Equilibrio general y análisis input-output

Manuel Alejandro Cardenete[a], Ana-Isabel Guerra[b] , Ferran Sancho[c]

[a] Departamento de Economía, Universidad Loyola Andalucía, Sevilla, España.
[b] Departamento de Economía Internacional, Universidad de Granada, Granada, España.
[c] Departamento de Economía, Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra, España.

Versión revisada en Marzo 2024

Resumen

Tras revisar las diferencias entre el análisis de equilibrio parcial y de equilibrio general, este texto explora los vínculos existentes entre los modelos de equilibrio general computacional y el modelo input-output tanto en su versión de cantidades como de precios. Asimismo se presentan formalmente las propiedades positivas del equilibrio general Walrasiano: unicidad y existencia, conectándolas con el análisis de estática comparativa que se utiliza regularmente un modelo input-output (I-O). Por último, se presenta un ejemplo práctico en el que se hace necesario el uso complementario de un modelo input-output de cantidades y un modelo de equilibrio general computacional: la evaluación del efecto rebote 'total', o de equilibrio general, asociado a las políticas de eficiencia energética. Este ejemplo permite ilustrar algunas de las similitudes y diferencias existentes entre estos modelos.

Palabras Clave

Equilibrio General, Modelos de Equilibrio General Computable, Modelos Input-Output.

1. SOBRE LA NATURALEZA DE LA MODELIZACIÓN EN ECONOMÍA

Partiendo de una visión puramente teórica, en microeconomía es habitual clasificar los modelos económicos en dos grandes tipos: modelos de equilibrio parcial y modelos de equilibrio general. Esta distinción clasifica un modelo micro en función de su ámbito de aplicación –local o global– aunque en ambos casos la determinación de precios y cantidades constituye su razón de ser. Un modelo de equilibrio parcial es aquel que persigue explicar el funcionamiento de un único mercado, omitiendo cualquier interrelación externa al mercado en cuestión. Esto es, haciendo uso de la expresión 'ceteris paribus', tan recurrente entre los economistas. En contraste, un modelo de equilibrio general es aquel en el que intervienen distintos mercados que operan simultáneamente y cuyo funcionamiento interactivo constituye la esencia del análisis.

En definitiva, podemos alinear los modelos micro en un intervalo cuyos extremos serían, por una parte, un modelo en el que se determina un único precio y una única cantidad i.e. un modelo de equilibrio parcial; por otra parte, tendríamos un modelo en el que se determinan los precios de todos los bienes y todos los niveles intercambiados a esos precios i.e. un modelo de equilibrio general. Entre ambos extremos existe toda una constelación de modelos con grados distintos en relación a cuán 'generales' son. La decisión, por ejemplo, de qué desagregación de bienes compone una economía es un determinante asimismo de cuán 'general' es un modelo. Sin duda, un modelo que cataloga 1000 bienes distintos es más 'general' que un modelo que solo distingue 10 bienes en una economía. Por el mismo motivo, un modelo que incluye un único consumidor representativo del conjunto de las familias u hogares es menos 'general' que un modelo conceptualmente idéntico que incorpora una clasificación más refinada (socioeconómica, demográfica, o laboral) de las familias. En definitiva, el grado de detalle descriptivo es un elemento relevante para otorgar a un modelo económico un plus de 'generalidad'. Pero siendo relevante desde una perspectiva empírica, este aspecto no es, para los economistas académicos, metodológicamente determinante. Desde la perspectiva de estos economistas lo que más cuenta es si un modelo es capaz de determinar simultáneamente el conjunto de variables basales que rigen el funcionamiento de una economía y sus mercados. Estas variables basales son los precios y las cantidades intercambiadas de todos los bienes y servicios, para un nivel dado de agregación. Un modelo de equilibrio general ha de ser capaz de explicar estas variables y hacerlo siguiendo la lógica que dicta la teoría económica.

La importancia de disponer de modelos económicos es doble. En primer lugar, un modelo es una cápsula en la que se incorporan un subconjunto de las interacciones presentes en los mercados. En este sentido, un modelo es simplemente un artefacto explicativo al servicio de los economistas para acercarse paulatinamente a entender los mecanismos interactivos presentes en la realidad económica. Cuando los economistas tienen éxito en la construcción de modelos de estas características, el resultado suele ser que dichos modelos permiten revelar y visualizar la lógica del comportamiento de las variables basales, previamente desconocida o sólo parcialmente conocida o intuida.

El segundo aspecto es la necesidad de ir más allá de les explicaciones fundamentadas que ofrece un modelo en relación con el comportamiento de las variables basales. En otras palabras, el aspecto aplicado de los modelos teóricos. Especialmente es así cuando un modelo debe trascender del nivel conceptual habitual del libro de texto o de la revista

académica y se le requiere, por ejemplo, que evalúe de forma cuantitativa el efecto de una determinada política. A título de ejemplo, sabemos que un aumento de un impuesto indirecto sobre el café producirá un empuje al alza sobre el precio del café. También sabemos que ese empuje al alza sobre el precio del café tendrá un efecto depresivo sobre su demanda y un efecto incremental sobre la demanda de los bienes sustitutivos del café, como el té. No sabemos, sin embargo, si la recaudación fiscal sobre el consumo de café aumentará o caerá. Si la respuesta al incremento del impuesto sobre el café es una caída de la demanda de café más intensa que el propio aumento del precio inducido por el nuevo tipo impositivo, la recaudación asociada al consumo de café disminuirá. Sin embargo, la recaudación asociada al consumo de té puede de hecho aumentar como resultado de haberse estimulado su demanda por el encarecimiento del café. Una pregunta aparentemente simple, cuál es el efecto de un impuesto indirecto, resulta tener una respuesta más compleja de la esperada. En definitiva, los economistas necesitamos que los modelos ofrezcan no solo respuestas cualitativas (saber el 'qué' y entender el 'porqué') sino también aproximaciones cuantitativas (medir el 'cuánto' e identificar el 'dónde').

Siguiendo esta línea argumental podemos distinguir dos niveles de modelización económica: la conceptual o teórica (cualitativa) y la empírica o aplicada (cuantitativa) y es asimismo obvio que la segunda ha de seguir necesariamente a la primera, pues la complementa y enriquece. En la modelización del equilibrio general estos dos niveles han sido objeto de desarrollos múltiples y como resultado han surgido algunos de los elementos centrales que componen la base del análisis económico moderno. No está de más recordar que fue Léon Walras (Walras,1874) quien primero formuló la idea de equilibrio general como un sistema de ecuaciones que recogen las interacciones entre ofertas y demandas. La solución de este sistema de ecuaciones indica qué precios, para todos los bienes y servicios, permiten que se igualen las demandas con las ofertas, de nuevo para todos los bienes y servicios. El análisis de Walras, sin embargo, es limitado pues no ofrece una argumentación demostrable en términos matemáticos de la coherencia interna de su propuesta, es decir, que el sistema de ecuaciones de mercado tenga una solución. En el caso de Walras, si el sistema fuese lineal y las ecuaciones fuesen efectivamente independientes entre sí, entonces se podría afirmar que el sistema de ecuaciones tiene efectivamente una solución. Sin embargo, se sabe que las ecuaciones de mercado no son ni lineales ni independientes entre sí.

Matemáticamente hablando es bien sabido que no es suficiente que el número de ecuaciones coincida con el número de incógnitas para que un sistema tenga una solución i.e. Teorema de Rouché-Frobenius. Es evidente que otras técnicas matemáticas más avanzadas son necesarias para poder tratar la problemática del equilibrio económico general. El enfoque iniciado por Wald (1935) y culminado posteriormente por Arrow y Debreu (1954) y Debreu (1959), entre otros destacados economistas, persigue precisamente establecer las condiciones matemáticas que garantizan que un sistema de equilibrio general tenga una solución, i.e. un vector de precios, que coordina todas las demandas con todas las ofertas, y que, en consecuencia determina las cantidades de equilibrio. El uso de potentes instrumentos tomados prestados del análisis matemático y de la topología, como son los teoremas de punto fijo (e.g. Brouwer, 1911-1912), permite ofrecer una respuesta satisfactoria a la pregunta clave sobre la existencia de un equilibrio económico general. En situaciones relativamente razonables sobre las características de la economía, y que se describen en los libros de texto avanzados, un equilibrio siempre existirá como solución a un sistema de ecuaciones de mercado. Una

segunda consideración relevante sobre la solución de un sistema de ecuaciones de mercado es si la solución, en caso de existir, es única. La unicidad es importante para garantizar que los ejercicios de estática comparativa, los cuales permiten cotejar equilibrios distintos, satisfagan un criterio natural de continuidad. Sin la propiedad de unicidad, una economía podría saltar entre equilibrios estructuralmente diferentes en respuesta a cambios exógenos y la explicación intuitiva del porqué de los cambios, necesaria e imprescindible para entender los resultados y comunicarlos, podría ser peligrosamente errónea. Más adelante ilustraremos estos posibles peligros de forma gráfica.

En resumen, un modelo de equilibrio general es una representación idealizada de las características básicas de un sistema económico que incluye una descripción desagregada y detallada de los principales actores económicos: consumidores, empresas, gobierno y sector exterior. Por razones exclusivamente de simplicidad expositiva, clasificaremos estos modelos en dos categorías o tipos de modelos (i.e. los lineales y los no-lineales). Entre los primeros incluimos el modelo clásico input-output (I-O) de Leontief (1941) y entre los segundos los modelos de equilibrio general Walrasiano, y en ambos casos enfatizaremos su importancia en las aplicaciones.

2. EL MODELO INPUT-OUTPUT: UN CASO PARTICULAR DE LOS MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL APLICADO.

En un modelo de equilibrio general estándar las interacciones entre las fuerzas de la oferta y la demanda determinan simultáneamente la estructura del equilibrio que, de manera general, queda definido por un vector de precios **p** y uno de cantidades **q**, un par (**q, p**) que representa el conjunto de variables que el modelo determina. Además, podemos representar todas las variables exógenas que afectan a un estado de equilibrio por un vector **x**. Este estado se representa simbólicamente por una función F tal que se verifica la propiedad (**q**, **p**) = F(**q**, **p**, **x**). Por tanto (**q**, **p**) es un punto fijo de la función F para una configuración dada de **x**. Siguiendo el desarrollo de Cardenete y Sancho (2013) podemos separar ahora F en sus dos componentes de manera que $F = F^{\mathbf{q}} \times F^{\mathbf{p}}$ permite representar las funciones que gobiernan la estructura de equilibrio general de la economía para cantidades **q** y precios **p**:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= F^{\mathbf{q}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{x}) \\ \mathbf{p} &= F^{\mathbf{p}}(\mathbf{q}, \mathbf{p}, \mathbf{x}) \end{aligned} \qquad (1)$$

Por otra parte, es relativamente sencillo visualizar, usando los instrumentos del cálculo diferencial, cómo el equilibrio inicial o '*benchmark*', de la economía se vería afectado por un cambio $d\mathbf{x}$ que se produjese en la variable exógena **x**. Diferenciando en la Expresión (1) se obtiene:

$$\begin{aligned} d\mathbf{q} &= \mathbf{M}_{qq} d\mathbf{q} + \mathbf{M}_{qp} d\mathbf{p} + \mathbf{M}_{qx} d\mathbf{x} \\ d\mathbf{p} &= \mathbf{M}_{pq} d\mathbf{q} + \mathbf{M}_{pp} d\mathbf{p} + \mathbf{M}_{px} d\mathbf{x} \end{aligned} \qquad (2)$$

En la Expresión (2), y para simplificar, adoptamos la convención rotacional $\mathbf{M}_{qq} = \partial F^q(\mathbf{q},\mathbf{p},\mathbf{x}) / \partial \mathbf{q}$, $\mathbf{M}_{qp} = \partial F^q(\mathbf{q},\mathbf{p},\mathbf{x}) / \partial \mathbf{p}$, etc. Obsérvese pues que $\mathbf{M}_{qq}$ es una matriz cuadrada y de dimensión *n* de derivadas parciales; igualmente interpretables como derivadas parciales son el resto de matrices en la Expresión (2). A continuación estudiaremos como, en equilibrio, variaciones de **x** afectan las cantidades y los precios. Para ello resolvemos para *d***p** en la segunda ecuación de la Expresión 2 y obtenemos:

$$d\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}(\mathbf{M}_{pq} d\mathbf{q} + \mathbf{M}_{px} d\mathbf{x}) \tag{3}$$

que substituida en la primera ecuación del sistema en (2) da lugar a:

$$d\mathbf{q} = \mathbf{M}_{qq} d\mathbf{q} + \mathbf{M}_{qp}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}(\mathbf{M}_{pq} d\mathbf{q} + \mathbf{M}_{px} d\mathbf{x}) + \mathbf{M}_{qx} d\mathbf{x} \tag{4}$$

Agrupamos los términos en (4):

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{M}_{qq} + \mathbf{M}_{qp}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}\mathbf{M}_{pq}) d\mathbf{q} + (\mathbf{M}_{qx} + \mathbf{M}_{qp}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}\mathbf{M}_{px}) d\mathbf{x} \tag{5}$$

Resolvemos finalmente para *d***q** en (5):

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{I} - (\mathbf{M}_{qq} + \mathbf{M}_{qp}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}\mathbf{M}_{pq}))^{-1}(\mathbf{M}_{qx} + \mathbf{M}_{qp}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}\mathbf{M}_{px}) d\mathbf{x} \tag{6}$$

Esta expresión, nada simple a primera vista, capta los efectos que los cambios exógenos *d***x** ejercen en las producciones de equilibrio *d***q** y revela los distintos circuitos de influencia que se transmiten a través de las matrices de derivadas parciales así como de sus interrelaciones.

Para apreciar la relación del modelo de equilibrio general con el modelo I-O recordamos que, en este último, los precios y las cantidades se determinan aislada e independientemente. Usando la terminología de las matrices de derivadas parciales ello quiere decir que $\mathbf{M}_{pq} = \mathbf{M}_{qp} = \mathbf{0}$. Al introducir esta restricción específica del modelo I-O en la Ecuación (6) obtendremos:

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_{qq})^{-1}\mathbf{M}_{qx} d\mathbf{x} \tag{7}$$

Si comparamos la Expresión en (7) con la solución de equilibrio del denominado modelo I-O de cantidades:

$$d\mathbf{q} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} d\mathbf{f} \tag{8}$$

donde **A** es una matriz cuadrada de orden *n*, no-negativa, que incorpora los coeficientes técnicos materiales y **f** es un vector que representa la demanda sectorial final de la economía, una magnitud que se considera exógena en el modelo I-O de cantidades. En consecuencia, considerando la Ecuación (8) de cantidades del modelo I-O podemos ver, rápidamente, que su correspondencia es $\mathbf{M}_{qq} = \mathbf{A}$ y $\mathbf{M}_{qx} d\mathbf{x} = d\mathbf{f}$. Esta correspondencia directa justifica la afirmación que el modelo I-O de cantidades es un modelo de equilibrio general. Obsérvese que, en este modelo, la matriz que refleja la 'dimensión'

del impacto directo derivado de una variación unitaria en la demanda final $\mathbf{M}_{qx}$ es la matriz identidad **I**. Esto es, un aumento (disminución) de la demanda final de un sector o grupo de sectores, pongamos de un 10%, supondrá como mínimo (efecto directo) un aumento (disminución) de un 10 % en la producción inicial de dicho sector o sectores para que así la oferta inicie su ajuste a la demanda.

Consideraciones similares se siguen para el denominado modelo I-O de precios. En este caso, la solución en términos de precios al sistema descrito en (2) sería:

$$d\mathbf{p} = (\mathbf{I} - (\mathbf{M}_{pp} + \mathbf{M}_{pq}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{qq})^{-1}\mathbf{M}_{qp}))^{-1}(\mathbf{M}_{px} + \mathbf{M}_{pq}(\mathbf{I} - \mathbf{M}_{qq})^{-1}\mathbf{M}_{qx})d\mathbf{x} \qquad (9)$$

Incorporando de nuevo la propiedad de 'independencia' entre precios y cantidades específica del modelo I-O (y conocida como dicotomía clásica) en la Expresión (9) obtendríamos:

$$d\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{M}_{pp})^{-1}\mathbf{M}_{px}d\mathbf{x} \qquad (10)$$

Es posible ver, por otra parte, que el modelo I-O de precios adopta la siguiente expresión:

$$d\mathbf{p} = (\mathbf{I} - \mathbf{A}')^{-1}d\mathbf{v} \qquad (11)$$

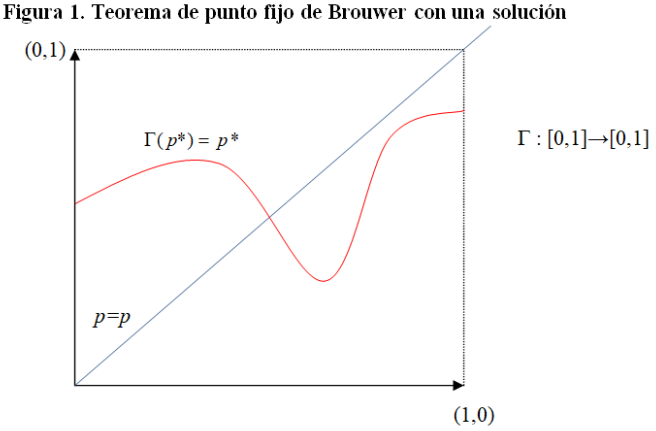
En la Ecuación (11), la variable exógena del modelo, **v**, es un vector que recoge el valor añadido o coste de los factores primarios por unidad de producto en cada sector y $\mathbf{A}'$ es la matriz transpuesta de $\mathbf{A}$. En este caso, la relación entre los componentes de las Expresiones (10) y (11) sería la siguiente: $\mathbf{M}_{pp} = \mathbf{A}'$ y $\mathbf{M}_{px}d\mathbf{x} = d\mathbf{v}$. Al igual que el modelo de cantidades de Leontief de (8), la envergadura del impacto directo también es unitaria (i.e., $\mathbf{M}_{px} = \mathbf{I}$) ya que, un incremento (caída) en el coste del valor añadido de un sector o grupo de sectores, por ejemplo, del 10% también dará lugar como mínimo a un incremento (caída) de un 10% en el coste o precio por unidad de producto de dicho sector o sectores. Puesto que adoptamos una situación de competencia perfecta, el ingreso unitario (i.e., el precio) será igual al coste marginal que, bajo rendimientos constantes a escala, coincide con el coste unitario. El impacto endógeno total recogido en $d\mathbf{p}$ será la suma del impacto directo (i.e., $d\mathbf{v}$) y del indirecto, resultado de las subsequentes iteraciones de efectos de segundo y mayor orden; en otras palabras de la suma de la serie $\mathbf{A}'d\mathbf{v} + (\mathbf{A}')^2 d\mathbf{v} + ... + (\mathbf{A}')^k d\mathbf{v} + ...$

3. LAS PROPIEDADES DEL EQUILIBRIO: EXISTENCIA Y UNICIDAD.

Las condiciones sobre las características de las preferencias de los consumidores y la tecnología de los sectores productivos que garantizan la existencia de un equilibrio son bien conocidas y han sido descritas ampliamente en la literatura (convexidad, continuidad, completitud, etc.). No es este el sitio donde desarrollarlas ni discutirlas, simplemente las aceptamos y las definimos como 'razonables'. Una discusión menos común y también menos conocida tiene que ver con la unicidad del equilibrio.

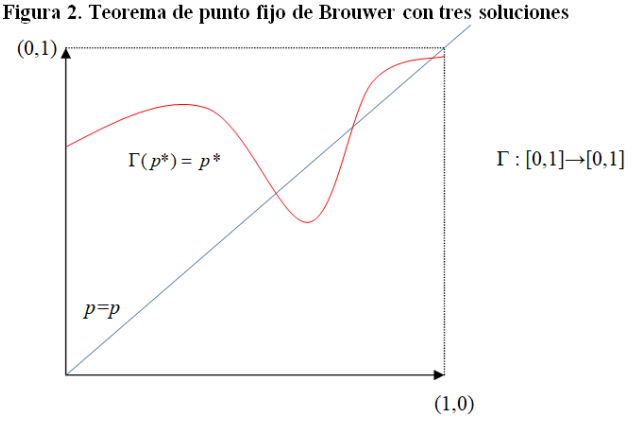
El concepto de unicidad es especialmente relevante cuando usamos los modelos de equilibrio general como instrumento de simulación para el análisis de las políticas públicas. Veamos brevemente el porqué. Gracias a Debreu, Arrow y otros reconocidos economistas se demostró que un equilibrio económico se puede representar por un punto fijo de una función. El teorema del punto fijo de Brouwer (Brouwer,1911-12), por ejemplo, establece que toda función continua definida en un conjunto compacto y convexo y con recorrido en el mismo conjunto tiene necesariamente un punto fijo. En el caso unidimensional, si consideramos una función continua $\Gamma:[0,1]\rightarrow[0,1]$, entonces siempre existe algún $p^*\in[0,1]$ con la propiedad de que esta función transforma el punto p^* en sí mismo: $\Gamma(p^*)=p^*$. Dicho de otra manera, el valor de p^* en el conjunto origen y su correspondiente valor en el conjunto imagen coinciden. La Figura 1 muestra un ejemplo. Observemos que no importa como dibujemos la función Γ (la curva de color), mientras ésta sea continua ha de tocar la recta de 45º en uno de sus puntos. En este caso visualizamos un único punto fijo que resulta de la 'intersección' de la función Γ con la recta de 45º.

Figura 1. Teorema de punto fijo de Brouwer con una solución



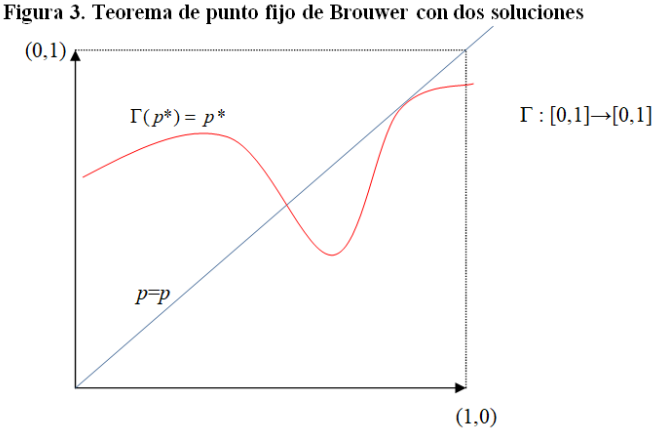
La Figura 2 muestra otro ejemplo, en esta ocasión con tres puntos fijos que se corresponderían con tres equilibrios distintos. Como en el caso anterior los tres equilibrios resultan también de la 'intersección' de la función Γ con la recta de 45º.

Figura 2. Teorema de punto fijo de Brouwer con tres soluciones



El tercer ejemplo presentado en la Figura 3, sin embargo, es peculiar y merece un comentario aparte. Contiene dos equilibrios, el primero, una vez más, como resultado de una intersección mientras que el segundo aparece como resultado de una 'tangencia' de la curva Γ con la recta de 45º. En los dos primeros casos de las Figuras 1 y 2, cuando los equilibrios son resultado de una intersección o corte, el número de equilibrios era impar; en presencia de una tangencia, en contraste, el número de equilibrios es par. La cuestión importante es hasta qué punto una situación en la que el número de equilibrios es impar (Figura 1 y 2) en presencia de intersecciones es más (o menos) común que la presencia de un número par de equilibrios (Figura 3). La respuesta, debida una vez más al trabajo de Debreu (1970), la encontramos en uno de los resultados más profundos e impactantes de la teoría económica moderna. Debreu categoriza el conjunto de todas las economías razonables concebibles en dos tipos. Las primeras son las economías denominadas '*regulares*' y se caracterizan por ofrecer una situación de intersección como las presentadas en las Figuras 1 y 2. Obsérvense tres aspectos importantes de las economías regulares; a saber, que el número de equilibrios es impar, que los equilibrios son localmente únicos, y que gozan de una propiedad de continuidad que implica que pequeñas perturbaciones o desplazamientos de la función Γ mantienen el número de equilibrios de la economía. En una economía como la del Figura 3 estas propiedades no se cumplen necesariamente: el número de equilibrios no sólo es par sino que un pequeña perturbación de Γ cambia el número de equilibrios bien a 3 o bien a 1, según sea el tipo de perturbación. Una economía de estas características, en la que una mínima perturbación altera el número de equilibrios de la economía, se denomina '*no-regular*' o '*crítica*'.

Figura 3. Teorema de punto fijo de Brouwer con dos soluciones

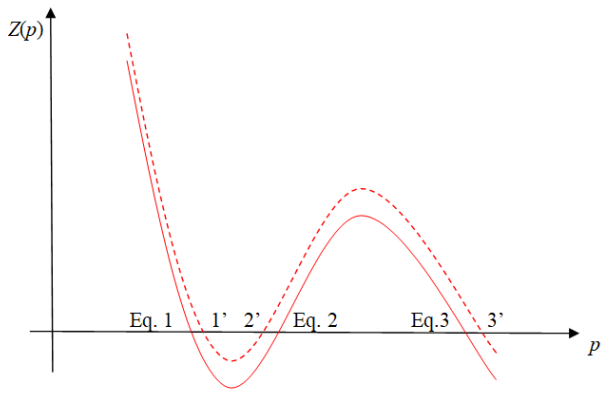


El resultado de Debreu, que usa una propiedad matemática conocida como teorema de Sard (1942), demuestra que el conjunto de las economías no-regulares es de medida cero; en otras palabras, matemáticamente insignificante. En lenguaje probabilístico, si dispusiéramos de una urna que contuviera todas las posibles economías y extrajéramos una al azar de dicha urna, con probabilidad 1 la economía sería regular, o alternativamente con probabilidad 0 sería no-regular. El resultado es ciertamente espectacular y hasta cierto punto sorprendente, pero verdadero en cualquier caso en sentido matemático. ¡Podemos concebir teóricamente economías no-regulares pero en la práctica son irrelevantes!

La importancia de este resultado de unicidad local genérica en economía aplicada es enorme pues fundamenta la corrección de los ejercicios habituales de estática comparativa, al menos de forma local. En efecto, cualquier análisis de estática comparativa consiste en carear dos equilibrios para vislumbrar los posibles efectos de una política pública, o de cualquier otro cambio exógeno. La comparación, por supuesto, ha de tener sentido y ello requiere que los equilibrios comparados sean estructuralmente similares. De hecho, la perturbación externa modifica la situación del equilibrio base de forma continua y lo transforma en un equilibrio vecino que es, de hecho, una transformación del equilibrio original una vez la economía ha absorbido el impacto del cambio externo.

La Figura 4 ilustra esta idea usando una función de exceso de demanda $Z(p)$ de un determinado bien o mercado. Con este instrumento un equilibrio ocurre cuando $Z(p)=0$.Tenemos pues tres equilibrios iniciales Eq. 1, Eq. 2 y Eq. 3 en la Figura 4 que se corresponden con los 'ceros' de la función Z que se representa como una función continua. Introducimos a continuación una perturbación exógena (e.g. una política pública que modifica un impuesto). Esta perturbación modifica la posición de la función Z que aparece ahora dibujada con trazo discontinuo y cuyos equilibrios son los nuevos 'ceros' de la función Z perturbada (i.e. Eq 1´, Eq. 2´, Eq. 3´).Un 'buen' ejercicio de estática comparativa consistiría en comparar el Eq. 1 con Eq.1´ (de forma análoga, Eq.2 con Eq2´ y Eq.3 con Eq.3´). Un 'mal' ejercicio sería comparar el Eq. 1 con el Eq 3´ pues esta comparativa no es el resultado de un cambio continuo ejercido sobre el Eq. 1 sino un salto entre equilibrios estructuralmente distintos. Cualquier conclusión basada en esta comparativa 'mala' podría generar conclusiones de política económica profundamente erróneas pues estarían basadas en apriorismos interpretativos construidos bajo un criterio, falso de hecho, de perturbación continua del estado inicial de equilibrio.

Figura 4. Equilibrio desde la perspectiva de la función de exceso de demanda



Un salto entre equilibrios estructuralmente distintos es efectivamente posible pero no tenemos instrumentos claros para detectar si tal transición ha tenido lugar ni que factores la propician. No obstante, si el equilibrio fuese globalmente único, este peligro no existiría pues siempre compararíamos los efectos de cambios exógenos sobre un mismo tipo de equilibrio. En un escenario de unicidad global la posibilidad de saltos quedaría siempre descartada y no sería necesario que los ejercicios de estática

comparativa se limitaran, por prudencia metodológica, a considerar pequeños cambios exógenos. La teoría económica nos enseña, sin embargo, que la unicidad global en un modelo de equilibrio general no se puede garantizar excepto en condiciones que no se han considerado suficientemente razonables pues no recaen sobre las características de los agentes económicos sino sobre las funciones agregadas de demanda.

La unicidad local que el teorema de Debreu (1970) garantiza con probabilidad 1 es el mejor soporte teórico que tenemos para fundamentar el análisis de simulación y la estática comparativa. Pequeños cambios en variables exógenas, por continuidad, permiten comparar los cambios inducidos en un tipo de equilibrio. El peligro de un salto estructural estará, en teoría, siempre presente como resultado de un cambio que no esté suficientemente controlado dentro de lo que debe entenderse por un cambio pequeño. Si tomamos el ejemplo de la Figura 4 y desplazamos suficientemente la función a trazos *Z* hacia arriba podemos visualizar como desaparecerían los equilibrios 1´ y 2´ y solo permanecería el tipo de equilibrio catalogado como 3´. Evidentemente, hemos forzado esta situación con un cambio que no es 'pequeño' en el sentido matemático de la palabra, pero que permite vislumbrar con claridad la situación de cambio estructural que se produciría en la configuración del equilibrio económico.

La teoría económica zanja en un sentido bastante definitivo la cuestión de la unicidad del equilibrio y establece, en primer lugar, que la regla genérica de unicidad es la que corresponde a las economías regulares, en las que los equilibrios son finitos en número impar y localmente únicos, y, en segundo lugar, que la unicidad global en los modelos estándar de equilibrio general tiene un soporte teórico de difícil justificación y consecuentemente restrictivo. No obstante, ello no es impedimento para que quede abierta la cuestión de la observancia empírica del número de equilibrios en los modelos aplicados. En otras palabras, qué se puede concluir en relación a la unicidad a partir del uso práctico de los modelos de equilibrio general en el análisis aplicado.

Esta es la pregunta que se formulan Kehoe y Whalley (1985). Su análisis consiste en una exploración sistemática de los resultados de búsqueda de equilibrio de los algoritmos de convergencia usados en modelos de equilibrio general aplicado con características estándar, como son los modelos de Fullerton et al. (1981) y Kehoe y Serra-Puche (1983). En este tipo de modelos de equilibrio general, comunes en la literatura empírica, Kehoe y Whalley encuentran computacionalmente que el equilibrio es globalmente único. Si bien la teoría nos dice que esta propiedad de unicidad global no puede en ningún caso ser universal, la consecuencia heurística es que la propiedad de unicidad global en los modelos que comparten estas características estándar es, en la práctica, prevalente.[1] En definitiva, los modelos Walrasianos de equilibrio general que conocemos como modelos CGE ('Computable'–también conocidos cómo 'Applied'–'General Equilibrium') (Shoven y Whalley, 1992) en su estructura más habitual y popular van a satisfacer en la práctica una propiedad de unicidad global, aunque de ningún modo exista una garantía teórica que sustente esta particularidad.

En la Sección 2 previa comprobamos formalmente que un modelo I-O es, en efecto, un miembro de la clase de los modelos de equilibrio general, aunque con algunas particularidades relevantes como es la dicotomía entre precios y cantidades y su mayor simplicidad conceptual. La cuestión de la unicidad en el modelo I-O es más sencilla de

[1] Véase a este efecto el contraejemplo con múltiples equilibrios de T. Kehoe (Kehoe, 1984).

responder. De la ecuación de cantidades del modelo expuesta en la Expresión (8) observamos que los niveles de output **q** serán únicos y tendrán sentido económico dado un nivel inicial de demanda final **f** siempre que la matriz inversa $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ sea calculable y en este caso sea no-negativa. La existencia de una matriz inversa con esta propiedad depende de una condición de productividad de la matriz de coeficientes técnicos **A**. El significado económico de esta condición está directamente ligado a la capacidad de la economía de poder generar un excedente económico en términos físicos. En términos matemáticos la condición puede expresarse usando la teoría de los vectores y valores propios sobre la matriz **A** o la denominada condición de Hawkins-Simon sobre los menores principales de la matriz $(\mathbf{I}-\mathbf{A})$ (Vegara, 1979). Si la matriz **A** satisface la condición de productividad, entonces la inversa $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ existe, es única y además es no-negativa. El modelo I-O tiene una solución única global y los ejercicios de estática comparativa están justificados, y no sólo localmente. Idénticas consideraciones se aplican, obviamente, al modelo de precios de Leontief expuesto en la Expresión (11).

No obstante esta observación y en línea con la tradición en la literatura, a efectos meramente expositivos procedemos a clasificar los modelos de equilibrio general en dos grandes tipos: los lineales, del estilo I-O básico descrito aquí, y los que contienen elementos no-lineales en su estructura[2], como corresponde a los modelos CGE antes mencionados.

4. DE LA TEORÍA A LA PRÁCTICA: LOS MODELOS APLICADOS

En ambos casos, modelos lineales I-O y modelos no-lineales CGE, el interés que presentan estas dos opciones de modelización descansa fuertemente en su capacidad operativa para tratar de forma empíricamente cuestiones económicas relevantes ofreciendo una valoración cuantitativa. En su versión empírica, ambas líneas de trabajo ofrecen instrumentos de análisis con la garantía de estar construidas sobre una base teórica consistente y bien definida y con un sólido soporte empírico a su estructura conceptual. El soporte empírico, elaborado en base a una detallada representación estadística de la economía, dota a estos modelos de la capacidad operativa que les permite trascender de las aproximaciones cualitativas y centrarse en las evaluaciones cuantitativas, ofreciendo resultados de simulación que permiten determinar el grado de intensidad de los efectos inducidos por una determinada política pública. Habitualmente, la representación estadística de la economía se presenta en el formato de una SAM (i.e. 'Social Accounting Matrix') que integra como pieza central la tabla input-output (TIO) de una economía (Stone, 1981).

La conveniencia de reproducir adecuadamente el conjunto de los flujos interindustriales de una economía, que representan la malla de las relaciones de compra y venta realizadas en un período determinado entre todos los sectores productivos, comporta que ambos modelos, I-O y CGE, se construyan de forma habitual pivotando sobre la TIO, pieza estadística a su vez integrada en una SAM. Existen otros aspectos comunes entre ambos tipos de modelos; como ejemplos, podemos mencionar el supuesto de

[2] Sin olvidar que recientemente se han propuesto modelos input-output no lineales con capacidad analítica y fácilmente implementables usando software computacional estándar (Guerra y Sancho, 2014).

rendimientos constantes a escala (proporcionalidad entre inputs y output), la propiedad de producción simple (un sector, un bien), o el enfoque competitivo en el comportamiento de los agentes. También existen diferencias notorias, algunas ya comentadas. Las más destacadas son que en los modelos CGE se recogen explícitamente las interacciones entre precios y cantidades y en consecuencia se contempla la determinación simultánea de precios y cantidades; la posibilidad de incorporar substitución técnica entre factores en respuesta a cambios en los precios relativos; el hecho que las demandas finales dependen asimismo de los precios relativos de bienes y de factores; la presencia del gobierno como agente activo en la captación y redistribución de recursos provenientes del sector privado, en forma de impuestos, subvenciones y demanda de consumo público; o la capacidad de influir sobre el nivel de la oferta de factores primarios.

El conjunto de estas diferencias conduce a que los modelos CGE sean considerablemente más ricos en estructura que los modelos I-O, con un grado de complejidad superior. Esta complejidad adicional de los modelos CGE tiene unos costes de modelización e implementación importantes. Y un comentario de precaución que nunca sobra, a saber, la mayor complejidad de un modelo CGE no es siempre necesaria, depende por supuesto de la cuestión que se desee averiguar y del contexto en el que se formulen las preguntas de interés. Por ejemplo, en un escenario de una economía con una oferta elástica de factores primarios los precios de estos factores de forma natural estarán fijados, o en una economía pequeña en un escenario de comercio los precios internacionales pueden condicionar o eventualmente fijar los precios locales. Igualmente, si el interés radica en medir la contribución directa e indirecta de un sector (en emisiones ambientales, por poner un ejemplo), el modelo I-O es, de nuevo, un instrumento apropiado. Sin embargo, si se desea medir el impacto de un impuesto ambiental –que modificará los precios relativos- la situación es diferente y un modelo CGE es más adecuado. En ciertos casos, un modelo CGE puede ser un artefacto excesivo y, en cambio, un modelo I-O puede ser un instrumento apropiado. No olvidemos el criterio de la navaja de Occam adaptado a la modelización, puesto que una vez contextualizada una cuestión que es objeto de interés la opción analítica más apropiada acostumbra a ser la más simple, no necesariamente la más compleja. Y sin duda, en muchos casos el modelo I-O, simple como es, va a resultar ser el instrumento analítico adecuado.

La búsqueda de un mayor realismo en la modelización económica no ha de ser siempre y ‘per se’ el objetivo final. Contra mayor es el realismo, más compleja es la estructura de un modelo y, de rebote, menos transparente y más pobremente justificada va a ser la interpretación de sus resultados. No olvidemos que el relato pedagógico de los economistas se construye usando la cláusula ‘ceteris paribus’, consistente en tomar todo aquello que se considera que no es suficientemente relevante como constante o dado a la hora de intentar explicar los efectos previsibles resultantes de un cambio externo en una variable. Sin embargo, en un modelo de equilibrio general la cláusula no es literalmente aplicable pues, por la propia naturaleza del modelo, cualquier cambio externo va a producir un sinfín de efectos de mayor o menor intensidad, sin poder preverlos ‘ex ante’, en todas las variables del modelo. ¡Si se pudiesen prever, no necesitaríamos la ayuda de ningún modelo!. Es ilusorio pensar que ‘todo lo demás’ va a permanecer constante, pues ello va en contra de los propios principios del análisis de equilibrio general que recogen en su formalización las interdependencias presentes en la realidad económica. En definitiva, a mayor complejidad en la modelización, mayor va a ser la

dificultad de ofrecer una explicación interpretativa de los resultados suficientemente transparente y, de forma especial, convincente. Este peligro se conoce como síndrome de la caja negra (i.e. '*black box syndrome*') y debe evitarse a cualquier coste. Un resultado de un modelo que no pueda explicarse coherentemente es un reflejo de un modelo excesivo o confusamente diseñado.

En cualquier caso, la implementación de un modelo I-O o de un modelo CGE descansa en los datos de base que describen el estado de la economía. Si aceptamos que este estado base, compuesto por una estructura de flujos que proveen una fotografía exhaustiva de la economía, es la visualización de un equilibrio subyacente, la traducción de este conjunto de datos estadísticos en coeficientes y parámetros de un modelo económico se realiza a través del denominado método de calibración (Mansur y Whalley, 1984, Sancho, 2009). Gracias a este método, las funciones de comportamiento del modelo adquieren coeficientes numéricos a partir de los datos empíricos de base de manera tal que el modelo, una vez incorporados esos coeficientes, es capaz de computar el equilibrio de la economía y, a la vez, reproducir desde la solución del modelo los datos base de la economía, los datos que han sido observados y registrados. De hecho, este es un test imprescindible de consistencia del modelo. Si un modelo no es capaz de reproducir los datos empíricos observados, podemos concluir que o bien alguna asignación de coeficientes a las funciones de comportamiento ha sido involuntaria pero necesariamente errónea, o bien –y esta es una cuestión mucho más grave– la propia estructura del modelo adolece de alguna especificación incorrecta que lo hace internamente inconsistente.

Cuando la asignación numérica de coeficientes a través de la calibración ha procedido correctamente, en el sentido que el modelo reproduce con absoluta exactitud y fidelidad la base de datos empíricos como un equilibrio económico, podemos concluir que el modelo ha superado un test necesario de consistencia constructiva. El modelo es capaz de reproducir los datos registrados de la economía, a su vez, como un equilibrio base, inicial o de referencia.

5. CONSIDERACIONES SOBRE LA BONDAD DE LOS MODELOS APLICADOS.

El test de calibración consistente que hemos descrito, formal en tanto que garantiza un acomodo entre los datos observados, las funciones de comportamiento del modelo y el propio equilibrio de la economía, no supone sin embargo ningún test de bondad del modelo en cuanto a su capacidad predictiva. Un modelo correctamente calibrado reproduce los datos como un equilibrio y en cierto sentido podemos incluso afirmar que 'predice' puntual y correctamente el equilibrio base de la economía. No podemos extrapolar, sin embargo, la calidad de su capacidad predictiva fuera del equilibrio base en respuesta a modificaciones exógenas que conducen la economía a otros equilibrios.

Esta observación responde al hecho que los modelos de equilibrio general no son modelos estadísticos sujetos a los tests de verosimilitud y contraste habituales en econometría. La razón de esta debilidad estadística descansa en la ingente cantidad de parámetros y coeficientes que intervienen en la configuración de un modelo de equilibrio general. Tal es así que el volumen de datos estadísticos que serían necesarios

para poder testar los coeficientes de un modelo de equilibrio general resulta del todo inabordable. Con un cierto grado de simplificación, podemos afirmar que los modelos econométricos tienden a tener una estructura económica simple respaldada por una contrastación econométrica sólida, mientras que los modelos calibrados tienden a poseer una estructura económica más amplia, rica y compleja pero con un fundamento estadístico más bien escaso.

La pregunta relevante pasa a ser cómo podemos testar la capacidad predictiva de un modelo calibrado si no disponemos de un test estadístico apropiado. Una opción pragmática consiste en analizar la capacidad del modelo para replicar la evolución observada de la economía tras adecuar el modelo, en todo aquello que sea posible, a los cambios externos producidos. Transcurrido temporalmente el efecto de una política, y conocida la evolución de las variables económicas, el modelo ajustado se usa para comparar los resultados de simulación con los datos registrados. La proximidad entre simulaciones y resultados registrados informa de hasta qué punto el modelo calibrado es un buen reproductor de los cambios empíricamente observados. Este es el denominado enfoque de 'validación' ex-post definido por Kehoe et al. (1995), De Maio et al. (1999) y más recientemente usado por Cardenete et al. (2012) en el contexto de una economía regional.

La conclusión de estos estudios es que la densa y compleja estructura de los modelos multisectoriales capta suficientemente la evolución de las variables económicas una vez se introducen, en paralelo a las simulaciones de políticas, los ajustes 'ad-hoc' observados en la realidad (y no explicados por el modelo). Un ejemplo sencillo lo ilustrará. En un modelo calibrado se introduce una política de tipo fiscal y se evalúan sus resultados. Con el paso del tiempo se constata que se ha modificado la oferta de trabajo por el cambio demográfico o la inmigración, o el tipo de cambio con el exterior, o bien se ha producido un shock de productividad en algún sector, entre otras muchas circunstancias que se van produciendo en la evolución cotidiana de la economía. Una vez identificados y estimados estos cambios, se introducen en la estructura del modelo y se vuelven a ejecutar las simulaciones. Los nuevos resultados del modelo ajustado, gracias al paso del tiempo, se pueden comparar directamente con el registro estadístico y verificar la proximidad numérica entre ellos. Podemos concluir que a mayor proximidad, mayor bondad de 'validación', en el sentido que los modelos calibrados pueden ser catalogados como predictores condicionales suficientes. Ciertamente este enfoque pone de manifiesto la importancia que puede llegar a tener una correcta definición de la estructura económica y una detallada representación de sus interdependencias, unas propiedades sin duda intrínsecas a las características de los modelos calibrados de equilibrio general.

6. UN EJEMPLO PRÁCTICO DEL USO COMPLEMENTARIO DE LOS MODELOS I-O Y CGE: LA EVALUACIÓN DEL EFECTO REBOTE 'TOTAL'.

En esta sección exponemos un ejemplo concreto en el que se hace imprescindible el uso combinado de un modelo I-O de cantidades y un modelo CGE aprovechando, por tanto,

algunas de sus similitudes y diferencias[3]. El ejemplo hace referencia a la evaluación del denominado efecto rebote 'total' o de equilibrio general que podría derivarse de dichas políticas. De la manera simplificada, el efecto rebote se define como la parte del ahorro energético potencial que se 'pierde' o 'erosiona' como resultado del impacto que las propias mejoras de eficiencia energética tienen sobre los costes o, en situación de competencia perfecta, sobre el coste de los servicios energéticos. En este sentido, el modelo I-O de cantidades permite aproximar el ahorro energético potencial 'total' de las políticas de eficiencia energética ya que, como hemos argumentado anteriormente, ante variaciones en las cantidades de equilibrio, los precios permanecen inalterados en este modelo. El modelo CGE, sin embargo, hace posible el cómputo del ahorro energético efectivo 'total' de dichas políticas, una vez que los precios y cantidades de equilibrio se alteran simultáneamente como resultado de la evaluación de las mejoras de eficiencia energética. La distancia o diferencia relativa entre el ahorro energético efectivo obtenido a través de un modelo CGE y el ahorro potencial capturado con un modelo I-O de cantidades, es el efecto rebote 'total' o de equilibrio general.

Para comprender la naturaleza del efecto rebote, antes de presentar su definición económica formal, pasemos a poner un ejemplo 'en la vida real'. Pensemos en el sistema climatizador de un edificio particular, ya bien sea el aire acondicionado o la calefacción. El propietario de dicho edificio podría en algún momento pensar en llevar a cabo una inversión en éste que sustituyera el sistema climatizador viejo por uno más eficiente en, pongamos, un 20% permitiéndole ver reducidas el coste de sus facturas energéticas en dicha cuantía. La siguiente pregunta es si realmente el coste de las facturas va a caer en un 20%. Lo que predice la teoría económica es que posiblemente no sea así. En este sentido, el propietario, como buen 'homo economicus', al percibir una caída en el coste del servicio que le ofrece ese sistema climatizador más eficiente, podría decidir aprovechar todo ese ahorro energético potencial del 20% en un mayor consumo, i.e. tratándose de bienes normales, los agente económicos ante una caída en el precio incrementan la cantidad demandada. En este caso extremo, el ahorro energético efectivo sería del 0% y el coste de sus facturas sería exactamente el mismo que cuando disponía del sistema climatizador viejo. Si el objetivo del propietario era consumir más a un coste inferior, la inversión ha tenido sentido, pero si la finalidad era consumir menos para ahorrar en sus facturas y, de manera derivada, favorecer la conservación de la calidad medioambiental (externalidad que rara vez un agente económico a nivel particular internaliza), desgraciadamente la inversión no ha sido para nada efectiva. Esto último es la gran preocupación de los gobiernos actuales: que la presencia de dicho efecto rebote 'erosione' el ahorro potencial de energía y, en consecuencia, no se alcancen los compromisos en materia de reducción de emisiones y dependencia energética o que para alcanzarlos se tengan que llevar a cabo esfuerzos inversores aún mayores.

De todo esto podemos deducir que la presencia y el tamaño del efecto rebote proviene del posible vínculo entre las ganancias de eficiencia energética y el coste efectivo de la energía o precio del servicio energético. Aunque el efecto rebote, como concepto económico, no es un invento del siglo XX (Jevons, 1865), fue Khazzoom (1980) el primer economista en resaltar dicho vínculo y en definir el efecto rebote como una

[3] Para un análisis más detallado de cómo completar las ecuaciones de un CGE, incluidos códigos en GAMS para su implementanción, véase *Applied General Equilibrium: an Introduction*, Cardenete, Guerra y Sancho, Springer, 2012.

elasticidad precio. Pasemos pues a presentar de manera formal el concepto del efecto rebote como tal en términos generales. Esto es, sin distinguir por el momento si se trata del efecto rebote en un contexto del equilibrio parcial o, alternativamente, en un contexto de equilibrio general (i.e. el efecto rebote 'total'). Con esta finalidad, se hace primero imprescindible distinguir entre la energía medida en 'unidades naturales' *E*, i.e. julios, y la energía en unidades efectivas ε, i.e. las frigorías o calorías que alcanza el sistema climatizador de nuestro ejemplo anterior. Para transformar las unidades naturales de energía a unidades efectivas, introduciremos un factor de transformación $\tau \geq 0$ que hace referencia a la tecnología. Aunque poco realista, por simplicidad, supondremos que la relación entre la energía en unidades naturales y en unidades efectivas es lineal:

$$\varepsilon = \tau \cdot E \tag{12}$$

La Expresión (12) establece que una alteración porcentual del consumo energético en unidades efectivas es la suma de dos efectos, a saber: un aumento relativo en el consumo energético en unidades naturales y una variación relativa en el nivel de eficiencia tecnológica:

$$\frac{d\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{d\tau}{\tau} + \frac{dE}{E} \tag{13}$$

La Expresión (13) indica que, en el caso de que se produjera un 20% de mejora en la eficiencia energética aproximado por una variación relativa en el factor τ, en este caso positiva, si el consumo de energía en unidades naturales se mantiene constante, esto supondrá un aumento equivalente del 20% en la cantidad de servicios energéticos o energía efectiva obtenida por unidad natural de energía. No obstante, como adelantábamos anteriormente, el efecto rebote se genera a través del impacto que las mejoras de eficiencia energética (i.e. cambios en τ) tienen sobre el precio o coste de la energía efectiva. Retomando esta idea y haciendo uso de la relación en (12), si el coste o precio por unidad natural de energía p_E (i.e. euros/julio) se considera independiente de las mejoras de eficiencia energética, supuesto bastante realista, entonces el coste por unidad de energía efectiva p_ε (i.e. euros/caloría o euros/frigoría) absorberá por completo las mejoras de eficiencia energética, dando lugar a una caída en este:

$$\frac{dp_\varepsilon}{p_\varepsilon} = -\frac{d\tau}{\tau} \tag{14}$$

En consecuencia, se puede establecer la siguiente relación entre la elasticidad-eficiencia $\eta_\tau(\varepsilon)$ y la elasticidad-precio de la demanda de servicios energéticos $\eta_{p\varepsilon}(\varepsilon)$:

$$\eta_{p\varepsilon}(\varepsilon) = -\eta_\tau(\varepsilon) \tag{15}$$

Sustituyendo las Expresiones (14) y (15) en (13), encontramos que la variación relativa en la demanda de energía en unidades naturales cuando se produce una mejora en los niveles de productividad energética viene dada por:

$$\frac{dE}{E} = (\eta_\tau(\varepsilon) - 1) \cdot \frac{d\tau}{\tau} \tag{16}$$

con $\eta_\tau(E) = \eta_\tau(\varepsilon) - 1$.

Si se produce un aumento relativo en la eficiencia energética, considerando las relaciones anteriores, el efecto rebote *R* puede definirse como:

$$R = (1 + \eta_\tau(E)) = \eta_\tau(\varepsilon) = -\eta_{p\varepsilon}(\varepsilon) \tag{17}$$

En otras palabras, el efecto rebote puede visualizarse como una elasticidad-precio, idea original de Khazoom o bien como una elasticidad-eficiencia (Sorrell y Dimitropoulos, 2008).

Tomando la primera definición, si la elasticidad-precio de la demanda de energía en unidades de eficiencia es igual a cero, i.e. $\eta_{p_\varepsilon}(\varepsilon) = 0$, entonces ante un aumento en el nivel de eficiencia energética la demanda de servicios energéticos permanece constante; en este caso, el efecto rebote será nulo y el 100 % de las ganancias de eficiencia energética se trasladarán a una caída equivalente en el consumo de energía en unidades naturales. Si por el contrario la elasticidad-precio toma valores $-1 < \eta_{p\varepsilon}(\varepsilon) < 0$, de la Expresión (17) se desprende que el efecto rebote será positivo e inferior a la unidad, indicando que, ante una mejora en la eficiencia energética y la consecuente caída en el coste de la energía en términos efectivos, los agentes económicos reaccionarán demandando más servicios energéticos 'erosionando' en consecuencia parte del ahorro inicial de energía que se perseguía con la mejora de eficiencia energética. También es posible que, si los agentes son muy elásticos a las alteraciones del precio de los servicios energéticos i.e., $\eta_{p\varepsilon}(\varepsilon) \leq -1$, esto suponga no sólo la pérdida completa de esas ganancias de eficiencia energética sino también un consumo mayor de energía del que había antes de mejorar la tecnología. Esto último es lo que se conoce en la literatura como efecto contraproducente o perverso de las políticas de eficiencia energética que en inglés se traduce como efecto 'backfire' (Saunders, 1992).

El valor de esta elasticidad-precio que, como hemos demostrado formalmente, determina la amplitud del efecto rebote de gran relevancia para aproximar la efectividad de las políticas de eficiencia energética, puede ser considerada como una elasticidad en equilibrio parcial, o efecto rebote directo, o como una elasticidad de equilibrio general, o efecto rebote 'total'. Aplicando a este concepto las definiciones presentadas en la Sección 1 de este capítulo, el efecto rebote directo está referido a la erosión que han experimentado las ganancias de eficiencia energética que se han llevado a cabo para la obtención de un determinado servicio energético en una industria, como por ejemplo el consumo de electricidad en la industria manufacturera. El efecto rebote directo se mide en el contexto del equilibrio parcial, sin tener en cuenta las iteraciones existentes entre dicha industria y el resto de sectores de una economía. En contraste, el efecto rebote de equilibrio general, como su propia definición indica, sí que controla por todas estas interdependencias.

Siguiendo a Brookes (1984), Sorrell et al. (2009) y Lecca et al. (2014), entre otros autores, el efecto rebote de equilibrio general puede entenderse como el consumo

adicional de energía en unidades naturales que se produce por el crecimiento en la producción a nivel de toda la economía derivado de las propias ganancias de eficiencia energética que pueden tener lugar en una única industria. Un aumento en los niveles de productividad en el uso de servicios energéticos utilizados en el proceso productivo de una determinada industria reduce el coste efectivo de estos y, en consecuencia, los precios finales de esa industria. Considerando entonces que, en un contexto de equilibrio general, esa industria provee y a la vez demanda productos y servicios a otros sectores de la economía, esa caída en el precio final de sus productos provocará una serie de efectos encadenados que reducirá el precio de todos los bienes y servicios de la economía. Esto último estimula a su vez la demanda y, en consecuencia, promueve el crecimiento económico el cual impulsa el consumo tanto intermedio como final erosionando aún más las ganancias de eficiencia energética. En definitiva, el efecto rebote de equilibrio general, o 'total', considera que la caída del coste efectivo de la energía que reduce las ganancias de eficiencia iniciales se transfiere a todos y cada uno de los mercados de una economía. Es por esto que muchos analistas consideran que controlar y medir única y exclusivamente el efecto rebote desde la perspectiva del equilibro parcial no es una buena práctica y que se hace imprescindible hacer uso de ciertas metodologías, como los modelos CGE, para tener una 'aproximación' del tamaño del efecto rebote 'total' o de equilibrio general. Esto es así ya que, como se ha venido argumentando en los apartados anteriores, estos modelos presentan la ventaja de controlar por las interdependencias entre los distintos mercados existentes en una economía o grupo de economías pudiendo recoger tanto los efectos directos, como los indirectos y los inducidos de una determinada política.

De acuerdo con la definición del efecto rebote de equilibrio general, dichas interdependencias van, en esencia, dirigidas por los precios los cuales generan una serie de efectos renta y sustitución 'totales' que determinarán el alcance o tamaño del efecto rebote a nivel 'global' o 'total' de una economía. La cuestión que abordaremos a continuación es cómo medir ese efecto rebote 'total'. Puesto que se trata de evaluar un efecto cuantitativo cuyo origen radica en la alteración de los precios cuando tienen lugar las ganancias de eficiencia energética: ¿bastaría con evaluar dicha política con un modelo CGE donde precios y cantidades de equilibrio varían de forma simultánea?. Vayamos entonces argumentando paso a paso la respuesta a esta pregunta. Para ello, empecemos retomando la definición más básica del efecto rebote: la distancia relativa entre el ahorro energético potencial (*AEP*) perseguido por la política en cuestión y el ahorro energético efectivo (*AEE*), esto es, aquel ahorro que se produce una vez que tienen lugar los efectos renta y sustitución que desencadena la caída en el precio efectivo de la energía. Considerando esta definición y las expresiones (16) y (17), el efecto rebote podría expresarse como:

$$R = \left(1 + \frac{dE/E}{d\tau/\tau}\right) = \left(1 - \frac{AEE}{AEP}\right) \tag{18}$$

En consecuencia, para conocer la envergadura del efecto rebote derivado de las mejoras de eficiencia energética en el contexto del equilibrio general necesitamos conocer las magnitudes de *AEE* y de *AEP*. En lo que respecta al cómputo del *AEE* bastaría con evaluar a través de un CGE la política de mejora de eficiencia energética que, por lo general, en la mayor parte de los estudios realizados se ha aproximado como una mejora

exógena (i.e. con coste cero) de productividad en el uso de inputs energéticos en el proceso productivo de una industria o grupo de industrias. El *AEE* se calcula, por tanto, como la diferencia entre el consumo de inputs energéticos total de la economía en el equilibrio inicial y aquel resultante bajo el nuevo equilibrio, una vez evaluada la política de eficiencia energética. Sin embargo, en lo referente al cálculo del *AEP* ha habido bastante más controversia en la literatura. En este sentido, tradicionalmente la mayor parte de investigadores han venido aproximando el valor del *AEP* a través del propio objetivo de la política de eficiencia energética. Esto es, si el objetivo de la política de mejora en la eficiencia energética era reducir el consumo energético en un 5%, el *AEP* se toma igual a ese 5%. No obstante, Guerra y Sancho (2010) argumentan que dicha aproximación es inapropiada ya que corresponde a una definición del *AEP* en un contexto de equilibrio parcial y no de equilibrio general. Lo que plantean estos autores es que si la finalidad es obtener medidas aproximadas del efecto rebote de equilibrio general, ¿por qué no medir sus dos componentes, el *AEE* y el *AEP*, desde esa misma perspectiva?. Es decir, si para medir el *AEE* se utilizan modelos que controlan por la interdependencia de los mercados, se debería seguir la misma metodología para el cómputo del *AEP*. Pues de no ser así, se estaría sesgando a la baja la cuantía del *AEP* 'total' y como resultado se estaría cuantificando erróneamente el efecto rebote 'total'. Llegados a este punto, ¿qué modelo dentro de la familia de los modelos de equilibrio general aplicado aquí presentados sería el más adecuado para medir el *AEP* 'total'?. El modelo básico de cantidades I-O resulta un buen candidato ya que permite 'neutralizar' los efectos vía precios, i.e. efectos renta y sustitución, que genera el efecto rebote 'total'. Recordemos que, debido a los supuestos de este modelo I-O, una alteración en las cantidades de equilibrio no alterará los precios del equilibrio inicial que permanecen constantes.

Puesto que se trata de evaluar mejoras de eficiencia, esto es, cambios en la tecnología que suponen una reducción en el uso de inputs energéticos por unidad de producto fabricado, el planteamiento para el cómputo del *AEP* a través del modelo I-O de cantidades supondría una alteración en la matriz de coeficientes técnicos **A**. Para visualizar mejor cómo evaluar el *AEP* de equilibrio general, partimos de considerar una economía con *n* sectores, entre los cuales existen *e* sectores que abastecen de inputs energéticos al resto de unidades productivas, que indiciamos por *h*. Empleando matrices particionadas, el equilibrio inicial en el modelo tradicional I-O de cantidades en este contexto vendría dado por:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{q}_h \\ \mathbf{q}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}-\mathbf{A}_{hh} & \mathbf{A}_{he} \\ \mathbf{A}_{eh} & \mathbf{I}-\mathbf{A}_{ee} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{f}_e \end{bmatrix} \tag{19}$$

El nuevo equilibrio derivado de la Expresión (19) resultante de una reducción $d\tau/\tau$ en aquellos coeficientes técnicos de la matriz **A** que hacen referencia a la intensidad en el uso de los inputs energéticos por unidad de output (i.e., $\mathbf{A}_{eh}$ y $\mathbf{A}_{ee}$). Una vez evaluado este cambio a través de (19), el nuevo vector de cantidades de equilibrio $\bar{\mathbf{q}}$ vendría dado por:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{q}}_h \\ \bar{\mathbf{q}}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}-\mathbf{A}_{hh} & \mathbf{A}_{he} \\ (1-d\tau/\tau)\mathbf{A}_{eh} & \mathbf{I}-(1-d\tau/\tau)\mathbf{A}_{ee} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{f}_h \\ \mathbf{f}_e \end{bmatrix} \tag{20}$$

Nótese que, de acuerdo con la Expresión (20), las cantidades de todos y cada uno de los *n* sectores de la economía se ven afectadas, suponiendo claramente una reducción del volumen de producción de esta economía. Esto es, a diferencia de lo que ocurre en un CGE, en el modelo I-O de cantidades una mejora en la eficiencia energética no genera crecimiento económico que es, en definitiva, lo que da lugar al efecto rebote ya que los precios del equilibrio inicial y del nuevo equilibrio son los mismos. En el modelo I-O de cantidades, el efecto directo de la política de eficiencia energética reduce, en primera instancia el volumen de producción de los *e* sectores de esta economía en la cuantía $d\tau/\tau$ puesto que la demanda de inputs energéticos cae en todos los sectores, *e* y *h*, pues todos ellos usan inputs energéticos (i.e., la producción de electricidad también requiere electricidad).

En un escenario de equilibrio general, las interdependencias existentes entre los mercados harán que este efecto directo se transfiera mercado a mercado, sector a sector, desencadenando una serie de efectos indirectos e inducidos: al utilizarse menos inputs energéticos caerá la actividad en los *e* sectores o industrias y, en consecuencia, estos demandarán menos inputs productivos a los *h* sectores restantes cayendo también su volumen de producción y deprimiendo aún más la demanda de inputs energéticos hacia los *e* sectores. En definitiva, el vector columna referido a la reducción energética potencial de equilibrio general o 'total' AEP_e vendría sectorialmente definido como:

$$AEP_e = \left[\mathbf{q}_e - \bar{\mathbf{q}}_e\right] \cdot \hat{\mathbf{q}}_e^{-1} \tag{21}$$

representando $\hat{\mathbf{q}}_e$ la diagonalización matricial del vector $\mathbf{q}_e$.

Todo unido hace que la magnitud del *AEP* en un escenario de equilibrio general sea mayor que el *AEP* en equilibrio parcial (i.e. $d\tau/\tau$). De ahí que, como adelantábamos ya en esta sección, la aproximación del *AEP* a través de las mejoras de eficiencia energética que pretende la política suponga un sesgo a la baja del *AEP* en equilibrio general. De hecho fue el propio Hirschman (1958), pionero en resaltar la relevancia que tienen las interdependencias entre los sectores y sus respectivos mercados en el crecimiento económico, quien defendía el uso de los modelos de equilibrio general aplicado para no infravalorar la efectividad de las políticas económicas y así no malgastar los recursos de inversión necesarios para el alcance de sus objetivos. A título ilustrativo, en el estudio empírico llevado a cabo por Guerra y Sancho (2010) para la economía española con datos del año 2004, una mejora en la eficiencia energética o *AEP* de equilibrio parcial del 5% suponía un *AEP* 'total' o de equilibrio general medio de más del 6.8%. En consecuencia, y de acuerdo con los resultados obtenidos por estos autores, el empleo inadecuado del AEP de equilibrio parcial hubiera dado lugar a una sobreestimación del efecto rebote 'total' o de equilibrio general en un 4% i.e. la medida sesgada del efecto rebote 'total era del 91% frente a la insesgada de un 87%. A pesar de que en este caso en particular el sesgo sobre el efecto rebote 'total' no era excesivamente elevado, los mismos autores demostraban a través de un análisis de sensibilidad respecto a determinadas elasticidades (e.g. elasticidades de sustitución entre el valor añadido e inputs energéticos) que el sesgo podría llegar alcanzar valores muy significativos, dependiendo de la magnitud del *AEE*.

7. Conclusiones

Los modelos empíricos de equilibrio general, en todas sus variadas vertientes, han demostrado ser un instrumento del análisis económico operativo, útil y eficaz para la evaluación de las políticas públicas ligadas a las decisiones económicas. Gracias a su diseño –que engloba el funcionamiento de la economía en su conjunto con una detallada visión complementaria de carácter desagregado– y a su capacidad de replicar empíricamente los flujos económicos observados, los economistas disponen en la actualidad de un potente 'toolkit' capaz de ofrecer respuestas conceptualmente coherentes que van acompañadas de evaluaciones cuantitativas que detectan y señalan el grado de intensidad de una posible política económica. Así, el análisis económico de equilibrio general trasciende de la teoría pura y se perfecciona a través del maridaje con los datos económicos de la realidad. Esta suma de capacidades es, sin duda, una ventaja incuestionable de los modelos aplicados de equilibrio general.

La estrecha conexión entre teoría y datos empíricos se inicia con el modelo I-O de Leontief (1941), contribución a la que sin duda debemos el determinante impulso ejercido para complementar de forma fructífera ambos aspectos de la modelización económica en equilibrio general. A pesar de su aparente simplicidad, el modelo I-O ha constituido el embrión que ha catalizado el desarrollo de modelos aplicados de equilibrio general más complejos, tanto lineales (modelos input-output extendidos y modelos SAM) como no-lineales (modelos CGE). Una vez Leontief demostró que este enfoque era efectivamente posible, la profesión de los economistas tomó el testigo y creó y dinamizó todo un ámbito de trabajo con ramificaciones en la academia, los centros de investigación y los propios gobiernos en sus diferentes niveles de responsabilidad. La situación actual y especialmente las perspectivas futuras del análisis I-O han sido analizadas y debatidas en Dietzenbacher et al. (2013). A pesar que en la predicción del futuro los economistas no acostumbramos a destacar, este trabajo es una aproximación educada dentro de un ámbito específico que incluso si no acierta en todas sus apreciaciones, como en el fondo es bastante probable, representa una valoración del estado de la cuestión con una componente prospectiva que merece ser tenida en cuenta como elemento de avance y de debate en la literatura.

Referencias

Arrow, K. y G. Debreu (1954) Existence of an Equilibrium for a Competitive Economy. *Econometrica*, 22, 265–290.

Brookes, L. (1984) Long-term Equilibrium Effects of Constraints in Energy Supply. The Economics of Nuclear Energy. En *The Economics of Nuclear Energy*, Leonard Brookes and H. Motamen (eds). London, Chapman and Hall.

Brower, L.E.J. (1911-1912) Uber Abbildung von Mannigfaltigkeiten. *Mathematische Annalen*, 71, 97-115.

Cardenete, M. A., Guerra, A. y F. Sancho (2012) *Applied General Equilibrium: an Introduction*, Springer.

Cardenete, M. A. y F. Sancho (2013) Elucidating General Equilibrium Multiplier Effects: A Differential Perspective. *Theoretical Economics Letters*, 3, 279–282.

Cardenete, M. A., M.C. Lima y F. Sancho (2012) Validating Policy Induced economic change using sequential general equilibrium SAMs. Papel de Trabajo No 893.12. Unidad de Fundamentos de Análisis Económico.

Debreu, G. (1959) *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*. New Haven and London, Yale University Press.

Debreu, G. (1970) Economies with a Finite Set of Equilibria. *Econometrica*, 38, 387–392.

De Maio, L., F. Stewart y R. Van der Hoeven (1999) Computable General Equilibrium Models, Adjustment and the Poor in Africa. *World Development*, 27, 453–470.

Dietzenbacher, E., M. Lenzen, B. Los, D. Guan, M. L. Lahr, F. Sancho, S. Suh, y C. Yang. (2013) Input-Output Analysis: The Next 25 Years. *Economic Systems Research***,** 25, 369–389.

Fullerton, D., A.T. King, J.B. Shoven, J. Whalley (1981) Corporate Tax Integration in the United Sates: A General Equilibrium Approach. *American Economic Review*, 71, 677–691.

Guerra, A.I y F. Sancho (2010) Rethinking Economy-Wide Rebound Measures: An Unbiased Proposal. *Energy Policy*, 38, 6684-6699.

Guerra, A.I. y F. Sancho (2014) An Operational, Nonlinear Input-Output System. *Economic Modelling*, 41, 99–108.

Hirschman, A. (1958) *The Strategy of Economic Development*. New Haven, Yale University press

Jeavons, W.S. (1865) The Coal Question: Can Britain Survive?. En *The Coal Question: An Inquiry Concerning the Progress of the Nations, and the Probable Exhaustion of Our Coal-Mines*. London, Macmillan & Co.

Khazzoom, J.D. (1980) Economic Implications of Mandated Efficiency in Standards for Household Appliances. *Energy Journal*, 1, 21–40.

Kehoe, T. (1984) Computing All of the Equilibria of Economies with Two Factors of Production. *Journal of Mathematical Economics*, 13, 207–23.

Kehoe, T. y J. Serra-Puche (1983) A Computational General Equilibrium Model with Endogenous Unemployment: An Analysis of the 1980 Fiscal Reform in Mexico. *Journal of Public Economics*, 22, 1–26.

Kehoe, T. y J. Whalley (1985) Uniqueness of Equilibrium in Large Scale Numerical General Equilibrium Models. *Journal of Public Economics*, 28, 247–54.

Kehoe, T., C. Polo y F. Sancho (1995) An Evaluation of the Performance of an Applied General Equilibrium Model of the Spanish Economy. *Economic Theory*, 6, 115–141.

Lecca, P, P.G. McGregor, J.K., Swales y K. Turner.(2014) The Added Value from a General Equilibrium Analysis of Increased Efficiency in Household Energy Use. *Ecological Economics*, 100, 51-62.

Leontief, W. (1941) *The Structure of the American Economy, 1919-1929: An Empirical Application of Equilibrium Analysis*. Cambridge, Harvard University Press.

Mansur, A. y J. Whalley (1984) Numerical Specification of Applied General Equilibrium Models: Estimation, Calibration and Data. En *Applied General Equilibrium Analysis*. H. Scarf and J. Shoven (eds.), Cambridge, Cambridge University Press.

Sancho, F. (2009) Calibration of CES Functions for 'Real-World' Multisectoral Modeling. *Economic Systems Research,* 21, 45–58.

Sard, A. (1942) The Measure of the Critical Values of Differentiable Maps. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 48, 883–890.

Saunders, H.D. (1992) The Khazzoom-Brookes postulate and neoclassical growth. *The Energy Journal*, 13,131–148.

Shoven, J.B. y J. Whalley (1992) *Applying General Equilibrium*. New York, Cambridge University Press.

Sorrell, S y J. Dimitropoulos (2008) The Rebound Effect: Microeconomic Definitions, Limitations and Extensions. *Ecological Economics*, 65, 636-649.

Sorrell, S, J Dimitropoulos y M. Sommerville. (2009) Empirical Estimates of the Direct Rebound Effects: A Review. *Energy Policy*, 37, 1356-1371.

Stone, R. (1981) Aspects of Economic and Social Modelling. Ginebra, Librairie Droz.

Vegara, J.M. (1979) *Economía Política y Modelos Multisectoriales*. Madrid, Tecnos.

Wald, A. (1935) Uber die Eindeutige Positive L¨osbarkeit der Neuen Produktionsgleichungen. *Ergebnisse eines Mathematischen Kolloquiums,* 6, 12–18.

Walras, L. (1874) *Elements d'Economie Politique Pure, ou Theorie de la Richesse Sociale* .Paris, Edición definitiva de 1926 editada por R. Pichone et R. Durand-Auzias.