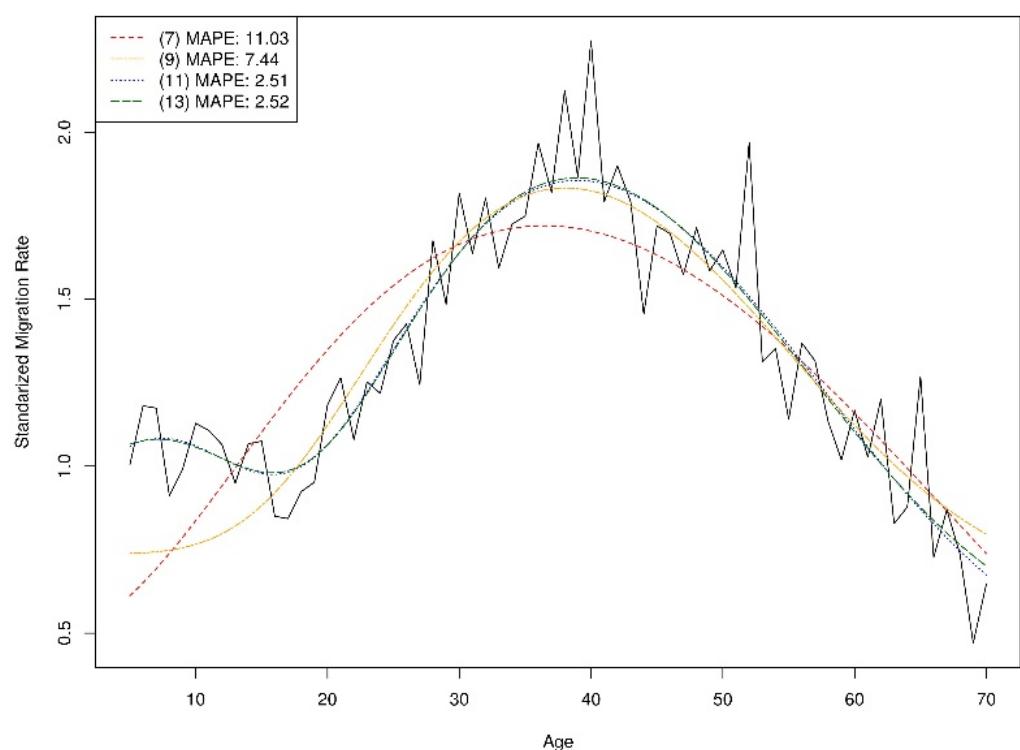


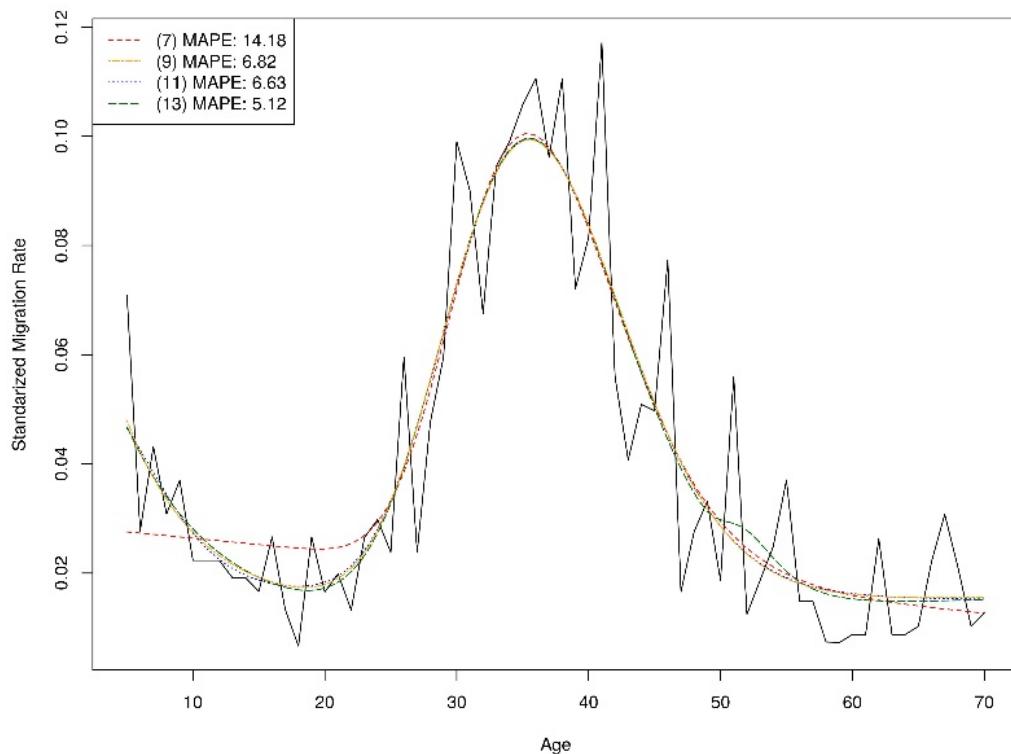
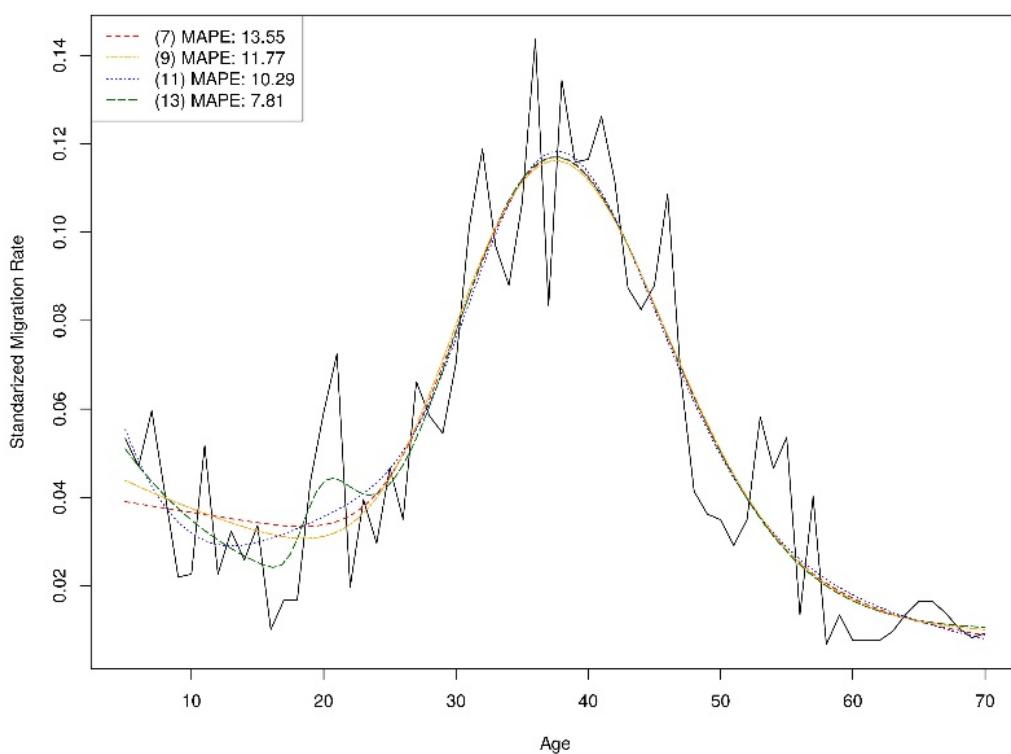
**Anexos:**

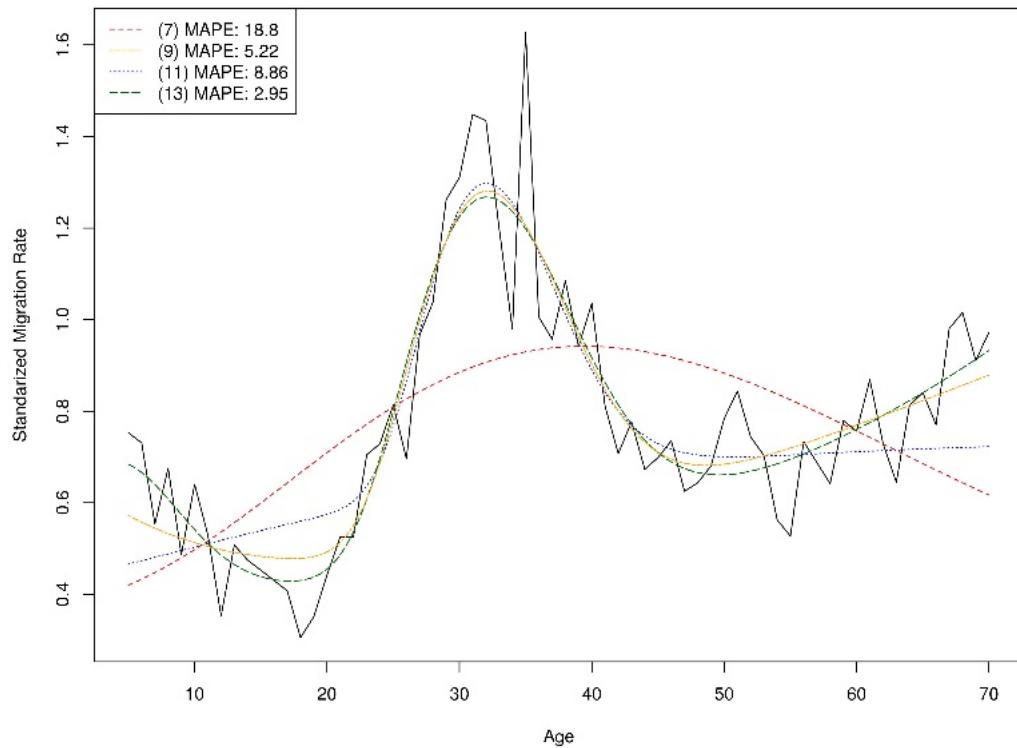
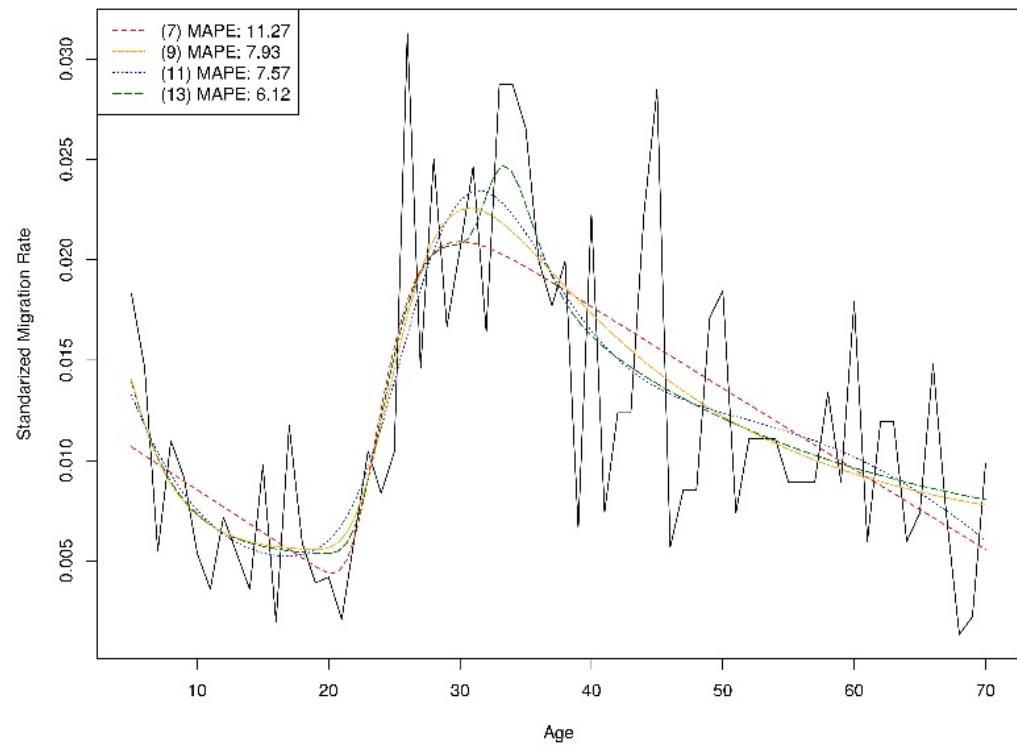


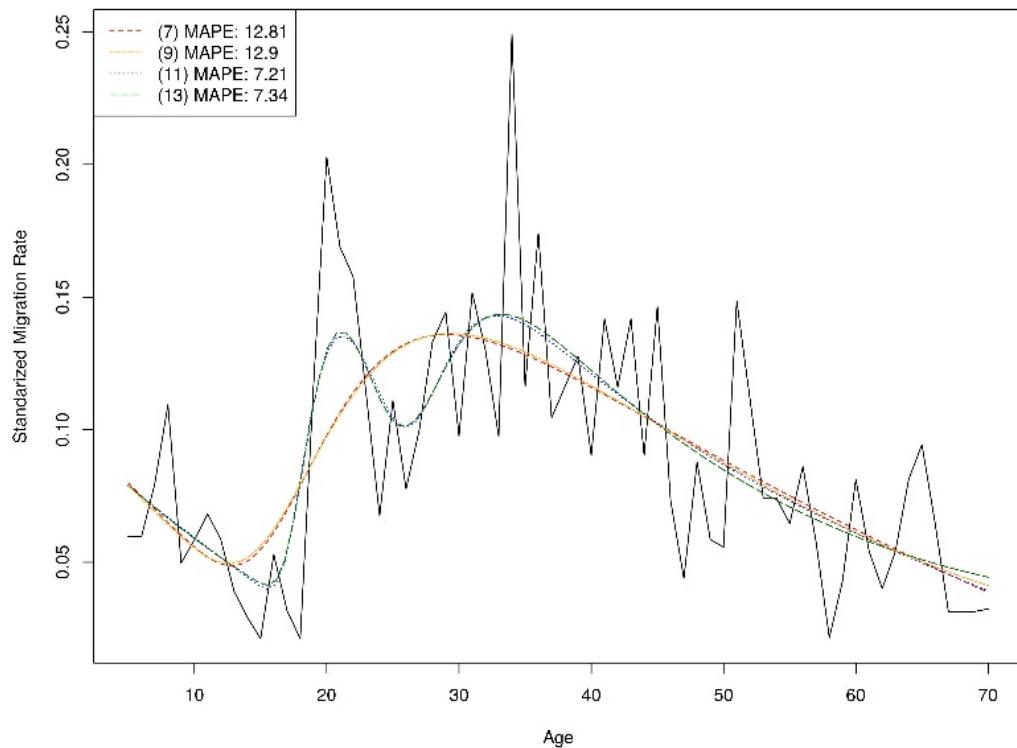
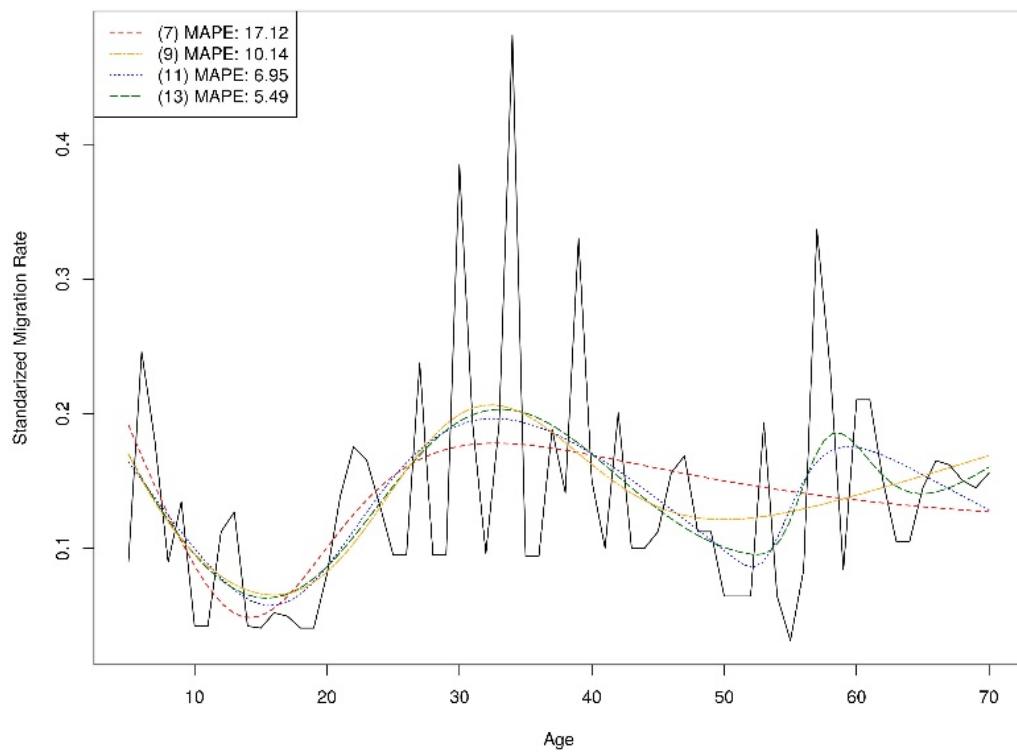


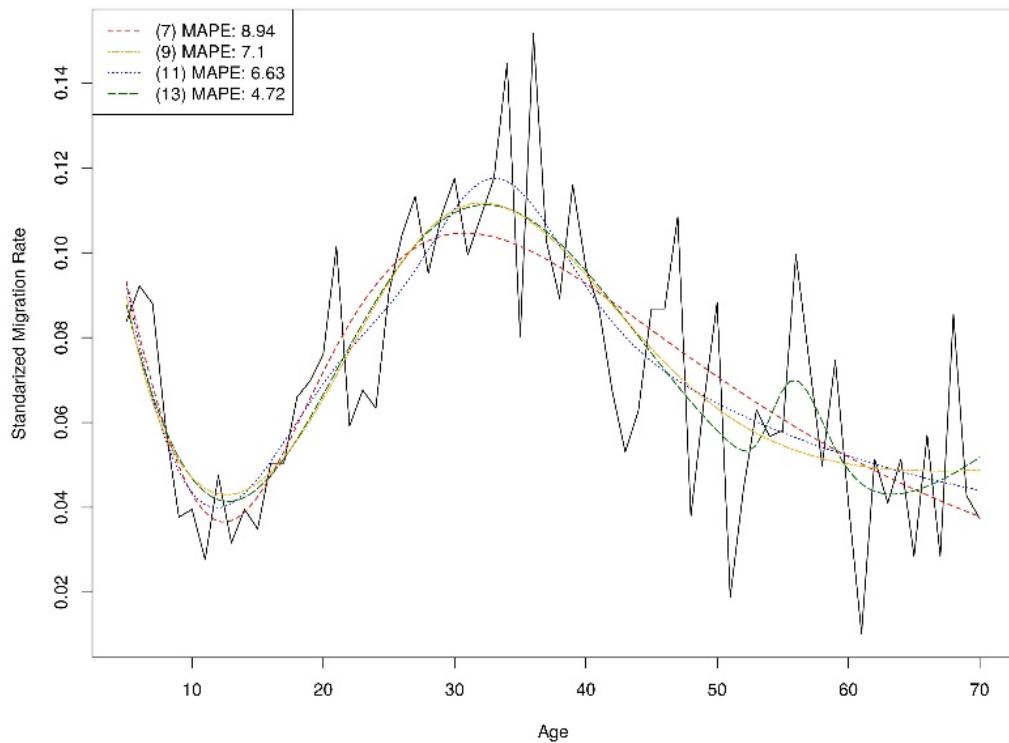
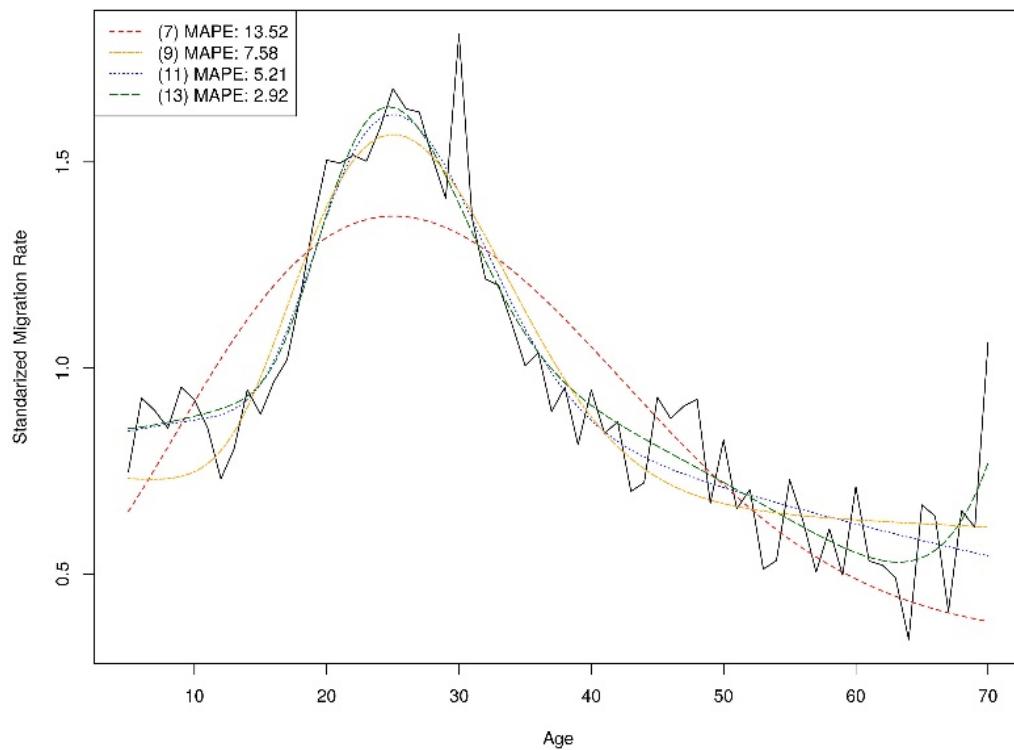
**Anexo 1.- Calendarios migratorios para diferentes orígenes y destinos**


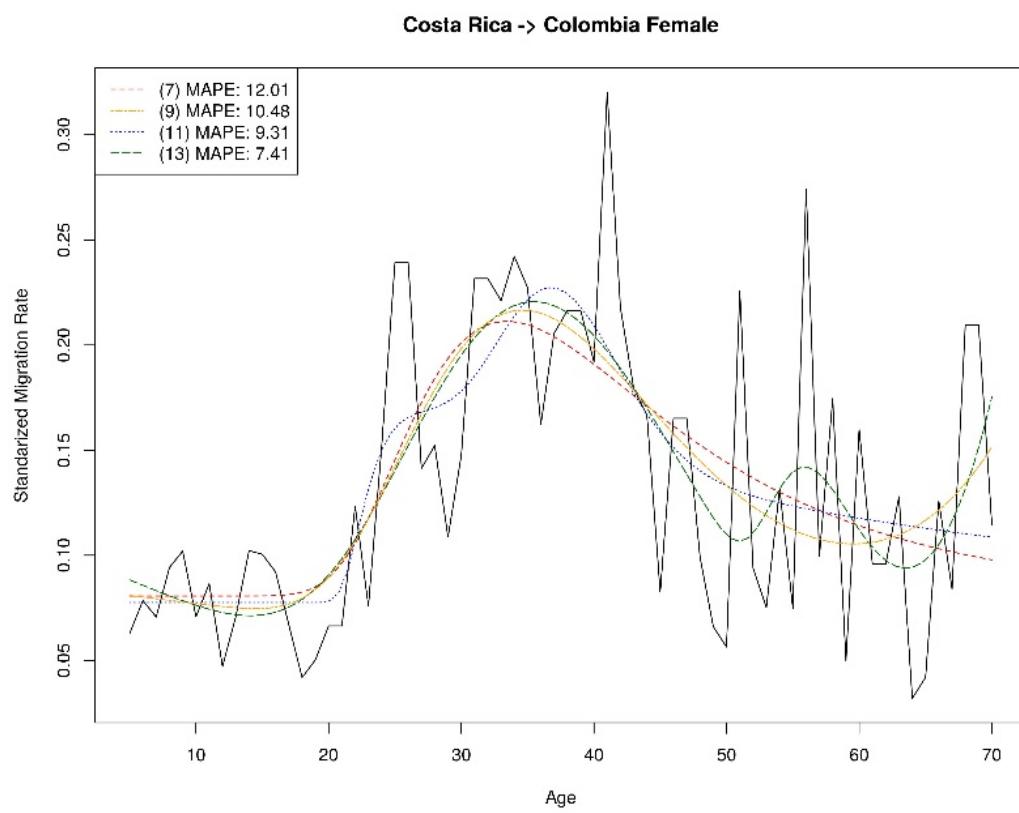
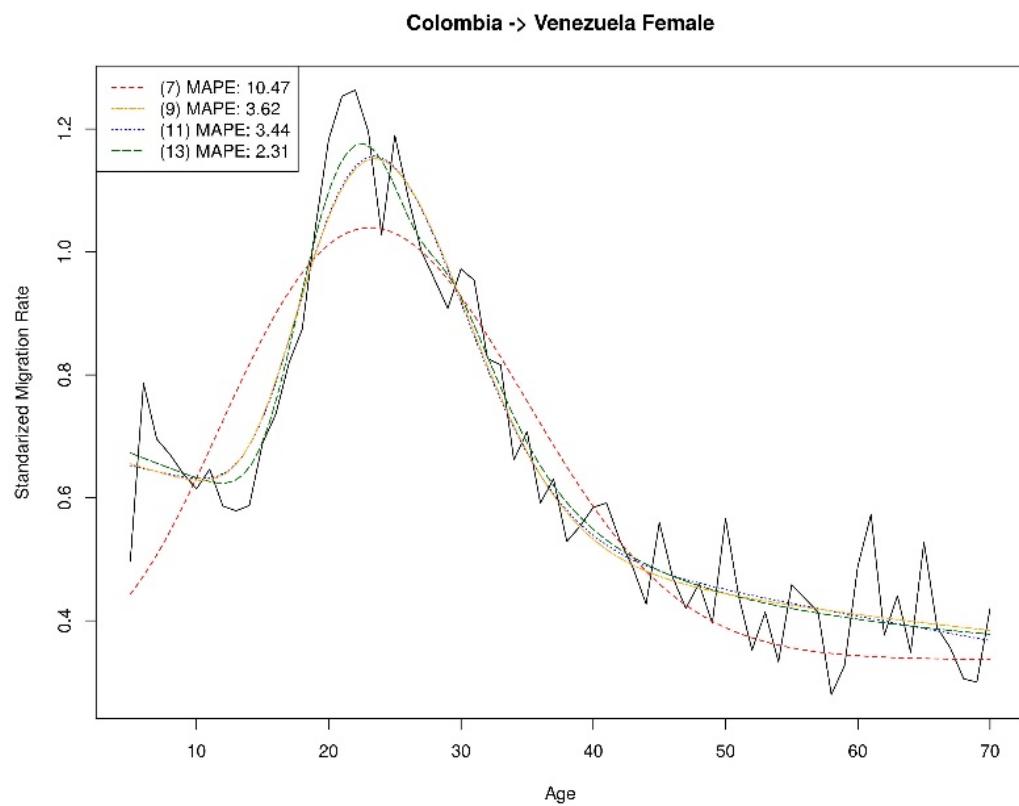
**Argentina → Chile Female****Argentina → Chile Male**

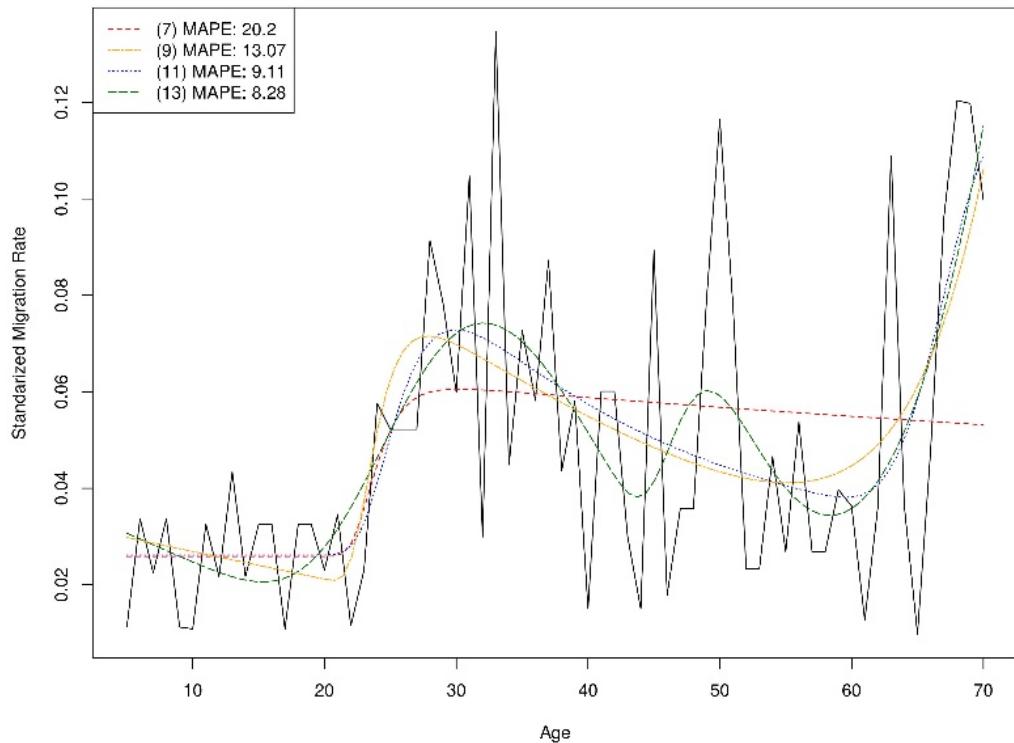
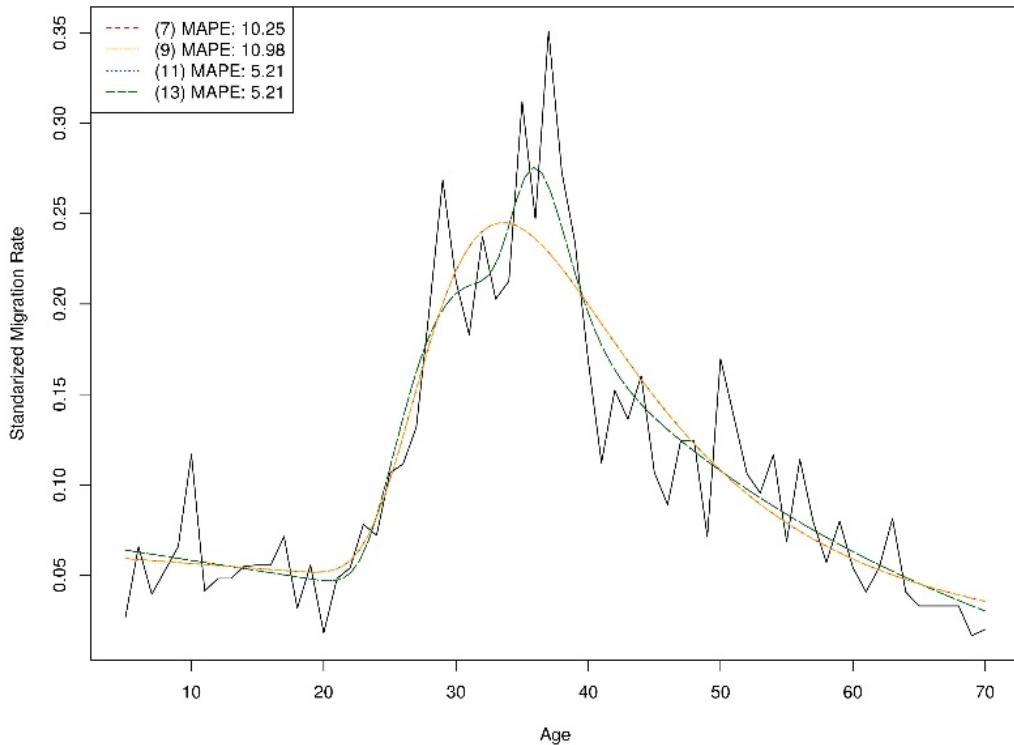
**Argentina → Colombia Female**

**Argentina → Colombia Male**


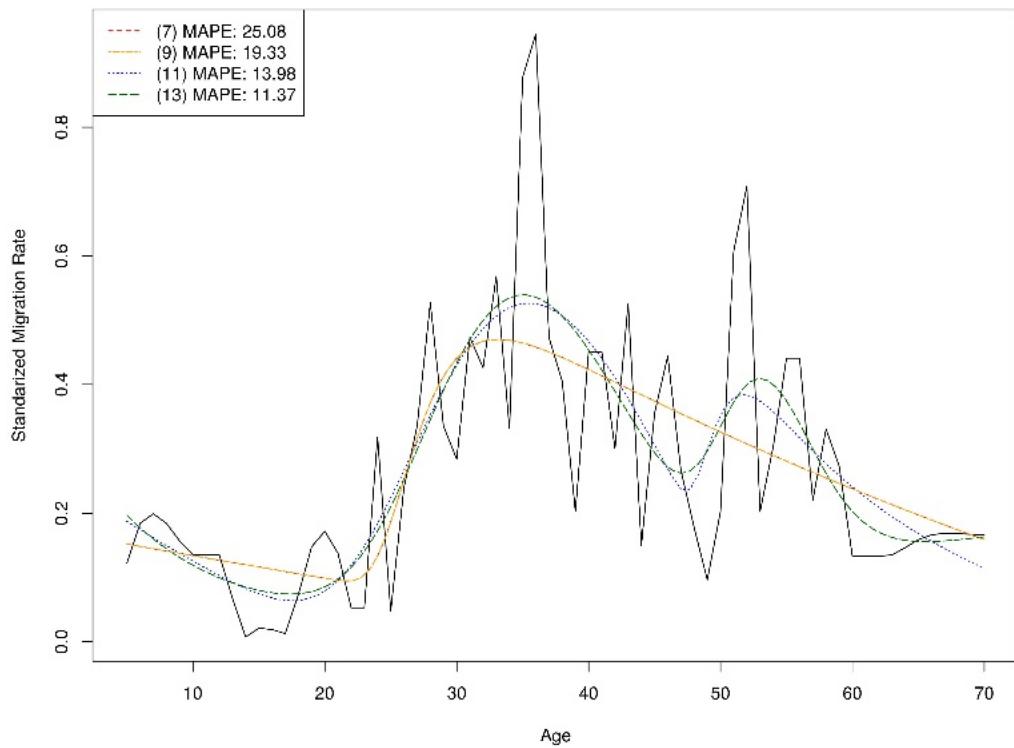
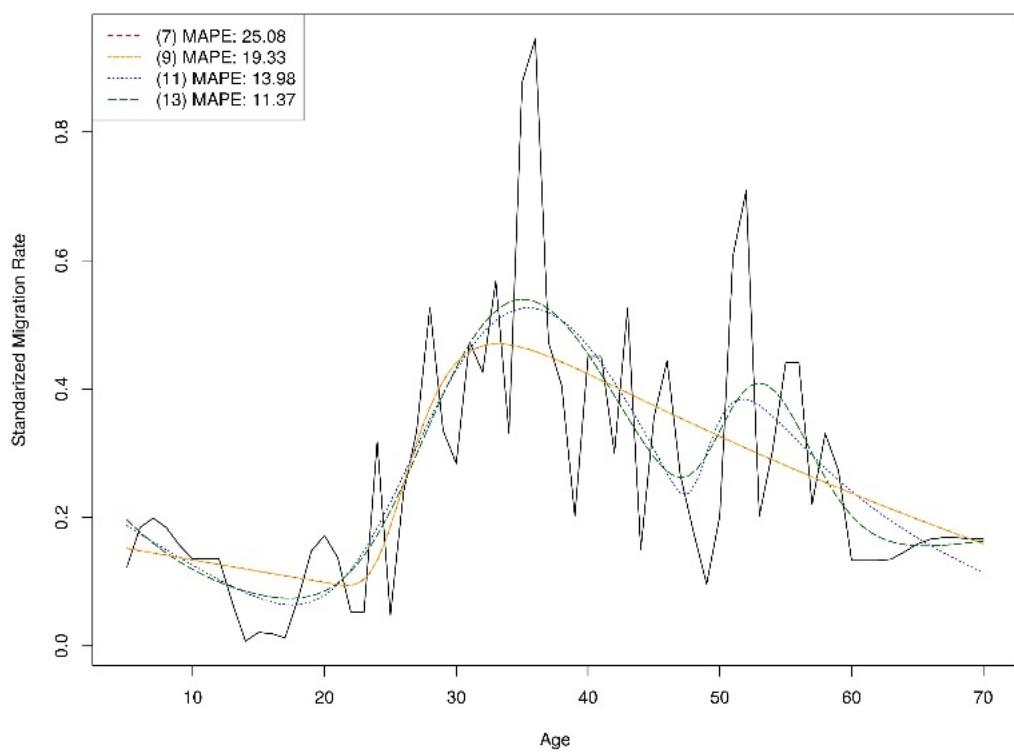
**Argentina → Uruguay Female****Chile → Colombia Female**

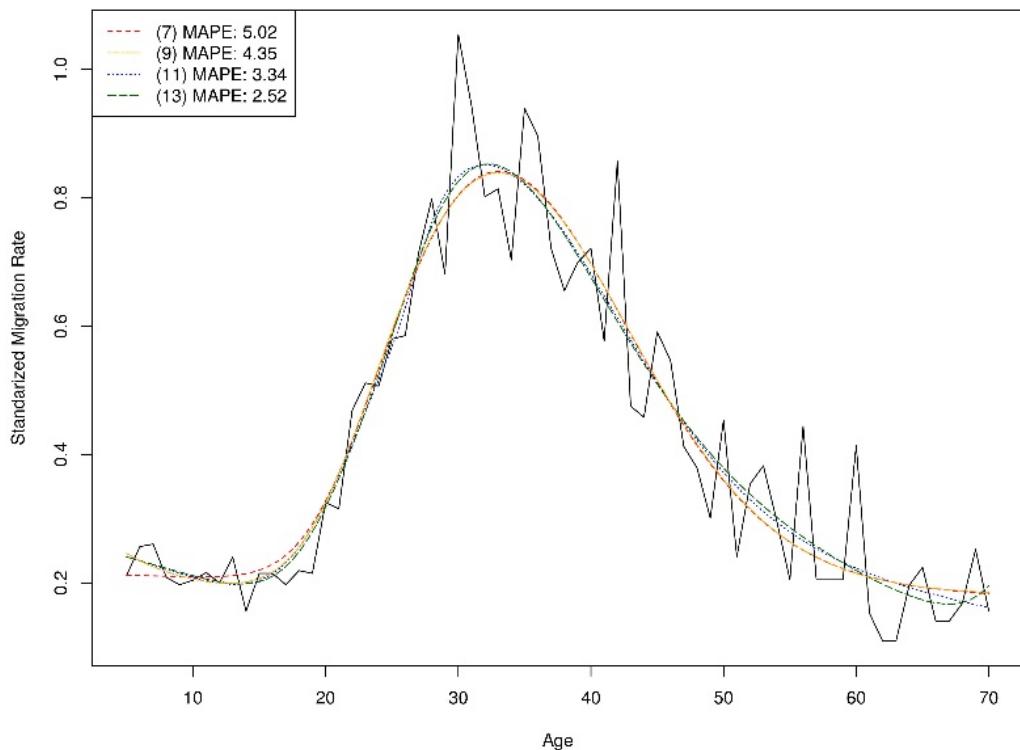
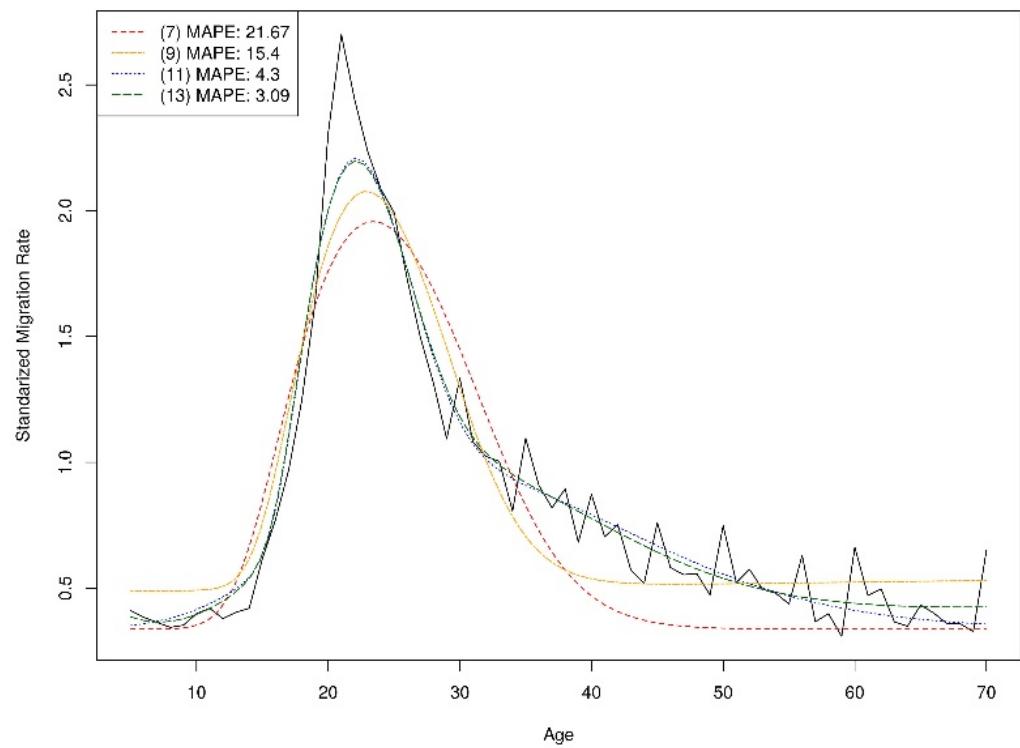
**Chile -> Colombia Male**

**Chile -> Costa Rica Female**


**Chile → Ecuador Female****Colombia → Ecuador Female**

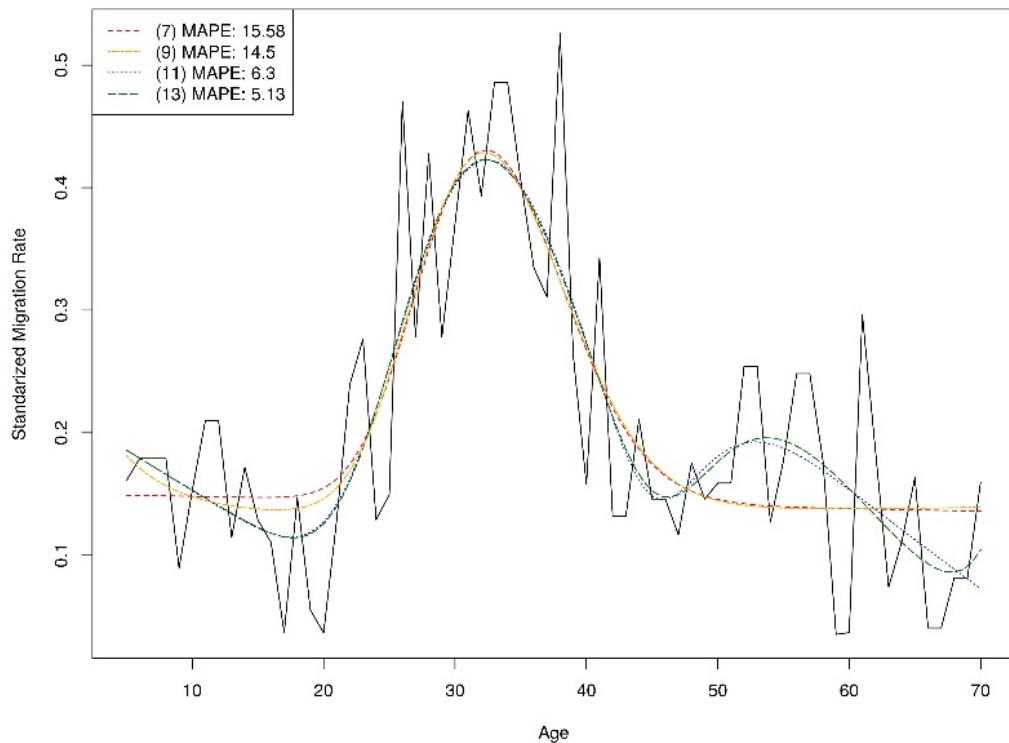


**Costa Rica → Ecuador Female****Cuba → Chile Male**

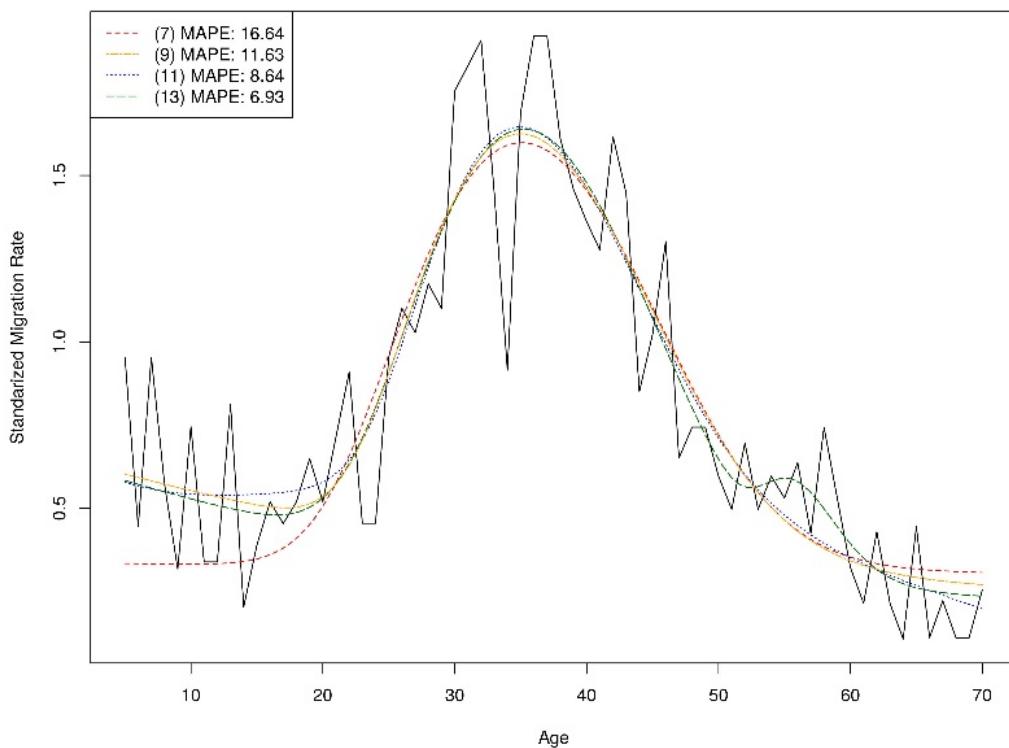
**Cuba → Bolivia Male**

**Cuba → Bolivia Male**


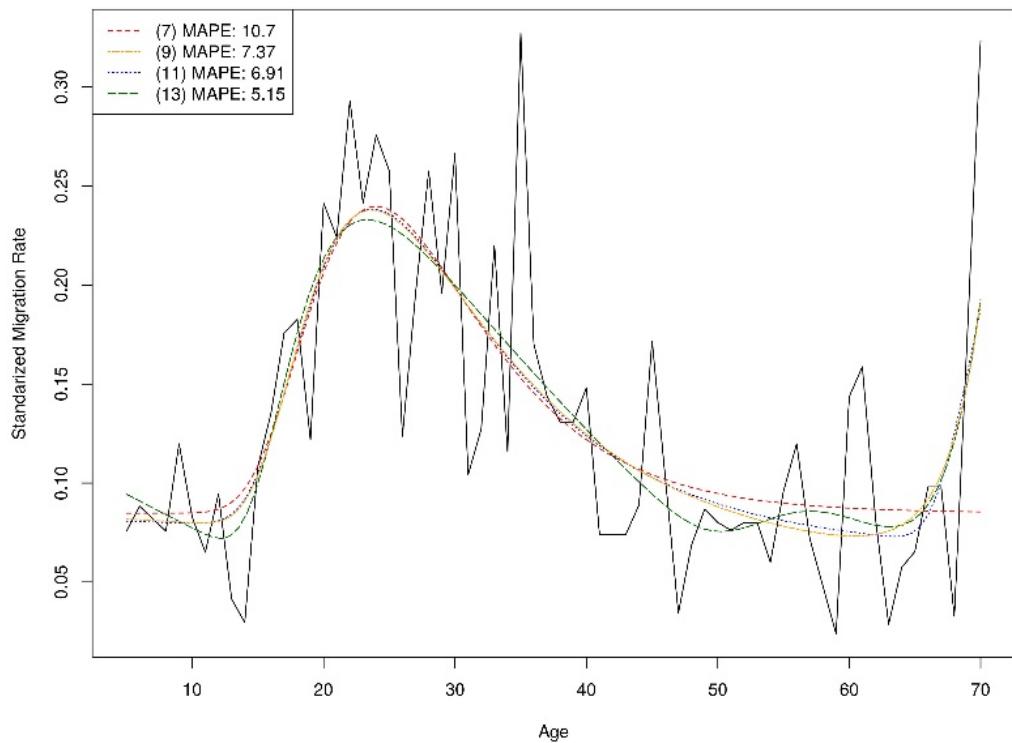
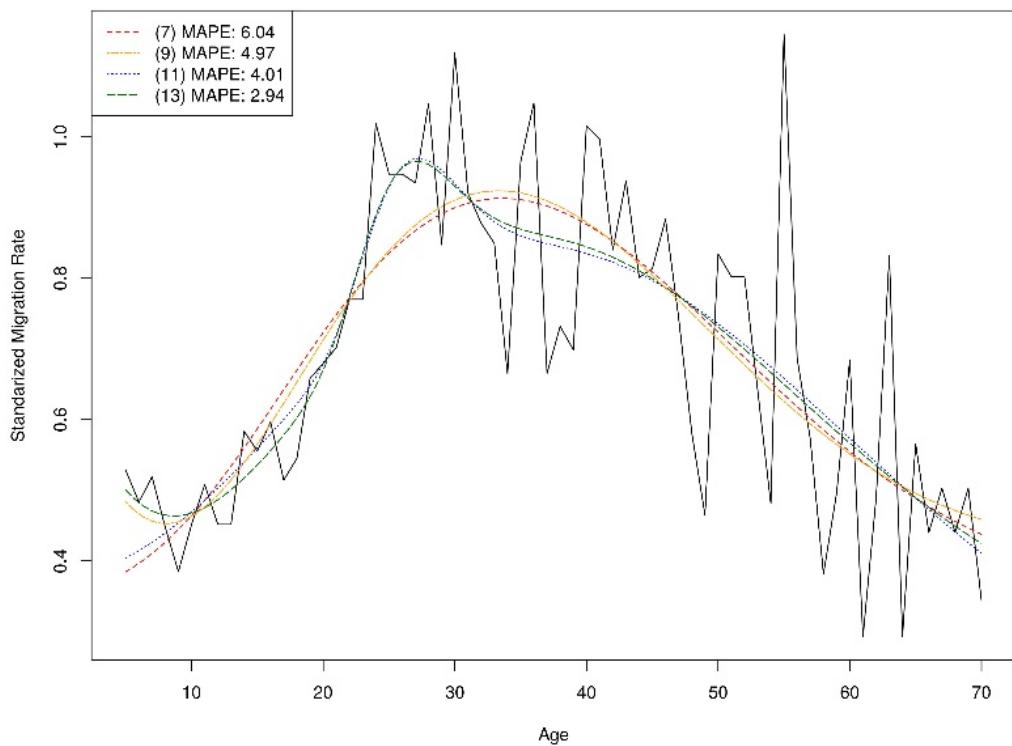
**Ecuador -> Chile Female****Paraguay -> Argentina Female**

### Uruguay -> Chile Female



### Uruguay -> Chile Male



**El Salvador → Honduras Female****Ecuador → Colombia Female**

**Anexo 2.- Parámetros estimados para el modelo lineal entre los valores iniciales y el MSE**


---

Origen	Destino	Sexo	Parámetros	Estimado	Error Estándar	Valor t	Pr(> t )
Argentina	Bolivia	Hombres	$\mu_2$ _0	0.08	0.00	22.43	0.00
Argentina	Bolivia	Hombres	$\mu_3$ _0	0.11	0.00	29.62	0.00
Argentina	Chile	Hombres	$\mu_2$ _0	0.06	0.02	3.77	0.00
Argentina	Chile	Hombres	$\mu_3$ _0	0.05	0.02	3.27	0.00
Argentina	Uruguay	Hombres	$\mu_2$ _0	0.02	0.00	4.86	0.00
Argentina	Uruguay	Hombres	$\mu_3$ _0	0.02	0.00	4.96	0.00
Chile	Argentina	Hombres	$\mu_2$ _0	0.03	0.04	0.87	0.38
Chile	Argentina	Hombres	$\mu_3$ _0	0.04	0.04	0.98	0.33
Colombia	Ecuador	Hombres	$\mu_2$ _0	0.07	0.08	0.83	0.41
Colombia	Ecuador	Hombres	$\mu_3$ _0	0.29	0.08	3.47	0.00
Colombia	Venezuela	Hombres	$\mu_2$ _0	0.21	0.08	2.42	0.02
Colombia	Venezuela	Hombres	$\mu_3$ _0	0.14	0.09	1.69	0.09
Cuba	Venezuela	Hombres	$\mu_2$ _0	0.01	0.00	5.13	0.00
Cuba	Venezuela	Hombres	$\mu_3$ _0	0.01	0.00	5.02	0.00
Ecuador	Chile	Hombres	$\mu_2$ _0	0.07	0.06	1.19	0.24
Ecuador	Chile	Hombres	$\mu_3$ _0	0.05	0.06	0.89	0.37
Paraguay	Argentina	Hombres	$\mu_2$ _0	0.02	0.00	16.44	0.00
Paraguay	Argentina	Hombres	$\mu_3$ _0	0.02	0.00	19.74	0.00
Uruguay	Argentina	Hombres	$\mu_2$ _0	0.18	0.09	1.95	0.05
Uruguay	Argentina	Hombres	$\mu_3$ _0	0.15	0.09	1.64	0.10
Argentina	Bolivia	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.11	0.13	0.91	0.36
Argentina	Bolivia	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.07	0.13	0.60	0.55
Argentina	Chile	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.04	0.00	22.34	0.00
Argentina	Chile	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.05	0.00	24.05	0.00
Argentina	Uruguay	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.01	0.00	15.88	0.00
Argentina	Uruguay	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.01	0.00	14.80	0.00
Chile	Argentina	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.00	0.00	-1.72	0.09
Chile	Argentina	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.00	0.00	-1.23	0.22
Colombia	Ecuador	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.06	0.08	0.75	0.45
Colombia	Ecuador	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.13	0.08	1.67	0.09
Colombia	Venezuela	Mujeres	$\mu_2$ _0	-0.16	0.17	-0.93	0.35
Colombia	Venezuela	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.05	0.17	0.30	0.76
Cuba	Venezuela	Mujeres	$\mu_2$ _0	-0.12	0.00	-24.12	0.00
Cuba	Venezuela	Mujeres	$\mu_3$ _0	-0.10	0.00	-20.22	0.00
Ecuador	Chile	Mujeres	$\mu_2$ _0	-0.10	0.08	-1.25	0.21
Ecuador	Chile	Mujeres	$\mu_3$ _0	-0.10	0.08	-1.25	0.21
Paraguay	Argentina	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.02	0.09	0.20	0.84
Paraguay	Argentina	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.01	0.09	0.09	0.93
Uruguay	Argentina	Mujeres	$\mu_2$ _0	0.01	0.01	1.36	0.17
Uruguay	Argentina	Mujeres	$\mu_3$ _0	0.02	0.01	3.83	0.00

Fuente: elaboración propia.

### Anexo 3.- Multiplot 1, 2 y 3

#### Multiplot 1.

Modelo 1: Colombia – Venezuela Hombres

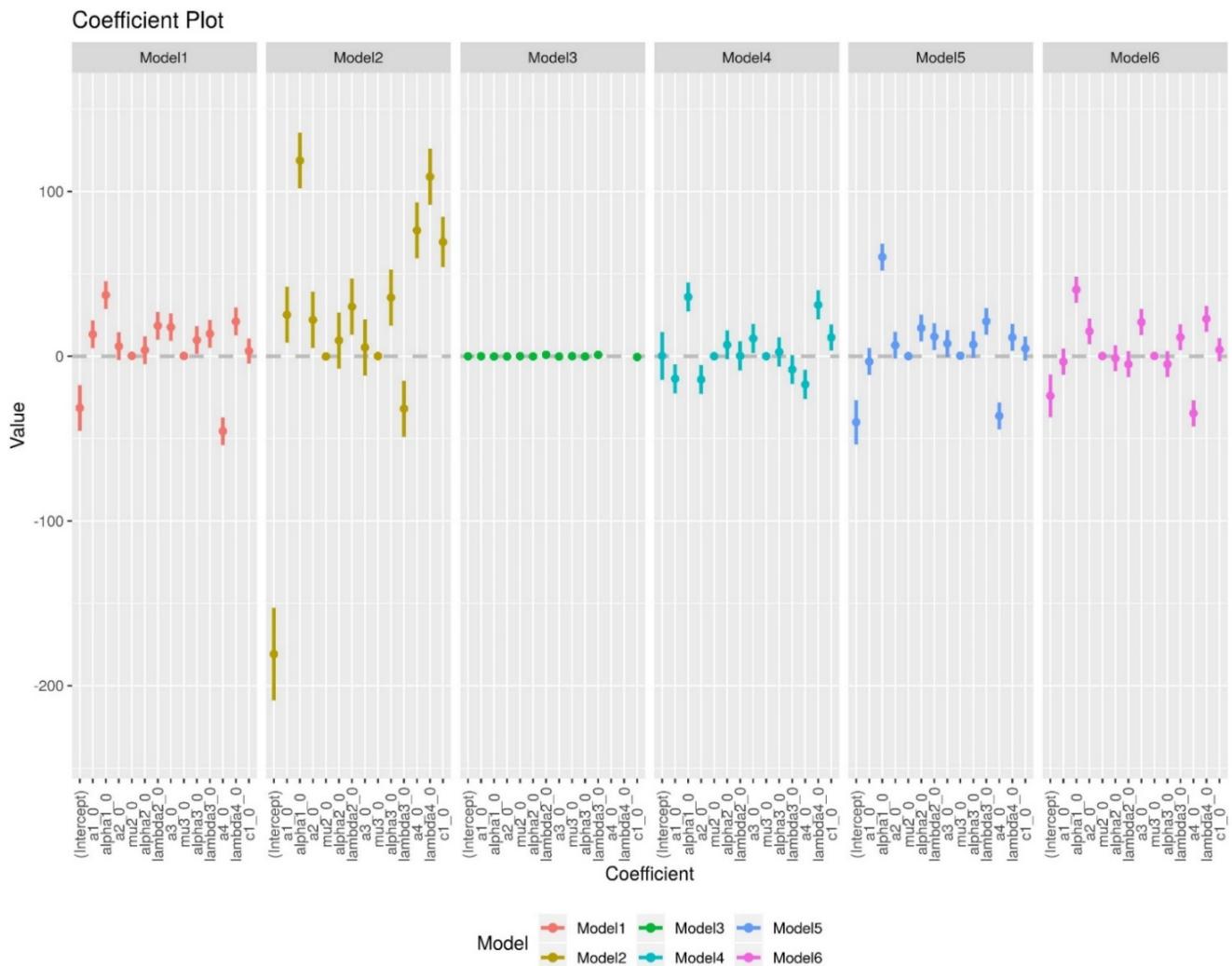
Modelo 2: Colombia – Venezuela Mujeres

Modelo 3: Paraguay – Argentina Hombres

Modelo 4: Paraguay – Argentina Mujeres

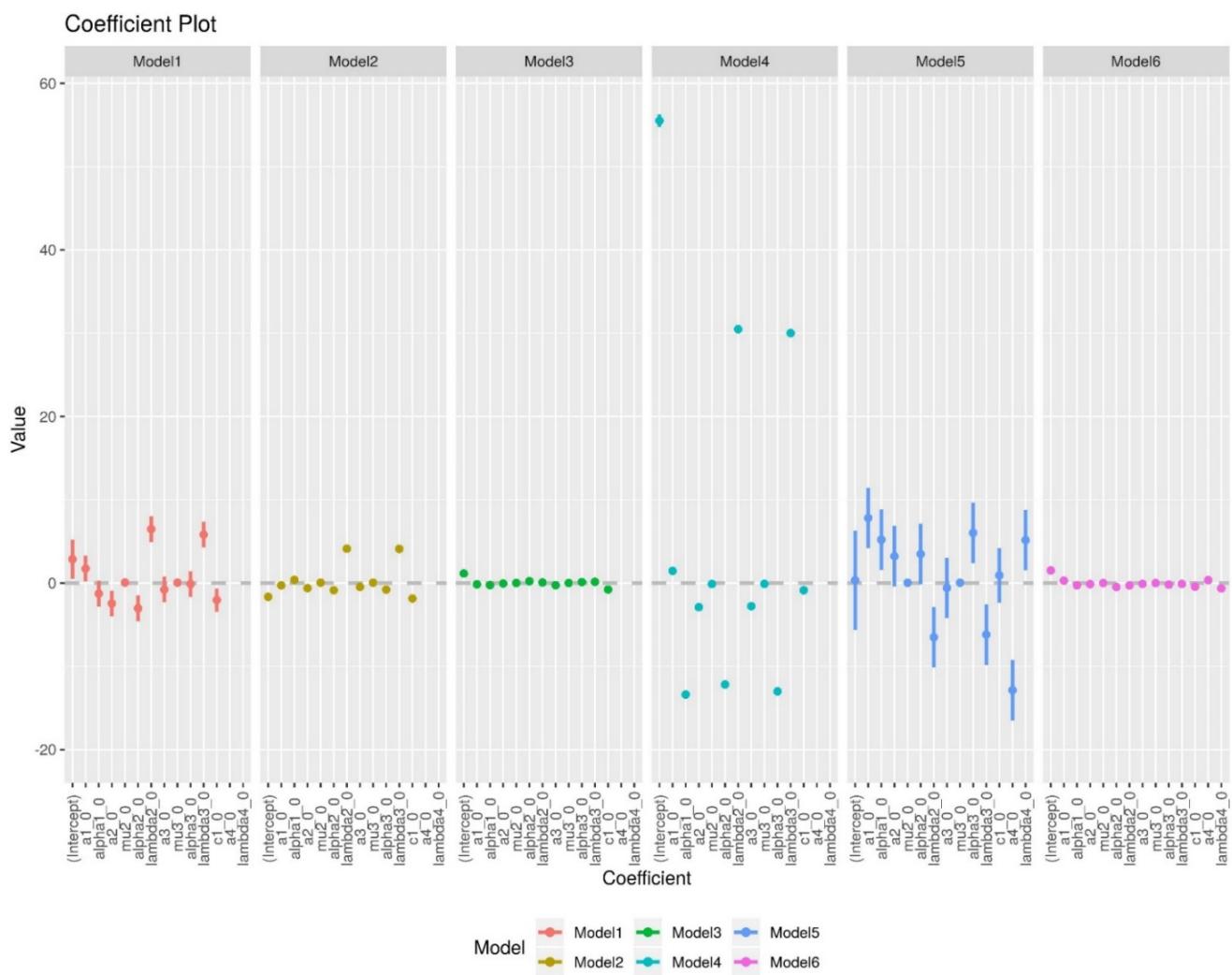
Modelo 5: Colombia – Ecuador Hombres

Modelo 6: Colombia – Ecuador Mujeres



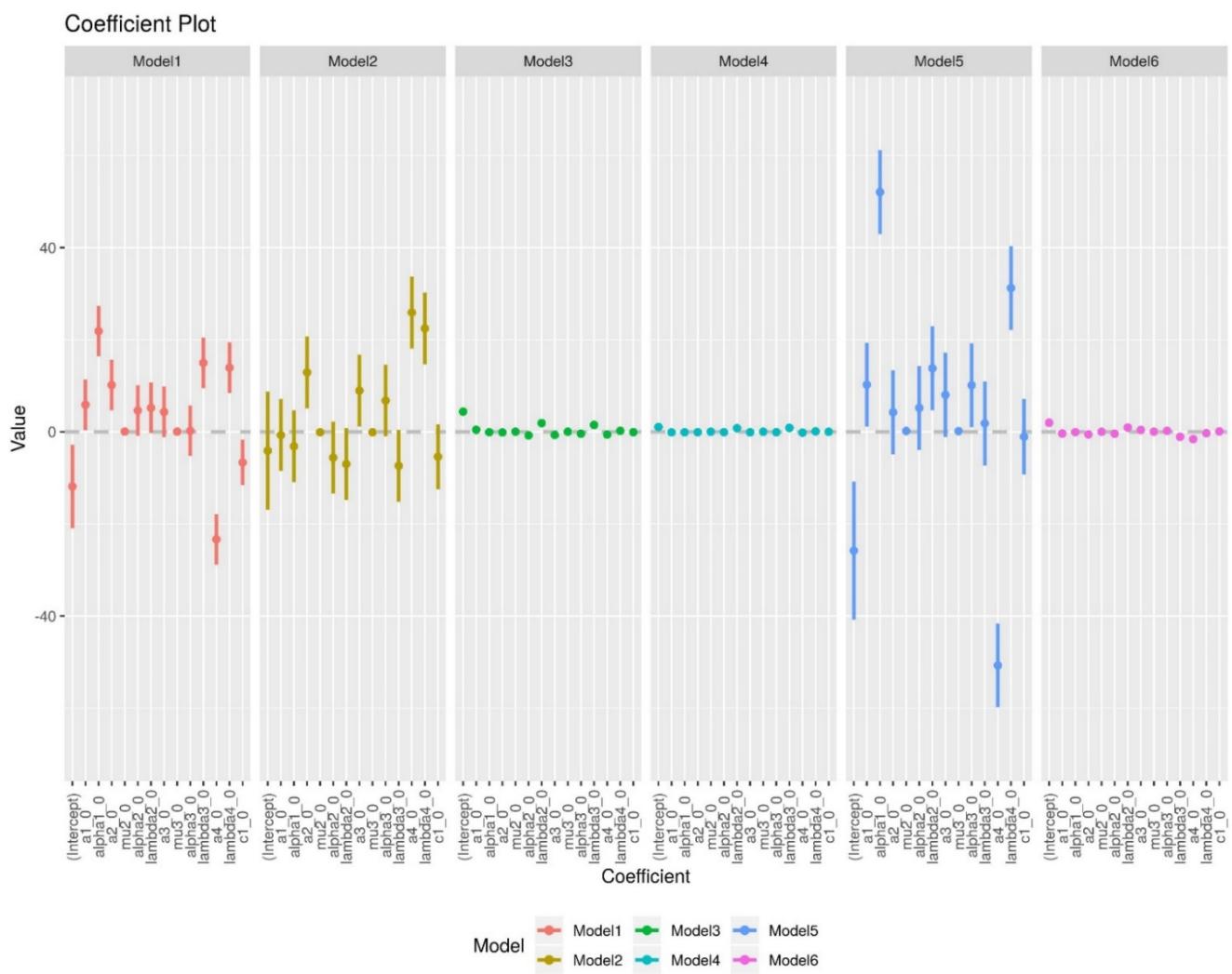
**Multiplot 2.**

- Modelo 1: Argentina – Chile Hombres
- Modelo 2: Argentina – Chile Mujeres
- Modelo 3: Cuba – Venezuela Hombres
- Modelo 4: Cuba – Venezuela Mujeres
- Modelo 5: Chile – Argentina Hombres
- Modelo 6: Chile – Argentina Mujeres



**Multiplot 3.**

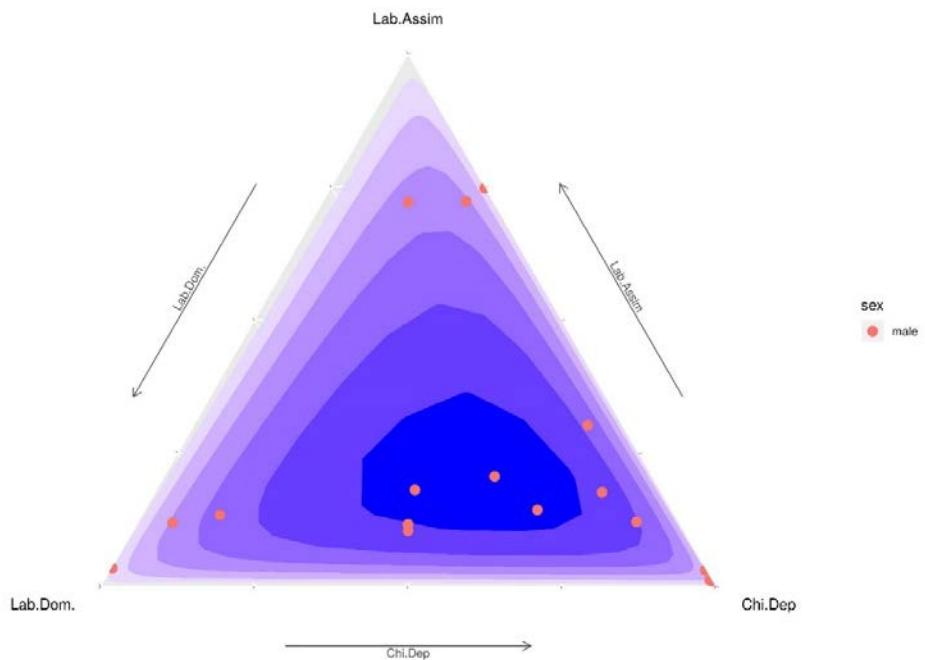
- Modelo 1: Ecuador – Chile Hombres
- Modelo 2: Ecuador – Chile Mujeres
- Modelo 3: Argentina – Uruguay Hombres
- Modelo 4: Argentina – Uruguay Mujeres
- Modelo 5: Uruguay – Argentina Hombres
- Modelo 6: Uruguay – Argentina Mujeres



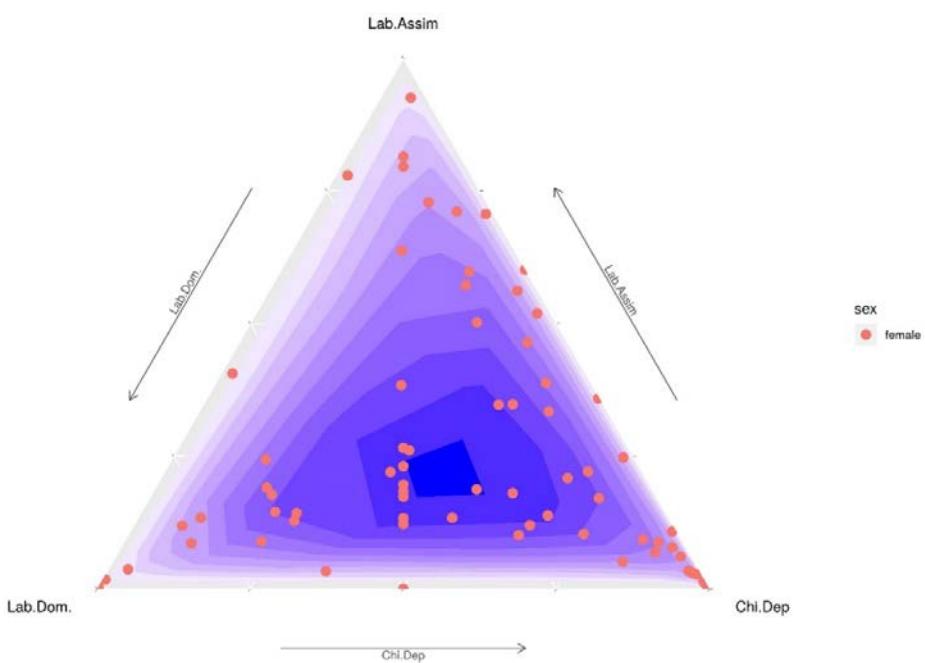
**Anexo 4.- Relación de parámetros calculados según sexo para todos los modelos.**


---

Relation of Parameters



Relation of Parameters



**Anexo 5.- Tablas con los ejemplos de valores iniciales y finales para los mejores modelos escogidos el año del censo es del país donde se ha recogido la muestra**

Mujeres Argentina-Bolivia 2001				Mujeres Argentina-Chile 2002				Mujeres Argentina-Uruguay 2011				Mujeres Chile-Argentina 2001				Mujeres Colombia-Ecuador 2010			
Parámetros	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup				
a1_0	0.86	0.22	0.88	0.15	0.23	0.88	0.22	0.22	0.88	0.41	0.23	0.88	0.51	0.23	0.88				
alpha1_0	0.39	0.22	0.88	0.27	0.23	0.88	0.19	0.23	0.88	0.74	0.22	0.88	0.02	0.23	0.88				
a2_0	0.40	0.23	0.88	0.25	0.22	0.88	0.39	0.23	0.88	0.56	0.22	0.88	0.43	0.22	0.88				
$\mu_2_0$	<b>23.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>57.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>47.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>40.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>47.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha2_0	0.88	0.22	0.88	0.40	0.23	0.88	0.69	0.23	0.88	0.34	0.23	0.88	0.74	0.23	0.88				
lambda2_0	0.03	0.23	0.88	0.31	0.22	0.88	0.02	0.23	0.88	0.20	0.22	0.88	0.03	0.23	0.88				
a3_0	0.69	0.22	0.88	0.42	0.23	0.88	0.80	0.23	0.88	0.64	0.22	0.88	0.35	0.22	0.88				
$\mu_3_0$	<b>21.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>31.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>26.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>24.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>73.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha3_0	0.75	0.22	0.88	0.76	0.22	0.88	0.63	0.22	0.88	0.14	0.23	0.88	0.23	0.22	0.88				
lambda3_0	0.01	0.22	0.88	0.72	0.22	0.88	0.21	0.23	0.88	0.47	0.22	0.88	0.20	0.23	0.88				
a4_0	0.62	0.23	0.88				0.19	0.22	0.88	0.09	0.22	0.88	0.74	0.23	0.88				
lambda4_0	0.56	0.22	0.88				0.02	0.22	0.88	0.23	0.23	0.88	0.39	0.22	0.88				
c1_0	0.57	0.25	0.98	0.41	0.25	0.98	0.16	0.25	0.97	0.92	0.25	0.98	0.40	0.25	0.98				
a1_hat	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.56	0.70	0.43	0.05	0.70	0.70	0.70	0.70				
alpha1_hat	0.02	0.00	0.18	0.00	0.00	0.03	0.00	0.00	0.35	0.00	0.01	0.70	0.03	0.00	0.09				
a2_hat	0.70	0.00	0.70	0.70	0.70	0.70	0.56	0.00	0.70	0.01	0.00	0.70	0.00	0.00	0.70				
$\mu_2_hat$	<b>17.85</b>	<b>23.23</b>	<b>88.00</b>	<b>82.16</b>	<b>5.84</b>	<b>90.00</b>	<b>45.71</b>	<b>24.45</b>	<b>87.00</b>	<b>45.89</b>	<b>22.15</b>	<b>87.00</b>	<b>50.27</b>	<b>21.60</b>	<b>87.59</b>				
alpha2_hat	0.17	0.03	0.70	0.12	0.00	0.70	0.36	0.09	0.70	0.66	0.06	0.70	0.55	0.04	0.70				
lambda2_hat	0.00	0.07	0.70	0.03	0.03	0.70	0.10	0.12	0.70	0.23	0.10	0.70	0.08	0.08	0.70				
a3_hat	0.70	0.00	0.70	0.00	0.66	0.70	0.00	0.00	0.70	0.13	0.00	0.70	0.70	0.01	0.70				
$\mu_3_hat$	<b>46.65</b>	<b>22.91</b>	<b>88.00</b>	<b>30.18</b>	<b>5.84</b>	<b>90.00</b>	<b>31.70</b>	<b>24.45</b>	<b>87.00</b>	<b>21.80</b>	<b>22.29</b>	<b>87.00</b>	<b>89.72</b>	<b>21.21</b>	<b>87.23</b>				
alpha3_hat	0.36	0.04	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.11	0.70	0.03	0.07	0.70	0.07	0.04	0.70				
lambda3_hat	0.08	0.08	0.70	0.09	0.03	0.70	0.08	0.14	0.70	0.28	0.10	0.70	0.02	0.09	0.70				
a4_hat	0.69	0.70	0.70				0.05	0.55	0.70	0.00	0.06	0.70	0.00	0.70	0.70				
lambda4_hat	0.00	0.00	0.17				0.04	0.01	0.04	0.24	0.00	0.08	0.32	0.00	0.20				
c1_hat	0.69	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.53	0.70	0.70	0.39	0.70	0.70	0.70	0.70				
optimResult	0.30	3.36	34.64	0.25	0.62	14.41	0.08	0.19	5.11	0.00	0.00	0.05	0.10	0.51	14.79				
MAPE	<b>6.42</b>	<b>12.82</b>	<b>54.73</b>	<b>3.87</b>	<b>6.00</b>	<b>651.21</b>	<b>2.97</b>	<b>5.25</b>	<b>23.94</b>	<b>1.14</b>	<b>2.51</b>	<b>14.58</b>	<b>2.88</b>	<b>6.81</b>	<b>30.68</b>				

Mujeres Colombia-Venezuela 2011				Mujeres Cuba-Venezuela 2011				Mujeres Ecuador-Chile 2002				Mujeres Paraguay-Argentina 2001				Mujeres Uruguay-Argentina 2001			
Parámetros	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	
a1_0	0.51	0.23	0.88	0.60	0.23	0.88	0.71	0.23	0.88	0.60	0.22	0.88	0.50	0.23	0.88				
alpha1_0	0.65	0.22	0.88	0.55	0.23	0.88	0.54	0.22	0.88	0.90	0.22	0.88	0.54	0.23	0.88				
a2_0	0.06	0.22	0.88	0.08	0.23	0.88	0.11	0.23	0.88	0.34	0.23	0.88	0.23	0.22	0.88				
$\mu_2_0$	<b>38.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>44.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>34.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>49.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>36.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha2_0	0.83	0.23	0.88	0.61	0.23	0.88	0.18	0.23	0.88	0.38	0.22	0.88	0.74	0.22	0.88				
lambda2_0	0.25	0.23	0.88	0.52	0.23	0.88	0.44	0.22	0.88	0.24	0.23	0.88	0.89	0.23	0.88				
a3_0	0.84	0.23	0.88	0.67	0.22	0.88	0.33	0.22	0.88	0.36	0.22	0.88	0.51	0.22	0.88				
$\mu_3_0$	<b>27.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>70.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>48.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>36.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>71.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha3_0	0.81	0.23	0.88	0.44	0.22	0.88	0.67	0.22	0.88	0.12	0.22	0.88	0.21	0.23	0.88				
lambda3_0	0.53	0.22	0.88	0.50	0.23	0.88	0.36	0.23	0.88	0.16	0.22	0.88	0.66	0.22	0.88				
a4_0	0.53	0.22	0.88				0.58	0.23	0.88	0.73	0.23	0.88	0.36	0.23	0.88				
lambda4_0	0.78	0.23	0.88				0.89	0.22	0.88	0.86	0.22	0.88	0.03	0.23	0.88				
c1_0	0.08	0.25	0.98	0.95	0.25	0.98	0.35	0.25	0.97	0.36	0.25	0.98	0.49	0.25	0.97				
a1_hat	0.69	0.70	0.70	0.34	0.52	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.39	0.70	0.70	0.69	0.70				
alpha1_hat	0.03	0.01	0.13	0.00	0.00	0.23	0.01	0.01	0.70	0.39	0.00	0.70	0.04	0.00	0.38				
a2_hat	0.70	0.00	0.70	0.70	0.59	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.00	0.70	0.60	0.05	0.70				
$\mu_2_hat$	<b>32.48</b>	<b>19.88</b>	<b>88.00</b>	<b>39.53</b>	<b>20.49</b>	<b>87.00</b>	<b>28.67</b>	<b>23.47</b>	<b>87.00</b>	<b>49.79</b>	<b>20.16</b>	<b>87.04</b>	<b>42.99</b>	<b>20.98</b>	<b>88.00</b>				
alpha2_hat	0.42	0.06	0.70	0.70	0.00	0.70	0.03	0.04	0.70	0.18	0.04	0.70	0.31	0.04	0.70				
lambda2_hat	0.12	0.12	0.70	0.14	0.06	0.70	0.27	0.09	0.70	0.06	0.12	0.70	0.09	0.09	0.70				
a3_hat	0.70	0.00	0.70	0.70	0.55	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.00	0.70	0.00	0.06	0.70				
$\mu_3_hat$	<b>28.53</b>	<b>19.66</b>	<b>88.00</b>	<b>66.65</b>	<b>20.49</b>	<b>87.00</b>	<b>43.90</b>	<b>23.52</b>	<b>87.00</b>	<b>31.61</b>	<b>20.27</b>	<b>87.68</b>	<b>76.61</b>	<b>20.98</b>	<b>88.00</b>				
alpha3_hat	0.15	0.06	0.70	0.31	0.00	0.70	0.23	0.05	0.70	0.70	0.04	0.70	0.70	0.05	0.70				
lambda3_hat	0.53	0.14	0.70	0.07	0.07	0.70	0.08	0.10	0.70	0.16	0.13	0.70	0.07	0.10	0.70				
a4_hat	0.67	0.62	0.70				0.00	0.27	0.70	0.70	0.70	0.70	0.52	0.59	0.70				
lambda4_hat	0.00	0.00	0.52				0.42	0.00	0.60	0.00	0.00	0.24	0.01	0.00	0.01				
c1_hat	0.69	0.65	0.70	0.70	0.57	0.70	0.61	0.45	0.70	0.64	0.62	0.70	0.70	0.65	0.70				
optimResult	0.02	0.06	4.62	3.10	25.79	156.02	0.01	0.03	5.67	0.07	1.72	41.24	0.15	0.31	3.78				
MAPE	<b>2.32</b>	<b>3.62</b>	<b>24.90</b>	<b>14.10</b>	<b>99.32</b>	<b>370.30</b>	<b>2.73</b>	<b>4.38</b>	<b>61.35</b>	<b>3.09</b>	<b>15.40</b>	<b>48.11</b>	<b>3.84</b>	<b>5.97</b>	<b>20.67</b>				

	Hombres Argentina-Bolivia 2001			Hombres Argentina-Chile 2002			Hombres Argentina-Uruguay 2011			Hombres Chile-Argentina 2001			Hombres Colombia-Ecuador 2010		
Parámetros	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup
a1_0	0.78	0.23	0.88	0.49	0.23	0.88	0.33	0.22	0.88	0.79	0.22	0.88	0.26	0.23	0.88
alpha1_0	0.23	0.22	0.88	0.05	0.23	0.88	0.47	0.22	0.88	0.78	0.23	0.88	0.84	0.23	0.88
a2_0	0.82	0.23	0.88	0.53	0.22	0.88	0.65	0.22	0.88	0.13	0.22	0.88	0.23	0.22	0.88
$\mu_2$ _0	<b>75.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>42.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>46.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>44.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>61.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>
alpha2_0	0.67	0.22	0.88	0.52	0.23	0.88	0.45	0.22	0.88	0.24	0.22	0.88	0.01	0.23	0.88
lambda2_0	0.04	0.23	0.88	0.88	0.23	0.88	0.86	0.23	0.88	0.69	0.23	0.88	0.05	0.22	0.88
a3_0	0.65	0.23	0.88	0.54	0.22	0.88	0.05	0.23	0.88	0.37	0.23	0.88	0.83	0.22	0.88
$\mu_3$ _0	<b>32.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>61.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>43.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>48.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>64.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>
alpha3_0	0.52	0.23	0.88	0.05	0.23	0.88	0.82	0.22	0.88	0.83	0.22	0.88	0.82	0.23	0.88
lambda3_0	0.29	0.23	0.88	0.28	0.23	0.88	0.05	0.23	0.88	0.15	0.23	0.88	0.77	0.23	0.88
a4_0				0.80	0.23	0.88	0.33	0.22	0.88	0.58	0.23	0.88	0.03	0.23	0.88
lambda4_0				0.31	0.23	0.88	0.52	0.23	0.88	0.13	0.22	0.88	0.72	0.22	0.88
c1_0	0.25	0.25	0.97	0.41	0.25	0.98	0.82	0.25	0.97	0.51	0.25	0.98	0.28	0.25	0.98
a1_hat	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.41	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70
alpha1_hat	0.13	0.00	0.02	0.01	0.00	0.08	0.00	0.00	0.30	0.04	0.00	0.15	0.12	0.00	0.11
a2_hat	0.70	0.04	0.70	0.70	0.10	0.70	0.70	0.06	0.70	0.33	0.26	0.70	0.70	0.01	0.70
$\mu_2$ _hat	<b>90.00</b>	<b>5.50</b>	<b>90.00</b>	<b>74.13</b>	<b>22.00</b>	<b>89.00</b>	<b>55.32</b>	<b>23.55</b>	<b>88.00</b>	<b>89.99</b>	<b>20.79</b>	<b>88.00</b>	<b>90.00</b>	<b>26.05</b>	<b>88.00</b>
alpha2_hat	0.07	0.01	0.70	0.18	0.01	0.70	0.28	0.01	0.70	0.14	0.02	0.70	0.08	0.03	0.70
lambda2_hat	0.02	0.04	0.70	0.04	0.05	0.70	0.07	0.09	0.70	0.03	0.05	0.70	0.02	0.05	0.70
a3_hat	0.70	0.03	0.70	0.00	0.12	0.70	0.00	0.10	0.70	0.70	0.28	0.70	0.00	0.01	0.70
$\mu_3$ _hat	<b>46.66</b>	<b>15.67</b>	<b>90.00</b>	<b>60.96</b>	<b>22.17</b>	<b>89.00</b>	<b>37.55</b>	<b>23.70</b>	<b>88.00</b>	<b>47.76</b>	<b>21.18</b>	<b>88.00</b>	<b>56.84</b>	<b>21.87</b>	<b>88.00</b>
alpha3_hat	0.42	0.01	0.70	0.46	0.01	0.70	0.70	0.02	0.70	0.11	0.02	0.70	0.70	0.03	0.70
lambda3_hat	0.09	0.05	0.70	0.04	0.05	0.70	0.07	0.09	0.70	0.03	0.06	0.70	0.07	0.06	0.70
a4_hat				0.62	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70
lambda4_hat				0.00	0.00	0.02	0.02	0.01	0.02	0.20	0.00	0.13	0.70	0.00	0.02
c1_hat	0.70	0.70	0.70	0.62	0.70	0.70	0.35	0.70	0.70	0.16	0.70	0.70	0.69	0.70	0.70
optimResult	1.69	5.21	121.83	0.18	1.55	23.12	0.87	1.55	14.93	0.12	0.68	7.57	0.08	1.45	35.81
MAPE	<b>9.30</b>	<b>16.58</b>	<b>63.17</b>	<b>2.53</b>	<b>7.52</b>	<b>32.98</b>	<b>6.02</b>	<b>9.28</b>	<b>24.91</b>	<b>3.10</b>	<b>7.89</b>	<b>27.70</b>	<b>2.00</b>	<b>9.12</b>	<b>51.37</b>

Hombres Colombia-Venezuela 2011				Hombres Cuba-Venezuela 2011				Hombres Ecuador-Chile 2002				Hombres Paraguay-Argentina 2001				Hombres Uruguay-Argentina 2001			
Parámetros	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	Valor	ic.inf	ic.sup	
a1_0	0.12	0.23	0.88	0.03	0.23	0.88	0.37	0.23	0.88	0.69	0.23	0.88	0.23	0.23	0.88				
alpha1_0	0.75	0.23	0.88	0.28	0.22	0.88	0.29	0.22	0.88	0.39	0.22	0.88	0.85	0.22	0.88				
a2_0	0.38	0.22	0.88	0.67	0.23	0.88	0.70	0.22	0.88	0.72	0.23	0.88	0.72	0.23	0.88				
$\mu_2$ _0	<b>47.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>56.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>85.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>28.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>34.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha2_0	0.67	0.22	0.88	0.83	0.23	0.88	0.67	0.23	0.88	0.49	0.22	0.88	0.14	0.23	0.88				
lambda2_0	0.42	0.22	0.88	0.70	0.22	0.88	0.05	0.23	0.88	0.01	0.23	0.88	0.13	0.22	0.88				
a3_0	0.32	0.23	0.88	0.10	0.22	0.88	0.87	0.23	0.88	0.29	0.23	0.88	0.10	0.23	0.88				
$\mu_3$ _0	<b>33.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>38.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>31.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>11.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>	<b>84.00</b>	<b>23.00</b>	<b>87.00</b>				
alpha3_0	0.60	0.22	0.88	0.62	0.22	0.88	0.32	0.22	0.88	0.00	0.23	0.88	0.89	0.22	0.88				
lambda3_0	0.31	0.23	0.88	0.73	0.23	0.88	0.40	0.22	0.88	0.56	0.23	0.88	0.02	0.23	0.88				
a4_0	0.61	0.23	0.88				0.84	0.22	0.88				0.54	0.22	0.88				
lambda4_0	0.22	0.22	0.88				0.78	0.23	0.88				0.31	0.23	0.88				
c1_0	0.79	0.25	0.98	0.80	0.25	0.98	0.09	0.25	0.98	0.82	0.25	0.97	0.48	0.25	0.97				
a1_hat	0.70	0.70	0.70	0.70	0.48	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	
alpha1_hat	0.15	0.00	0.15	0.00	0.00	0.27	0.03	0.00	0.54	0.01	0.00	0.38	0.03	0.00	0.28				
a2_hat	0.70	0.00	0.70	0.70	0.10	0.70	0.00	0.00	0.70	0.70	0.00	0.70	0.46	0.01	0.70				
$\mu_2$ _hat	<b>90.00</b>	<b>38.07</b>	<b>89.00</b>	<b>56.29</b>	<b>23.25</b>	<b>88.00</b>	<b>90.00</b>	<b>22.42</b>	<b>88.00</b>	<b>30.29</b>	<b>19.52</b>	<b>88.00</b>	<b>33.48</b>	<b>19.64</b>	<b>90.00</b>				
alpha2_hat	0.07	0.04	0.70	0.18	0.04	0.70	0.31	0.03	0.70	0.41	0.04	0.70	0.70	0.02	0.70				
lambda2_hat	0.02	0.07	0.70	0.08	0.08	0.70	0.04	0.10	0.70	0.14	0.11	0.70	0.16	0.04	0.70				
a3_hat	0.70	0.00	0.70	0.10	0.10	0.70	0.70	0.00	0.70	0.70	0.00	0.70	0.05	0.01	0.70				
$\mu_3$ _hat	<b>39.77</b>	<b>25.83</b>	<b>89.00</b>	<b>37.16</b>	<b>23.28</b>	<b>88.00</b>	<b>37.97</b>	<b>22.27</b>	<b>88.00</b>	<b>20.08</b>	<b>19.58</b>	<b>87.41</b>	<b>90.00</b>	<b>19.45</b>	<b>90.00</b>				
alpha3_hat	0.45	0.04	0.70	0.70	0.04	0.70	0.54	0.03	0.70	0.04	0.04	0.70	0.18	0.02	0.70				
lambda3_hat	0.10	0.07	0.70	0.16	0.08	0.70	0.17	0.11	0.70	0.70	0.11	0.70	0.03	0.05	0.70				
a4_hat	0.45	0.70	0.70				0.62	0.61	0.70	0.67	0.66	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	
lambda4_hat	0.00	0.00	0.02				0.00	0.00	0.31	0.01	0.15	6.10	0.00	0.00	0.02				
c1_hat	0.65	0.70	0.70	0.32	0.35	0.70	0.62	0.62	0.70	0.67	0.66	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	0.70	
optimResult	0.23	2.93	45.09	0.06	0.41	3.07	0.14	0.22	24.64	0.01	0.15	6.10	1.38	2.34	42.41				
MAPE	<b>3.48</b>	<b>9.30</b>	<b>51.94</b>	<b>20.58</b>	<b>55.24</b>	<b>501.02</b>	<b>4.93</b>	<b>5.85</b>	<b>63.03</b>	<b>2.36</b>	<b>6.68</b>	<b>30.33</b>	<b>6.77</b>	<b>8.87</b>	<b>47.25</b>				

Fuente: elaboración propia basada en los últimos censos de población de cada país descritos en la tabla 1.

**Anexo 6.- Tablas con los ejemplos de valores iniciales y finales para los mejores modelos escogidos el año del censo es del país donde se ha recogido la muestra**

---

<b>Grupo 1</b>	<b>Grupo 2</b>	<b>Grupo 3</b>	<b>Grupo 4</b>
Colombia_Bolivia_Hombres	Paraguay_Bolivia_Hombres	Chile_Bolivia_Hombres	Uruguay_Bolivia_Hombres
Ecuador_Bolivia_Hombres	Costa Rica_Bolivia_Hombres	Cuba_Bolivia_Hombres	Honduras_Bolivia_Hombres
Argentina_Bolivia_Hombres	Colombia_Chile_Hombres	Ecuador_Chile_Hombres	Guatemala_Bolivia_Hombres
El Salvador_Bolivia_Hombres	Argentina_Chile_Hombres	Uruguay_Chile_Hombres	Honduras_Chile_Hombres
Honduras_Bolivia_Mujeres	Paraguay_Chile_Hombres	Uruguay_Colombia_Hombres	Guatemala_Chile_Hombres
El Salvador_Chile_Mujeres	El Salvador_Chile_Hombres	Ecuador_Bolivia_Mujeres	Argentina_Colombia_Hombres
Cuba_Chile_Mujeres	Costa Rica_Chile_Hombres	Argentina_Chile_Mujeres	Colombia_Bolivia_Mujeres
Ecuador_Panamá_Mujeres	Cuba_Chile_Hombres	Ecuador_Colombia_Mujeres	El Salvador_Bolivia_Mujeres
Argentina_Panamá_Mujeres	Ecuador_Colombia_Hombres	Uruguay_Colombia_Mujeres	Guatemala_Bolivia_Mujeres
Honduras_Panamá_Mujeres	Chile_Colombia_Hombres	Colombia_Costa Rica_Mujeres	Colombia_Chile_Mujeres
Guatemala_Panamá_Mujeres	Chile_Bolivia_Mujeres	Chile_Costa Rica_Mujeres	Paraguay_Chile_Mujeres
Costa Rica_Panamá_Mujeres	Argentina_Bolivia_Mujeres	Argentina_Costa Rica_Mujeres	Honduras_Chile_Mujeres
Honduras_República Dominicana_Mujeres	Uruguay_Bolivia_Mujeres	Paraguay_Costa Rica_Mujeres	Costa Rica_Chile_Mujeres
Colombia_Uruguay_Mujeres	Paraguay_Bolivia_Mujeres	Guatemala_Costa Rica_Mujeres	Chile_Colombia_Mujeres
Argentina_Uruguay_Mujeres	Costa Rica_Bolivia_Mujeres	Chile_Ecuador_Mujeres	Argentina_Colombia_Mujeres
Paraguay_Uruguay_Mujeres	Cuba_Bolivia_Mujeres	Argentina_Ecuador_Mujeres	Paraguay_Colombia_Mujeres
Costa Rica_Uruguay_Mujeres	Ecuador_Chile_Mujeres	Uruguay_Ecuador_Mujeres	Honduras_Colombia_Mujeres
El Salvador_Venezuela_Mujeres	Uruguay_Chile_Mujeres	Cuba_Ecuador_Mujeres	Cuba_Colombia_Mujeres
Colombia_Honduras_Mujeres	Guatemala_Chile_Mujeres	Cuba_Panamá_Mujeres	El Salvador_Costa Rica_Mujeres
Chile_Honduras_Mujeres	El Salvador_Colombia_Mujeres	Cuba_República Dominicana_Mujeres	Honduras_Ecuador_Mujeres
Cuba_Honduras_Mujeres	Guatemala_Colombia_Mujeres	Cuba_Uruguay_Mujeres	Guatemala_Ecuador_Mujeres
Guatemala_El Salvador_Mujeres	Costa Rica_Colombia_Mujeres	Colombia_Venezuela_Mujeres	Colombia_Panamá_Mujeres
El Salvador_Mujeres	Ecuador_Costa Rica_Mujeres	Uruguay_Venezuela_Mujeres	Colombia_República Dominicana_Mujeres
	Uruguay_Costa Rica_Mujeres	Ecuador_Argentina_Mujeres	Ecuador_República Dominicana_Mujeres
	Honduras_Costa Rica_Mujeres	Chile_Argentina_Mujeres	Chile_República Dominicana_Mujeres
	Cuba_Costa Rica_Mujeres	Uruguay_Argentina_Mujeres	Guatemala_República Dominicana_Mujeres
	Colombia_Ecuador_Mujeres	Paraguay_Argentina_Mujeres	Costa Rica_República Dominicana_Mujeres
	Paraguay_Ecuador_Mujeres	Rica_Argentina_Mujeres	Ecuador_Uruguay_Mujeres
	El Salvador_Ecuador_Mujeres	Cuba_Argentina_Mujeres	Guatemala_Uruguay_Mujeres
	Costa Rica_Ecuador_Mujeres	Guatemala_Honduras_Mujeres	Chile_Venezuela_Mujeres
	Chile_Panamá_Mujeres		Costa Rica_Honduras_Mujeres
	Uruguay_Panamá_Mujeres		
	El Salvador_Panamá_Mujeres		

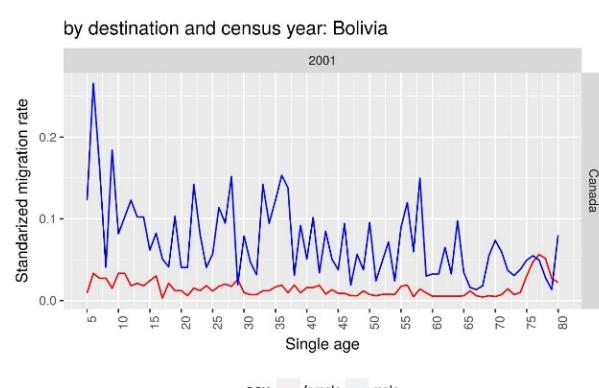
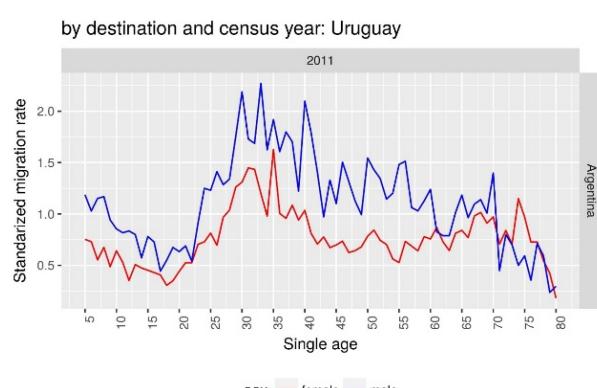
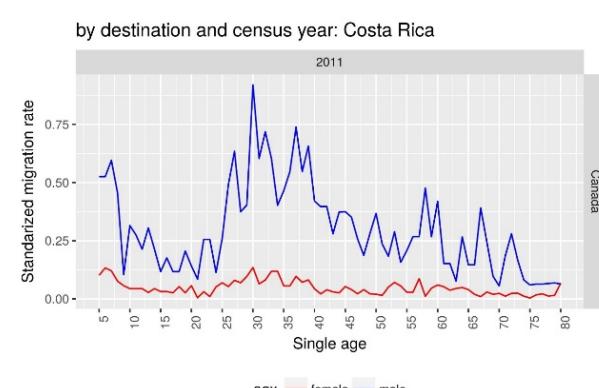
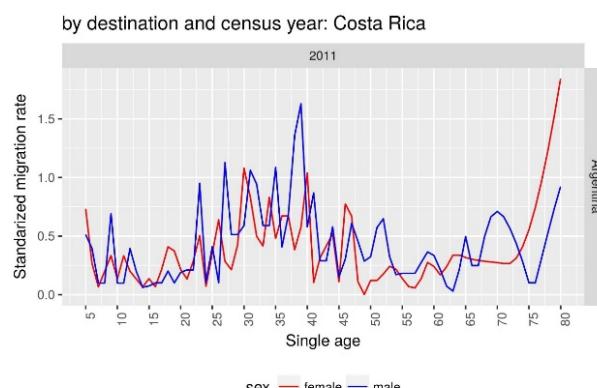
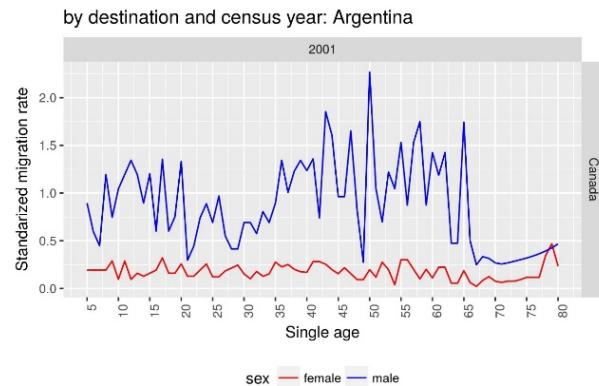
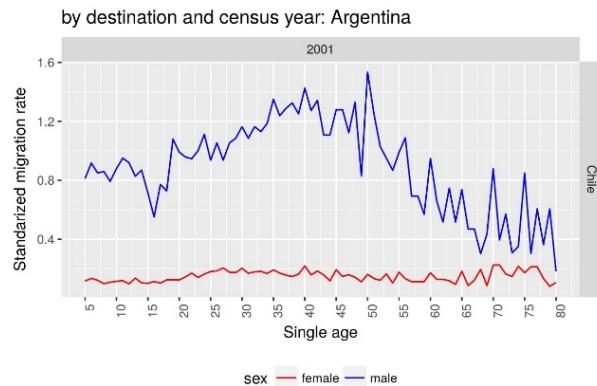
Argentina\_República  
Dominicana\_Mujeres  
Chile\_Uruguay\_Mujeres  
Ecuador\_Venezuela\_Mujeres  
Argentina\_Venezuela\_Mujeres  
Paraguay\_Venezuela\_Mujeres  
Honduras\_Venezuela\_Mujeres  
Guatemala\_Venezuela\_Mujeres  
Costa Rica\_Venezuela\_Mujeres  
Cuba\_Venezuela\_Mujeres  
Colombia\_Argentina\_Mujeres  
Honduras\_Argentina\_Mujeres  
El Salvador\_Argentina\_Mujeres  
Guatemala\_Argentina\_Mujeres  
El Salvador\_Honduras\_Mujeres  
Honduras\_El Salvador\_Mujeres

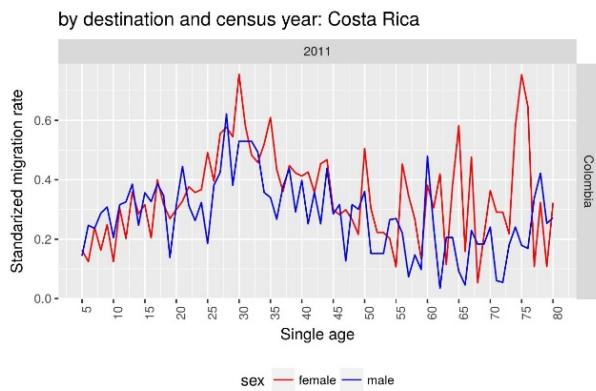
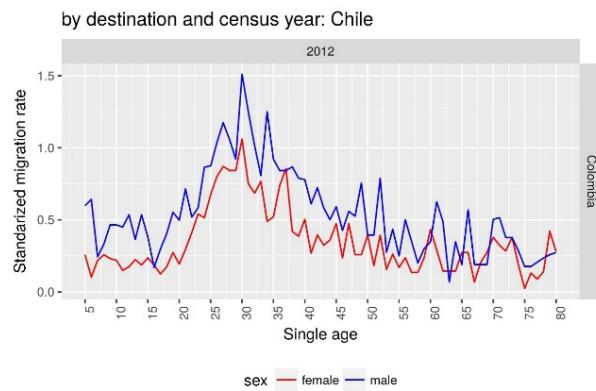
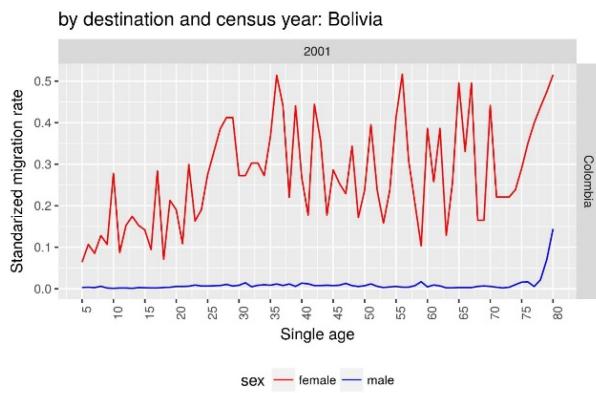
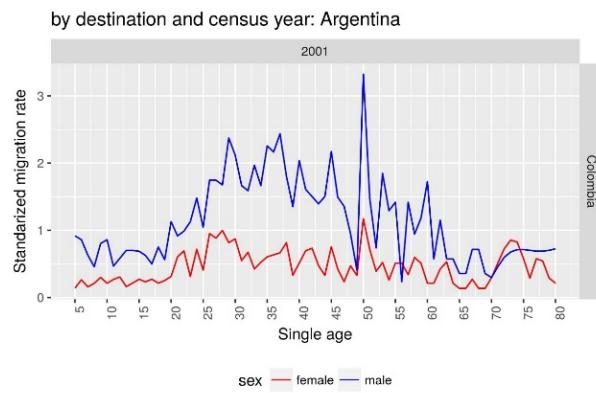
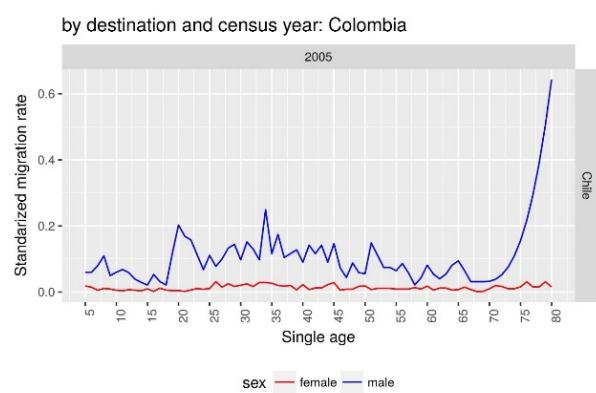
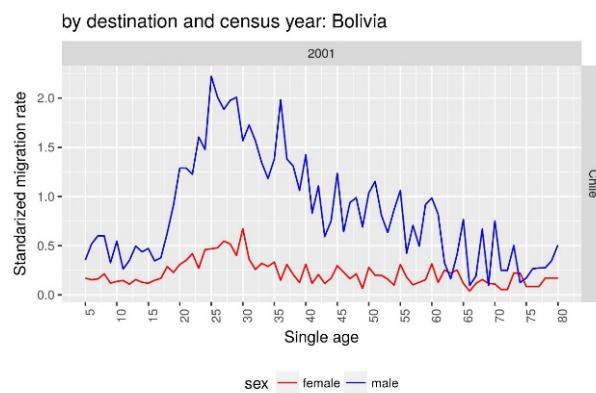
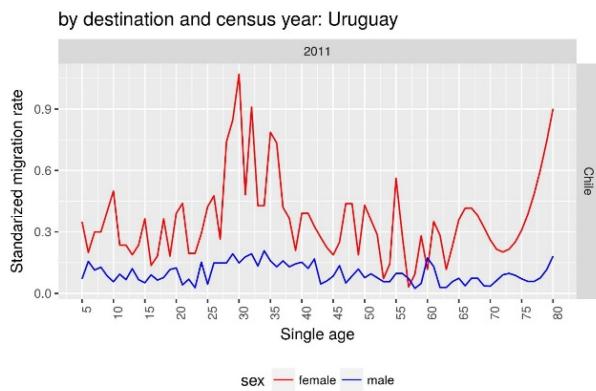
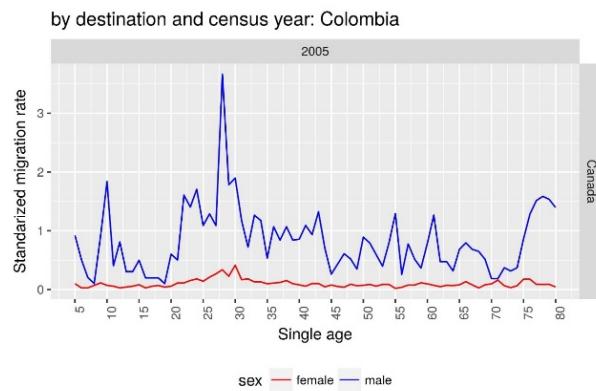
---

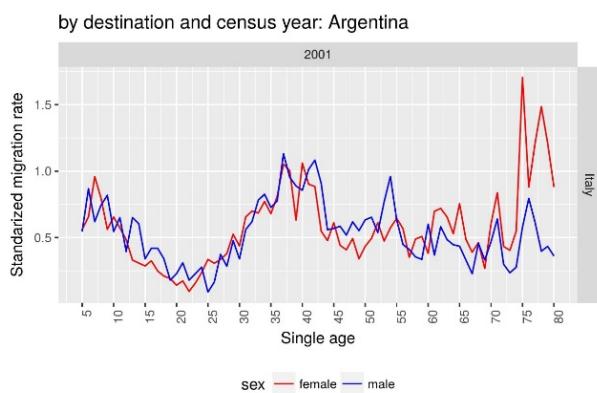
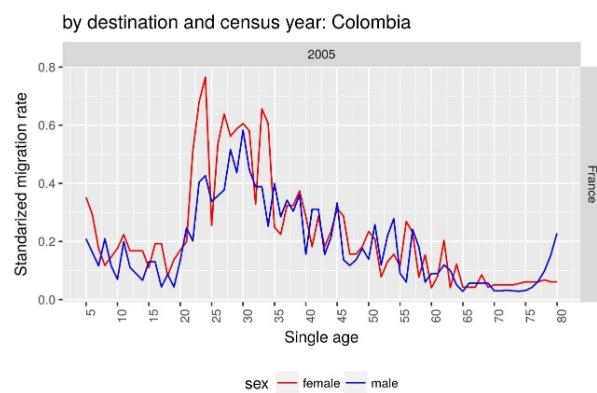
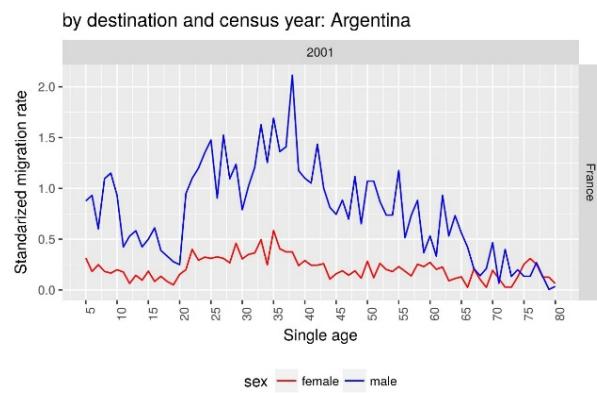
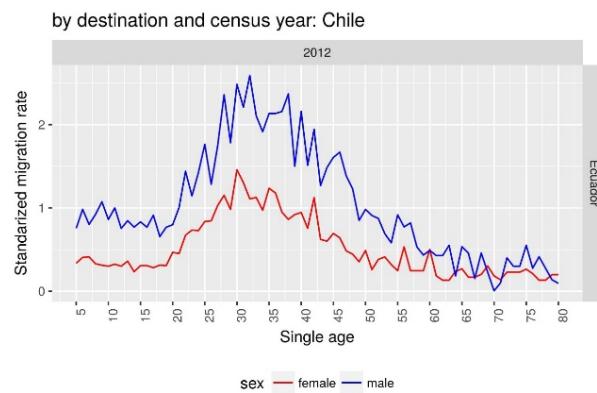
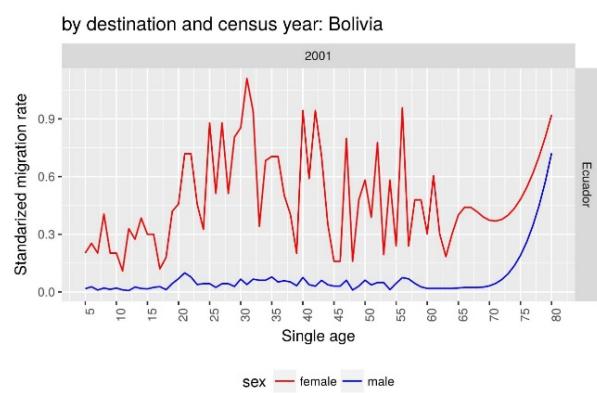
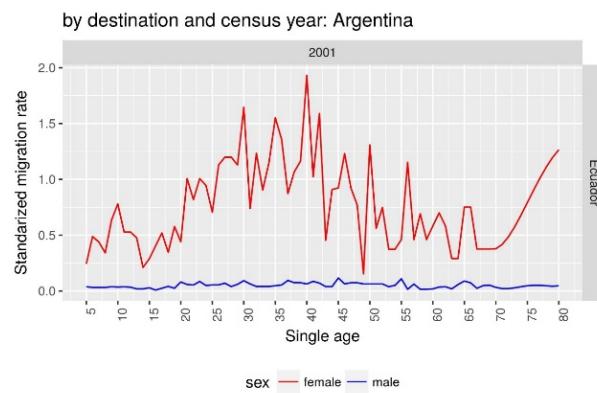
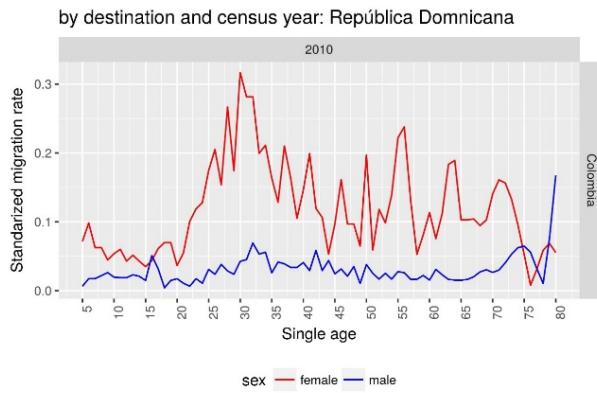
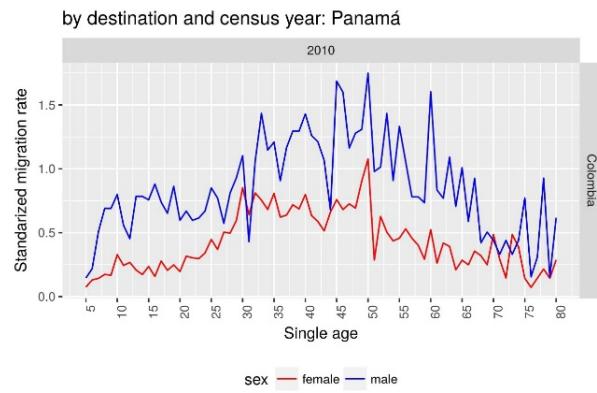
Fuente: elaboración propia basada en los últimos censos de población de cada país descritos en la tabla 1.

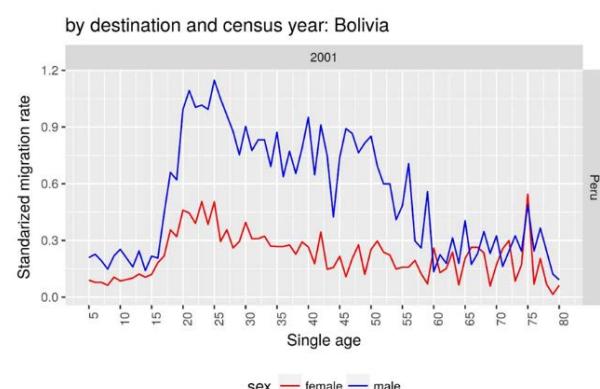
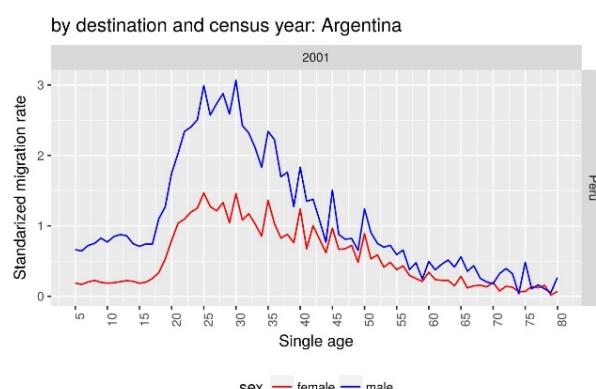
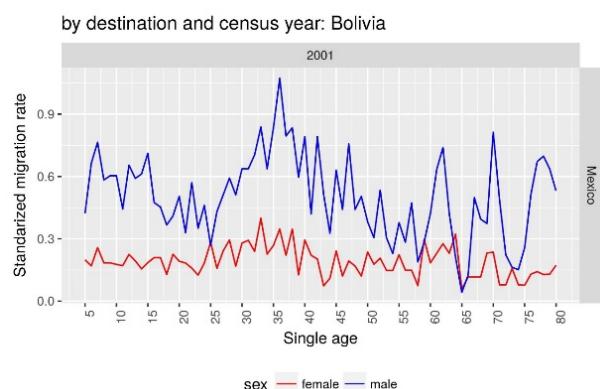
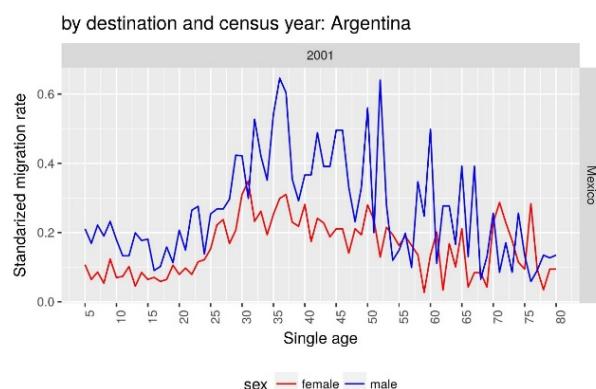
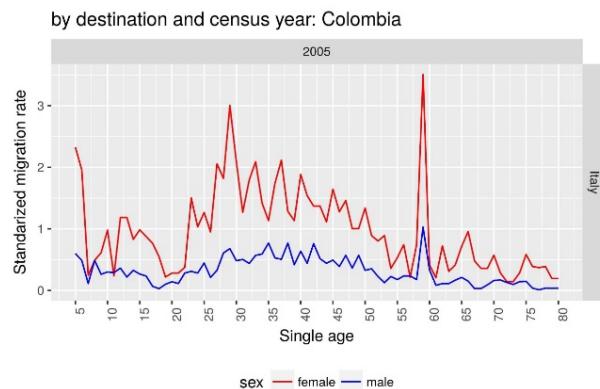
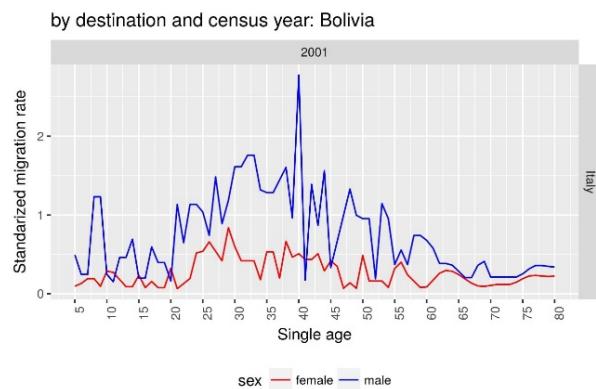
**Anexo adicional: Tasas estandarizadas por cien mil para diferentes calendarios de emigración latinoamericana**

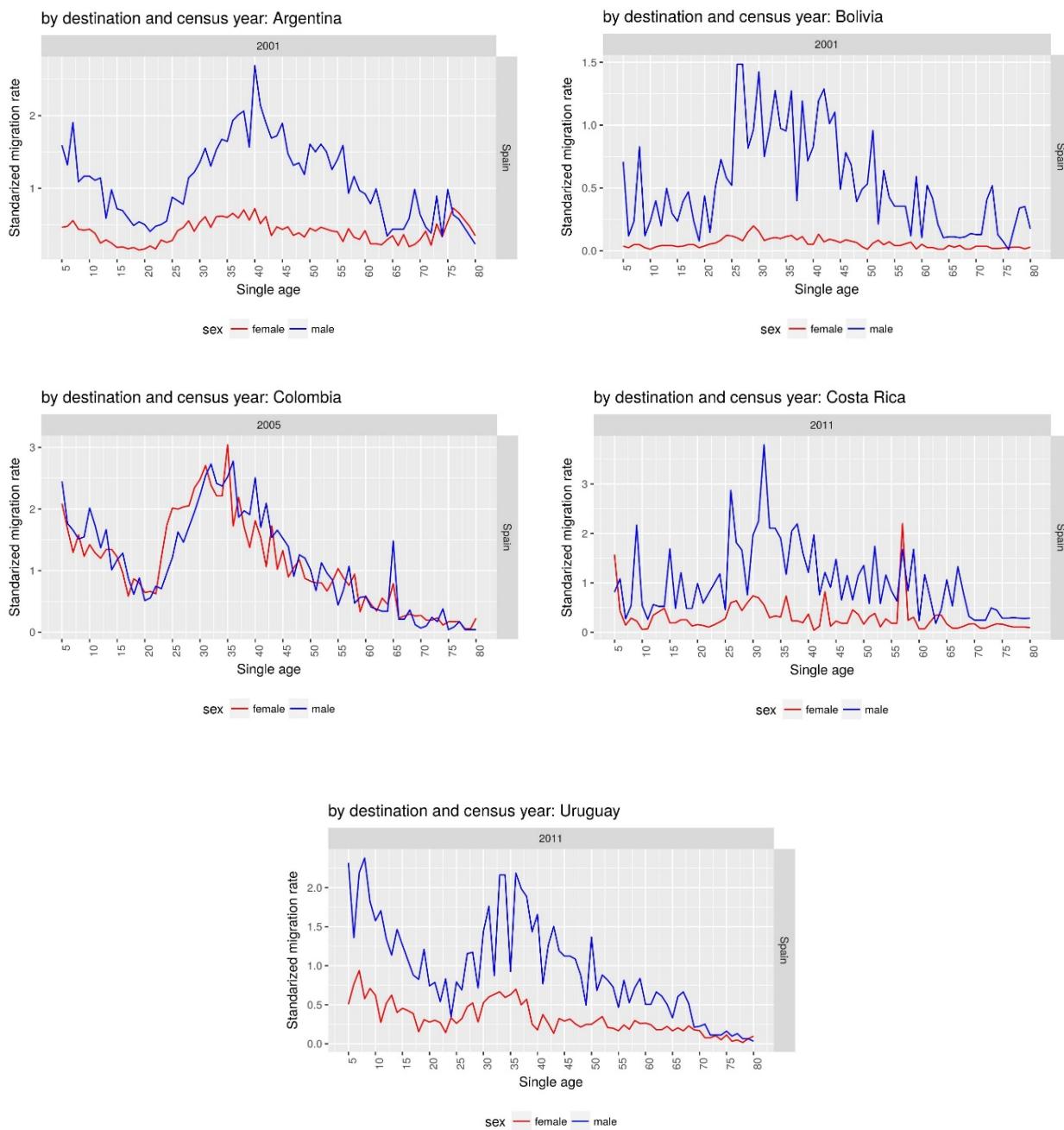
**Parte superior del gráfico: Destino / Parte lateral derecho del gráfico: Origen**



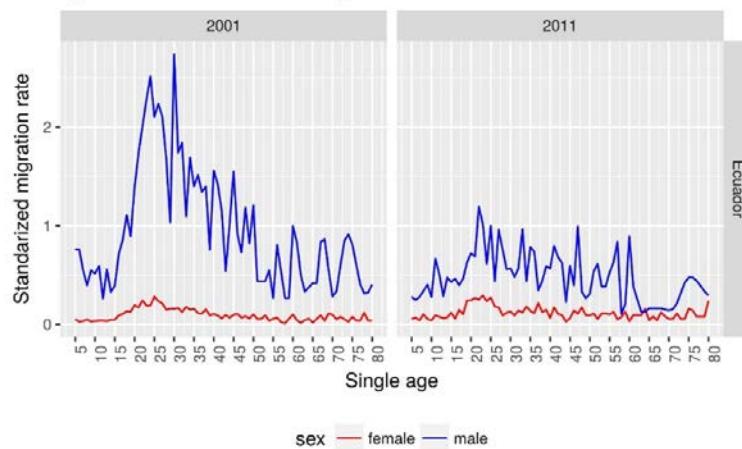




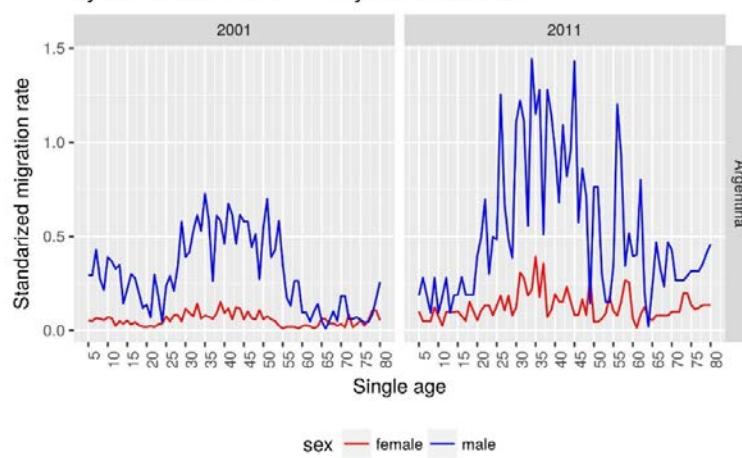




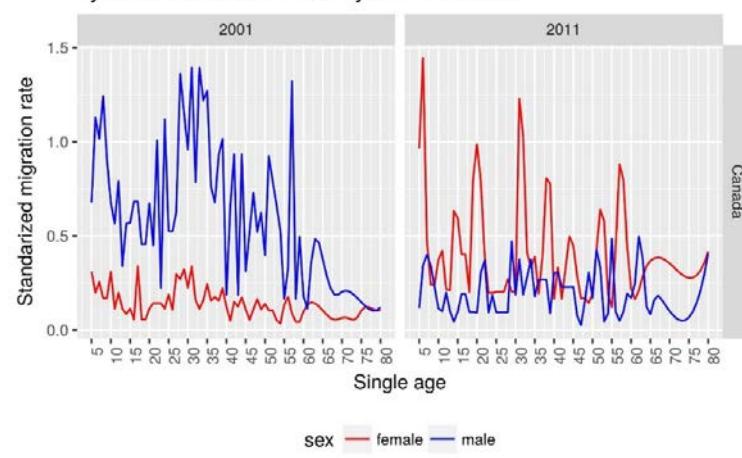
by destination and census year: Venezuela

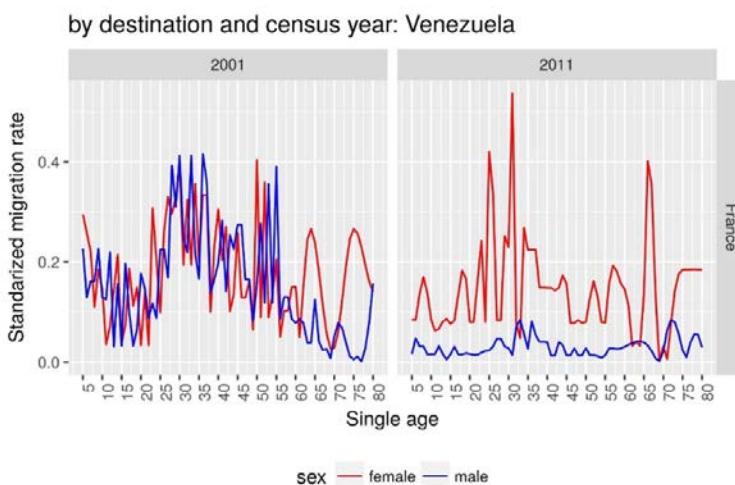
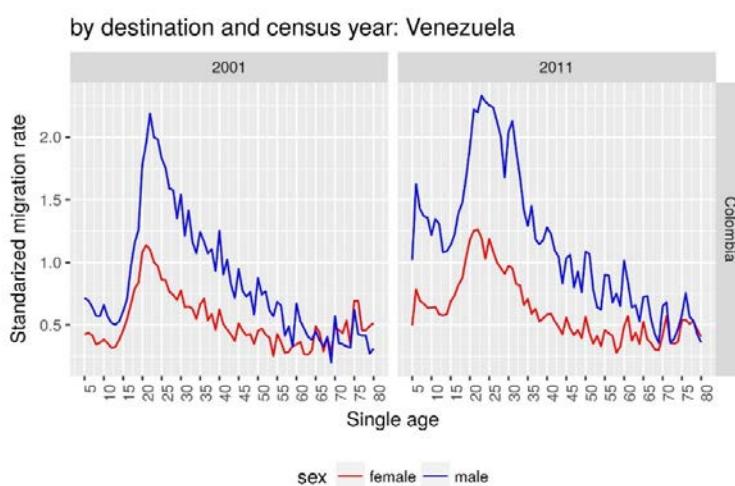
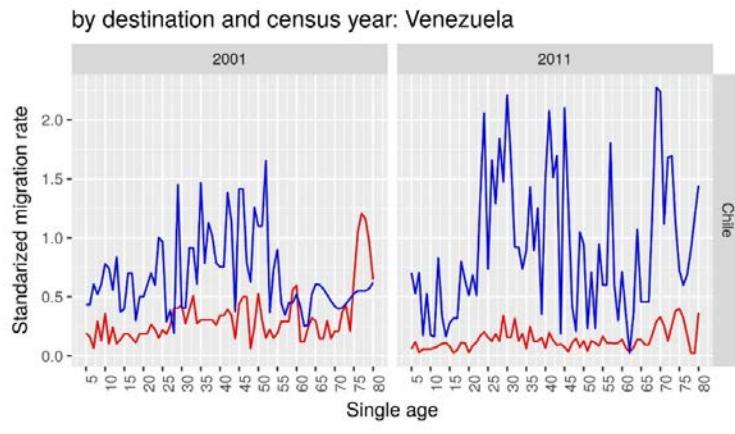


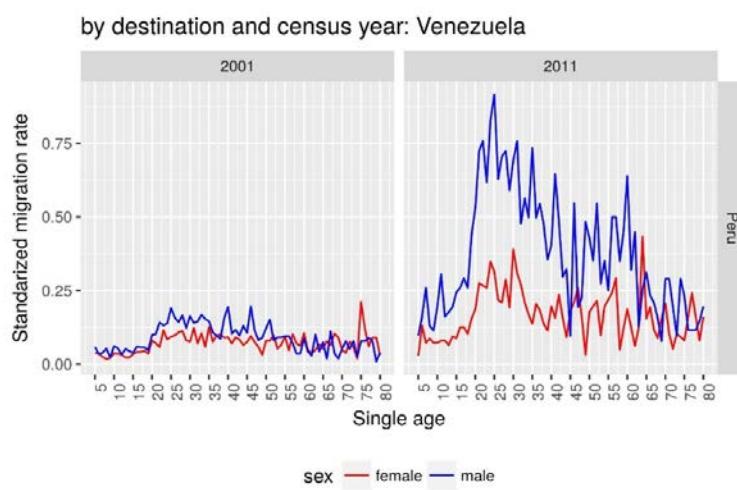
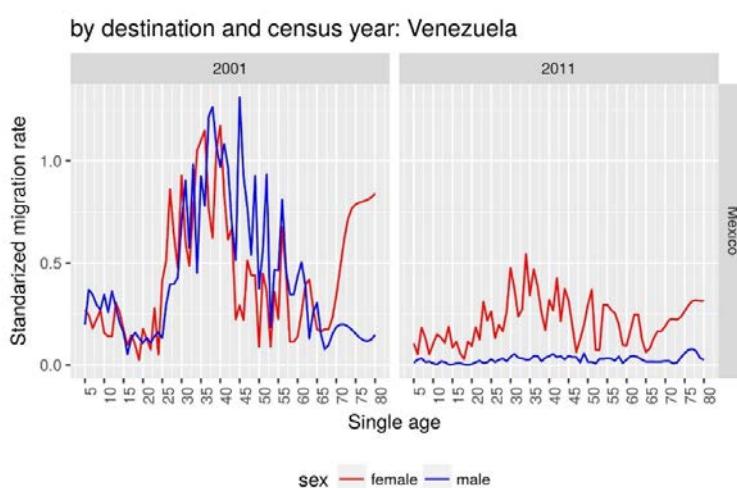
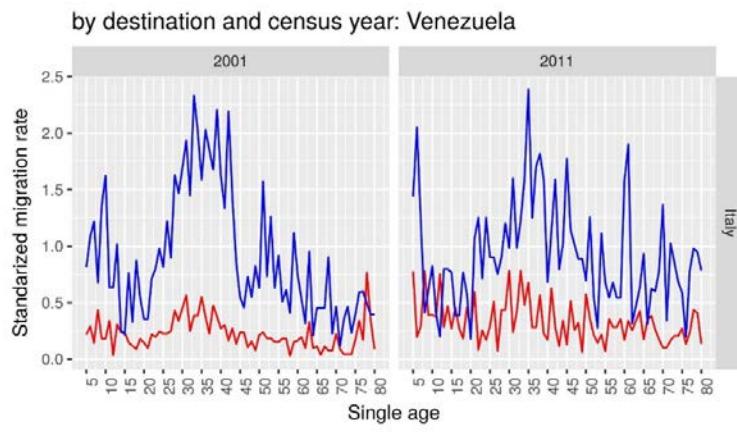
by destination and census year: Venezuela



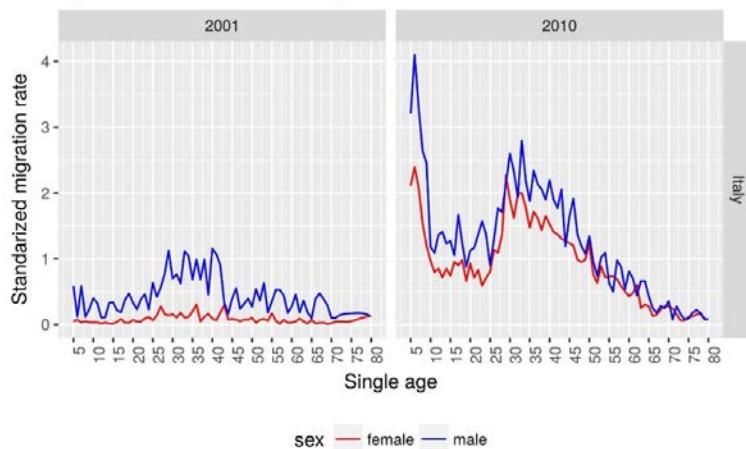
by destination and census year: Venezuela



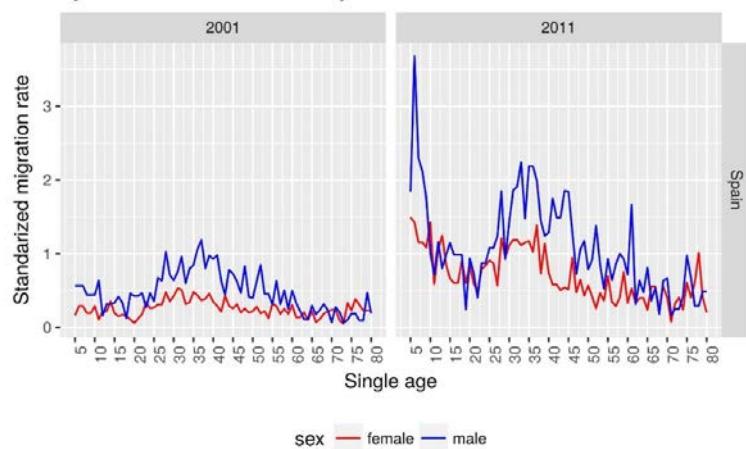




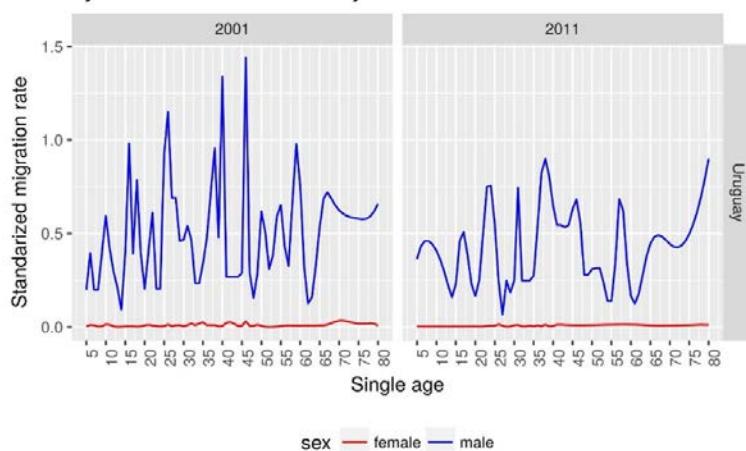
by destination and census year: Ecuador



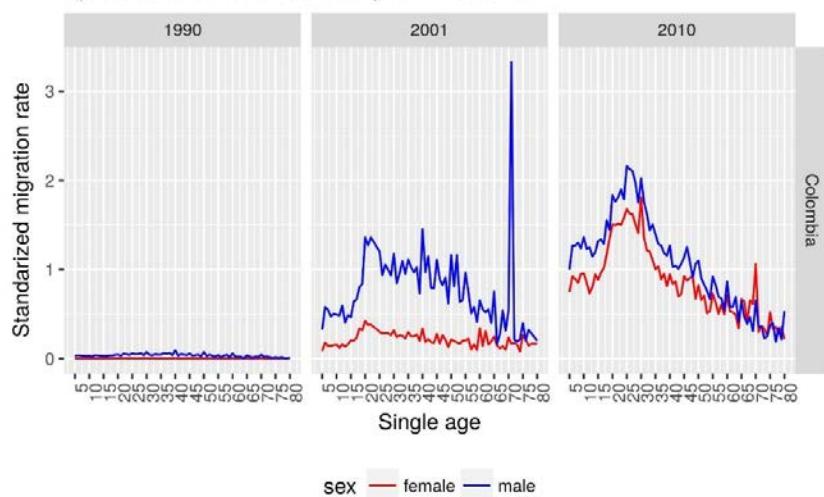
by destination and census year: Venezuela



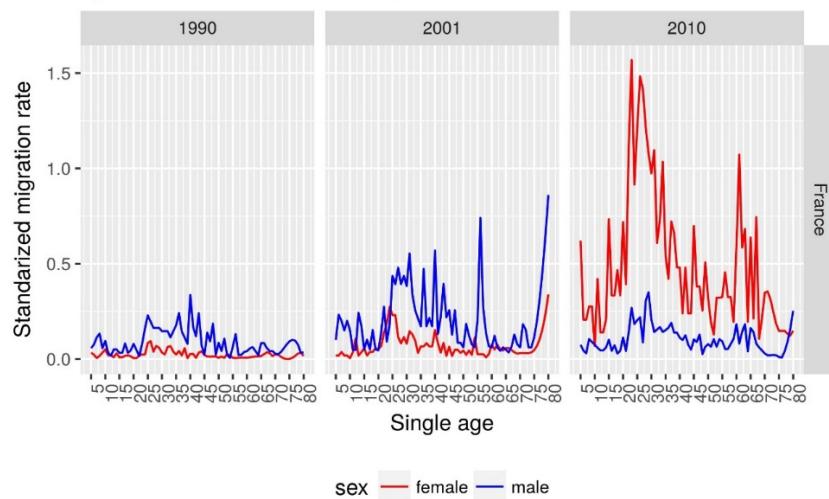
by destination and census year: Venezuela



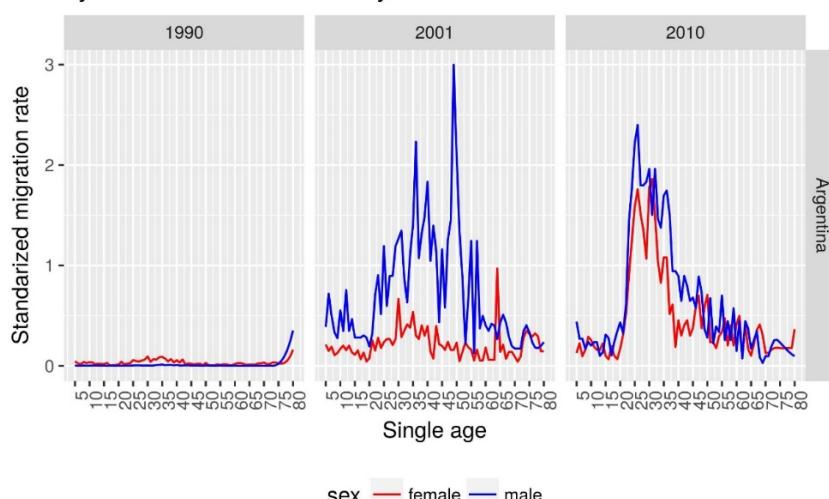
by destination and census year: Ecuador



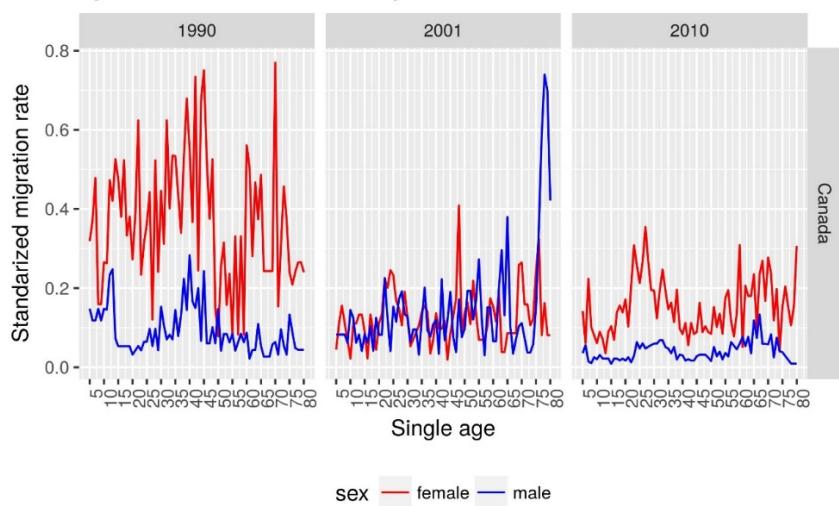
by destination and census year: Ecuador



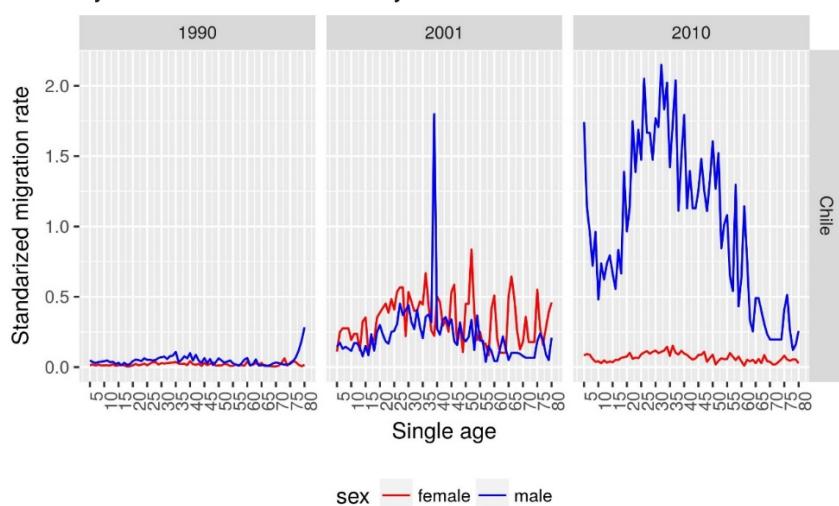
by destination and census year: Ecuador



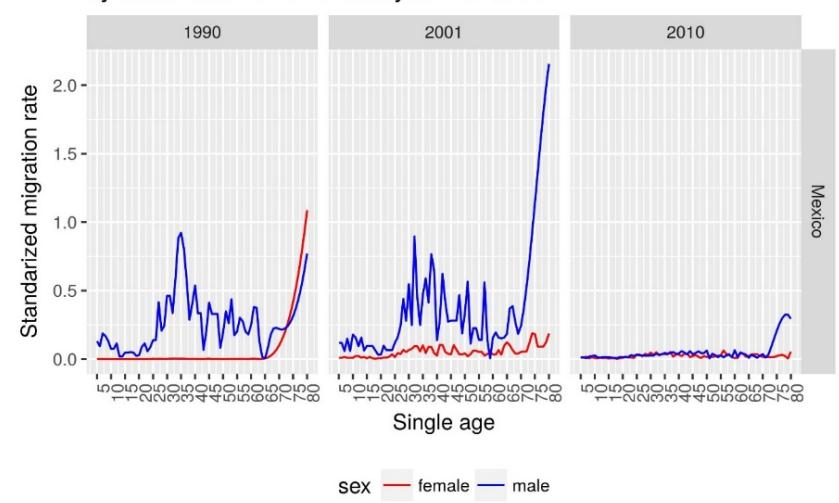
by destination and census year: Ecuador



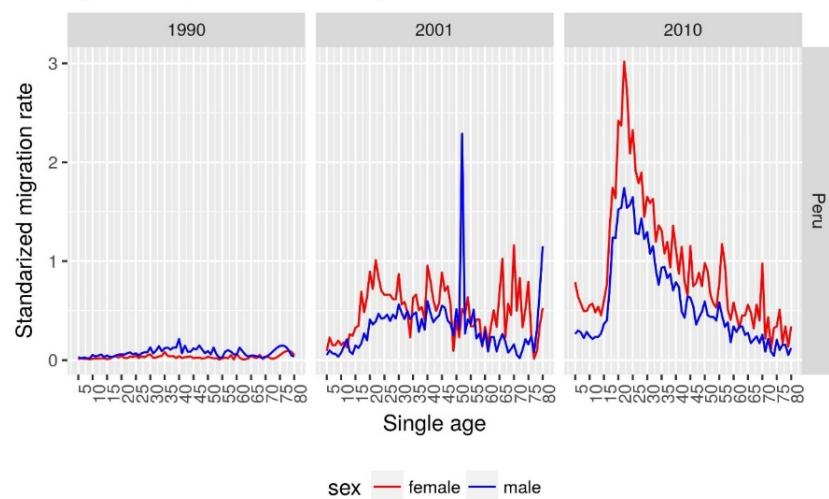
by destination and census year: Ecuador



by destination and census year: Ecuador



by destination and census year: Ecuador



by destination and census year: Ecuador

